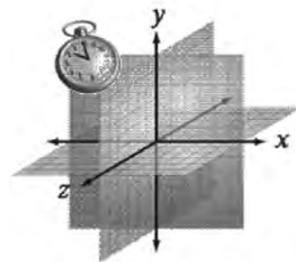


Cap 4. Movimiento en una Dimensión

La cinemática es la parte de la de mecánica clásica que estudia el movimiento de los cuerpos sin considerar su masa, forma y tamaño, lo que resulta una aproximación bastante buena para cuerpos pequeños, uniformes y que se mueven a velocidades bajas –por debajo de los $30000 \frac{m}{s}$ que es una fracción de la velocidad de la luz, esto con el fin de no considerar efectos relativistas del movimiento–. Para esta primera entrega se consideran **sistemas de referencia inercial** es decir, sistemas físicos en los cuales las leyes del movimiento que explican el comportamiento del cuerpo, cumplen también con las leyes del movimiento de Newton.

Para esto considérese una persona que viaja dentro de un tren, en su marco de referencia, puede asumir que con respecto a él mismo, la silla donde va sentado no se mueve, sin embargo una persona que está fuera del tren y ve hacia adentro puede notar que la silla sí se está moviendo. Por lo anterior y de forma general, resulta muy útil definir un sistema de referencia que facilite la descripción de estos movimientos e históricamente se ha usado en mecánica clásica el sistema ortogonal de coordenadas cartesianas para el espacio euclidiano, que considera el tiempo como parámetro de medición, así cualquier posición de un cuerpo o de una partícula está completamente definido por tres coordenadas cartesianas y un momento en el tiempo $P(x, y, z, t)$ siendo el movimiento, el cambio de posición que experimenta un cuerpo con respecto a otros dentro de este marco de referencia, que en primera instancia se considera en reposo.

Entendiendo entonces que el concepto de movimiento es un concepto relacional de un cuerpo con respecto a otro o a una determinada posición, resulta especialmente útil asumir que este referente está en reposo absoluto –lo cual realmente no posible, pero simplifica de manera significativa los cálculos–; supóngase que se desea caracterizar el movimiento de un tren y parte de esa descripción se debe hacer con respecto a un referente común de tal forma que se puedan hacer comparaciones con otros objetos que están en movimiento; queda intuitivo para todos, tomar como referente la Tierra asumiendo



http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_de_coordenadas

Figura 4.1 Sistema de Referencia conformado por tres coordenadas mutuamente ortogonales y un instante de tiempo.

inicialmente que ésta se encuentra en reposo y que todos los demás cuerpos, están o se mueven cerca a su superficie a velocidades muchísimo menores a la velocidad de la luz –por debajo del 1% de la velocidad de la luz–, sin embargo es un hecho ampliamente conocido que la Tierra tiene velocidad de rotación sobre su eje, de casi 30.000 km/s al igual que cualquier cuerpo que se encuentre sobre su superficie.

4.1. Posición, Velocidad y Aceleración

PREGUNTA

Un cuerpo que se mueve en una trayectoria circular, ¿puede tener desplazamiento cero?, ¿puede tener trayectoria cero?

Este capítulo analiza el movimiento rectilíneo, el cual considera las partículas que sólo pueden moverse en una dimensión, es decir sobre una línea recta, que puede ser vertical, horizontal o en cualquier otra dirección. A continuación se definen algunos conceptos importantes.

Trayectoria: La trayectoria de un cuerpo es la longitud del camino que el cuerpo recorre en su movimiento.

EL TREN BALA



<http://bajurtov.wordpress.com>

Figura 4.2. Tren Bala

El tren bala es un modelo para explicar el movimiento rectilíneo; este medio de transporte puede fácilmente alcanzar velocidades de hasta 500 km/h, pero tiene una limitante y es que por la seguridad y comodidad de los pasajeros, solo puede hacerlo en trayectos rectos.... ¿por qué?

Nótese que la trayectoria es una cantidad escalar, por lo tanto no interesa las direcciones que sufre el cuerpo en su movimiento, sólo el valor absoluto de las distancias recorridas, lo que corresponde en otras palabras, a establecer la cantidad de espacio recorrido durante su movimiento, y que algebraicamente se entiende como la suma de todas las longitudes sobre las que el cuerpo se traslada.

Desplazamiento: El desplazamiento que realiza un cuerpo en su movimiento es un vector que une la posición inicial con la posición final del movimiento.

Al ser el desplazamiento una cantidad vectorial, la dirección del movimiento y el sentido son dos elementos importantes para establecer correctamente el desplazamiento de un objeto. Por otro lado, en la física clásica se considera que un cuerpo sólo puede existir en un espacio determinado y en un momento específico del tiempo, y la variación de este espacio con relación al tiempo se denomina velocidad.

Velocidad Media: La velocidad media es un vector que representa el desplazamiento de la partícula sobre el intervalo de tiempo que tarda ese movimiento.

La velocidad media es una cantidad que permite establecer aproximadamente la tasa de variación de espacio con respecto al tiempo, pero que puede no representar exactamente la velocidad del cuerpo en cualquier punto de la trayectoria. En términos matemáticos, la velocidad media se simboliza y calcula como:

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{\vec{x}_f - \vec{x}_i}{t_f - t_i} \quad [\text{Ec. 4.1}]$$

Cuando un vector, como es el desplazamiento, se divide entre un escalar como lo es el tiempo (una cantidad siempre positiva), solo se cambia la magnitud del vector, no su dirección o sentido, lo que lleva a concluir que la velocidad media, es independiente de la trayectoria que toma el cuerpo en su movimiento y sólo depende de las posiciones inicial y final.



Figura 4.3. Trayectoria no lineal de una partícula. Fuente Propia.

La figura 4.3., muestra en línea punteada, los diferentes lugares por donde un cuerpo pasa en su movimiento, desde una posición inicial hasta una posición final, en un tiempo determinado; así el desplazamiento, es el vector que une la posición final con la posición inicial, es decir un vector con magnitud, dirección y sentido que tiene como punto inicial a x_i , y como punto final a x_f ; como se puede apreciar, este desplazamiento no coincide con la trayectoria, llegando acertadamente al hecho que la magnitud del desplazamiento, nunca puede ser mayor a la trayectoria, a lo sumo igual y eso cuando el cuerpo se mueva en línea recta. Ahora supóngase que un vehículo recorre la distancia que separa dos ciudades, por obvias razones debe obligado a cambiar su velocidad, acelerando, frenando y posiblemente deteniéndose; en consecuencia la rapidez, que es la magnitud de la velocidad no es la misma durante todo el trayecto, solamente para aquellos tramos donde el vehículo tiene un comportamiento uniforme.

SABIAS QUE....

La magnitud de la velocidad media o instantánea, recibe el nombre de rapidez, siendo esta una cantidad escalar.

$$v = |\vec{v}|$$

Muchos autores, en sus descripciones asumen que los cuerpos se mueven en línea recta lo que implica que la dirección del vector velocidad no cambia, solo magnitud, siendo esta la variable de interés y denominándola indistintamente velocidad o rapidez, aunque el concepto no sea equivalente.

Por lo anterior, es necesario definir un nuevo parámetro físico que estime la velocidad de un cuerpo en momentos muy pequeños; este parámetro es la velocidad instantánea.

Velocidad Instantánea: La velocidad instantánea es el vector que define la velocidad de la partícula en un instante de tiempo determinado.

EFEECTO CHERENKOV

Es un efecto asociado a radiaciones de tipo electromagnético producida cuando una partícula en un medio sobrepasa la velocidad de la luz (fotones) en ese medio y que se logra con partículas cargadas y aceleradas eléctricamente. Parte de su explicación, nace del efecto Doppler en sonido y se caracteriza por emisiones muy azuladas como se ve en la figura.



<http://darkdruid.blogspot.com>

Figura 4.4. Imagen de una central eléctrica nuclear

Este efecto es ampliamente utilizado en los detectores de partículas donde la radiación es usada como trazador de las mismas.

La velocidad instantánea es entonces el límite de la velocidad promedio $\frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$ cuando Δt tiende a cero, que se ilustra en la ecuación 4.2.

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} \quad [\text{Ec. 4.2}]$$

Y esto según el cálculo diferencial corresponde a la primera derivada de la función posición con respecto al tiempo según la ecuación 4.3.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{x}(t)}{dt} \quad [\text{Ec. 4.3}]$$

Para comprender mejor estos dos conceptos, considérese la siguiente situación.

Se sitúan tres cronómetros sobre una línea recta para medir la rapidez de un vehículo en las posiciones que se muestran en la figura 4.5.

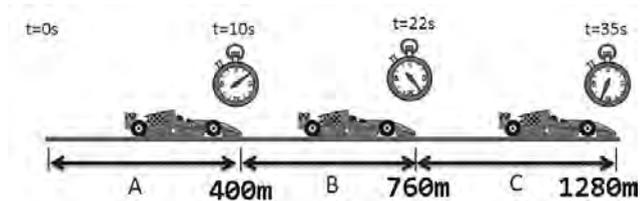


Figura 4.5. Posición de un cuerpo en un movimiento rectilíneo uniforme. Fuente propia

Para cada uno de los tramos es posible definir tanto la posición inicial como la posición final y el tiempo gastado en el recorrido, y según la expresión 4.1:

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{\vec{x}_f - \vec{x}_i}{t_f - t_i}$$

Se puede construir a siguiente tabla.

Tabla 4.1. Comportamiento de un auto que se mueve en línea recta

Tramo	x_i	x_f	Δx	t_i	t_f	Δt
A	0m	400m	400m	0s	10s	10s
B	400m	760m	360m	10s	22s	12s
C	760m	1280m	520m	22s	35s	13s

Para cada uno de los tramos se puede definir una velocidad media en atención a la ecuación anteriormente presentada, así

Tabla 4.2. Velocidad media en cada tramo

Tramo	Velocidad media
A	40 m/s
B	30 m/s
C	40 m/s

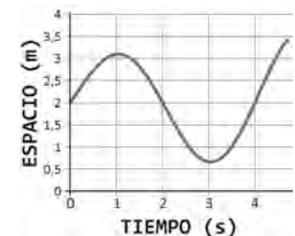
Igualmente se puede definir una velocidad media para todo el recorrido

$$|\bar{v}| = \frac{1280m - 0m}{35s - 0s} = 36,57 \frac{m}{s}$$

De los anteriores cálculos se establece que de un tramo a otro, la velocidad cambia, es decir cada tramo tiene una velocidad media propia que de hecho es diferente a la velocidad media de todo el trayecto, por tanto la velocidad o rapidez media es un estimativo del cambio de posición por unidad de tiempo, de un cuerpo equivalente pero que se mueve a velocidad o rapidez constante a lo largo del mismo tramo, esto no necesariamente corresponde con la realidad del movimiento.

Por otro lado, la velocidad o rapidez instantánea corresponde al valor de la rapidez en el punto donde se hace la medición, independientemente de la velocidad que traía o la velocidad con que continúa.

Supóngase que se tiene un objeto que se mueve a lo largo de una línea recta cuya posición se muestra en el diagrama de la figura 4.7.; esta figura representa las posiciones sucesivas del cuerpo a lo largo de una trayectoria rectilínea, nótese que en algunos momentos avanza mientras que en otros retrocede lo que lleva a establecer que la velocidad es una cantidad variable con el tiempo en este contexto.



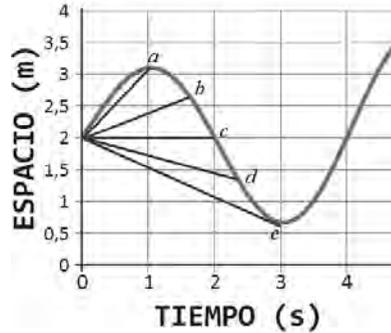


Figura 4.8. Rapidez media de un objeto que se mueve sobre una línea recta.

ANÁLISIS DIMENSIONAL

Atendiendo a las definiciones anteriormente planteadas, se pueden establecer las unidades para la magnitud de la posición, velocidad y aceleración de los cuerpos, la tabla que a continuación se muestra, ilustra las unidades empleadas por el Sistema Internacional de Medidas y por el Sistema Inglés.

Tabla 4.3. Unidades de posición, velocidad y aceleración en el SI

	SI	Inglés
Espacio	m	ft
Velocidad	m/s	ft/s
Aceleración	m/s ²	ft/s ²

Sobre la trayectoria se sitúan varios puntos de control o referencia y por ejemplo puede establecerse que la velocidad entre el origen y el punto **a** es aproximadamente 3,1 m/s mientras que la velocidad media hasta el punto **b** es aproximadamente 1,5 m/s², ambas situaciones con velocidades crecientes; en el punto **c** con respecto al origen, el objeto tiene velocidad 0 m/s, es decir aparentemente a los dos segundos, NO se ha movido; con respecto al punto **d** y **e**, el objeto tiene velocidad negativa lo que equivale a decir con respecto al origen del movimiento, que el objeto está retrocediendo; sin embargo, la velocidad instantánea en esos mismos puntos cuenta una historia diferente. En la figura 4.9., se muestra en cada punto la velocidad instantánea, y recordando que esta no es más que la primera derivada de la función posición con respecto al tiempo y que la derivada representa en cada punto la pendiente de la curva se obtiene:

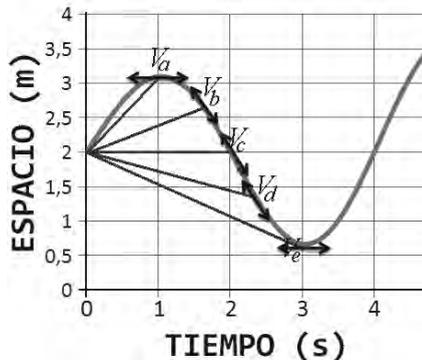


Figura 4.9. Velocidad instantánea de un vehículo que se mueve en línea recta.



Nótese ahora que en el punto **a**, la línea es horizontal lo que indica que el objeto en ese punto está en reposo, mientras que en el punto **b**, el cuerpo está retrocediendo ya que su velocidad para ese punto tiene pendiente negativa, igual sucede en los puntos c y d. Para el punto **e**, la pendiente es cero lo que plantea que la velocidad instantánea en ese punto específico es cero, contrario al valor negativo que arrojaría la rapidez media entre el origen y el punto e.

Tanto la velocidad instantánea como la velocidad media, son cantidades vectoriales y es costumbre utilizar la misma variable para reconocerlas, por lo que el contexto sobre el que se describe el movimiento, determina el tipo de parámetro que se usa para una u otra, ahora, bajo ciertas circunstancias, es posible que la velocidad cambie tanto en dirección como en magnitud, a este cambio se le conoce con el nombre de aceleración, que es un concepto físico importante y que se analiza con detenimiento más adelante en este libro.

Ejemplo 4.1: La figura muestra la posición contra el tiempo de un vehículo que se mueve en línea recta

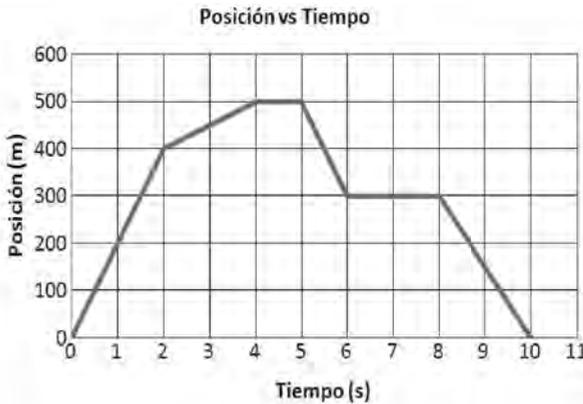


Figura 4.10. Posición de un vehículo que se mueve en línea recta, en función del tiempo.

- Encuentre la rapidez media en cada tramo de la curva
- Encuentre la rapidez media en el intervalo de tiempo $[0,5]s$
- Encuentra la rapidez media en el intervalo de tiempo $[0,6]s$
- Encuentre la rapidez media en el intervalo de tiempo $[0,10]s$.

CAMBIOS INSTANTÁNEO DE VELOCIDAD

La figura 4.10., contiene algunas impresiones, por lo menos a la luz de física clásica. El problema radica en el hecho que no existe un cambio instantáneo de un valor de velocidad a otro, por ejemplo en el primer tramo la velocidad es de 200 m/s y en el segundo la velocidad es de 50 m/s y el punto de quiebre ocurre a los dos segundos, es decir, a los dos segundos, el vehículo pasa inmediatamente de los 200m/s a los 50m/s, sin pasar por valores intermedios de velocidad lo cual bajo condiciones normales debería ocurrir.

En términos matemáticos, la primera derivada de la función posición con respecto al tiempo es la velocidad y en la gráfica, a los dos segundos se tiene una "punta" lo que imposibilita al cálculo diferencial encontrar el valor de velocidad en ese punto.

Sin embargo, para fines prácticos en este curso no se tendrán en cuenta estas singularidades matemáticas y físicas y se deja al lector la consulta de las mismas en la bibliografía especializada.



Solución: Es necesario para cada una de las preguntas, realizar un análisis del comportamiento del cuerpo en el tiempo.

a. Para la primera cuestión, la representación gráfica tiene seis intervalos de tiempo claramente definidos, así:

Intervalo [0,2]s

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{400m - 0m}{2s - 0s} = 200 \frac{m}{s}$$

Intervalo [2,4]s

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{500m - 400m}{4s - 2s} = 50 \frac{m}{s}$$

Intervalo [4,5]s

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{500m - 500m}{5s - 4s} = 0 \frac{m}{s}$$

En este tramo el vehículo estuvo en reposo relativo, es decir con respecto al sistema de referencia que se escoge inicialmente, el objeto se encuentra en reposo.

Intervalo [5,6]s

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{300m - 500m}{6s - 5s} = -200 \frac{m}{s}$$

Realmente el concepto “negativo” para la velocidad indica una dirección, en este caso corresponde a que el cuerpo se está moviendo hacia atrás con respecto a su sentido original de movimiento e inclusive lo hace a rapidez constante y no que está reduciendo su velocidad como podría pensarse equivocadamente; los cambios en las velocidad corresponden a una desaceleración que es el concepto categorial que se explica en la siguiente sección.

Intervalo [6,8]s

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{300m - 300m}{8s - 6s} = 0 \frac{m}{s}$$



De nuevo el vehículo queda detenido relativamente en el intervalo de los 6 a los 8 segundos.

Intervalo $[8,10]$ s

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{0\text{m} - 300\text{m}}{10\text{s} - 8\text{s}} = -150 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

De nuevo el vehículo se mueve en sentido contrario.

b. En el intervalo de 0 a 5 segundos, se usa de nuevo la expresión de velocidad media, con lo cual se tiene:

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{500\text{m} - 0\text{m}}{5\text{s} - 0\text{s}} = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Nótese que esta velocidad puede corresponder a un promedio ponderado de las velocidades medias en cada uno de los dos tramos.

c. En el intervalo de 0 a 6 segundos, se tiene:

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{300\text{m} - 0\text{m}}{6\text{s} - 0\text{s}} = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

No es extraño pensar en este valor, si se considera que el vehículo empieza a retroceder y en consecuencia, otro vehículo que quiera recorrer esa misma distancia a velocidad constante, precisaría de una velocidad mucho menor.

d. En este intervalo, la rapidez media será:

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{300\text{m} - 0\text{m}}{8\text{s} - 0\text{s}} = 37,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Si se compara con respecto al problema anterior, se encuentra que en los dos segundos siguientes el vehículo se encontraba en reposo y en consecuencia, otro vehículo que se mueva a rapidez constante desde el origen tendría dos segundos más para hacer el mismo recorrido, lo que implica que su velocidad media debe ser menor.

- e. Finalmente, después de 10 segundos, el vehículo llega al origen y en consecuencia, si se compara con el inicio, el objeto no se movió lo que permite establecer que la velocidad media en los 10 primeros segundos es cero; esto para el lector puede ser confuso, pues es un hecho que existió un movimiento en el espacio y en el tiempo, por lo cual necesariamente tuvo que haber una rapidez, y decir que la rapidez es cero en ese intervalo puede asumirse erradamente como que el carro nunca se movió, sin embargo, hay que tener presente que este es un promedio.

Ejemplo 4.2: Una partícula se mueve sobre el eje x , y su posición en el tiempo está determinada por la expresión dada, con x expresada en metros y el tiempo t en segundos.

$$x(t) = t^3 - 9t$$

Cuya representación gráfica se muestra en la figura 4.11., aquí x representa la posición medida en metros y t el instante de tiempo medido en segundos.

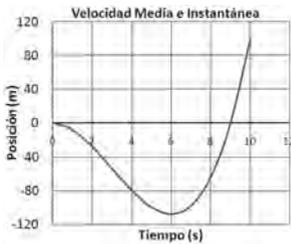


Figura 4.11. Representación gráfica del movimiento de la partícula del ejemplo 4.2. Fuente Propia.

- Determine el desplazamiento de la partícula en el intervalo de tiempo de $[0,6]$ s y en el intervalo de $[6,10]$ s.
- Igualmente determine la rapidez media en los mismos intervalos de tiempo.
- Obtenga la representación gráfica de la ecuación de velocidad y encontrar la velocidad instantánea a los 9s.

Solución: Atendiendo a la expresión algebraica que representa matemáticamente el problema, en el intervalo de tiempo de los 0 a los 6 segundos se tiene:

$$x_f = (6^3 - 9(6^2)) = -108m$$

$$x_i = (0^3 - 9(0^2)) = 0m$$

Por tanto, el desplazamiento de la partícula es

$$\Delta x = x_f - x_i = -108m$$

Adviértase de nuevo que no existen posiciones negativas, el signo negativo en este resultado indica que con respecto al punto inicial del movimiento y el sentido original definido, la partícula se movió en sentido contrario.

Para el intervalo de los 6 a los 10 segundos se tiene:



$$x_f = (10^3 - 9(10^2)) = 100 \text{ m}$$

$$x_i = (6^3 - 9(6^2)) = -108 \text{ m}$$

Así, el desplazamiento de la partícula es:

$$\Delta x = x_f - x_i = 100\text{m} - (-108\text{m}) = 208\text{m}$$

Por tanto, el objeto entre los 6 y 10 segundos se movió en línea recta una distancia total de 208m y recordando que había retrocedido 108, con respecto a la posición original, se movió con respecto a esta 100m.

B. Para encontrar las velocidades promedio, considérese sobre las gráficas las pendientes entre los puntos indicados; teniendo los desplazamientos en los intervalos de tiempo, se puede encontrar la rapidez media.

Entre los segundos 0 y 6:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-108\text{m}}{6} = -18 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Entre los segundos 6 y 10:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{208\text{m}}{4} = 52 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Lo que equivale a la pendiente de la gráfica para los puntos señalados.

C. Recordando que la velocidad corresponde a la primera derivada de la función de posición con respecto al tiempo se tiene entonces:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(t^3 - 9t^2) = 3t^2 - 18t$$

La figura 4.13., muestra simultáneamente la posición y velocidad para la partícula que se mueve en línea recta. Para la velocidad instantánea se usa la ecuación de velocidad, así:

$$v(9) = \frac{dx}{dt} = 3(9)^2 - 18(9) = 81\text{m/s}$$

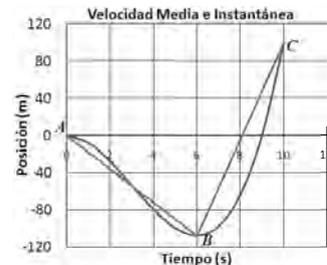


Figura 4.12. Velocidad Media de la partícula para dos intervalos de tiempo

Nótese que la velocidad promedio en cualquier punto de un intervalo está entre los valores extremos de la velocidad instantánea, lo que fácilmente se puede explicar con el teorema de valor medio, propuesto en cálculo diferencial.

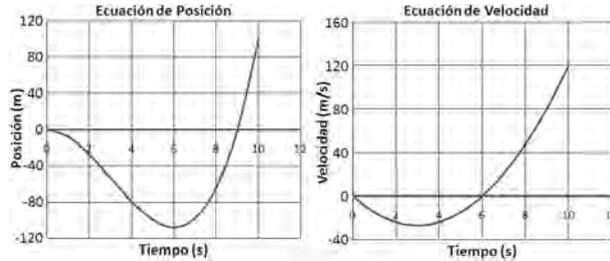


Figura 4.13. Representación gráfica de la posición y rapidez de un cuerpo en función del tiempo.

De la misma forma que la velocidad describe la tasa de cambio de la posición con respecto al tiempo, la aceleración describe la tasa de variación de la velocidad con respecto al tiempo.

En la gráfica de posición, fácilmente se puede apreciar que en los primeros seis segundos, la pendiente de la curva en todos sus puntos es negativa lo que implica que la velocidad es negativa y es lo que efectivamente corresponde con la gráfica que se muestra para la ecuación de velocidad; igualmente para los últimos cuatro segundos, la gráfica de posición tiene pendientes positivas y por tanto la velocidad es de magnitud positiva.

El tercer concepto importante para conceptualizar y que se vuelve elemento fundamental en la descripción del movimiento de cualquier cuerpo es la aceleración; de la misma forma que la velocidad, la aceleración, que es una cantidad vectorial se puede definir en términos de una aceleración media o de una aceleración instantánea.

Supóngase que se tiene un objeto en movimiento que en la posición 1 tenía una velocidad v_1 en el instante de tiempo t_1 , posteriormente en la posición 2, tenía una velocidad v_2 en el instante de tiempo t_2 , dado esto, se puede establecer un parámetro que defina ponderadamente el cambio de esta velocidad en la unidad de tiempo.

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

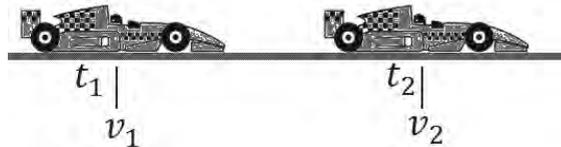


Figura 4.14. Aceleración en el movimiento rectilíneo



Si se define un cambio de velocidad como $\Delta v = v_2 - v_1$ en un intervalo de tiempo $\Delta t = t_2 - t_1$ siendo el punto 2, el punto final y el punto 1 el punto inicial, entonces:

La aceleración media de una partícula que se mueve es el cambio del vector velocidad instantánea dividido en el intervalo de tiempo,

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{t_f - t_i} \quad [\text{Ec. 4.4}]$$

Esto es un vector cuya componente en x es \vec{a} , posteriormente se hará énfasis en el hecho que pueden existir otras componentes de la aceleración de las que aquí inicialmente se plantea, especialmente cuando el cuerpo no se mueve en línea recta.

Ejemplo 4.3. Una partícula tiene un movimiento rectilíneo en la dirección positiva del eje x, cuya curva de rapidez contra tiempo se representa en la figura 4.15., teniendo en cuenta las características mostradas, determine la curva de la aceleración contra tiempo para el movimiento.



Figura 4.15. Representación de la velocidad contra tiempo de una partícula que se mueve en línea recta.

Solución: En la curva se puede fácilmente apreciar que existen cinco tramos diferentes, para los cuales se puede establecer un valor de aceleración, así

En el tramo [0,2] segundos, la aceleración es según la ecuación 4.4:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{t_f - t_i} = \frac{40 \frac{m}{s} - 0 \frac{m}{s}}{2s - 0s} = 20 \frac{m}{s^2} \hat{i}$$

En el tramo [2,3] segundos, la aceleración es:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{t_f - t_i} = \frac{40 \frac{m}{s} - 40 \frac{m}{s}}{3s - 2s} = 0 \frac{m}{s^2} \hat{i}$$

Aquí se puede apreciar que el cuerpo no cambia su magnitud de velocidad, lo que implica que no hay aceleración y que se corrobora matemáticamente según la expresión anterior.

En el tramo [3,5] segundos, la aceleración en dirección de las x es:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{t_f - t_i} = \frac{60 \frac{m}{s} - 40 \frac{m}{s}}{5s - 3s} = 10 \frac{m}{s^2} \hat{i}$$

En el tramo inicial se puede apreciar con respecto a este, que tiene más inclinación, lo que corresponde a una mayor aceleración.

En el tramo [5,7] segundos, la aceleración es según la ecuación 4.4:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{t_f - t_i} = \frac{20 \frac{m}{s} - 60 \frac{m}{s}}{7s - 5s} = -20 \frac{m}{s^2} \hat{i}$$

Este valor negativo indica que la velocidad está reduciéndose lo que efectivamente se comprueba en la gráfica.

En el tramo [7,8] segundos, la aceleración es:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{t_f - t_i} = \frac{20 \frac{m}{s} - 20 \frac{m}{s}}{8s - 7s} = 0 \frac{m}{s^2}$$

De nuevo el vehículo se mueve sin aceleración, es decir, con velocidad constante. La figura 4.16., muestra la representación gráfica de la relación entre la velocidad y la aceleración de la partícula.

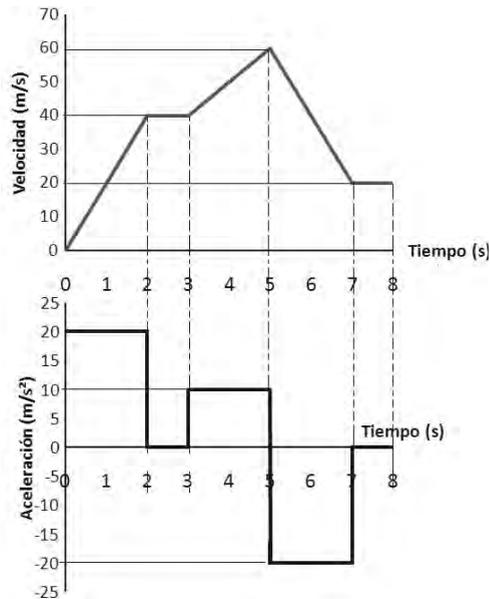


Figura 4.16. Velocidad y aceleración de una partícula que se mueve en el problema 4.3.



En esta gráfica, al igual que el problema 4.1., existen cambios instantáneos de velocidad y aunque son buenas aproximaciones, siguen siendo aplicaciones de orden académico.

La aceleración media solo considera los valores extremos de la velocidad instantánea en el intervalo, uno en el momento inicial y otro en el momento final, sin embargo es muy probable que a lo largo del trayecto, el cuerpo cambie continuamente de aceleración, y así es preciso encontrar el cambio de esta en cualquier instante; dado lo anterior se define, con la misma estructura que la velocidad instantánea, la aceleración instantánea.

Aceleración instantánea: Es la derivada del cambio de la velocidad, por unidad de tiempo.

En otros términos, la aceleración instantánea es el cambio instantáneo de la velocidad, cuando Δt tiende a cero; en términos matemáticos queda como:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Así, se llega a la expresión dada por la ecuación 4.5:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} \quad [\text{Ec. 4.5}]$$

Tanto la aceleración media como la aceleración instantánea son cantidades vectoriales.

Ejercicio 4.4. La ecuación de posición de un objeto que se mueve en línea recta en dirección de las x está dada por la ecuación (Distancia en centímetros y tiempo en segundos):

$$x(t) = 2\cos(3t + \pi)\mathbf{i} \text{ [cm]}$$

- Encuentre las ecuaciones de velocidad y aceleración para esta partícula.
- Obtenga las presentaciones gráficas de las tres ecuaciones

Solución: En la sección anterior se establece que la primera derivada de la función posición es la función velocidad, por tanto

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{x}(t)}{dt} = \frac{d}{dt}(2\cos(3t + \pi)\mathbf{i})$$

Por tanto, después de derivar se tiene:

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{x}(t)}{dt} = -6\text{sen}(3t + \pi)\text{i} [\text{cm/s}]$$

De la misma forma, la aceleración es la primera derivada de la función velocidad o también la segunda derivada de la función posición; así:

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = -18\text{cos}(3t + \pi)\text{i} [\text{cm/s}^2]$$

La figura 4.17., ilustra las representaciones gráficas de la posición, velocidad y aceleración de la partícula; de estas es posible concluir lo siguiente:

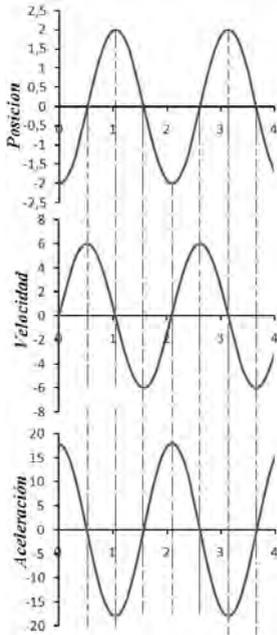


Figura 4.17. Posición, velocidad y aceleración para el cuerpo del problema 4.4.

- El movimiento es periódico, es decir se repite con características similares en la misma unidad de tiempo, tanto para la posición, como para la velocidad y aceleración
- El recorrido máximo de la partícula está entre los 2 y -2 cm; esto es el valor de la amplitud del movimiento.
- Cuando el objeto está en las posiciones extremas, su velocidad es cero
- Cuando el objeto está en las posiciones extremas, su aceleración es máxima.
- Cuando el objeto pasa por el origen (posición de equilibrio) su velocidad adquiere la máxima magnitud
- Cuando el objeto pasa por el origen (posición de equilibrio) su aceleración es cero.

El movimiento rectilíneo existen dos sub-movimientos característicos que agrupan una gran cantidad de fenómenos físicos, uno es el movimiento rectilíneo uniforme y el otro es el movimiento rectilíneo acelerado; a continuación se tratan cada uno a partir de los conceptos anteriormente vistos.

4.2. Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU)

El Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU por sus siglas), es un movimiento simple que asume las siguientes características:

- La partícula se mueve sobre una línea recta.
- La velocidad es constante, lo que implica que no existe aceleración



Siendo estas dos las características más importantes del MRU y que desde luego lo definen. Partiendo del concepto de velocidad media, es posible definir la expresión matemática que relaciona la posición de los cuerpos que se mueven uniformemente en función de la velocidad y el tiempo, para ello se tiene:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$

Asumiendo que el momento inicial es la referencia para tiempo, es decir $t_i = 0$ y que el tiempo final es el tiempo total del movimiento se llega a la expresión matemática:

$$v = \frac{x_f - x_i}{t}$$

Despejando se obtiene

$$x_f = x_i + vt \quad [\text{Ec. 4.6}]$$

Donde x representa el espacio, v el vector velocidad y t el tiempo que tarda el movimiento. Finalmente en muchas situaciones, se toma como referencia para el espacio, el lugar donde el movimiento inicia, esto es $x_i = 0$ lo que lleva a la expresión matemática más recurrente para explicar el movimiento rectilíneo uniforme.

$$x = vt$$

[Ec. 4.7]

Muchos fenómenos naturales se desarrollan con velocidad constante, tales como el movimiento de la luz o el movimiento de las ondas sonoras pero también otros fenómenos causados por el hombre tienen características que bajo ciertas simplificaciones pueden considerarse como MRU, entre ellas está un avión viajando a velocidad de crucero, una línea de producción para ensamble en las fábricas, el tren bala en trayectos rectos a velocidad de crucero, son ejemplos cuyas características cinemáticas pueden explicarse con el movimiento rectilíneo uniforme.

La figura 4.18., ilustra las características geométricas que describen el movimiento rectilíneo uniforme en diagramas $x-t$, $v-t$ y $a-t$

En muchos problemas, aplicaciones y sistemas, se usa indistintamente el término velocidad o el término rapidez, aunque son conceptualmente diferentes pues el primero se refiere a una cantidad vectorial con magnitud, dirección, sentido y punto de aplicación y el segundo a un orden de magnitud de esa cantidad vectorial, sin embargo, bajo ciertas condiciones (como en el movimiento rectilíneo), el vector velocidad es paralelo al vector desplazamiento del movimiento y durante todo el movimiento no cambia la dirección, así se asumen estas como cantidades dadas y conocidas refiriéndose al orden de magnitud como velocidad. En este libro utilizaremos indistintamente el concepto de velocidad y rapidez cuando la dirección del movimiento no cambie y se harán las claridades que se necesiten para dar precisión a otros conceptos aquí tratados.

RAYOS EN COLOMBIA

El rayo eléctrico es una de las fuerzas poderosas de la Tierra que se producen normalmente antes y durante una tormenta –aunque también pueden ocurrir aún sin presencia de lluvia–. Se atribuyen principalmente a interacciones de carácter electrostático cuando nubes cumulonimbos se cargan eléctricamente a causa del viento, la convección, atracciones eléctricas con otras nubes y demás cuerpos e inclusive emanaciones volcánicas.

Cuando ocurre un rayo, que corresponde a una descarga eléctrica de corriente, la atmósfera circundante se ioniza pasando a estado plasmático, con temperaturas muy superiores a las de la superficie de Sol, lo que ocasiona una expansión violenta del aire que se percibe como trueno.



<http://www.xweather.org>

Figura 4.19. Descarga Eléctrica

Según estudios de la Universidad Nacional, aproximadamente 1000 personas al año sufren lesiones ocasionadas por rayos y de ellas más de 100 son fatales; la probabilidad de ser alcanzado por un rayo en Colombia es una de las más altas del mundo, casi 1 por cada 50.000 siendo verídico el dicho popular... "Más fácil me cae encima un rayo a que me gane la lotería..."

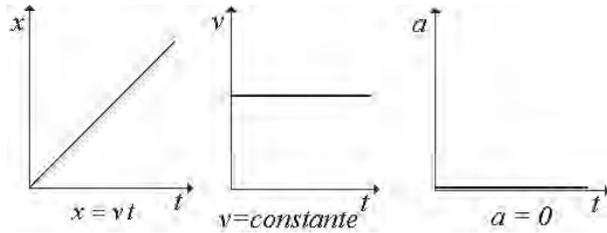


Figura 4.18. Representaciones cartesianas para el Movimiento Rectilíneo Uniforme.

Nótese que la figura 4.18., que

- El espacio que recorre el cuerpo es proporcional al tiempo y su crecimiento es constante.
- La pendiente de la línea en un plano de espacio contra tiempo, corresponde con la magnitud de la velocidad.
- La magnitud de la velocidad es constante lo que corresponde a una línea horizontal en un diagrama de v-t.
- El movimiento no tiene aceleración (característica fundamental para que la velocidad sea constante) y se representa gráficamente como un línea recta sobre el eje del tiempo, en un diagrama de aceleración contra tiempo.

Ejercicio 4.5: En una tormenta eléctrica se produce un rayo que un observador inmóvil escucha 3 segundos después de ver el relámpago. Asumiendo que la luz viaja instantáneamente, determine el espacio entre el punto de impacto del rayo y el observador.

Solución: Una buena aproximación es considerar que la luz se ve instantáneamente, (la rapidez de la luz es casi $3 \times 10^8 \frac{m}{s}$ muy superior a la rapidez del sonido en el aire que es aproximadamente $340 \frac{m}{s}$), así la distancia recorrida por el sonido en 3 segundos es:

$$x = vt = 340 \frac{m}{s} \cdot 3s = 1020m$$



El sonido cada tres segundos viaja poco más de 1km, aunque estos valores dependen de otros factores como la densidad del aire y la temperatura del aire.

4.3. Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado

En la primera sección se analizó las implicaciones que la aceleración constante o variable tiene en el movimiento de los cuerpos, especialmente el efecto sobre la velocidad media o instantánea; en esta parte se analiza un conjunto de movimientos muy comunes en los cuales la aceleración es de magnitud y dirección constante lo que desde luego simplifica enormemente los cálculos ya que la aceleración media se convierte en la misma aceleración instantánea.

Considérese un cuerpo que se mueve sobre una línea recta, que por simplicidad se supone sobre o paralelo al eje x con el fin de obviar la necesidad de especificar direcciones; dado que la aceleración media es igual a la aceleración instantánea y que el tiempo inicial es cero ($t_i=0$) entonces es posible establecer que:

$$a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = \frac{v_f - v_i}{t} \quad [\text{Ec. 4.8}]$$

Despejando fácilmente se llega a una expresión para la velocidad final en un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

$$v_f = v_i + at \quad [\text{Ec. 4.9}]$$

Donde v_f representa la velocidad final que en el sistema internacional de medidas es expresada en $\frac{m}{s}$, v_i la velocidad inicial con la misma unidad, a es la aceleración en $\frac{m}{s^2}$ y t es el tiempo que tarda en desarrollarse el movimiento, expresado en segundos y considerando que el tiempo inicial es cero, que es el momento que se toma como referencia para estos movimientos.

Por otra parte esta aceleración puede tener magnitudes positivas o negativas, lo que corresponde a movimientos acelerados (en los que aumenta la magnitud de la velocidad) o movimiento desacelerados (en los que la magnitud de la velocidad se reduce) lo que en términos

geométricos es una pendiente negativa en una gráfica de velocidad contra tiempo.

La gráfica de velocidad en función del tiempo para la expresión anterior corresponde a:

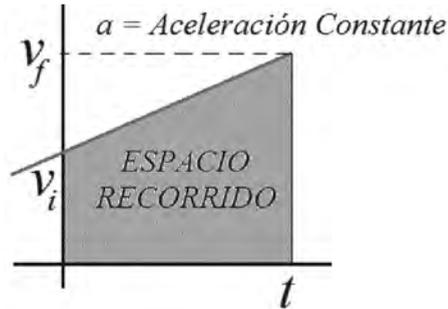


Figura 4.20. Curva de velocidad contra tiempo para un movimiento uniformemente acelerado.

Dado esto es posible definir una velocidad media:

$$\bar{v} = \frac{v_f + v_i}{2} \quad [\text{Ec. 4.10}]$$

Lo cual es cierto solo si la aceleración es de magnitud constante, así el desplazamiento realizado por el objeto en función del tiempo puede obtenerse por su equivalente a otro cuerpo que se mueve ese mismo espacio, en ese mismo tiempo pero a velocidad constante \bar{v} .

$$x_f - x_i = \bar{v}t = \frac{1}{2}(v_f + v_i)t$$

Y con la ecuación de velocidad anteriormente demostrada se puede llegar a:

$$x_f - x_i = \bar{v}t = \frac{1}{2}(v_i + at + v_i)t$$

Simplificando la anterior expresión se llega a la ecuación:



$$x_f - x_i = v_i t + \frac{1}{2} a t^2$$

De la misma manera como el tiempo inicial es cero, para muchas aplicaciones es costumbre tomar como referencia la posición inicial igual a cero ($x_i = 0$) quedando la posición final como el espacio recorrido en función del tiempo $x(t)$.

$$x = v_i t + \frac{1}{2} a t^2 \quad [\text{Ec. 4.11}]$$

Finalmente es posible determinar una expresión para la velocidad donde no está involucrada la variable tiempo, tomando a:

$$x = \frac{1}{2} (v_f + v_i) t = \frac{1}{2} (v_f + v_i) \left(\frac{v_f - v_i}{a} \right)$$

Y reduciendo se llega a:

$$x = \frac{1}{2} \left(\frac{v_f^2 - v_i^2}{a} \right)$$

Finalmente con un simple despeje se obtiene:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2ax \quad [\text{Ec. 4.12}]$$

Donde a representa la aceleración constante del movimiento, v_f y v_i las velocidades final e inicial respectivamente y x el espacio recorrido por el móvil. La figura 4.21., ilustra las representaciones gráficas para la posición, velocidad y aceleración de un cuerpo que se mueve sobre una línea recta con aceleración constante.

$$v_f = v_i + a \cdot t$$

$$\Delta x = v_i \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a \cdot \Delta x$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} \left(\frac{v_f^2 - v_i^2}{a} \right)$$

Cuando el espacio inicial es cero ($x_i = 0$) se puede cambiar a $\Delta x = x$

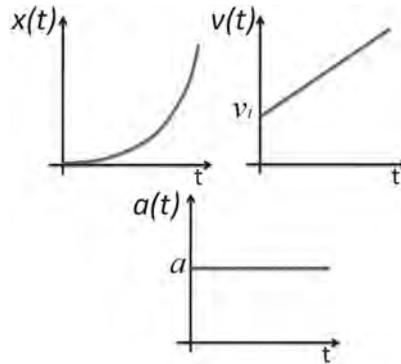


Figura 4.21. Representación gráfica de la posición, velocidad y aceleración de los cuerpos que tienen movimiento rectilíneo uniforme acelerado.

Como se puede apreciar en la figura anterior, la gráfica de espacio contra tiempo corresponde a una función parabólica, que en este caso se representa con aceleración positiva, pero también es posible que sea una parábola que abre hacia abajo –concavidad negativa– cuando tiene aceleración negativa; la gráfica de velocidad contra tiempo corresponde a una función lineal que para la situación se representa con pendiente también positiva, finalmente la aceleración es una función lineal paralela al eje x de valor diferente a cero.

Ejemplo 4.6. A un carro de fórmula 1, se le quiere hacer una prueba de aceleración sobre el tramo recto de una pista. Esta tiene una longitud lineal de 250 m entre dos puntos de control los cuales debe cruzar y que marcaron una velocidad para el vehículo de 72km/h y 360km/s. Dadas estas condiciones determine:

- La aceleración media del vehículo.
- El tiempo que tarda el vehículo en recorrer los 250 m.
- La velocidad media que tendría que tener un segundo auto de carreras para recorrer esa misma distancia pero a rapidez constante.

Solución: Empleando las ecuaciones anteriormente demostradas se tiene:

$$x = \frac{1}{2} \left(\frac{v_f^2 - v_i^2}{a} \right) \rightarrow a = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2x}$$

Pasando primero las velocidades expresadas en km/h a m/s

$$72\text{km/h} \rightarrow 20\text{ m/s}$$

$$360\text{ km/h} \rightarrow 100\text{ m/s}$$

Entonces:

$$a = \frac{100^2 - 20^2}{500} = 19.2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Esta es una aceleración media, es decir, un valor de aceleración equivalente a la de un vehículo que se mueve entre los dos puntos con la misma velocidad en los puntos extremos, tardando el mismo tiempo pero a aceleración constante.

b. Para el tiempo que tarda en recorrer los 250 m, se tiene

$$v_f = v_i + a \cdot t$$

Reemplazando:

$$100 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 19.2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t$$

Despejando se obtiene:

$$t = \frac{80 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{19.2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \approx 4,17\text{s}$$

c. Finalmente se tienen los valores de tiempo y espacio; la velocidad media de un segundo vehículo que haga este mismo recorrido en el mismo tiempo debe ser:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{250\text{m}}{4,17\text{s}} = 60 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Nótese que este valor es intermedio entre la velocidad mínima y la velocidad máxima del primer auto de carreras, lo que se puede constatar por el teorema del valor medio proporcionado por el cálculo diferencial.

Ejemplo 4.7. Un avión de combate que aterriza sobre un porta-aviones, debe aproximarse con velocidad mínima de 216km/h y detenerse sobre una cubierta de apenas 40m. Bajo estas condiciones, determine la aceleración media que ejercen los cables para detener completamente el avión y el tiempo que tarda en hacerlo.



<http://www.esmas.com>

Figura 4.22. Avión de combate aterrizando en la cubierta de un portaviones.



Solución: Primero es necesario pasar la rapidez del avión a metros por cada segundo.

$$216 \frac{km}{h} \times \frac{1000m}{1km} \times \frac{1h}{3600s} = 60 \frac{m}{s}$$

Esta es la velocidad inicial del avión cuando toca cubierta; como debe detenerse por completo, la velocidad final vale cero. Por otro lado el espacio que tiene disponible es 40m, así:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2ax$$

Reemplazando los valores se llega a:

$$(0)^2 = \left(60 \frac{m}{s}\right)^2 + 2a(40m)$$

Despejando.

$$a = -\frac{3600 \frac{m^2}{s^2}}{80m} = 45 \frac{m}{s^2}$$

Este valor corresponde a más de cuatro gravedades. Para el tiempo de frenado se tiene:

$$v_f = v_i + at$$

Dado el valor de aceleración, encontrado en el numeral anterior, al reemplazar se tiene:

$$0 = 60 \frac{m}{s} - 45s \cdot t$$

Despejando

$$t = \frac{60m}{45 \frac{m}{s}} \approx 1,3s$$

Cuando el avión toca cubierta, debe acelerar al máximo, pues si ninguno de los cuatro ganchos que buscan sujetarlo, lo atrapa, a la velocidad de 216 km/h y con poco más de 40 m de pista, el piloto no tendría ni tiempo ni espacio suficiente para reaccionar y volver a elevarse, así que tienen que aterrizar sobre el portaaviones pensando que tienen que despegar....., una interesante paradoja del vuelo de aviones de combate.

Preguntas y Ejercicios de Movimiento Rectilíneo

Preguntas

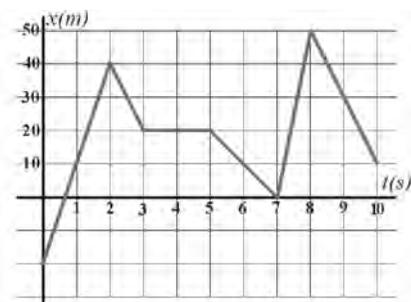
1. ¿Qué relaciones puede usted establecer entre la posición, la velocidad y la aceleración de un cuerpo que se mueve en línea recta?
2. ¿El velocímetro de un carro mide velocidad y aceleración?
3. ¿Es posible tener desplazamiento cero y velocidad media distinta de cero? Proporcione un ejemplo donde ilustre la situación.
4. Si la aceleración es constante, ¿la velocidad media puede ser igual al promedio de la velocidad inicial y final?
5. Si la aceleración no es constante, ¿la velocidad media puede ser igual al promedio de la velocidad inicial y final?
6. Cuáles son los elementos comunes y los elementos diferenciadores entre la velocidad media y la velocidad instantánea.
7. Cuáles son los elementos comunes y los elementos diferenciadores entre la aceleración media y la aceleración instantánea
8. Explique la imposibilidad de los cambios instantáneos de posición, velocidad y aceleración y bajo qué condiciones puede aceptarse esta aproximación conceptual.
9. Construya un cuadro comparativo y/o diferencial entre la velocidad y la rapidez, la aceleración media y la aceleración instantánea.
10. Defina, explique y ejemplifique los conceptos de trayectoria y desplazamiento.
11. ¿Bajo qué condiciones es posible asemejar la velocidad media y la velocidad instantánea?
12. Sustente conceptualmente la posibilidad de que la velocidad y/o la aceleración sean valores negativos. Proponga una situación específica.
13. Cuando un avión vuela a rapidez constante de 600 km/h sin variar la altura de vuelo, los pasajeros no perciben esta velocidad. De una explicación sustentada de esto.
14. Es posible que un vehículo que se mueve sobre el eje x positivo, tenga aceleración en dirección del eje x negativo. Explique su respuesta.

Ejercicios

1. La luz viaja a una rapidez constante en el vacío de $3 \times 10^8 \frac{m}{s}$; si tarda en viajar del Sol a la Tierra aproximadamente 8min con 20s, determine la distancia aproximada entre la Tierra y el Sol.
2. Una partícula que se mueve sobre una línea recta parte del reposo con una aceleración constante de 2 m/s^2 durante 8 segundos, posteriormente continua con la velocidad adquirida de forma constante 10 segundos más y finalmente, desacelera a razón de 3m/s^2 hasta que se detiene completamente. Para esta situación determine analíticamente.
 - A. El espacio recorrido por la partícula.
 - B. El tiempo gastado en todo el recorrido.
 - C. Represente el movimiento en gráficas de posición, velocidad y aceleración en función del tiempo.
 - D. ¿Cuál debe ser la velocidad de una partícula?, que haga el mismo recorrido en el mismo tiempo pero a rapidez constante.
3. Un vehículo se mueve sobre una línea recta, y su ecuación de posición está dada por la expresión $x(t) = 2t + 6t^2$ (unidades en el sistema internacional de medidas); dado esto encuentre:
 - A. La ecuación de velocidad y la velocidad para $t=2\text{s}$.
 - B. La ecuación de aceleración y la aceleración para $t=2\text{s}$.
 - C. La velocidad media para el intervalo de tiempo $[0,3]\text{s}$.
4. La posición de un resorte que vibra con amortiguamiento, está dada por la expresión

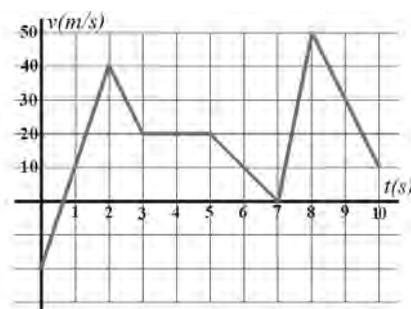
$$y(t) = e^{-t} \text{sen}(0.5t - 1)$$

- A. Obtenga la ecuación de velocidad en función del tiempo.
 - B. Obtenga las representaciones gráficas tanto de la posición como de la velocidad en función del tiempo.
5. Una motocicleta se mueve a lo largo de una autopista muy larga. Lleva una rapidez constante de 144 km/h cuando pasa frente a una patrulla de la policía que, cinco segundos después inicia su persecución a aceleración constante de $4 \frac{m}{s^2}$; encuentre:
 - A. El espacio que tarda la patrulla en alcanzar a la motocicleta.
 - B. El tiempo empleado por la patrulla para alcanzar la motocicleta.
 - C. La velocidad que tiene la patrulla cuando alcanza a la motocicleta.
 6. La trayectoria de un cuerpo está dado por la siguiente representación gráfica.



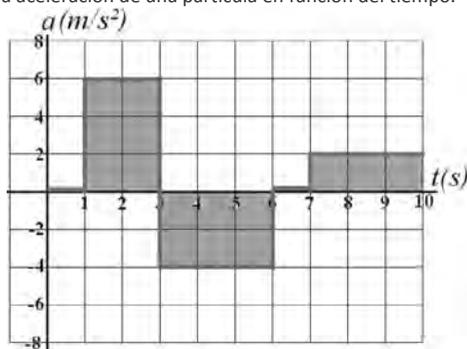
- A. Determine la gráfica de velocidad contra tiempo.
- B. Determine la gráfica de aceleración contra tiempo.

7. La figura muestra la velocidad de un cuerpo en función del tiempo.



- A. Obtenga la gráfica de aceleración contra tiempo para este movimiento.
- B. Obtenga la gráfica de posición contra tiempo para este movimiento.

8. La figura muestra la aceleración de una partícula en función del tiempo.





- A. Obtenga la curva de velocidad en función del tiempo.
B. Obtenga la curva de aceleración en función del tiempo.
9. En 1865 Julio Verne en su libro, “De la Tierra a la Luna”, propone lanzar un hombre en una cápsula a lo largo de un trayecto de 220m, hasta alcanzar una velocidad de 11 km/s. Si un hombre promedio puede soportar en promedio 6g (seis gravedades siendo cada valor de gravedad $9,8\text{m/s}^2$), determine el valor de gravedades de este lanzamiento. Los pilotos mejores entrenados pueden soportar hasta 11 gravedades.
10. Una partícula viaja en línea recta desacelerando uniformemente desde una velocidad de 100 km/h hasta 20km/h en un trayecto de 48m. Dadas estas condiciones determine la aceleración media y el tiempo del recorrido.
11. Un auto “DRAG” normal de unos 900 Caballos, puede acelerar desde el reposo y recorrer $\frac{1}{4}$ de milla (400m aproximadamente) en 8s; asumiendo que la aceleración es constate, determine:
A, Su velocidad al final de la pista expresada en km/h.
B. La aceleración media del vehículo en valores g.
12. El Boeing 747 es un avión comercial utilizado en vuelos trasatlánticos que tiene una velocidad normal de crucero de 900 km/h; si entre Bogotá y New York hay aproximadamente 4014 metros lineales determine el tiempo promedio que tarda este avión en recorrerla.
13. El mismo avión del problema anterior, completamente cargado necesita una pista de despegue de mínimo 2,4 km de longitud. Sabiendo que este avión para poder alzar vuelo debe alcanzar una velocidad mínima de 288 km/h determine:
A. La aceleración media de despegue.
B. El tiempo de despegue.
14. Sobre una misma línea férrea recta se sitúan dos trenes con velocidades de 60 y 80 km/h respectivamente, separados 2km y dirigiéndose uno contra el otro a velocidad constante. Una supermosca se encuentra en uno de los trenes y vuela directamente hasta el otro a 120 km/h hasta tocarlo para regresar de nuevo al primer tren continuando con este comportamiento hasta un instante antes de la colisión. Bajo estas consideraciones, determine el espacio recorrido por la supermosca.

4.4. Laboratorio de Movimiento Rectilíneo Uniforme

A continuación se proponen una serie de prácticas de laboratorio tanto virtuales como remotas que buscan la reconstrucción de saberes relacionados con la comprensión del conocimiento científico en física, la solución de problemas contextualizados y el método científico como herramienta para la investigación.

Recuerde programar su agenda para no congestionar la plataforma y teniendo en cuenta el cronograma de actividades del plan de asignatura, hacer las reservas de los equipos para las prácticas remotas con suficiente tiempo.

Fase Preparatoria

Lea con cuidado el siguiente contenido, en él recordará algunos conceptos y categorías importantes tratadas en el libro y en clase

Recordemos

Muchos fenómenos en física se refieren al movimiento de objetos o cuerpos en el espacio y comprender las causas de estos movimientos y las condiciones bajo las cuales operan es elemento de gran importancia para predecir el comportamiento de los mismos cuando se cambian algunas de las condiciones iniciales.



¿Y TU QUE PIENSAS?

¿Por qué crees que es importante predecir el comportamiento de un cuerpo en movimiento? ¿Podrías citar algunos ejemplos concretos?

El movimiento rectilíneo agrupa a todos aquellos movimientos cuya trayectoria es una línea recta, como por ejemplo la caída libre de un cuerpo o la trayectoria corta de una bala disparada por un arma de fuego, ambos ejemplos considerados en cortas distancias para poder así asumir una trayectoria rectilínea.



¿Y TU QUE PIENSAS?

En el texto se hablan de movimientos considerados en cortas distancias. ¿Qué puedes intuir si estas distancias son grandes? ¿Qué situaciones podrían darse para que el movimiento no fuera rectilíneo? es decir, ¿qué evento físico afecta la trayectoria del cuerpo que intenta moverse en línea recta?

Ahora, existen tres elementos fundamentales con los cuales se describe el comportamiento de un cuerpo que se mueve en una línea recta que son posición, velocidad y aceleración, estas tres características a su vez se asocian con tiempo. La **posición** de un cuerpo es el lugar geométrico en el espacio donde se encuentra o se ubica el cuerpo en un instante determinado, es importante recordar que un mismo cuerpo no puede ocupar dos espacios diferentes al mismo tiempo o su teorema equivalente, que dos cuerpos diferentes no pueden ocupar el mismo espacio al mismo tiempo.



<http://www.fuscanet.com>
Figura 1. Tacómetro de revoluciones

El otro concepto asociado con el movimiento de los cuerpos es la **velocidad**, que es una cantidad vectorial, es decir tiene magnitud, dirección, sentido y punto de aplicación; existen varias formas de definir la velocidad de un cuerpo, una de ellas es la **velocidad media** que es el vector cambio de posición por unidad de tiempo. En términos algebraicos la velocidad es:

$$\vec{v} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$$

Sin embargo es costumbre solo de hablar de la magnitud (el orden de magnitud que es el número) de esa velocidad, y que se denomina **rapidez** y de forma un poco ligera tal vez algunos autores usan indistintamente la palabra velocidad y la palabra rapidez para referirse a lo mismo.



¿Y TU QUE PIENSAS?

Los vehículos como los autos y las motocicletas tienen tacómetros en sus tableros que indican entre muchas cosas, la velocidad a la que se mueven. ¿Realmente el dato que entrega este instrumento es la velocidad?. Explique y sustente su respuesta.

Cuando por ejemplo un vehículo viaja de una ciudad a otra, su velocidad no es constante, en algunos trayectos la velocidad es una, mientras que en otros la velocidad cambia y en ciertos instantes de tiempo el vehículo podría estar detenido, razón por la cual puede resultar más útil hablar de **velocidad instantánea** que es la velocidad específica para un momento determinado e independiente de la velocidad en otros instantes de tiempo. En términos matemáticos la velocidad instantánea puede escribirse como:

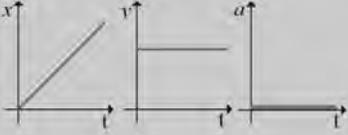
$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{d\vec{x}}{dt}$$

De igual forma la magnitud de esa velocidad instantánea es la **rapidez instantánea**.



¿Y TU QUE PIENSAS?

¿Bajo qué circunstancias la velocidad media de un vehículo puede ser igual a la velocidad instantánea?, ¿La velocidad media puede ser cero mientras que la velocidad instantánea es diferente de cero?, ¿la velocidad media puede ser distinta de cero mientras que la velocidad instantánea pueda ser cero? Propón algunos ejemplos que ilustren tus respuestas.

	Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU)
Característica	Velocidad constante Aceleración cero
Ecuaciones	$x = vt$
Gráficas	 <p><i>Figura 2. Características del Movimiento.</i></p>

Las prácticas de laboratorio que va a realizar, le permitirán adquirir nuevas habilidades de pensamiento, reconstruyendo saberes, para formular modelos explicativos mejor estructurados en torno a movimientos en una dimensión.

Actividades

Elabore un pequeño informe sobre los siguientes conceptos matemáticos y físicos, compartiendo sus desarrollos en un foro o una Wiki. Puede trabajar con sus compañeros de curso o si lo prefiere, previa autorización del docente, formar un equipo de trabajo con compañeros de otras universidades.

Los conceptos y categorías a desarrollar son:

1. Velocidad media, velocidad instantánea y rapidez –ecuaciones, demostraciones, consideraciones especiales.
2. Las características geométricas de las funciones de posición y velocidad para un cuerpo que se mueve en línea recta con rapidez uniforme.
3. El carril de aire como herramienta para el estudio de fenómenos en el laboratorio.
4. Rozamiento dinámico y rozamiento estático –principios.

Fase Experimental

A continuación usted va a realizar un conjunto de prácticas virtuales y remotas con el fin de poner en acción la construcción conceptual y categorial de sus saberes. Esto también le permitirá afianzar lo comprendido, incrementando su capacidad para dar respuesta a situaciones cada vez más complejas dentro del pensamiento científico en física.

Objetivos

Con el presente conjunto de prácticas de laboratorio, se busca que el alumno adquiera los siguientes desempeños de competencia:

- ☑ Establece críticamente las condiciones necesarias para considerar que el movimiento de un cuerpo se puede modelar como Movimiento Rectilíneo Uniforme.
- ☑ Describe de forma gráfica y analítica el comportamiento de objetos que se mueven en línea recta con velocidad constante.
- ☑ Predice la situación futura en la que se puede encontrar los cuerpos que se mueven en línea recta con velocidad constante.

Práctica de Laboratorio Virtual

Ingrese a la página oficial de PHYSILAB, physilab.ucp.edu.co y en la barra de estado, ingrese a la sección de “**Simulaciones**” para desarrollar la práctica virtual de movimiento rectilíneo

Movimiento Rectilíneo Uniforme.



Figura 3. Pantalla para el ingreso a las simulaciones.

Una vez se cargue el plugging, debe ver una pantalla similar a la que se muestra a continuación

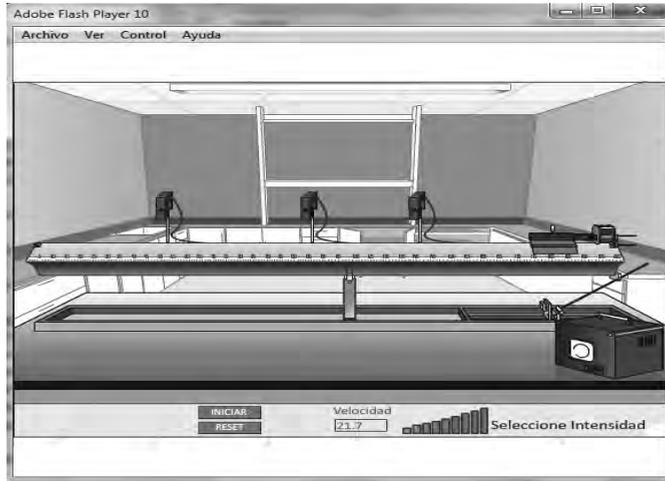


Figura 4. Applet del Movimiento Rectilíneo Uniforme.

Aquí se aprecia un equipo de laboratorio denominado Carril de Aire, esta simulación es una réplica de un equipo real, al cual usted puede tener acceso a través del laboratorio remoto; con de este dispositivo es posible realizar prácticas de velocidad y aceleración constante.

Se compone de un generador de aire (cuya función es proporcionar al interior del carril, un flujo de aire que hace que carro que está encima, se eleve uno cuantos milímetros y así se obtiene una superficie con rozamiento casi nulo), un carril de aire por el cual se desplazará el carro, un sistema de disparo que permite generar una velocidad inicial al movimiento y tres sensores –fotocompuertas– que permiten medir el instante de tiempo en el cual el carro cruza por ellos, teniendo como tiempo inicial, el lanzamiento del vehículo. Estos sensores se pueden mover a lo largo de todo el carril, permitiendo realizar medidas en diferentes distancias.

En la parte inferior se encuentra un selector de nivel de barras que simula la intensidad del lanzamiento, es decir la fuerza con la cual el solenoide impulsa el carro, un botón de inicio para liberar el carro e iniciar la prueba y un botón de “RESET” que repite la experiencia y reconfigura el dispositivo.

Práctica Virtual A. MRU. Con los sensores ubicados específicamente.

A.1. Ubique el selector de intensidad en cualquier nivel y los sensores en las posiciones que muestra la tabla.

Tabla 1.

Número del Sensor	Posición en el carril de aire	Valor Indicado de tiempo por el sensor
Sensor 1	160 cm	
Sensor 2	100 cm	
Sensor 3	40 cm	

Para cada uno, una vez inicia la práctica consigne el valor de tiempo proporcionado por el instrumento.

- A.2. Con las distancias entre cada sensor, y el tiempo encontrado en el numeral anterior, determine para los dos tramos la velocidad media

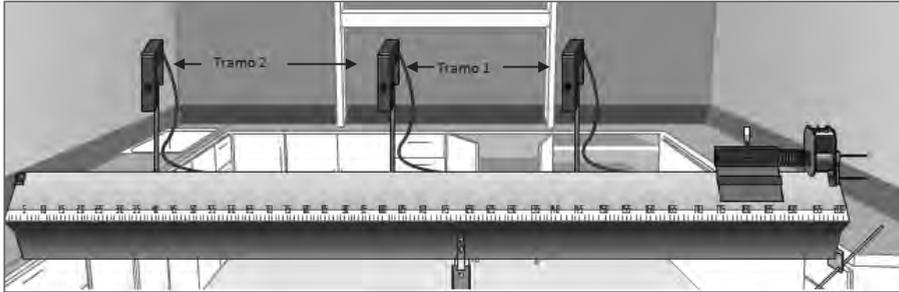


Figura 5. Applet para el práctica A., del Movimiento Rectilíneo Uniforme.

$$v_{tramo1} = \frac{cm}{s}$$

$$v_{tramo2} = \frac{cm}{s}$$

- A.3. Ubique los sensores en tres posiciones diferentes a las mostradas en A.1., y complete la tabla 2.

Tabla 2.

Número del Sensor	Posición en el carril	Valor Indicado de tiempo por el sensor
Sensor 1		
Sensor 2		
Sensor 3		

- A.4. Con las distancias entre cada sensor, y el tiempo encontrado en el numeral anterior, determine para los dos tramos la velocidad media

$$v_{tramo1} = \frac{cm}{s}$$

$$v_{tramo2} = \frac{cm}{s}$$

- A.5. Compare estos valores de velocidad obtenidos por usted, con la velocidad proporcionada por el applet –asuma que este valor es el valor exacto– y determine el error porcentual de su medida indicando las posibles causas del error.



Figura 6. Nivel de intensidad para el disparo en el movimiento rectilíneo uniforme.

- A.6. Analizando la información obtenida saque sus propias conclusiones
- A.7. Repita todos los pasos anteriores pero cambie el nivel de la barra de intensidad para aumentar o disminuir la fuerza del disparo sobre el carro.

Práctica Virtual B. MRU. Construcción de las Características.

Recuerde que: Para esta práctica, asuma que el carro inicialmente se encuentra en la posición 183cm

- B.1. Ubique dos de los sensores en la parte izquierda, no se van a utilizar durante esta práctica; adicionalmente cambie el nivel de intensidad del disparo a cualquier valor.
- B.2. Sin modificar el nivel de la intensidad del disparo, ubique el sensor en las posiciones mostradas en la tabla y consigne los tiempos proporcionados por el instrumento.

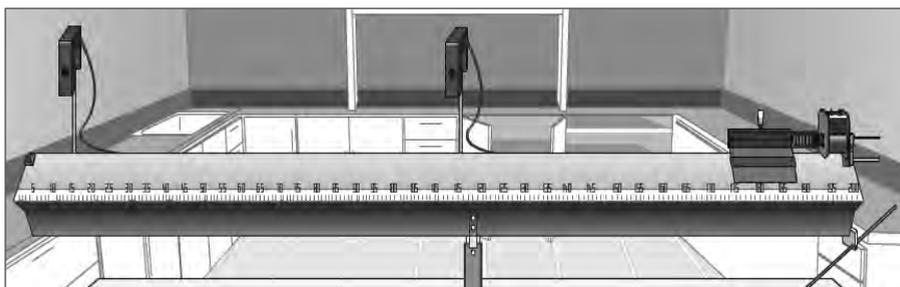


Figura 7. Pantalla para la práctica virtual B., del movimiento rectilíneo uniforme.

Tabla 3.

Posición del Sensor	Tiempo (proporcionado por el sensor)
170 cm	
160 cm	
150 cm	
140 cm	
130 cm	
120 cm	
110 cm	
100 cm	
90 cm	
80 cm	
70 cm	
60 cm	
50 cm	
40 cm	
30 cm	

B.3. Construya una gráfica de posición contra tiempo recordando que la referencia es $x=183$ cm.

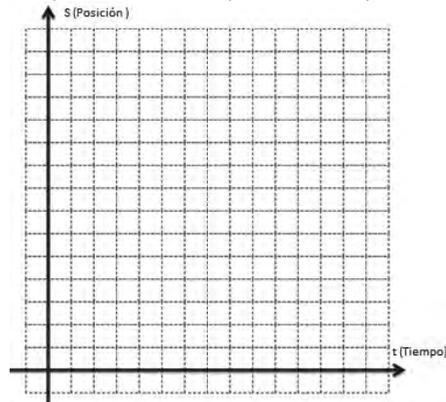


Figura 8. Gráfica de posición en función del tiempo.

B.4. Aplicando cualquier método de regresión lineal, encuentre la ecuación de espacio en función del tiempo agregando los valores a la plantilla mostrada.

$$x(t) = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} t$$

Donde el primer y segundo espacio corresponde al término independiente y a la pendiente de la ecuación obtenida por regresión. Finalmente compárela con la forma general con la ecuación para la posición en el Movimiento Rectilíneo Uniforme.

$$x = x_0 + v \cdot t$$

B.5. Obtenga una gráfica de velocidad contra tiempo para el problema anterior.

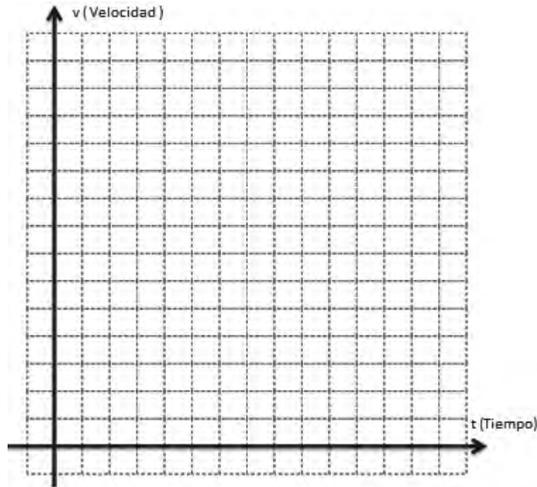


Figura 9. Gráfica de velocidad contra tiempo.

- B.6. Compare la velocidad obtenida por este método –incluya el coeficiente de correlación de la regresión– con la velocidad proporcionada por el applet. Así mismo determine el error porcentual y explique las posibles causas para la existencia de este error.
- B.7. Saque sus propias conclusiones
- B.8. Repita todos los pasos de la práctica B para un nuevo valor de intensidad de disparo; use simultáneamente los tres sensores para ahorrar tiempo.

Práctica Virtual C. MRU. Comparación de Gráficas.

Ingrese a la página oficial de PHYSILAB, physilab.ucp.edu.co y en la barra de estado, ingrese a la sección “Simulaciones” para desarrollar la práctica virtual de movimiento rectilíneo, donde verá una pantalla similar a la mostrada en la siguiente figura:

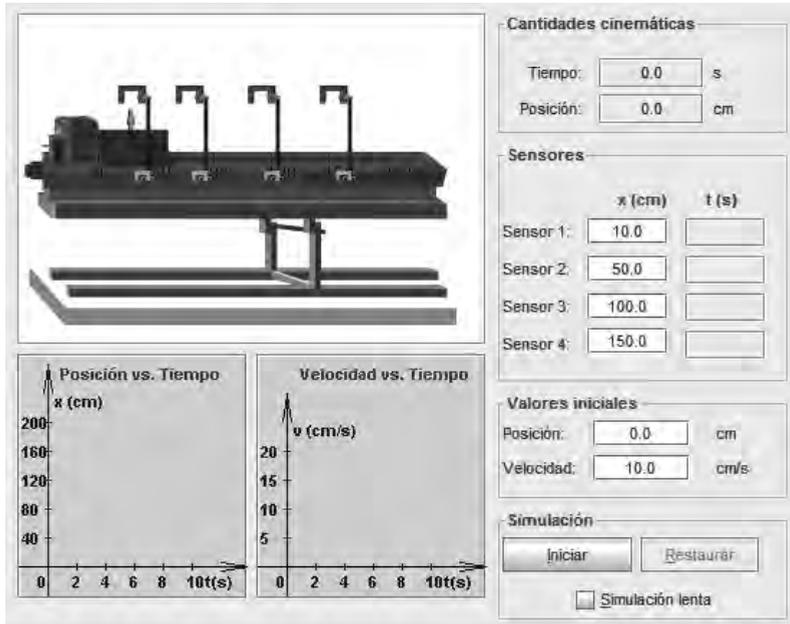


Figura 10. Pantalla para la práctica virtual C.

Acá encuentra en la parte superior izquierda la imagen del carril de aire que corresponde aproximadamente con el equipo real de laboratorio, igualmente sobre él se tienen cuatro fotocpuertas que son los dispositivos para medir el tiempo.

Las variables de control son la posición inicial que puede variar entre 0 cm y 180 cm, y la velocidad inicial que puede variar entre 0 y 20 cm/s. En la parte de los sensores se puede cambiar la posición de los cuatro sensores entre 0 y 180 cm y finalmente el applet tiene en la parte inferior izquierda dos graficadores, uno para la velocidad y otro para la posición.

C.2. Defina velocidad inicial a un valor menor a 20 cm/s y posición inicial igual a cero y parta de la ecuación del movimiento

$$x = vt$$

Para analizar las características del movimiento rectilíneo uniforme a la velocidad por usted escogida; dibuje las representaciones gráficas de la posición y velocidad contra tiempo y compárelas con las proporcionadas por el applet. Saque sus propias conclusiones.

C.3. Ubique las fotocpuertas en la posición mostrada en la tabla y usando la ecuación, determine si los tiempos proporcionados por el applet para los sensores, corresponden con los valores teóricos encontrados, para ello apóyese en la construcción de la siguiente tabla

Tabla 4.

Sensor	Posición	Tiempo Applet	Tiempo Teórico
Sensor 1	10 cm		
Sensor 2	50 cm		
Sensor 3	100 cm		
Sensor 4	150 cm		

- C.4. Asuma en una segunda instancia que la posición inicial vale cero y la velocidad inicial vale 5 cm/s Usando las ecuaciones del movimiento, obtenga la representación gráfica de la posición y velocidad contra tiempo. ¿Se corresponden sus gráficas con las del applet?
- C.5. Para el punto anterior, corrobore el resultado arrojado por los sensores, en las posiciones que usted considere convenientes y diferentes a las establecidas en el punto C.3. Complete la tabla

Tabla 5.

Sensor	Posición	Tiempo Applet	Tiempo Teórico
Sensor 1			
Sensor 2			
Sensor 3			
Sensor 4			

- C.6. Saque sus propias conclusiones.

Práctica de Laboratorio Remoto

Usted va a encontrar en la Universidad Católica de Pereira un montaje igual al mostrado anteriormente en las simulaciones, que consiste en un carril de aire, unos sensores y unos actuadores con los cuales usted puede interactuar de manera **REAL**, pero a distancia con el dispositivo. Recuerde que para utilizarlos, debe realizar previamente la reserva de equipos. Este proceso lo puede adelantar a través de la etiqueta "**Reservas**" en el menú principal como lo muestra la figura.



Figura 11. Pantalla de la página WEB para las reservas.

Para iniciar entre al sistema y teclee su nombre de usuario y contraseña. (Para identificar cómo hacer reservas remítase al Libro Physilab Manuales Prácticos de Operación).



Figura 12. Pantalla de la página WEB para el ingreso a la plataforma de los laboratorios remotos.

Una vez realizado el proceso “Login”, de clic en la etiqueta **Laboratorios** y finalmente a los laboratorios de la **UCP**, si usted tiene una reserva previa, el sistema le permitirá acceder al entorno de control del Laboratorio, en el cual podrá a través de una cámara, visualizar y controlar un carril de aire como lo muestra La figura.



Figura 13. Controlador del carril de aire.

El carril de aire consiste en un riel de aluminio hueco de sección rectangular, que presenta una serie de pequeñas perforaciones sobre su superficie de tal forma que al hacer circular aire, este sale por los orificios, generando un colchón de aire que eleva el carro evitando así el rozamiento de las dos piezas del sistema –el carro y el carril–. Ver figura 14.



Figura 14. Imagen del carril de aire en la parte de disparador.

El disparador impulsa el carro con diferentes velocidades sobre el carril de aire y finalmente los sensores (Fotocompuertas) estiman el tiempo que tarda el carro en llegar al punto donde se encuentran. Usted puede controlar el flujo de aire, la velocidad inicial del carro y la posición de los sensores, esto con el fin de realizar la experiencia en diferentes escenarios y corroborar los principios físicos que explican y predicen el comportamiento de los objetos que se mueven en línea recta.

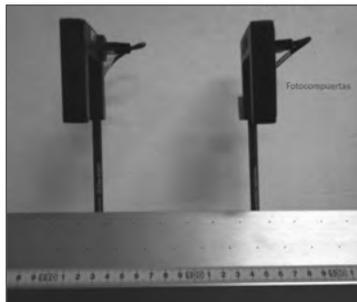


Figura 15. Fotocompuertas que miden el tiempo entre dos eventos.

Los dos o tres sensores de tiempo –fotocompuertas– se pueden mover libremente dentro de un rango definido y que se especifica en la siguiente tabla.

Tabla 6.

Sensor	Posición Mínima	Posición Máxima
S01	0 cm	60 cm
S02	61 cm	120 cm
S03	121 cm	180 cm

Esta información debe tenerse en cuenta en las prácticas que desarrolle con este carril de aire.



Test de Diagnóstico del Sistema.

Antes de desarrollar una experiencia realice este test de diagnostico con el fin de comprobar que el sistema funciona correctamente y que se tiene control sobre los diferentes elementos y dispositivos con que cuenta el laboratorio.

Protocolo 1. Cámara. Revise que tenga una buena calidad de video, mueva la cámara y obtenga la visual de todo el carril de aire.

Protocolo 2. Flujo de Aire: Cerciórese que existe flujo de aire sobre el carril a través de los testigos ubicados en los extremos.

Protocolo 3. Disparador. Accione el disparador para todas las opciones con que cuenta, note que el carro se mueve con mayor o menor velocidad según corresponde con el actuador.

Protocolo 4. Sensores. Cambie la posición de los sensores de tiempo, corrobore que el valor solicitado corresponde con la posición real donde se ubique finalmente el sensor, sírvase de la cámara WEB en el carril para hacer esto.

Protocolo 5. Realice varios disparos con el carro en la posición inicial, con flujo en el riel y con los sensores en diversas posiciones, asegúrese que el sistema le entregue mediciones de tiempo.

Si uno de estos protocolos no se cumple, usted no puede realizar la práctica de laboratorio y debe comunicarse con el administrador del sistema a través del correo que se encuentra en la plataforma en la etiqueta “**Contacto**”. Después de corroborar que el sistema funciona como se espera, usted ya puede desarrollar la serie de pruebas para comprobar los principios físicos del movimiento rectilíneo de los cuerpos.

Practica Remota 1. Movimiento Rectilíneo Uniforme.

- 1.1 Ubique el primer sensor de tiempo a 30 cm y manténgalo fijo en esa posición. (Use la cámara para verificar la posición de los sensores).
- 1.2. Fije los demás sensores en otras posiciones tomando nota del sitio y consignándolo en la parte superior de la tabla.
- 1.3. Para la primera posición del actuador, lance 12 veces el carro y capture las medidas de tiempo, consignándolas en la tabla.

Tabla 7.

	$x=0,3m$	$x=$	$x=$	$x=$
1	$t=$	$t=$	$t=$	$t=$
2	$t=$	$t=$	$t=$	$t=$
3	$t=$	$t=$	$t=$	$t=$

4	$t=$	$t=$	$t=$	$t=$
5	$t=$	$t=$	$t=$	$t=$
6	$t=$	$t=$	$t=$	$t=$
7	$t=$	$t=$	$t=$	$t=$
8	$t=$	$t=$	$t=$	$t=$
9	$t=$	$t=$	$t=$	$t=$
10	$t=$	$t=$	$t=$	$t=$
11	$t=$	$t=$	$t=$	$t=$
12	$t=$	$t=$	$t=$	$t=$

Para cada sensor, estime el mejor valor que lo representa con su respectivo error.

Mejor valor	$t=$	$t=$	$t=$	$t=$
--------------------	------	------	------	------

- 1.4. Obtenga la gráfica de posición contra tiempo para las cuatro posiciones, use la cuadrícula anexa especificando para cada eje la escala utilizada.

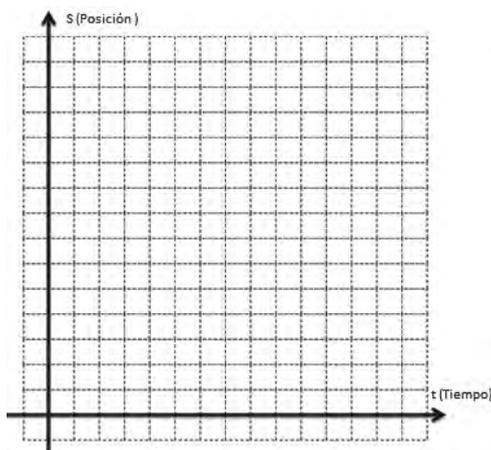


Figura 16. Gráfica de posición en función del tiempo.

- 1.5. Determine la pendiente de la gráfica anterior.
- 1.6. Por medio de una regresión estime la función que mejor representa los valores mostrados en la gráfica, de igual forma estime el error de las medidas y consigne estos valores en el siguiente esquema.



$$x(t) = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}t$$

Donde el primer y segundo espacio corresponde al término independiente y a la pendiente de la ecuación obtenida por regresión. Finalmente compárela con la forma general de la ecuación para la posición en el Movimiento Uniforme Rectilíneo

$$x = x_0 + v \cdot t$$

- 1.7. Saque sus propias conclusiones
- 1.8. Cambie la posición de los sensores, y repita la práctica 1 en todos sus puntos sin cambiar la fuerza del disparador.
- 1.9. Cambie la fuerza del disparador que le da el impulso inicial al carro y repita los siete primeros puntos

Práctica Remota 2. Determinación de la Posición en el MRU

- 2.1. Escoja una fuerza para el disparador, para el cual ya conoce su velocidad y las ecuaciones que representan el movimiento.
- 2.2. Sitúe los sensores en distintas posición predeterminadas y estime los momentos de tiempo en los cuales el carro debería estar pasando por cada uno y complete los valores de la tabla que se muestra a continuación.

Tabla 8.

Sensor	Posición del Sensor	Tiempo Teórico	Tiempo real	% Error
Sensor 1				
Sensor 2				
Sensor 3				

- 2.3. Lance el carro y corrobore experimentalmente los datos calculados teóricamente, igualmente determine el error de las medidas.
- 2.4. Repita el procedimiento anterior, para los otros niveles del disparador y otras posiciones de los sensores
- 2.5. Saque sus propias conclusiones.

4.5. Laboratorio de Movimiento Rectilíneo Acelerado

A continuación se proponen una serie de prácticas de laboratorio tanto virtuales como remotas que buscan la reconstrucción de saberes relacionados con la comprensión del conocimiento científico en física, la solución de problemas contextualizados y el método científico como herramienta para la investigación.

Recuerde programar su agenda para no congestionar la plataforma y teniendo en cuenta el cronograma de actividades del plan de asignatura, haga las reservas de los equipos para las prácticas remotas con suficiente tiempo.

Fase Preparatoria

Lea con cuidado el siguiente contenido, en él recordará algunos conceptos y categorías importantes tratadas en el libro y en clase.

Recordemos

Otro concepto que se asocia con el movimiento de los cuerpos es la **aceleración**, este vector indica el cambio del vector velocidad respecto al tiempo. En términos matemáticos la aceleración de un cuerpo que se mueve en línea recta es:

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Precisando en esta definición que como cantidad vectorial igualmente se necesita la dirección y el sentido.



¿Y TU QUE PIENSAS?

¿Es posible y tiene sentido hablar de velocidades y/o aceleraciones positivas o negativas?, ¿en qué contexto puede suceder que la velocidad de un cuerpo que se mueve en línea recta sea positiva mientras su aceleración sea negativa?, y viceversa ¿es posible que la velocidad de un cuerpo sea negativa mientras su aceleración es positiva?

Como ya fue mencionado, en muchas ocasiones se habla indistintamente de velocidad como si fuera rapidez, es decir se le da el carácter de magnitud escalar a la velocidad por lo cual se debe prestar especial atención al contexto de la situación problema para identificar las direcciones y sentidos de los movimientos. Igualmente sucede con el concepto de aceleración, aunque es un vector muchas veces se le trata como una cantidad escalar; lo que sucede es que en las aplicaciones del movimiento rectilíneo acelerado, la aceleración es una cantidad vectorial paralela a la velocidad por lo cual se obvia la dirección, solo se menciona el sentido cuando se establece que el cuerpo acelera –la velocidad y aceleración tienen el mismo sentido– o que el cuerpo frena –la aceleración tiene sentido contrario a la velocidad–

Los movimientos rectilíneos se clasifican en dos grandes grupos, el primero es el movimiento rectilíneo uniforme que fue analizando en la sección anterior y el segundo es el movimiento rectilíneo acelerado que es el tema central de esta sección. En el movimiento rectilíneo la velocidad no cambia, es decir no existe aceleración, mientras que en el movimiento acelerado la velocidad si cambia, ya sea para aumentar o para disminuir dependiendo del sentido. La tabla que se muestra a continuación ejemplifica las ecuaciones y las características del movimiento acelerado.

	Movimiento Rectilíneo Acelerado (MRA)
Característica	Velocidad Variable Aceleración Constante.
Ecuaciones	$x = vt + \frac{1}{2}at^2$ $v = v_i + at$ $v^2 = v_i^2 + 2ax$

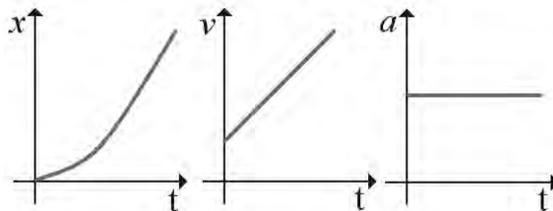


Figura 1. Representaciones gráficas de las características de un MRA.

La gráfica de posición corresponde a una función cuadrática representada por la curva parabólica que puede abrir hacia arriba o hacia abajo, dependiendo si la aceleración es positiva o negativa; si es positiva

la parábola abre hacia arriba, si por el contrario es negativa, la parábola abre hacia abajo (concavidad negativa); por otra parte, la función de velocidad contra tiempo es representada por una línea recta, ya que la aceleración –como se muestra en la figura– es una constante ocasionando que la rapidez varíe a una tasa constante; esta variación puede ser incremental si la aceleración tiene un valor positivo o puede ser decremental si su aceleración es de magnitud negativa. Las unidades de espacio, velocidad y aceleración, empleadas por los tres sistemas de medición más frecuentes son:

Tabla 1

	SI	CGS	Inglés
Espacio	m	cm	ft
Velocidad	m/s	cm/s	ft/s
Aceleración	m/s ²	cm/s ²	ft/s ²

En el carril de aire, por las dimensiones de los equipos de medida, se va a utilizar el sistema CGS (centagesimal), esto es masas expresadas en gramos, distancias expresadas en centímetros y tiempo en segundos. Aunque existen muchos fenómenos acelerados, se centra el estudio en el análisis de lo que sucede cuando un cuerpo se deja simplemente deslizar a lo largo de un plano que tiene una pequeña inclinación sin rozamiento; para ello considérese la figura que se muestra a continuación.

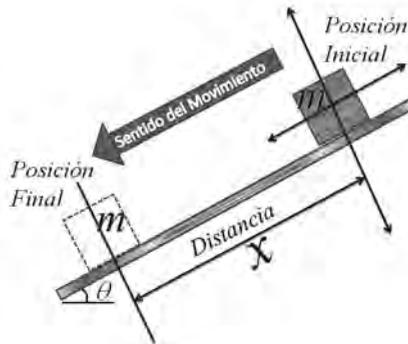


Figura 2. Movimiento de un carro en una superficie inclinada sin rozamiento

La figura anterior muestra un bloque de masa m que se desliza sobre una superficie inclinada un ángulo θ sin rozamiento a lo largo de una distancia. Entre las condiciones iniciales está que el cuerpo parte del reposo en la posición inicial y que cambia su velocidad a razón constante debido a una aceleración uniforme. Aunque no es tema de este capítulo sino de un siguiente, se introduce el concepto de la Segunda Ley de Newton para el movimiento, la cual establece que la sumatoria de fuerzas que actúa sobre un cuerpo es igual a la masa por la aceleración, esto es:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

El diagrama de cuerpo libre el objeto se muestra a continuación, por otro lado y según el plano cartesiano ubicado paralelo a la superficie, el objeto se mueve exclusivamente sobre el eje de las x

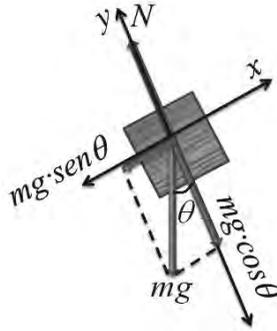


Figura 3. Diagrama de cuerpo libre.

En consecuencia, al aplicar la segunda ley al eje de las abscisas se obtiene:

$$\sum \vec{F}_x = m \cdot \vec{a}_x$$

Como solo existe una fuerza sobre el eje x, entonces:

$$mg \sin \theta = m \cdot a$$

Como en ambos lados existe la misma masa, esta se puede eliminar y se llega a la expresión:

$$a = g \sin \theta$$

Que corresponde a una de las ecuaciones que se usan en este laboratorio y donde g y θ son los valores de la gravedad y el ángulo de inclinación de la superficie con respecto a la horizontal.

Actividades

Elabore un pequeño informe sobre los siguientes conceptos matemáticos y físicos, compartiendo sus desarrollos en un foro o una Wiki. Puede trabajar con sus compañeros de curso o si lo prefiere, previa autorización del docente, formar un equipo de trabajo con compañeros de otras universidades.

Los conceptos y categorías a desarrollar son:

1. Aceleración media e instantánea –ecuaciones, demostraciones, consideraciones especiales.
2. Las características geométricas de las funciones de posición y velocidad para un cuerpo que se mueve en línea recta con aceleración constante.
3. La aceleración gravitacional; causas y efectos. Variación de la gravedad con respecto a la altura sobre el nivel del mar.
4. Rozamiento dinámico y rozamiento estático –principios.



Fase Experimental

A continuación usted va a realizar un conjunto de prácticas virtuales y remotas con el fin de poner en acción la construcción conceptual y categorial de sus saberes. Esto también le permitirá afianzar lo comprendido, incrementando su capacidad para dar respuesta a situaciones cada vez más complejas dentro del pensamiento científico en física.

Objetivos

Con el presente conjunto de prácticas de laboratorio, se busca que el alumno adquiera los siguientes desempeños de competencia:

- Establece críticamente las condiciones necesarias para considerar que el movimiento de un cuerpo se puede modelar como Movimiento Rectilíneo Acelerado.
- Describe de forma gráfica y analítica el comportamiento de objetos que se mueven en línea recta y aceleración constante.
- Predice la situación futura en la que se puede encontrar los cuerpos que se mueven en línea recta y aceleración constante.

Práctica de Laboratorio Virtual

Ingrese a la página oficial de PHYSILAB, www.physilab.edu.co y en la barra de estado, ingrese a la sección de “**Simulaciones**” para desarrollar la práctica virtual

MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORME ACELERADO



Figura 4. Pantalla de la página WEB para el ingreso a las simulaciones.

Una vez se cargue el plugging debe ver una pantalla similar a la que se muestra a continuación

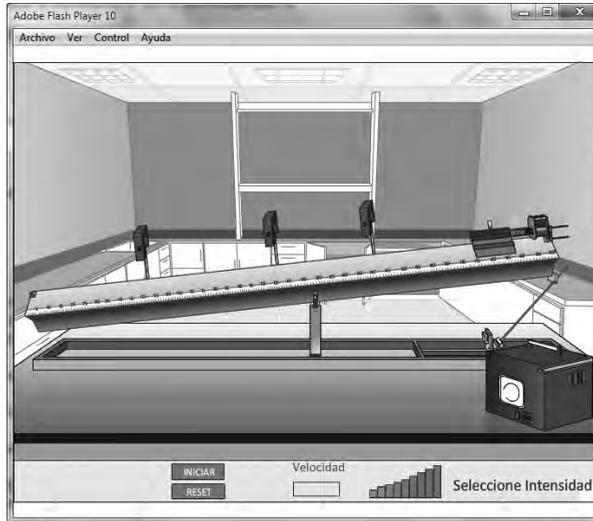


Figura 5. Applet para el movimiento rectilíneo acelerado.

Note que es muy similar a la simulación del movimiento rectilíneo uniforme, aquí se vuelve a apreciar un generador de aire, un carril de aire, un actuador que inclina a voluntad el carril y tres sensores de tiempo –fotocompuertas– que se empiezan su conteo al momento que el carro es liberado y que se pueden mover a lo largo de todo el carril. En la parte inferior se encuentra un selector de inclinación que gira el carril de aire un ángulo entre 0° y 20° y un botón de “RESET” para repetir la experiencia o reconfigurar el dispositivo nuevamente.

Recuerde que el carro empieza su movimiento en la parte superior derecha y lo hace sin velocidad inicial en la posición del carril $x = 183$; esta es nuestra referencia para las distancias.

Práctica Virtual A. Movimiento Acelerado con Sensores Ubicados.

A.1. Ubique el selector de inclinación en 5° y los sensores en las posiciones que muestra la tabla

Tabla 2

Número del Sensor	Posición en el carril de aire	Valor Indicado de tiempo por el sensor
Sensor 1	160 cm	



Sensor 2	100 cm	
Sensor 3	40 cm	

Para cada uno, una vez inicia la práctica consigne el valor de tiempo proporcionado por el instrumento.

- A.2. Sabiendo que la velocidad inicial es cero, con las distancias entre cada sensor al punto de inicio, y el tiempo encontrado y consignado en la tabla en el numeral anterior, determine para los tres intervalos de tiempo la aceleración mediante la ecuación

$$a = \frac{2x}{t^2}$$

Ya que no hay velocidad inicial de disparo y el carro simplemente se libera.

$$a_1 = \frac{cm}{s^2}$$

$$a_2 = \frac{cm}{s^2}$$

$$a_3 = \frac{cm}{s^2}$$

- A.3. Ubique los sensores en tres posiciones diferentes a las mostradas en A.1., y complete la tabla para la misma inclinación

Tabla 3

Número del Sensor	Posición en el carril de aire	Valor Indicado de tiempo por el sensor
Sensor 1		
Sensor 2		
Sensor 3		

- A.4. Con las distancias entre cada sensor, y el tiempo encontrado en el numeral anterior, determine para los dos tramos la aceleración media

$$a_1 = \frac{cm}{s^2}$$

$$a_2 = \frac{cm}{s^2}$$

$$a_3 = \frac{cm}{s^2}$$



- A.5. Compare estos valores de aceleración obtenidos por usted, con la aceleración proporcionada por el applet –asuma que este valor es el valor exacto– y determine el error porcentual de su medida indicando las posibles causas del error.
- A.6. Analizando la información obtenida saque sus propias conclusiones.
- A.7. Repita todos los pasos anteriores pero cambie la inclinación para aumentar o disminuir la aceleración sobre el carro.

Práctica Virtual B. Características del MRA.

Recuerde que: Para esta práctica, asuma que el carro inicialmente se encuentra en la posición 183cm

- B.1. Ubique dos de los sensores en la parte izquierda, no se van a utilizar durante esta práctica; adicionalmente cambie la inclinación del carril a cinco grados.
- B.2. Sin modificar el ángulo, ubique el sensor en las posiciones mostradas en la tabla y consigne los tiempos proporcionados por el instrumento.

Tabla 4

Posición del Sensor	Tiempo (proporcionado por el sensor)
170 cm	
160 cm	
150 cm	
140 cm	
130 cm	
120 cm	
110 cm	
100 cm	
90 cm	
80 cm	
70 cm	
60 cm	
50 cm	
40 cm	
30 cm	

- B.3. Construya una gráfica de posición contra tiempo recordando que la referencia es $x=183$ cm.

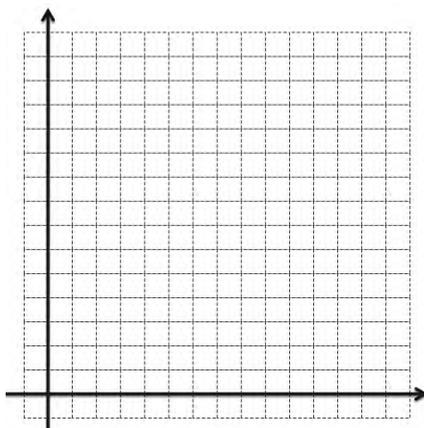


Figura 6. Gráfica de posición contra tiempo.

- B.4. Aplicando cualquier método de regresión polinómica de grado dos, encuentre la ecuación de espacio en función del tiempo agregando estos valores a la plantilla mostrada

$$x(t) = \underline{\hspace{1cm}} t^2$$

Donde el espacio en blanco debe contener el coeficiente directriz de la parábola de la ecuación obtenida por regresión. Finalmente compárela con la forma general de la ecuación para la posición del Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado (MRUA).

$$x = \frac{1}{2} at^2$$

- B.5. Obtenga una gráfica de velocidad contra tiempo para el problema anterior conociendo que el cuerpo parte del reposo y el valor de aceleración encontrado.

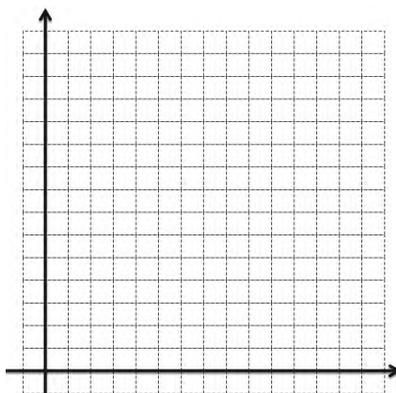


Figura 7. Gráfica de velocidad contra tiempo.

- B.6. Compare la aceleración obtenida por este método –incluya el coeficiente de correlación de la regresión– con la aceleración proporcionada por el applet. Así mismo determine el error porcentual y explique las posibles causas para la existencia de este error.
- B.7. Sabiendo que

$$a = g \sin \theta$$

Y conociendo la inclinación del carril de aire, encuentre la gravedad del sitio y compárela con el valor de gravedad $9,8 \text{ m/s}^2$

- B.8. Saque sus propias conclusiones.
- B.9. Repita todos los pasos de la práctica B para un nuevo valor de intensidad de disparo; use simultáneamente los tres sensores para ahorrar tiempo.

Práctica Virtual C. MRUA. Comparación de Gráficas.

- C.1. En la misma sección de **Simulaciones**, busque el segundo applet de Movimiento Rectilíneo Uniforme Acelerado, debe encontrarse con un pantalla similar a la que se muestra a continuación.

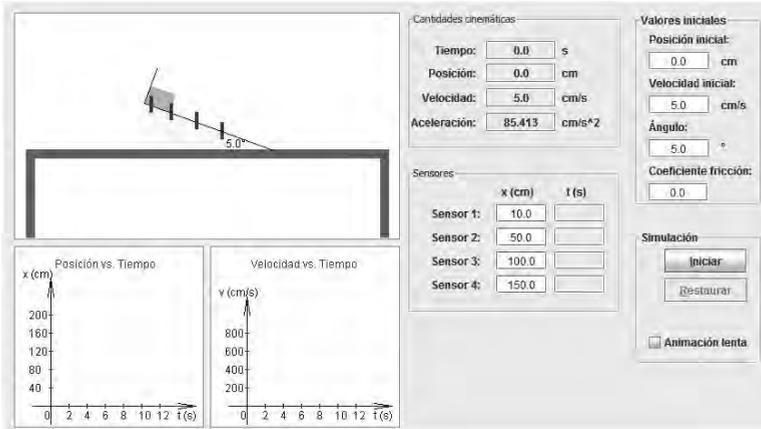


Figura 8. Applet para el movimiento rectilíneo acelerado.

Aquí se tiene una utilidad para corroborar los resultados de movimientos rectilíneos uniformes y acelerados; en la parte superior izquierda se muestra una simulación del movimiento del cuerpo y en la parte inferior izquierda se cuentan con las curvas características de posición y tiempo. En la parte derecha el applet se encuentran los controles para cambiar valores iniciales de posición, velocidad y ángulo en adición a que es posible –parte media del applet– ubicar los sensores en cualquier posición y la simulación proporciona el tiempo del instrumento.

- C.2. Defina velocidad inicial igual a cero y posición inicial igual a cero y un ángulo entre 0 y 10°, y mediante las ecuaciones

$$x = vt + \frac{1}{2}at^2$$

$$v = v_i + at$$

Dibuje las representaciones gráficas de la posición y velocidad contra tiempo y compárelas con las proporcionadas por el applet.

- C.3. Usando las ecuaciones, determine si los tiempos proporcionados por el applet para los sensores, corresponden con los valores teóricos encontrados, para ello complete la tabla.

Tabla 5

Sensor	Posición	Tiempo Applet	Tiempo Teórico
Sensor 1	10 cm		
Sensor 2	50 cm		
Sensor 3	100 cm		
Sensor 4	150 cm		

- C.4. Asuma en una segunda instancia que la posición inicial vale cero, la velocidad inicial vale 5 cm/s y ángulo vale 7°. Usando las ecuaciones del movimiento, obtenga la representación gráfica de la posición y velocidad contra tiempo. ¿Se corresponden sus representaciones con las representaciones proporcionadas por el applet?
- C.5. Para el punto anterior, corrobore el resultado arrojado por los sensores, en las posiciones que usted considere convenientes y diferentes a las establecidas en el punto C.3. Complete la tabla.

Tabla 6

Sensor	Posición	Tiempo Applet	Tiempo Teórico
Sensor 1			
Sensor 2			
Sensor 3			
Sensor 4			

- C.6. Saque sus propias conclusiones

Práctica de Laboratorio Remoto

Usted va a encontrar en la Universidad Católica de Pereira un montaje que consiste en un carril de aire, unos sensores y unos actuadores con los cuales usted puede interactuar de manera REAL, pero a distancia; recuerde que para utilizarlos, debe hacer previamente la reserva de equipos. Para iniciar entre al sistema y teclee su nombre de usuario y clave, dada previamente por el administrador.



Figura 9. Pantalla de la página WEB para el ingreso a los laboratorios remotos.

Y una vez allí, entre a [Laboratorios](#) y finalmente a los laboratorios de la [UCP](#), donde encontrará un carril de aire acompañado de unos sensores, actuadores y cámaras de video.



<http://jair.lab.fi.uva.es/~manugon3/laboratorio/MovRecUnifAcel/index.html>

Figura 10. Carro sobre riel de aire

El motor paso a paso inclinan el carril de aire y finalmente los sensores de tiempo estiman el tiempo que tarda el carro en llegar al punto donde se encuentran. Usted puede controlar el flujo de aire, el ángulo de inclinación del carril y la posición de los sensores, esto con el fin de realizar la experiencia en diferentes escenarios y corroborar los principios físicos que explican y predicen el comportamiento de los objetos que se mueven en línea recta bajo condiciones aceleradas.

Los tres sensores de tiempo –fotocompuertas– se pueden mover libremente dentro de un rango definido y que se especifica en la siguiente tabla.

Tabla 7.

Sensor	Posición Mínima	Posición Máxima
S01	0 cm	60 cm
S02	61 cm	120 cm
S03	121 cm	180 cm

El cual usted debe tener en cuenta en las prácticas que desarrolle con este carril de aire.

Test de Diagnóstico del Sistema.

Va a probar que el sistema funciona correctamente y que tiene control sobre los diferentes elementos y dispositivos con que cuenta la práctica.

- Protocolo 1. Cámara.** Revise que tenga una buena calidad de video, mueva la cámara y obtenga la visual de todo el carril de aire.
- Protocolo 2. Flujo de Aire:** Cerciórese que existe flujo de aire sobre el carril a través de los testigos ubicados en los extremos.
- Protocolo 3. Inclinación.** Accione el motor paso a paso para inclinar en menor o mayor grado el carril de aire; recuerde de este puede variar de 0 a 20°.
- Protocolo 4. Sensores.** Cambie la posición de los sensores de tiempo, corrobore que el valor solicitado corresponde con la posición real donde se ubique finalmente el sensor, sírvase de la cámara WEB para esto.
- Protocolo 5.** Realice varios movimientos con el carro en la posición inicial, con flujo en el carril y con los sensores en diversas posiciones, asegúrese que el sistema le entregue valores.



Si uno de estos protocolos no se cumple, usted no debe realizar la práctica de laboratorio y debe comunicarse con el administrador del sistema a través del correo que se encuentra en la plataforma. Después de corroborar que el sistema funciona correctamente, usted va a desarrollar una serie de pruebas para comprobar los principios físicos del movimiento rectilíneo de los cuerpos.

Practica Remota 1. Características del MRUA.

- 1.1 Ubique el primer sensor de tiempo a los 30 cm y manténgalo fijo en esa posición. (Use la cámara para verificar la posición de los sensores)
- 1.2. Fije los demás sensores en otras posiciones tomando nota del sitio y consignándolo en la parte superior de la tabla.
- 1.3. Para la primera posición del actuador, lance 12 veces el carro y capture las medidas de tiempo y consígnelas en la tabla 8.

Tabla 8

	$x=0,3m$	$x=$	$x=$	$x=$
1	$t=$	$t=$	$t=$	$t=$
2	$t=$	$t=$	$t=$	$t=$
3	$t=$	$t=$	$t=$	$t=$
4	$t=$	$t=$	$t=$	$t=$
5	$t=$	$t=$	$t=$	$t=$
6	$t=$	$t=$	$t=$	$t=$
7	$t=$	$t=$	$t=$	$t=$
8	$t=$	$t=$	$t=$	$t=$
9	$t=$	$t=$	$t=$	$t=$
10	$t=$	$t=$	$t=$	$t=$
11	$t=$	$t=$	$t=$	$t=$
12	$t=$	$t=$	$t=$	$t=$

Para cada sensor, estime el mejor valor que lo representa con su respectivo error.

Mejor valor	$t=$	$t=$	$t=$	$t=$
--------------------	------	------	------	------

- 1.4. Obtenga la gráfica de posición contra tiempo para las cuatro posiciones, use la cuadrícula anexa especificando para cada eje la escala utilizada

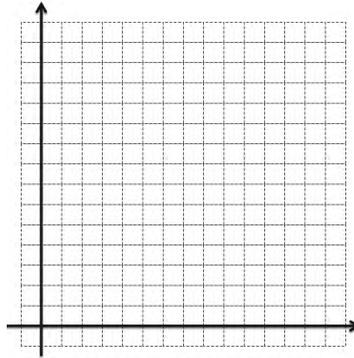


Figura 11. Gráfica de posición contra tiempo.

- 1.5. Determine la pendiente de la gráfica anterior.
- 1.6. Por medio de una regresión estime la función que mejor representa los valores mostrados en la gráfica, de igual forma estime el error de las medidas y consigne estos valores en el siguiente esquema.

$$x(t) = \underline{\quad} t^2$$

Donde el espacio en blanco debe contener el coeficiente directriz de la parábola de la ecuación obtenida por regresión. Finalmente compárela con la forma general para la ecuación de posición para un Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado.

$$x = \frac{1}{2} at^2$$

- 1.7. Saque sus propias conclusiones.
- 1.8. Cambie la posición de los sensores, y repita la práctica 1 en todos sus puntos sin cambiar la inclinación del carril de aire.
- 1.9. Cambie la inclinación del carril de aire repita los siete primeros puntos

Práctica Remota 2. Determinación de la Posición en el MRUA

- 2.1. Escoja una inclinación para el carril de aire, para el cual ya conoce el ángulo y las ecuaciones que representan el movimiento.

$$x = \frac{1}{2} at^2$$



Recuerde que estas prácticas no tienen velocidad inicial.

- 2.2. Sitúe los sensores en distintas posiciones predeterminadas y estime los momentos de tiempo en los cuales el carro debería estar pasando por cada uno; complete los valores de la tabla que se muestra a continuación.

Tabla 9

Sensor	Posición del Sensor	Tiempo Teórico	Tiempo real	% Error
Sensor 1				
Sensor 2				
Sensor 3				

- 2.3. Lance el carro y corrobore experimentalmente los datos calculados teóricamente, igualmente determine el error de las medidas.
- 2.4. Repita el procedimiento anterior, para los otros niveles del disparador y otras posiciones de los sensores
- 2.5. Saque sus propias conclusiones.