

# Cap. 6. Trabajo, Potencia y Energía

Las Leyes de Newton plantean un procedimiento para comprender el movimiento o las condiciones en las que se encuentra un cuerpo, teniendo en cuenta la masa y la aceleración del mismo; por otro lado la aceleración es un parámetro que cuantifica la variación de la velocidad por unidad de tiempo siendo este elemento importante y determinante en la descripción matemática; sin embargo hay otra forma de analizar los movimientos o las condiciones en que se encuentran los cuerpos y esta es desde el punto de vista de la energía y el trabajo, que son parámetros independientes del tiempo, por lo que simplifican sustancialmente el nivel de complejidad de algunos problemas. Adicionalmente existen situaciones donde la fuerza no es constante, sino que varía con el tiempo y con la posición del cuerpo, y desde el enfoque de las leyes de Newton resulta innecesariamente dispendioso hacer los análisis si se compara con los análisis dados desde el enfoque del trabajo y la energía.

Antes de analizar el problema del trabajo, la potencia y la energía en sistemas físicos, es necesario hacer una introducción al concepto de fuerza de forma tal que el lector pueda comprender mejor las relaciones, conceptos y categorías presentes en este capítulo.

## 6.1. Del Concepto de Fuerza

---

De muchas maneras las personas experimentan la fuerza como acciones que ocasionan cambios y que la cotidianidad asocia con el esfuerzo muscular, la capacidad para mover objetos o imprimirles rapidez cuando por ejemplo se patear un balón; la fuerza de gravedad es otra acción familiar que experimentan todos los objetos cercanos a la Tierra y que determina parámetros como el peso; sin embargo la fuerza en sus diversas manifestaciones, explican otros fenómenos no tan evidentes a simple vista –o por lo menos no para el simple sentido común– como por ejemplo la atracción entre la Tierra y la Luna, las trayectorias de los

**La Primera Ley de Newton.**

Newton en su primera ley establece que:

*“Todos los cuerpos tienden a conservar el estado natural en que se encuentran a menos que una fuerza neta externa distinta de cero, se lo impida”*

*Cuando se lanza una nave al espacio exterior, sus cohetes la impulsan con cierta aceleración haciendo variar su rapidez, sin embargo, cuando los cohetes cesan, el impulso dado a la nave y la velocidad alcanzada por esta se conservan y a menos que aparezca una nueva fuerza, la nave seguirá una trayectoria recta sin detenerse nunca.*

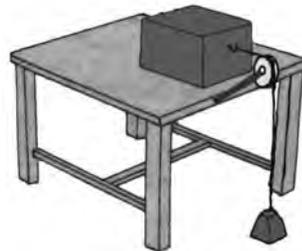
*Esto no sucede en la Tierra, si se impulsa una pelota en el suelo, sin importar que tan fuerte esta se golpee, eventualmente se detendrá, pero no porque el estado natural sea el reposo sino porque durante la trayectoria de la pelota, aparecen fuerzas que se oponen al movimiento –estas son las fuerzas de rozamiento-. En el espacio exterior no existen estas fuerzas y en consecuencia no hay nada que detenga el movimiento de la nave espacial.*

planetas y demás cuerpos celestes, las interacciones presentes en cargas eléctricas en reposo o en movimiento, la naturaleza de los eventos que permiten que el núcleo de un átomo se mantenga unido y estable, pero estos últimos tipos de fuerzas no se estudian en este documento y se dejan al lector como temas complementarios de interés y profundización particular.

Aunque existen diversas formas para definir la fuerza<sup>1</sup>, a continuación se establece con muchas simplificaciones, una primera aproximación al concepto.

**Fuerza:** Es la interacción que se da entre dos o más cuerpos o sistemas, que pretende el cambio de las condiciones actuales de movimiento de todo el conjunto<sup>2</sup>.

En otras palabras, la fuerza busca cambiar el estado de movimiento o reposo de un cuerpo o sistema cuando esta se aplica de forma externa a él o en su defecto, una fuerza también puede provocar una deformación en los cuerpos. En el caso del cambio inercial, la variación de la velocidad ya sea en módulo –magnitud– o en dirección conlleva a la aparición de una aceleración, siendo esta otra de las características físicas y analíticas presentes en las fuerzas.



**Figura 6.1.** Introducción al concepto de Fuerza  
<http://www.vi.cl/foro/topic/8224-fisica-apuntes/>

Considérese un cuerpo que descansa sobre una mesa y pende de él un segundo cuerpo por medio de un hilo; es sabido que la fuerza de

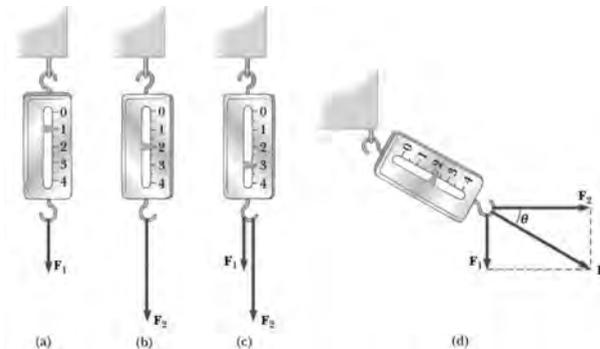
<sup>1</sup> En física se definen cuatro tipos de fuerzas fundamentales a saber: la fuerza gravitacional, la fuerza electromagnética, la fuerza de interacción fuerte y la fuerza de interacción débil, cada una con expresiones propias y características únicas.

<sup>2</sup>La fuerza es la interacción que se da entre cuerpos y/o sistemas y que ocasionan el cambio del momento inercial de cada uno.

gravidad sobre el objeto que pende arrastra al cuerpo que está sobre la mesa si estas –las masas– no son tan diferentes. Inicialmente considérese que el sistema se encuentra en reposo, es decir la rapidez inicial es cero; cuando el sistema se libera los dos bloques se empiezan a mover incrementándose proporcionalmente la velocidad lo que lleva a establecer que aparece una aceleración constante, pero ¿qué sucede cuando una de las dos masas cambia?, supóngase que el cuerpo de la mesa se cambia por uno más grande –mayor masa–, el cuerpo que pende igualmente lo moverá sin embargo el cambio de velocidad debe ocurrir a una menor tasa y así a una menor aceleración; por tanto debe existir una relación entre la masa de los cuerpos que se mueven, la fuerza y la aceleración de todo el sistema. Tomando como  $m_1$  la masa del primer cuerpo sobre la mesa, que se mueve con aceleración constante  $a_1$  y  $m_2$  y  $a_2$  la masa y aceleración cuando el cuerpo de la mesa se cambia por un segundo objeto, donde la fuerza de arrastre es producida siempre por el mismo peso pendular y entendiendo que una masa mayor ocasiona una menor aceleración, de forma experimental es posible llegar a la conclusión que:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{a_2}{a_1} \quad [\text{Ec. 6.1}]$$

Donde el cociente de las masas es el cociente del inverso de las aceleraciones además, al juntar estas dos masas, la masa del cuerpo compuesto es  $m_1 + m_2$  y aunque esta propiedad parece obvia, debe verificarse experimentalmente. Así, sabiendo que la masa se compone de protones, electrones y neutrones entonces la masa corresponderá igualmente a la cantidad de materia del cuerpo, sin embargo no resulta práctico contar uno a uno estas cantidades de elementos.



**Figura 6.2.** Sumatoria de Fuerzas. Fuente: Física I. Raymond Serway

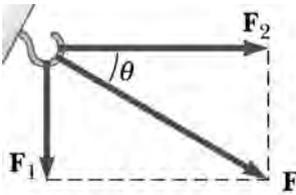
Considérese ahora que se tienen dos fuerzas que se aplican sobre una misma balanza de resorte, la primera fuerza  $F_1$  elonga el resorte una

distancia de 1 cm (ver figura 6.2.a), mientras que la segunda fuerza elonga el resorte una distancia de 2 cm (ver figura 6.2.b). Al aplicar las fuerzas simultáneamente sobre el mismo resorte y en la misma dirección, este se elonga 3 cm (ver figura 6.2.c) lo que permite inicialmente concluir que las fuerzas se pueden sumar y aunque esto es correcto, se debe ser más preciso. La figura 6.2.d., ilustra estas mismas dos fuerzas pero ahora son perpendiculares; el efecto combinado lleva a concluir que aparece una tercera fuerza  $F$  que reemplaza a las dos anteriores y que hace inclinar la balanza de resorte en su dirección y tal como puede verse en la figura 6.3., esta fuerza resultante corresponde en magnitud y dirección a la hipotenusa del triángulo rectángulo; por tanto:

$$|\vec{F}| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \quad [\text{Ec. 6.2}]$$

Y la dirección está dada por:

$$\theta = \tan^{-1} \frac{F_1}{F_2} \quad [\text{Ec. 6.3}]$$



**Figura 6.3.** Fuerza resultante de dos fuerzas combinadas perpendiculares entre sí.

Lo que eventualmente permite concluir dos conceptos importantes; el primero es que las fuerzas son cantidades vectoriales, caracterizándose por una orden de magnitud, una dirección, un sentido y un punto de aplicación y el segundo que es posible sumar fuerzas –suma vectorial de fuerzas– y reemplazar todas las fuerzas combinadas por una sola que aplicada sobre el mismo cuerpo, produce que este se mueva con el sentido de la aceleración.

Así, para los datos de la figura 6.2., se tiene entonces que la magnitud de la fuerza resultante que reemplaza a las dos fuerzas es:

$$F = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} \approx 2,24$$

Finalmente **Isaac Newton** viendo todos estos resultados experimentales, concluye inequívocamente para cuerpos grandes que se mueven a velocidades muy inferiores a la velocidad de la luz<sup>3</sup> lo que se conoce como la **Segunda Ley del Movimiento** de Newton.

**Segunda Ley de Newton:** La suma vectorial de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es igual en magnitud y dirección al producto entre la masa del cuerpo y su aceleración.

<sup>3</sup> Estas dos condiciones no fueron establecidas por Newton sino que pertenecen a la física relativista, casi 300 años después de las Leyes de Newton



Dado que la masa es una cantidad escalar –no tiene dirección–, necesariamente la dirección de la fuerza resultante está dada por la aceleración de sistema, es decir, la dirección de la fuerza resultante es igual a la dirección del movimiento. En términos algebraicos la segunda Ley de Newton se escribe como:

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad [\text{Ec. 6.4}]$$

Y si es una sola fuerza la que actúa sobre el cuerpo entonces:

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad [\text{Ec. 6.5}]$$

Las unidades de fuerza en el sistema internacional de medidas es el newton que dimensionalmente corresponde a:

$$[\text{newton}] = [\text{kilogramo}] \left[ \frac{\text{metro}}{\text{segundo}^2} \right]$$

O

$$1N = 1kg \cdot \frac{m}{s^2}$$

Entre más grande sea un cuerpo, más fuerza es necesaria aplicarle para cambiar el estado en que se encuentra, así la masa es la propiedad inercial que tiene la materia para resistirse a estos cambios.

## 6.2. Concepto de Trabajo para una Fuerza Constante

¿Ha escuchado alguna vez a alguien decir “este deportista tiene mucha fuerza”?, infortunadamente se tiende a confundir el concepto de fuerza con la capacidad que se tiene para cumplir una acción en cierto tiempo; puede que una persona no tenga tanta fuerza como otra pero está en mejores condiciones para llevar a cabo una tarea y esto es lo que generalmente sucede con los deportistas de alto rendimiento, son individuos excepcionales, con capacidades excepciones pero que no necesariamente tienen una fuerza excepcional... y a todas estas entonces....

¿Qué es el trabajo?

**Trabajo:** Es el producto de la fuerza y la distancia cuando un cuerpo se mueve a través de cualquier trayectoria.

$$W = F \cdot d_{\text{paralela}}$$

Aquí es importante aclarar que se multiplica la componente de la fuerza que es paralela al desplazamiento, donde su unidad en el joule, que corresponde a 1 N·m o en unidades fundamentales

$$1 \text{ joule} = 1 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

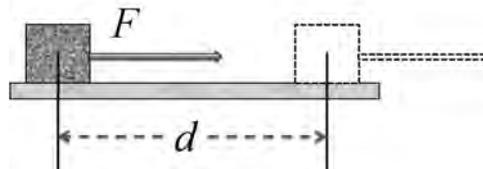
En términos vectoriales el trabajo realizado por una fuerza sobre un cuerpo es el producto punto entre el vector Fuerza y el vector Desplazamiento, siendo este producto una cantidad escalar

$$W = \vec{F} \cdot \vec{D} \quad [\text{Ec. 6.6}]$$

Y de la definición del producto punto se tiene entonces

$$W = \vec{F} \cdot \vec{D} = FD \cos \theta \quad [\text{Ec. 6.7}]$$

Siendo esta expresión la definición más aproximada para el trabajo realizado por una fuerza constante. Con el fin de comprender mejor este concepto considérese la figura 6.1.



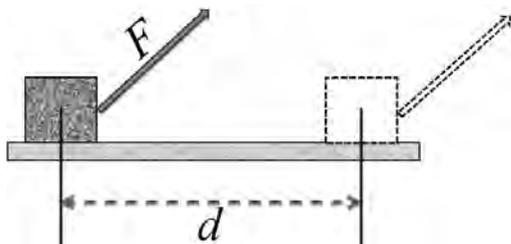
**Figura 6.4.** Trabajo hecho por una fuerza paralela al sentido y dirección del desplazamiento.

Aquí se puede observar que al aplicar una fuerza constante a un bloque de masa  $m$ , éste tiene un desplazamiento hacia la derecha representado por  $d$ . Para la situación en particular se puede apreciar que la fuerza es paralela al desplazamiento del objeto con lo que se establece que para cuerpos que se mueven bajo la acción de una fuerza paralela al desplazamiento, el trabajo realizado por el cuerpo o sobre el cuerpo, está dado según la expresión:

$$W = Fd$$

Ahora supóngase la situación de la figura 6.4., aquí la fuerza ya no es paralela a la distancia, por lo que es necesario descomponer el vector fuerza para hallar una componente de la fuerza que es paralela al

desplazamiento, este procedimiento se llama descomposición de las componentes horizontal y vertical de  $F$  analizado en el capítulo de vectores y que se representa en la figura 6.6.



**Figura 6.5.** Trabajo hecho por una fuerza no paralela al vector de desplazamiento.

Acá se tiene entonces que

$$\vec{F} = F_x \mathbf{i} + F_y \mathbf{j} = F \cos \theta \mathbf{i} + F \sin \theta \mathbf{j}$$

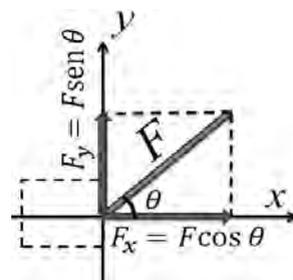
En la figura 6.6., se puede ver que la componente paralela a la fuerza ejercida es  $F \cos \theta$ , por lo tanto el trabajo es:

$$W = F \cdot d_{\text{paralela}}$$

$$W = F \cos \theta \cdot d$$

Donde es más conocida la expresión:

$$W = F d \cdot \cos \theta \quad [\text{Ec. 6.8}]$$



**Figura 6.6** Descomposición de las componentes de la fuerza  $F$ .

Acá  $F$  es la magnitud de la fuerza,  $d$  es el vector desplazamiento del objeto y  $\theta$  el ángulo comprendido entre el vector fuerza y el vector desplazamiento.

Bajo ciertas circunstancias, la dirección de la fuerza puede estar en anti paralelo al desplazamiento realizado, como por ejemplo, si la fuerza se dirige hacia la izquierda, el cuerpo se mueva hacia la derecha; para esto considérese un automóvil que está moviéndose en una carretera y aplica los frenos, la fuerza de rozamiento de los frenos va en dirección contraria al movimiento realizándose un trabajo al tratar de detener el automóvil. Estableciendo entonces que el vector fuerza y el vector desplazamiento forman un ángulo de  $180^\circ$  se tiene:

$$W = F d \cdot \cos \theta$$

Dado el ángulo

$$W = F d \cdot \cos 180$$

Y en consecuencia

$$W = Fd(-1) = -F \cdot d$$

Lo que efectivamente corresponde con el análisis anterior.

El último caso es cuando la fuerza es perpendicular al desplazamiento y en tal caso como no hay componente de la fuerza que sea paralela al desplazamiento el trabajo es igual a cero. Un ejemplo de la anterior situación es el trabajo que hace el peso –fuerza– que va en dirección vertical hacia abajo, cuando el cuerpo se desplaza por la superficie horizontal, bajo esta situación es posible afirmar que el trabajo neto realizado por el peso vale cero. A continuación se propone un problema que ejemplifica estas situaciones.

**Ejemplo 6.1.** Una caja de 3 kg es arrastrada mediante una fuerza de 40 N inclinada 30° con respecto a la vertical desplazándose 5m, como se muestra en la figura 6.7. Si el coeficiente de fricción entre el piso y la caja es 0,3 ; calcular el trabajo realizado sobre la caja por:

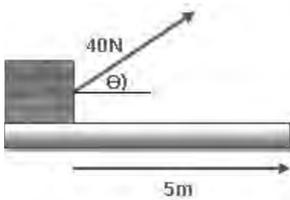


Figura 6.7. Situación del problema 6.1.

- A. La fuerza aplicada
- B. La fuerza de rozamiento
- C. El peso
- D. La fuerza normal

**Solución:** Primero se construye el diagrama de cuerpo libre de las fuerzas que actúan sobre la caja:

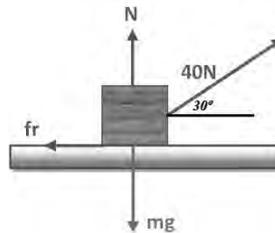


Figura 6.8. Fuerzas que actúan sobre la caja.

Y con esto se procede a hallar el trabajo de cada una de las fuerzas.

- A. La fuerza aplicada no es paralela desplazamiento, por lo tanto representa el caso de la figura 6.3, y el trabajo está dado por:

$$W = F d \cdot \cos \theta$$

$$W = (40N)(5m) \cos 30$$

Lo que corresponde a:

$$W \approx 172 J$$

- B. La dirección de la fuerza de rozamiento es anti-paralela al desplazamiento y considerando las direcciones de las fuerzas presentes en el problema y mostradas en la figura 6.5., se tiene:

$$\sum F_y = 0$$

Así

$$\sum F_y = N + F \cos \theta - mg = 0$$

Reemplazando y despejando la fuerza normal se tiene:

$$\sum F_y = N + 40 \operatorname{sen} 30 - 3 \cdot 9,8 = 0$$

$$N = 29,4 - 40 \operatorname{sen} 30^\circ$$

Con lo que se obtiene que la normal vale

$$N = 9,4 \text{ newton}$$

Ya con este valor es posible determinar el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento

$$W = F_r d \cdot \cos \theta$$

$$W = \mu N \cdot d \cdot \cos 180$$

Reemplazando los valores

$$W = 0,3 \cdot 9,4N \cdot 5m \cdot \cos 180$$

$$W = -14,1 J$$

- C. En este caso el peso es un vector perpendicular al vector desplazamiento, por lo tanto el trabajo vale cero.

$$W = 0 J$$

D. La fuerza normal al igual que el peso son vectores perpendiculares al desplazamiento, por lo tanto el trabajo realizado por esta fuerza en la dirección del desplazamiento vale cero.

$$W = 0 J$$

Sin embargo no en todos los problemas, la fuerza es constante, a continuación se hace un análisis de trabajo hecho por fuerza variable.

### 6.3 Trabajo para una Fuerza Variable

En las anteriores situaciones se asume que la fuerza aplicada sobre el cuerpo es constante en magnitud y dirección, pero es posible y de hecho más frecuente, que la fuerza varíe con el tiempo y la posición; para ello considérese una fuerza que varía como muestra la figura 6.9.(a)

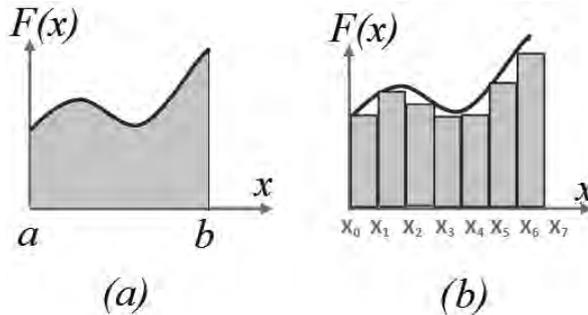


Figura 6.9. Trabajo realizado por una fuerza variable.

Para este caso, el trabajo realizado entre los puntos  $a$  y  $b$  no se puede calcular con las ecuaciones anteriormente definidas en razón a que en este tramo la fuerza no es constante, sin embargo al dividir el tramo en pequeños intervalos de desplazamiento y en cada subintervalo se aproxima el comportamiento de la fuerza a una fuerza constante tal como se muestra en la figura 6.9.(b), es posible encontrar el trabajo total como la suma combinada de los trabajos realizados en cada subintervalo, donde  $\Delta x$  es la longitud del subintervalo que se asumen iguales por simplicidad.

$$\Delta x = x_i - x_{i-1} \quad [\text{Ec. 6.9}]$$

En cada uno de estos pequeños desplazamientos actúa una fuerza aproximadamente constante, por lo cual las formas de las figuras son rectangulares; el trabajo total se puede calcular mediante la expresión:

$$W = F_1\Delta x + F_2\Delta x + \dots + F_i\Delta x + \dots + F_n\Delta x$$

Siendo  $n$  el número de subintervalos de la región plana. En forma abreviada se puede decir entonces que

$$W \approx \sum_{i=1}^n F_i\Delta x \quad [\text{Ec. 6.10}]$$

Sin embargo este trabajo calculado no es exacto, sigue siendo una aproximación debido a que en cada subintervalo la fuerza constante no es necesariamente igual a la fuerza verdadera; para mejorar esto es necesario dividir la región en rectángulos cada vez más pequeños para acercarse de forma precisa al comportamiento de la fuerza a lo largo del desplazamiento, así cuando  $n$  tiende a infinito y el paso de cada subintervalo tiende a cero:

$$\Delta x = \frac{b - a}{n}$$

$$\Delta x \rightarrow 0 \text{ cuando } n \rightarrow +\infty$$

El trabajo puede escribirse como

$$W = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n F_i\Delta x \quad [\text{Ec. 6.11}]$$

Que corresponde con lo que se conoce como una suma de Riemann y que el cálculo infinitesimal asocia con la integral definida.

*El trabajo en una dimensión es igual a la integral de la fuerza aplicada con respecto a la posición.*

$$W = \int_a^b F(x)dx \quad [\text{Ec. 6.12}]$$

Esta expresión corresponde al trabajo realizado por una fuerza variable paralela a la dirección del desplazamiento y cuyo significado geométrico es el área bajo la curva en una función de Fuerza contra desplazamiento.

### EL TRABAJO



<http://www.europamundo.com>

*En el uso cotidiano del lenguaje, es frecuente llamar Trabajo a ciertas actividades que desde el punto de vista de la física no lo son; para ello veamos las siguientes situaciones.*

*“Es posible que al lector le esté costando trabajo entender algunos conceptos de este libro”*

*El pensamiento es una actividad que no demanda fuerza sino esfuerzo que son dos cosas distintas, por tanto al no haber fuerza, pensar no es trabajo.*

*“Mi secretaria trabaja de 8am a 4pm de lunes a viernes”*

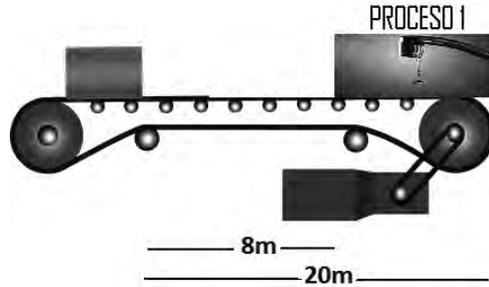
*En esta aseveración tampoco hay trabajo, pues si la secretaria mantiene en su punto, no hay desplazamiento y en consecuencia tampoco trabajo.*

*“El trabajo de ese hombre es levantar bultos de cemento de 50 kg y llevarlos a espaldas a una distancia de 40m”.*

*Es cierto que el hombre hace fuerza para levantar y mantener el bulto en sus hombros y que lo desplaza 40m, sin embargo al ser esta fuerza vertical y el desplazamiento horizontal, tampoco existiría trabajo.*

*Para ser justos con el concepto de trabajo establecido en Física, las actividades anteriores no se deberían asociar con trabajo, sino lo que verdaderamente son, actividades laborales.*

**Ejercicio 6.2.** Al transportar una caja de materia prima en un proceso industrial se aplica una fuerza en una banda transportadora, tal como se muestra a continuación:



Adaptado de: [http://www.elprado.co.cr/sob\\_rod.html](http://www.elprado.co.cr/sob_rod.html)

**Figura 6.10.** Representación gráfica del problema 6.2.

La función de fuerza –en newton– en términos del desplazamiento está dada por la expresión polinómica:

$$F(x) = 2,5 + 5,1x - 0,01x^2$$

Calcular:

- El trabajo que hace la banda sobre la caja para llevarla hasta el proceso 1
- El trabajo desde que inicia proceso 1 hasta el final de la banda.

**Solución:** Para la primera parte los límites de la integral van de cero a ocho metros.

$$W = \int_0^8 (2,5 + 5,1x - 0,01x^2) dx$$

Recordando los mecanismos para integrar una función polinómica se tiene:

$$W = 2,5x + \frac{5,1}{2}x^2 - \frac{0,01}{3}x^3 + C \Big|_0^8$$

$$W = 2,5(8) + \frac{5,1}{2}(8)^2 - \frac{0,01}{3}(8)^3 + C - 0 - C$$

Lo que equivale a:

$$W = 181,5J$$

B. Para la segunda parte, de la integral se evalúa el trabajo entre los 8 y los 20 m:

$$W = \int_8^{20} (2,5 + 5,1x - 0,01x^2) dx$$

Así

$$W = 2,5x + \frac{5,1}{2}x^2 - \frac{0,01}{3}x^3 + C \Big|_8^{20}$$

$$W = 2,5(20) + \frac{5,1}{2}(20)^2 - \frac{0,01}{3}(20)^3 + C \\ - \left( 2,5(8) + \frac{5,1}{2}(8)^2 - \frac{0,01}{3}(8)^3 + C \right)$$

Lo que equivale a

$$W = 861,8J$$

Cuando la fuerza variable no tiene la misma dirección del desplazamiento, es necesario aplicar el método de la integral de línea, que es una herramienta proporcionada por el cálculo vectorial, pero que no es de interés para los objetivos del curso.

## 6.4 Potencia Mecánica

Aunque el concepto de potencia está ampliamente utilizado en muchos sistemas y situaciones cotidianas como los motores de combustión, equipos eléctricos, el sonido, las ondas electromagnéticas por nombrar sólo algunos, esta sección se centra en el concepto más general y aplicable. A medida que se avancen en los desarrollos categoriales de la física, se hará énfasis en las particularidades para llegar a cada concepto individual de potencia.

La potencia mecánica –aplicable en muchas otras situaciones– es la cantidad de trabajo realizado o necesario por unidad de tiempo; en términos matemáticos, la potencia es:

$$P = \frac{W}{t} \quad [\text{Ec. 6.13}]$$



<http://medellin.olx.com.co>

**Figura 6.11.** Un computador portátil como cualquier equipo eléctrico demanda cierta cantidad de energía para realizar un determinado trabajo, el cual se desarrolla en un tiempo definido; este consumo de energía por cada unidad de tiempo es lo que se conoce como potencia

Otra Unidad de Energía



<http://www.directindustry.es>

**Figura 6.12.** Contador de Energía Eléctrica

El vatio-hora, representado  $W\cdot h$ , es una unidad de energía expresada en unidades de potencia por tiempo, y que representa la cantidad de energía necesaria para mantener una cierta potencia durante un determinado tiempo, así por ejemplo  $1W\cdot h$  es la energía necesaria para mantener una potencia constante de un vatio durante una hora.

$$1W\cdot h = 3600 J$$

Las facturas de energía que llegan a las casas, cobran la energía suministrada por las empresas, expresando este consumo en unidades  $W\cdot h$ , más precisamente en  $kW\cdot h$ .

Un sistema o equipo puede o demandar potencia para su correcto funcionamiento como lo hace un motor, una plancha, un aparato, o también puede suministrar potencia tal como sucede en los generadores eléctricos, las pilas y las baterías para equipos como celulares y autos. Atendiendo a las unidades en las que se da el trabajo (joule) y el tiempo (segundo), la unidad de potencia eléctrica es:

$$[Potencia] = \frac{J}{s} = \text{Vatio}$$

Aunque el vatio es la unidad de potencia aceptada para la lengua castellana, es más común encontrar la palabra watt ( $W$ ) como unidad para la potencia. Por otro lado si la fuerza ejercida sobre el cuerpo varía en función de la posición y el tiempo, es posible establecer un diferencial de trabajo para un subintervalo e igualmente un diferencial de potencia para ese mismo subintervalo con lo que se llega fácilmente a la expresión:

$$P = \frac{dW}{dt}$$

Así se obtiene una expresión equivalente para el trabajo en función del tiempo conocida la función de potencia.

$$W = \int_{t_1}^{t_2} P(t) dt \quad [\text{Ec. 6.14}]$$

Aunque es más común encontrar en los equipos y demás dispositivos una potencia promedio que sirve para determinar el trabajo realizado y la energía consumida.

**Ejemplo 6.3.** Si la banda transportadora del ejercicio 6.2., consume en promedio  $200 W$  para transportar la caja, determinar:

- ¿Cuánto tiempo se demora la caja en ser transportada durante todo el proceso?
- ¿Si la empresa debe evacuar 2000 cajas en este proceso cuantos  $KW\cdot h$  consumirá?
- Si el  $KW\cdot h$  tiene un costo de 500 pesos, ¿Cuánto dinero representa el movimiento total sobre la banda de las 2000 cajas?

**Solución:** Del problema anterior se sabe que el trabajo necesario para mover la caja entre los 0 y 20 metros es:

$$W = 181,5J + 861,8J = 1043,3J$$

De la expresión para potencia media se tiene entonces que:



$$P = \frac{W}{t}$$

Por tanto

$$t = \frac{W}{P}$$

Reemplazando se tiene

$$t = \frac{1043,3J}{200W} = 5,22s$$

Que es el tiempo empleado en la banda para transportar la caja

- B. El tiempo total resulta del producto entre el tiempo empleado para cada caja y el número de caja

$$t = 2000(5,22s)$$

Lo que corresponde a 1044 s que es igual a 0,29 horas para mover las 2000 cajas. El número de kilovatios hora (kW-h) consumidos en este intervalo se calcula multiplicando este resultado por la potencia de la banda.

$$W = P \cdot t$$

$$W = 0,2kW \cdot 0,29s$$

Lo que da

$$W = 0,058 kW - h$$

De trabajo –realmente de energía– necesario para mover las 2000 cajas

- C. Como el costo de cada kW-h son \$500, el costo para mover las 2000 cajas entre el punto 0 al punto 20m en la banda transportadora es:

$$\text{costo} = 0,058kW - h \cdot \frac{\$500}{kW - h}$$

Esto es aproximadamente \$29.

## 6.5 Energía

Volviendo a la afirmación de que un deportista tiene mucha fuerza, ya se puede dar precisión de que lo que se quiere decir es que el deportista tiene gran capacidad de hacer un trabajo o es capaz de realizarlo con gran potencia. Esta capacidad de hacer trabajo es lo que se conoce como energía.



<http://abreuoftalmologia.blogspot.com>

La energía química está almacenada en las moléculas de los alimentos.



<http://www.otromundoesposible.net>

Un generador de energía eólica para aprovechar la energía del viento.

**Figura 6.13.** Manifestaciones energéticas

*La energía es la capacidad que tienen los cuerpos para realizar un determinado trabajo*

Lo anterior implica precisamente para el problema del deportista, que la energía almacenada en sus músculos lo faculta para convertirla en trabajo, el cual puede dosificar en cierto tiempo, desarrollando así una potencia.

Aunque la energía es una sola, es decir NO existen tipos de energía, si se puede manifestar en muchas maneras, entre ellas está la energía química almacenada en los alimentos o en la gasolina, la energía solar, la energía eólica o energía del viento, la energía nuclear, por sólo mencionar algunas, razón por la cual y ante esta gran variedad se centrará el estudio en la energía cinética, la potencial gravitacional y la potencial elástica, que son transversales a muchas otras manifestaciones energéticas.

### Energía Cinética

Cuando ocurre una colisión entre dos automóviles generalmente la carrocería de ambos se deforma, indicando que hubo una transferencia de energía y en consecuencia un trabajo. Esta capacidad para hacer trabajo depende de la velocidad de ambos autos antes del choque y de la masa de cada uno y se denomina energía cinética.

**Energía Cinética:** Es la energía que posee un cuerpo debido a su movimiento relativo.

Se calcula con la ecuación 6.15 siendo m masa v velocidad:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \quad [\text{Ec. 6.15}]$$

Realizando un análisis dimensional en el sistema internacional, la masa se expresa en kilogramos y la velocidad en metros por cada segundo, que elevándola al cuadrado y utilizando la ecuación se llega a que la unidad de energía cinética es:

$$[K] = kg \frac{m^2}{s^2} = N \cdot m = J$$

Lo que corresponde con las afirmaciones sobre la relación entre energía y trabajo.

## Energía Potencial gravitacional

Es un hecho que cuando se libera un cuerpo en presencia de un campo gravitacional, este simplemente cae, lo que indica que el campo gravitacional hizo sobre el cuerpo un trabajo para moverlo desde una posición hasta otra; eso es lo que sucede cuando se deja caer un vaso de cristal, el impacto produce una acumulación y liberación rápida de energía que se manifiesta en la fractura y rompimiento de la pieza.

**Energía Potencial Gravitacional:** Es la energía que posee un cuerpo debido a su altura con respecto a un nivel de referencia en presencia de un campo gravitacional.

Se calcula mediante la ecuación

$$U = mgh \quad [\text{Ec. 6.16}]$$

Donde  $m$  es la masa del cuerpo que cae,  $g$  el valor de gravedad y  $h$  la altura o distancia vertical con respecto a la referencia. Según el anterior concepto, un cuerpo puede tener tantos valores de energía potencial como número de niveles de referencia que existen, por lo que es más conveniente definir el nivel de referencia con respecto al nivel más bajo al que el cuerpo pueda caer. Es importante notar que la ecuación para la energía potencial gravitacional sólo se cumple en el caso de que el cuerpo esté cerca a la superficie de la Tierra y no se mueva grandes distancias comparables al radio del planeta. En una situación como esta, se emplea la ley de la gravitación universal de Newton para calcular la energía potencial. Los procesos matemáticos de esta ecuación escapan del propósito de este libro por lo cual no son tratados, sin embargo la ecuación final que interesa es:

$$U = -G \frac{Mm}{r}$$

Donde  $M$  es la masa planetaria,  $r$  la distancia desde el cuerpo hasta el centro del planeta y  $G$  es la constante de gravitación universal definida por Cavendish.

## Energía cinética rotacional

Muy seguramente han visto un partido de fútbol en televisión; el principal objeto, centro de atención en la cancha es el balón, el cual rueda, se traslada y también vuela por el aire a medida que transcurre el juego. Cuando se traslada con una velocidad se le asocia una energía cinética, cuando vuela por el aire se le asocia una energía potencial gravitacional, pero como también está rotando con respecto a su eje se



<http://www.ahorroenenergia.com>

*La energía solar fotovoltaica cuya finalidad es realizar trabajo eléctrico*

**Figura 6.14.** Manifestaciones energéticas

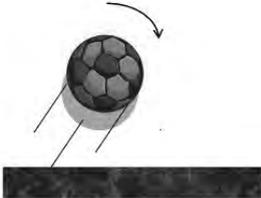


Figura 6.15. Un balón girando tiene energía rotacional, además de la energía cinética y potencial.

le asocia una nueva manifestación energética, la energía cinética rotacional, que es análoga a la energía cinética pero con algunas diferencias; mientras que la energía cinética depende en forma proporcional con el grado de resistencia a trasladarse, que es la masa, la energía cinética rotacional depende del grado de resistencia a rotar, que es el momento de inercia; por otro lado la energía cinética depende del cuadrado de la velocidad lineal, mientras que la energía cinética rotacional depende del cuadrado de la velocidad angular.

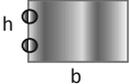
**Momento de Inercia:** Es una variable física de un cuerpo, que representa el grado de resistencia a cambiar su estado de rotación.

Depende de la distribución de masa del cuerpo con respecto a su centro de giro; para una partícula puntual de masa  $m$  rotando a una distancia  $R$  del eje, su momento de inercia es:

$$I = mR^2 \quad [\text{Ec. 6.17}]$$

El momento de inercia depende de que tan cerca esté la masa al centro de giro; por ejemplo en un anillo la masa está más alejada del centro que para una esfera del mismo radio, por lo cual resultará más difícil poner en movimiento rotacional a un anillo que a una esfera. Algunas formulas matemáticas del momento de inercia para cuerpos conocidos se presentan en la siguiente tabla.

Tabla 6.1. Momentos de Inercia para geometrías Conocidas

Momentos de inercia de algunos objetos		
Anillo  $I = mR^2$	Disco o cilindro  $I = \frac{1}{2}mR^2$	Esfera  $I = \frac{2}{5}mR^2$
Varilla girando en su centro  $I = \frac{1}{12}mL^2$	Varilla girando en extremo  $I = \frac{1}{3}mL^2$	Rectángulo  $I = \frac{1}{3}mb^2$

Las anteriores ecuaciones del momento de inercia del anillo, cilindro y esfera sólo se cumplen en el caso de que el cuerpo gire con respecto a

su centro, es decir el eje de giro pasa por éste punto. Si se desea conocer el momento de inercia cuando el cuerpo rota respecto a un punto diferente se procede a utilizar el teorema de los ejes paralelos.

**Teorema de los ejes paralelos:** El momento de inercia de un cuerpo de masa  $m$  y cuyo eje de giro se encuentra a una distancia  $R$  del centro de masa es:

$$I = I_0 + mR^2 \quad [\text{Ec. 6.18}]$$

Donde  $I_0$  representa el momento de inercia del cuerpo con respecto a su centro de masa o centro geométrico.

Dados los anteriores conceptos ya es posible definir la energía rotacional de un cuerpo que gira como:

**Energía cinética rotacional:** Se debe al movimiento de rotación de un cuerpo de momento de inercia  $I$  que rota con una velocidad angular.

Está dada por la ecuación:

$$K_R = I\omega^2 \quad [\text{Ec. 6.19}]$$

Donde  $\omega$  es la magnitud de la velocidad angular expresada en  $\frac{\text{rad}}{\text{s}}$ .

## Energía potencial elástica

Un ejercicio interesante es buscar en casa objetos con elásticos y curiosamente todos los objetos tienen propiedades elásticas, inclusive las paredes y los vidrios, pero a otros objetos se les puede apreciar más fácilmente estas propiedades, por ejemplo los muebles o el colchón tendrán resortes, o en su defecto algún tipo de espuma que se deforma cuando alguien se sienta en ellos, pero que pueden recuperar su forma original una vez desaparece la fuerza.

Ahora, hay algunos elementos como los resortes y las caucheras en los que la fuerza que es necesaria aplicar para deformarlos es directamente proporcional al alargamiento o compresión según sea el caso. A esta propiedad que tienen ciertos objetos se le conoce como ley de Hooke.



<http://orochisensou.blogspot.com>

**Figura 6.16.** Mientras que la fuerza hace que el arco se estire hacia abajo, la fuerza que éste aplica sobre la flecha es hacia arriba.

**SISTEMA ELÉCTRICO  
 COLOMBIANO**

El sistema eléctrico colombiano está representado por el conjunto de generadores, transmisores, distribuidores y consumidores de energía eléctrica. En el 2011 la demanda de energía en el país estuvo cerca a los 60,000GW-h la cual fue atendida con una potencia instalada de 14,420 MW.



<http://www.elmundo.com>

**Figura 6.17.** Hidroeléctrica San Carlos

La hidroeléctrica más grande con que cuenta Colombia actualmente es la central San Carlos con una capacidad instalada de 1240MW asumiendo casi el 10% de la demanda de energía de toda Colombia.

**Ley de Hooke:** La fuerza aplicada sobre un resorte de constante de rigidez  $k$ , es directamente proporcional a su deformación  $x$

Cuya representación matemática es

$$F = -kx \quad [\text{Ec. 6.20}]$$

El signo negativo de la ecuación indica que la fuerza desarrollada por el resorte es opuesta al sentido de la deformación.

Cuando un resorte se deforma almacena energía que puede liberar una vez se elimina la restricción que lo amarra, esta energía recibe el nombre energía potencial elástica.

**Energía Potencial Elástica:** Es la energía asociada a un objeto elástico que se encuentre estirado o comprimido.

Cuya ecuación es:

$$U_e = \frac{1}{2}kx^2 \quad [\text{Ec. 6.21}]$$

Donde  $k$  es la constante de deformación lineal característica de cada cuerpo y  $x$  la distancia deformada –por estiramiento o compresión– medida desde la posición de equilibrio hasta la posición deformada.

### Energía mecánica

En muchas situaciones en física, interesa describir el comportamiento de un sistema en términos de su posición y velocidad y los análisis energéticos proporcionan una herramienta fácil de usar y muy concluyente, así que para comprender mejor la forma como se comportan los sistemas, se emplea una manifestación energética que es el conjunto de las energías cinética y potencial, a este tipo de energía se le denomina energía mecánica.

$$E = K + U \quad [\text{Ec. 6.22}]$$

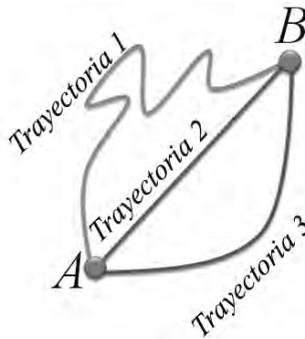
Aunque inicialmente está definida en términos de la energía cinética y la energía potencial gravitacional, también es posible incluir otras manifestaciones energéticas en la ecuación como la energía potencial elástica y la energía rotacional.

## 6.6 Principio De La Conservación De La Energía

Cuando un cuerpo está inicialmente en reposo y suspendido en el aire, se le asocia energía potencial gravitacional, pero si es liberado y empieza a descender esta energía disminuye pues la distancia –altura– se reduce, pero empieza a ganar velocidad y a adquirir energía cinética, por lo que es un hecho demostrable que estas energías no se destruyen, tampoco se crean, pasan de un sistema a otro, se transforman; la energía potencial gravitacional del cuerpo suspendido hace que adquiera velocidad cuando cae transformándose en energía cinética.

En este punto es importante dar claridad sobre dos tipos de fuerzas presentes en análisis energéticos, las fuerzas conservativas y las fuerzas no conservativas. Se dice que una fuerza es conservativa cuando el trabajo que se realiza para mover una partícula desde un punto inicial hasta otro punto final, es totalmente independiente de la trayectoria que se escoja; por otro lado una fuerza no conservativa se caracteriza porque el trabajo efectuado por dicha fuerza aplicado a un cuerpo que se mueve entre dos puntos distintos depende de la trayectoria.

El rozamiento es una de las principales fuerzas de naturaleza no conservativa, pues dependiendo de la trayectoria que siga el cuerpo, puede existir o no más trabajo en el movimiento.



**Figura 6.19.** Fuerzas conservativas y no conservativas.

Considérese la figura 6.19, donde un cuerpo que quiere ir del punto A al punto B sobre una superficie y tiene tres trayectorias posibles; si la superficie no tiene rozamiento, la fuerza necesaria para mover el cuerpo hace trabajo que es totalmente independiente de la trayectoria que escoja, sin embargo si la superficie tiene algún rozamiento, el trabajo

*Presa de las Tres Gargantas*



<http://www.flickr.com>

**Figura 6.18.** Presa de las Tres Gargantas

*Es el proyecto eléctrico más grande del mundo, está situada en el curso del río Yangtsé en China con un embalse de capacidad volumétrica cercano a los 40,000 millones de metros cúbicos de agua; con sus 32 turbinas eléctricas tiene una potencia instalada combinada de 24,000 MW con lo que la presa podría suministrar por sí sola la demanda de potencia de Colombia, Panamá y Ecuador juntos, sin embargo, para China solo alcanza a proporcionar el 3% de la demanda de este país.*

### La Caloría

La *caloría (cal)* es la unidad de energía que corresponde a la cantidad de energía calorífica necesaria para elevar la temperatura de un kilogramo de agua de 14,5°C a 15,5°C a una presión de una atmósfera y cuya equivalencia es:

$$1\text{cal}=4,184\text{ J}$$

Cualquier ser vivo necesita energía para poder desarrollar normalmente actividades como su metabolismo basal – funciones propias del organismo como respirar, palpar, renovación celular–, y demás actividades físicas como desplazarse, alimentarse y reproducirse.

Esta energía, en el caso de los animales, proviene de los alimentos que aportan los nutrientes necesarios para que el organismo los descomponga en unidades más simples –ATP– y aprovechables por las mitocondrias celulares.

Información Nutricional	
Tamaño por porción: 1 vaso (200 g)	
Porciones por empaque: 5	
Cantidad por porción	
Calorías 190	
Calorías de Grasa 45	
Valor Diario*	
Grasa Total 5 g	8%
Grasa Saturada 2,5 g	13%
Grasa Trans 0 g	
Colesterol 20 mg	7%
Sodio 85 mg	4%
Carb. Total 28 g	9%
<a href="http://www.colantafunciona.com">http://www.colantafunciona.com</a>	

Para el ser humano, cualquier producto alimenticio que este a la venta, debe tener en su empaque la información nutricional mínima, es decir debe contener por cada porción, la cantidad de proteínas, carbohidratos, grasas, fibra y adicionalmente su aporte calórico, esto con el fin de que cada persona conozca el tipo de alimentos que está consumiendo y así pueda balancear su dieta.

En promedio, un adulto sano debe ingerir al menos de 1600 calorías diarias para cumplir con su gasto energético basal.

que se gasta para ir del punto A al punto B dependerá de la trayectoria, es decir la trayectoria 1 necesitará mayor trabajo que la trayectoria 3 y esta a su vez necesitará más trabajo que la trayectoria 2. Con lo anterior ya se puede establecer la ley de la conservación de la energía en sistemas conservativos.

**Ley de la conservación de la energía mecánica:** En presencia de fuerzas conservativas, la cantidad de energía mecánica inicial de un sistema es igual a la cantidad de energía mecánica final, esto es la energía mecánica es una constante.

En términos matemáticos, la variación de la energía cinética, la variación de la energía potencial gravitacional, la variación de la energía potencial elástica y demás variaciones energéticas que se quieran considerar, es igual a cero.

$$\Delta K + \Delta U + \Delta E_p = 0$$

Que puede ser reescrito como sigue

$$K_f + U_f + E_{pf} = K_i + U_i + E_{pi} \quad [\text{Ec. 6.23}]$$

Si se consideran más manifestaciones energéticas, éstas se anexan a ambos lados de la igualdad.

En el principio de la conservación de la energía cuando existen fuerzas no conservativas como el rozamiento, la energía mecánica del sistema al inicio del movimiento es diferente a la energía mecánica final, esto es:

$$Energía_{inicial} > Energía_{final}$$

Pero, ¿se estaría violando el principio de la conservación de la energía?....

Realmente NO, parte de la energía inicial del sistema se deriva en trabajo realizado por fuerzas no conservativas de naturaleza disipativa, es decir, no se puede recuperar fácilmente la energía gastada en este trabajo. Entonces para hacer cumplir el principio de la conservación, se deben considerar este trabajo dentro de la ecuación de la conservación.

**Principio de la Conservación de la Energía con Fuerzas no Conservativas:** El trabajo realizado por las fuerzas no conservativas, es igual al cambio de la energía mecánica realizada por las fuerzas conservativas.

Que en términos matemáticos puede expresarse

$$E_i = E_f + W_{NC}$$

Donde  $W_{NC}$  es el trabajo realizado por las fuerzas no conservativas como la fuerza de rozamiento.

$$K_i + U_i + E_{pi} = K_f + U_f + E_{pf} + W_{NC} \quad [\text{Ec. 6.24}]$$

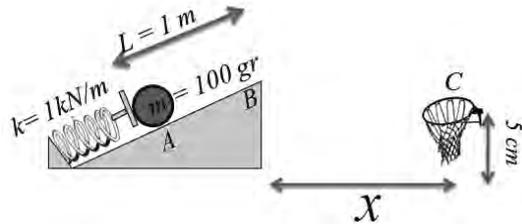
Que es la expresión normalmente utilizada para analizar problemas desde el punto de vista energético.

### Pasos Para Resolver Un Problema De Conservación De La Energía

1. Identificar el punto inicial y el punto final del movimiento y dónde se puede aplicar Conservación de Energía.
2. Analizar las manifestaciones energéticas en cada punto y aplicar la ley de la conservación de la energía entre dos puntos determinados.
3. Reemplazar en la ecuación, cada una de las fórmulas de energía según corresponda.
4. Reemplazar los valores que se tienen y despejar la variable de interés.
5. Si la incógnita despejada no es la de interés se continúa analizando el comportamiento del sistema con el fin de emplear otras estrategias como las leyes del movimiento.
6. Finalmente se despeja la incógnita del problema.

A continuación se muestra un ejemplo de energía y conservación de la misma

**Ejemplo 6.4.** En una tienda de juguetes se inventan un juego para afinar la puntería de un jugador.



**Figura 6.20.** Representación gráfica del problema 6.4.

La esfera de 100g de masa comprime un resorte de 1000 N/m sobre una tabla que forma un ángulo de 30° y cuya longitud es 1m. La bola comprime el resorte 5cm. ¿A qué distancia se debe poner la canasta de 5 cm de alto para que la bola caiga dentro?. El radio de la bola es igual a 5cm.

**Solución:** Utilizando el procedimiento descrito anteriormente.

1. Identificar en que partes se divide el problema, en este caso se emplea la siguiente estrategia:

De A hasta B: Conservación de la energía

De B hasta C: Movimiento parabólico

2. Analizar la energía en cada punto. En este caso sólo se aplica la ley de la conservación de la energía entre los puntos A y B.

Punto A: Sólo tiene energía elástica

Punto B: Energía cinética, Energía rotacional y Energía potencial

Por lo tanto se plantea que:

$$E_A = E_B$$

Esto es:

$$E_p = K + K_r + U$$

3. Reemplazar la ecuación de cada tipo de energía:

$$\frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} I\omega^2 + mgh$$

4. Reemplaza cada variable en términos de los parámetros conocidos. La velocidad angular se relaciona con velocidad de traslación de la siguiente forma:

$$\omega = \frac{V}{R}$$

Y la altura de la rampa es

$$h = L \text{ sen } \theta$$

5. Reemplazando estos valores en la ecuación de energía:

$$\frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} I\omega^2 + mgh$$

$$\frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{2}{5} mR^2 \right) \left( \frac{v}{R} \right)^2 + mgL \text{ sen } \theta$$

Simplificando se llega a la siguiente expresión

$$\frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} mv^2 + \frac{1}{5} mv^2 + mgL \text{ sen } \theta$$

Despejando la velocidad se obtiene

$$v = \sqrt{\frac{5kx^2 - 10mgL \text{ sen } \theta}{7m}}$$

Reemplazando los valores se llega a la conclusión que cuando la pelota deja la rampa su velocidad es de 3,29 m/s

Desde B hasta C hay movimiento parabólico:

$$y = y_0 + v \text{ sen } \theta t - \frac{1}{2} gt^2$$

Pero

$$x = v \text{ cos } \theta t$$

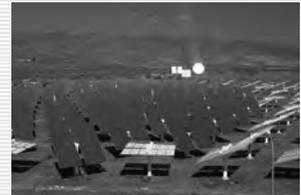
Llegando a la expresión

$$y = L \text{ sen } \theta + x \tan \theta - \frac{1}{2} \frac{gx^2}{v^2 \text{ cos}^2 \theta}$$

### Energía Solar

Es una forma de obtener energía limpia, segura y de muy poco impacto para el medio ambiente. Se basa en el hecho de capturar las radiaciones electromagnéticas y caloríficas provenientes del Sol por medio de estructuras como celdas fotovoltaicas, colectores solares térmicos, que almacenan la energía en bancos de baterías para luego ser utilizados.

La potencia que recibe la Tierra desde el Sol equivale a casi 200.000 billones de vatios, una cifra gigantesca comparada con los escasos 20GW que demanda el mundo lo que equivale a decir que tan solo capturar la energía proveniente del Sol, durante es segundo, es más que suficiente para suplir todas las demandas de la Tierra durante un año.



<http://www.kalipedia.com>

Figura 6.21. Paneles fotovoltaicos.

Los problemas de pasar a este tipo de energía, están relacionados especialmente con los altos costos de los materiales, la gran dependencia a buen clima, las bajas tasas de transferencia y rendimiento -de 1000 W/m<sup>2</sup>, solo el 20% es aprovechado- y la corta vida útil de algunos materiales.

Algunos gobiernos en la actualidad, -especialmente en Europa-, están subsidiando la compra de paneles y colectores solares, con el fin de reducir la dependencia a otras formas de energía contaminantes; se espera que con la evolución de la tecnología, se abaraten los equipos y se mejore su eficiencia.



Como  $L = 1\text{m}$ ,  $\theta = 30^\circ$ ,  $g = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  y  $v = 3,19 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  y como la altura de la rampa es 50cm y la altura de la canasta es 5cm, es decir, 10 veces menor, esta se asume como igual a cero. Así reemplazando estos valores se llega a:

$$0 = 0,5 + 0,57x - \frac{1}{2} \cdot \frac{gx^2}{3,29^2 \cdot 0,86^2}$$

Resolviendo para  $x$  se obtienen dos valores, uno positivo y el otro negativo, tomando el valor positivo para la distancia:

$$x = 1,48\text{m}$$

La canasta debe colocarse a 148cm de la base de la rampa para que la pelota entre en la cesta.

# Preguntas y Ejercicios de Trabajo, Potencia y Energía

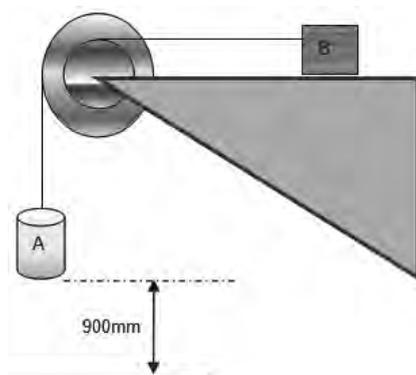
## Preguntas

---

1. ¿Qué es la energía eólica?, ¿cuales transformaciones de energía ocurren y qué variables intervienen en la potencia?
2. ¿Qué es energía hidráulica y cuáles variables intervienen en esta?
3. Explique si el trabajo de las llantas de un carro es positivo, negativo o cero.
4. En una obra de construcción un trabajador traslada bultos de cemento de un lado a otro. ¿Hace trabajo durante todo su recorrido?
5. Cuando usted está en la cafetería de la universidad, ve un tinto sobre una mesa; su compañero le discute a usted que el valor de la energía potencial gravitacional del tinto sólo puede tener un valor. ¿Está usted de acuerdo? ¿Por qué?
6. ¿Por qué el cuerpo humano no tiene la misma temperatura cuando hace combustión al consumir los alimentos, que un papel al quemarse?
7. Una lata de gaseosa y un balón ruedan cuesta abajo por una colina. ¿Cuál llega primero? ¿Por qué?
8. ¿En qué se convierte la energía que se "pierde" en un choque automovilístico?
9. En la reacción química de la fotosíntesis, ¿en qué se convierte la energía de la luz solar?
10. Cuando un hombre sube por escalera ¿Qué tipo de transformación de energía está ocurriendo?
11. Cuando un CD está rotando ¿Cómo se puede calcular su energía?
12. ¿Cuánta energía calórica hay en un paquete de papas fritas? Diga la respuesta en calorías y julios
13. ¿Qué transformaciones de energía se da mientras se explota una bomba atómica?
14. Cuando un helicóptero está en vuelo ¿Qué tipos de energía tiene? ¿De dónde sale esa energía?

## Ejercicios

1. ¿Cuál es la altura del edificio más alto del mundo? ¿Cuál es la energía potencial de un hombre de 60 kg a esa altura?
2. Si una persona consume 2000 Kcal, ¿Cuántos pisos de 2 m debe subir por las escaleras para quemar estas calorías? Asuma que la eficiencia muscular es del 30%.
3. ¿Cuál planeta del sistema solar se mueve con más velocidad en torno al sol? Calcule su energía cinética.
4. ¿Cuál planeta del sistema solar se mueve con más velocidad rotacional? Calcule su energía cinética rotacional.
5. Utilizando la ley de la conservación de la energía, deduzca la ecuación de la altura máxima de un lanzamiento hacia arriba vertical.
6. Una doble polea tiene una masa de 16 kg y un radio de giro centroidal de 180mm. El cilindro A de 11,5kg está colgando de una cuerda enrollada al radio exterior de 250mm y el bloque B de 9Kg en el radio interior de 150mm descansa sobre una superficie. (Ver figura). Si el sistema se suelta desde el reposo, el bloque A golpea el suelo con una velocidad de 2,62 m/s.



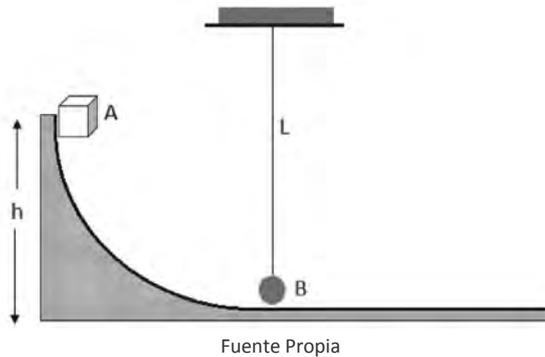
Fuente Propia

Hallar:

- El coeficiente de fricción entre el bloque B y la superficie.
- La aceleración del bloque A
- La aceleración del bloque B
- La aceleración angular de la polea
- La distancia total que recorre B antes de quedar en reposo.

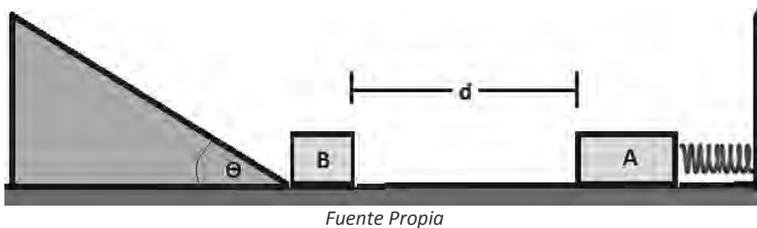
**AYUDA:** Tenga en cuenta que el radio de giro centroidal  $R$  se utiliza para calcular el momento de inercia así:  $I = mR^2$  donde  $m$  es la masa de la polea.

- El bloque A de 900 gr parte desde una altura  $h=80\text{cm}$  y se desliza sin fricción y choca contra B de 1200 gr.



Si el bloque A le comunica el 30% de su velocidad al bloque B, calcular la altura que sube B.

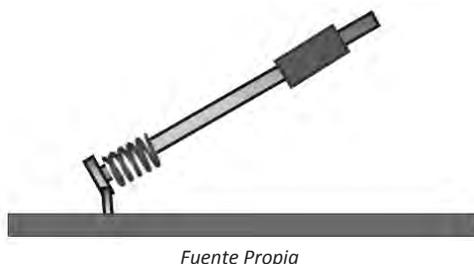
- El bloque A de 200 gr comprime 15 cm el resorte de constante  $10 \frac{kN}{m}$  y se libera deslizando sobre la superficie, cuyo coeficiente de fricción entre esta y el bloque es de 0,1.



Finalmente choca contra el bloque B del doble de masa. Si el bloque A comunica el 25% de su energía cinética al bloque B, calcular:

- La velocidad a la que el bloque A abandona el resorte.
- La velocidad del bloque A un instante antes de chocar con B.
- Las velocidades finales después del choque de ambos cuerpos.
- La altura hasta la cual sube el bloque B, si el ángulo de inclinación es  $20^\circ$ .

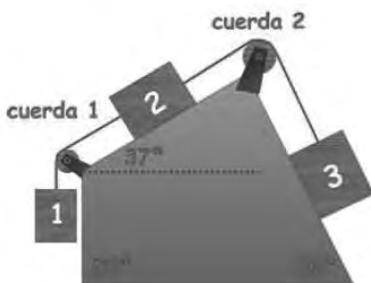
9. Un collarín de 7.5 lb se suelta desde el reposo en la posición indicada en la figura.



La distancia entre el collarín y el borde del resorte es de 18 pulgadas y el ángulo de inclinación es de  $30^\circ$ . Se desliza hacia abajo y comprime el resorte de constante 60lb/ft. Si el coeficiente de fricción dinámica es 0.08, determine:

- A. La deflexión máxima del resorte.
- B. La velocidad máxima del collarín.
- C. Si se devuelve después de comprimir el resorte, ¿Qué distancia sube?

10. La figura muestra 3 masas con  $m_1=3\text{Kg}$ ,  $m_2=1\text{Kg}$  y  $m_3=2\text{Kg}$ .



<http://www.freewebs.com>

El sistema parte del reposo y se mueve hacia la izquierda con una aceleración, y los coeficientes de rozamiento son 0,1 para  $m_2$  y 0,3 para  $m_3$ . Utilice la ley de la conservación de la energía para calcular la velocidad con que la masa 3 golpea el suelo que está a 150cm más abajo.

## 6.7. Laboratorio de Conservación de la Energía

A continuación se proponen una serie de prácticas de laboratorio tanto virtuales como remotas que buscan la reconstrucción de saberes relacionados con la comprensión del conocimiento científico en física, la solución de problemas contextualizados y el método científico como herramienta para la investigación. Recuerde programar su agenda de trabajo para no congestionar la plataforma y teniendo en cuenta el cronograma de actividades del plan de asignatura, hacer las reservas de los equipos para las prácticas remotas con suficiente tiempo.

### Fase Preparatoria

Lea con cuidado el siguiente contenido, en él recordará algunos conceptos y categorías importantes tratadas en el libro y en clase

Recordemos

---

#### EL CONCEPTO DE ENERGÍA

Actualmente no existe un consenso general para definir la palabra energía. Alguna vez habrá escuchado que alguien es muy “energético”, para denotar que es muy activo. También hay otras definiciones más técnicas como. “Es la capacidad para realizar trabajo”, pero esta definición no es exacta ya que existen tipos de energía que no producen trabajo. Pero se puede hacer una idea general al estudiar las manifestaciones de energía más comunes y que son las que se utilizan en este laboratorio.

**ENERGIA POTENCIAL GRAVITACIONAL:** Es la energía asociada a la altura a la que se encuentra un cuerpo por encima o por debajo de un nivel de referencia.

$$U = mgh$$

- U = Energía potencial gravitacional (J)
- m = masa (Kg)
- g = aceleración de la gravedad ( $m/S^2$ )
- h = altura (m)



### ¿Y TU QUE PIENSAS?

Si tomas un lapicero y está a 1 m del suelo, ¿Tiene un valor fijo de energía potencial? ¿De qué depende esto?

**ENERGIA CINETICA:** Es la energía que está presente cuando un cuerpo se mueve de forma relativa a otro cuerpo o sistema.

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

- m = masa (Kg)
- v = Velocidad ( $m/s^2$ )
- K = Energía cinética (J)



### ¿Y TU QUE PIENSAS?

Una botella que está encima de una mesa, ¿Tiene energía cinética?... , aunque la mesa esté en reposo, está sobre la superficie de la Tierra que se traslada en torno al Sol. ¿Indica esto que tiene energía cinética diferente de cero? ¿Cómo se resuelve esta paradoja?

**ENERGIA MECANICA:** Es la suma de la energía potencial más la energía cinética.

$$E = U + K$$

Si no hay fuerzas de rozamiento, también llamadas fuerzas disipativas, entonces la energía mecánica debe permanecer constante. A esto se le llama la **ley de la conservación de la energía mecánica**.



### ¿Y TU QUE PIENSAS?

La ley de la conservación de la energía, ¿Cómo se cumple cuando abres la llave de ducha y sale el agua a presión? Cuando el agua se evapora del mar, ¿Se está violando esta ley?



## Actividades

---

Elabore un pequeño informe sobre los siguientes conceptos matemáticos y físicos, compartiendo sus desarrollos en un foro o una Wiki. Puede trabajar con sus compañeros de curso o si lo prefiere, previa autorización del docente, formar un equipo de trabajo con compañeros de las otras universidades.

Los conceptos y categorías a desarrollar son:

1. Energía potencial, cinética y mecánica –ecuaciones y consideraciones especiales–.
2. La ley de la conservación de la energía mecánica, con fuerzas conservativas y con fuerzas no conservativas.
3. Energías alternativas, prospectos para los próximos años.

## Fase Experimental

A continuación usted va a realizar un conjunto de prácticas virtuales y remotas con el fin de poner en acción la construcción conceptual y categorial de sus saberes. Esto también le permitirá afianzar lo comprendido, incrementando su capacidad para dar respuesta a situaciones cada vez más complejas dentro del pensamiento científico en física.

## Objetivos

---

Con el presente conjunto de prácticas de laboratorio, se busca que el alumno adquiera los siguientes desempeños de competencia:

- Establece correctamente las manifestaciones energéticas presentes en sistemas físicos, igualmente sus variaciones, cuando existen o no fuerzas no conservativas.
- Propone modelos explicativos desde el punto de vista de los análisis energéticos, que establecen las condiciones iniciales de cuerpos o sistemas, y que igualmente sirven para predecir las situaciones futuras de los mismos.
- Resuelve correctamente problemas contextualizados a situaciones reales, por medio de consideraciones energéticas y las leyes del movimiento.

## Práctica de Laboratorio Virtual

---

Ingrese a la página oficial de PHYSILAB, [www.physilab.edu.co](http://www.physilab.edu.co) y en la barra de estado, ingrese a la sección de “**Simulaciones**” para desarrollar la práctica virtual

## Conservación De La Energía



Figura 1. Pantalla para el ingreso a las simulaciones.

Una vez se cargue el plugging debe ver una pantalla similar a la que se muestra a continuación

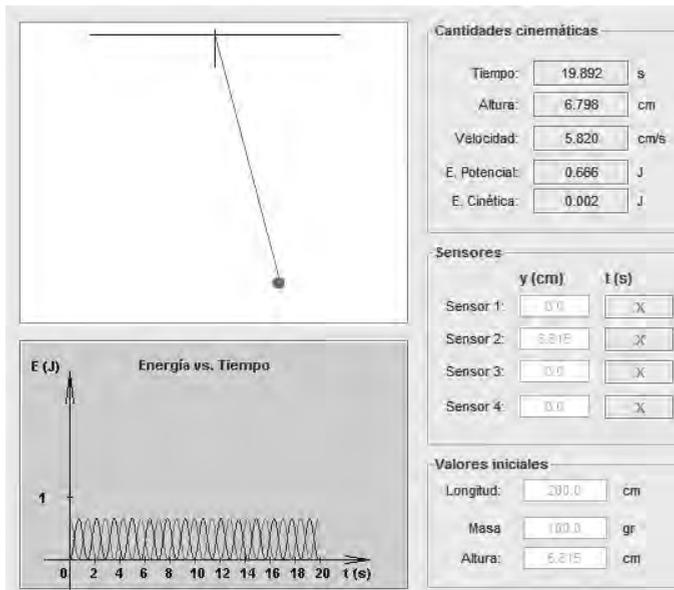


Figura 2. Applet sobre el Teorema de la Conservación de la Energía.



En la figura 2 se aprecia un péndulo que oscila, con parámetros que se pueden variar como la longitud, la masa puntual y la altura inicial. A medida que transcurre la simulación hay un cronómetro que registra el tiempo y que se puede pausar en cualquier momento. También se pueden observar los valores de energía cinética y potencial para cualquier instante, al igual que la velocidad y la altura de la masa que oscila.

### **Práctica Virtual A. Conservación de la energía variando la altura inicial**

- A.1. Corra la simulación de conservación de la energía. Observe las gráficas de energía potencial y energía cinética.
- A.2. Duplique y triplique la altura inicial. Observe las gráficas obtenidas.

#### **Preguntas**

1. Explique cómo cambiaron la gráficas de energía potencial, energía cinética y energía mecánica al triplicar la altura inicial.
2. ¿Qué puede concluir sobre la influencia de la velocidad inicial en la energía potencial?. Establezca el tipo de relación.
3. ¿Qué puede concluir sobre la influencia de la velocidad inicial en la energía cinética?. Establezca el tipo de relación.
4. ¿Qué puede concluir sobre la influencia de la velocidad inicial en la energía mecánica?. Establezca el tipo de relación.

### **Práctica Virtual B. Conservación de la Energía variando la masa**

- B.1. Corra la simulación de conservación de la energía. Observe las gráficas de energía potencial y energía cinética.
- B.2. Duplique y triplique la masa. Observe las gráficas obtenidas.

#### **Preguntas**

1. Explique cómo cambiaron la gráficas de energía potencial, energía cinética y energía mecánica al duplicar y triplicar la masa.
2. ¿Qué puede concluir sobre la influencia de la masa en la energía potencial?. Establezca el tipo de relación.
3. ¿Qué puede concluir sobre la influencia de la masa en la energía cinética?. Establezca el tipo de relación.
4. ¿Qué puede concluir sobre la influencia de la masa en la energía mecánica?. Establezca el tipo de relación.

## Práctica de Laboratorio Remoto

Usted va a encontrar en la **Universidad Católica de Manizales** un montaje que consiste en un péndulo, unos sensores y unos actuadores con los cuales usted puede interactuar de manera REAL, pero a distancia. Recuerde que para utilizarlos, debe realizar previamente la reserva de equipos.

Para iniciar entre al sistema y teclee su nombre de usuario y clave, dada previamente por el administrador.



Figura 3. Pantalla de la página WEB para el ingreso a la plataforma de los laboratorios remotos

Y una vez allí, entre a **Laboratorios** y finalmente a los laboratorios de la **UCM**, donde encontrará un péndulo acompañado de unos sensores, actuadores y cámaras de video. El péndulo está formado por una masa suspendida de una varilla rígida, pero de masa despreciable. La rigidez se debe a la condición de que la oscilación de la masa debe ser sólo en un plano, es decir con un grado de libertad.

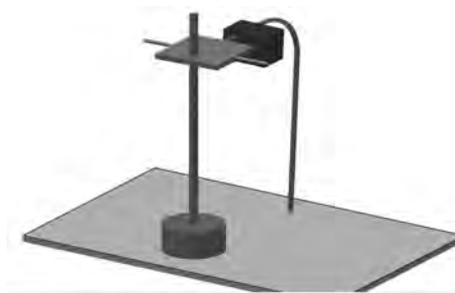
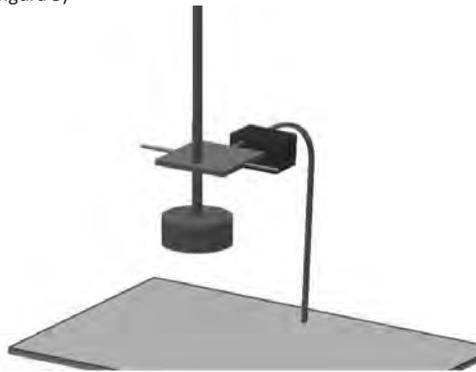


Figura 4. Pantalla de la página WEB para el ingreso a la plataforma de los laboratorios remotos.

El laboratorio de ley de la conservación de energía permite verificar el cumplimiento de la ley de la conservación de la energía mecánica. Básicamente es deducir que la suma de la energía potencial gravitacional y la energía cinética se conserva a lo largo de una trayectoria. En esta sección se explicará la forma cómo funciona el montaje experimental.

El dispositivo usado consiste de sistemas independientes:

**Sistema de control de altura:** Consiste de un juego de piñones soportados sobre una tuerca, los cuales hacen girar la tuerca cuando se mueven. Al girar la tuerca, y al estar anclada en el soporte, el tornillo ira subiendo hasta la altura deseada. El movimiento de la tuerca se hace con un motor paso a paso. (Ver figura 5)



*Figura 5. Sistema de control de altura*

**Sistema de control del ángulo inicial:** El mecanismo para liberar inicialmente el péndulo, es un sistema anclado al poste, y que por medio de una palanca, igualmente accionada por un motor paso a paso, inclina la varilla para el mecanismo hasta la inclinación deseada.



**Figura No.6.** Sistema de control del ángulo inicial. Equipo para verificar la ley de la conservación de la energía

Unido al sistema anterior se tienen dos sensores de movimiento, los cuales miden el tiempo que tarda en pasar la varilla que sostiene el peso por cada sensor. Con base en lo anterior se puede calcular la velocidad del péndulo simplemente dividiendo el ancho de la varilla entre el intervalo de tiempo de paso. Estos sensores son fijos, ya que lo que cambia es la posición inicial del péndulo, y por lo tanto, la varilla de la cual se sujeta el peso siempre va a pasar por los puntos donde éstos se encuentran. La experiencia consiste en soltar el péndulo, pero antes de esto se debe definir el ángulo inicial de inclinación y la altura inicial del péndulo. Una vez liberado éste los sensores miden el tiempo de paso.

## Test de Diagnóstico del Sistema.

Compruebe que el sistema funciona correctamente y que tiene control sobre los diferentes elementos y dispositivos con que cuenta la práctica.

**Protocolo 1. Cámara:** Revise que tenga una buena calidad de video, y que se tenga la visual de todo el sistema pendular.

**Protocolo 2. Verificar la posición inicial del péndulo:** Antes de ingresar valores es necesario observar el montaje a través de la cámara web para constatar que la posición inicial del peso sea la correcta. La varilla que sostiene al péndulo debe estar ubicada en dirección vertical. Al hacer esto se debe apreciar tal como indica la figura 7.

**Protocolo 3. Ingresar la altura inicial del péndulo:** Se indica la altura inicial en la cual se encuentra la masa. Simplemente se ingresa el valor en centímetros. Al hacer esto, el sistema mueve el péndulo de tal forma que su altura coincida con la indicada.

**Protocolo 4. Ingresar el ángulo inicial del péndulo:** Se procede indicar el ángulo inicial en el cual se deberá encontrar la barra que sostiene la masa.

**Protocolo 6. Iniciar la práctica:** Inmediatamente después de ingresar los anteriores parámetros, el sistema queda configurado hasta una manera similar a como lo indica la figura 8. Verifique que el sistema arroje los valores de tiempos, correspondientes a cada sensor.

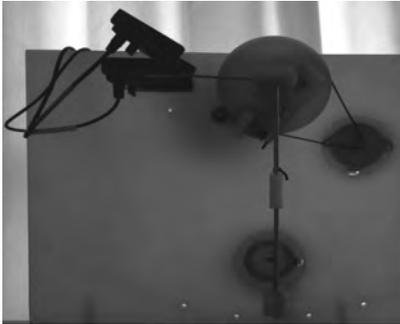


Figura 7. Posición inicial del péndulo.

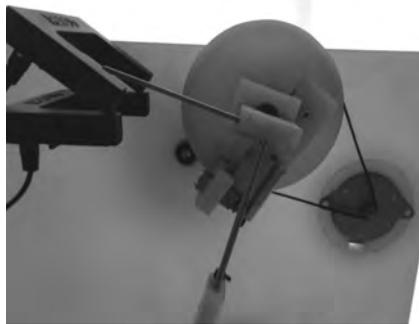


Figura 8. Posición inicial del péndulo.

Si uno de estos protocolos no se cumple, usted no puede realizar la práctica de laboratorio y debe comunicarse con el administrador del sistema a través del correo que se encuentra en la plataforma. Después de corroborar que el sistema funciona correctamente, usted va a desarrollar una serie de pruebas para comprobar los principios físicos de la ley de la conservación de la energía.

### Práctica Remota 1.

- 1.1. Ajuste el péndulo a un ángulo y altura inicial determinada. Para esto bájese en los protocolos 4 a 6 vistos anteriormente.
- 1.2. Registre el diámetro del objeto que pasara por el sensor de velocidad, para así calcular la velocidad. Tenga en cuenta que la distancia desde el sensor al centro del péndulo, no es la misma que la distancia desde el peso hasta el centro de oscilación. Para pasar de una a la otra use la siguiente ecuación:

$$\frac{V_1}{R_1} = \frac{V_2}{R_2}$$

Donde  $V_1$  es la velocidad del punto de la varilla que pasa por el sensor,  $R_1$  la distancia desde este punto hasta el centro de oscilación,  $V_2$  la velocidad del peso, y  $R_2$  la distancia de este al centro de oscilación. Dado esto, complete la siguiente tabla:

Diámetro de la varilla: \_\_\_\_\_

Altura (m)						
Tiempo de paso (s)						
Velocidad (m/s)						



- 1.3 Duplicar la altura inicial, leer los datos y repetir el procedimiento anterior. Registre los datos en la tabla 2.

Altura (m)						
Tiempo de paso (s)						
Velocidad (m/s)						

- 1.4. Utilice los datos de la tabla 1 para calcular la energía cinética, potencial y mecánica en cada punto. Haga el mismo procedimiento con la tabla 2.
- 1.5. Compare el resultado anterior con la energía mecánica inicial. Especifique el error.
- 1.6. Grafique en un mismo plano las energías de los puntos 1.4 y 1.5. Use grafico de barras.
- 1.7. Concluya sobre la relación entre la energía potencial y la energía cinética

## RESPUESTAS A LOS PROBLEMAS IMPARES

### CAP. 2. Medición, Error y Cifras Significativas

1.  $3 \times 10^8 m$
3.  $18,72 \times 10^3 \frac{km}{h}$  ;  $11,3 \times 10^3 \frac{millas}{h}$
5.  $20 \text{ años} = 7300 \text{ días} = 1,752 \times 10^5 \text{ horas} = 6,31 \times 10^8$
7.  $10,55 \frac{km}{h}$  ;  $45,48 \text{ litros}$
9.  $(10,8 \pm 0,1)cm$  ;  $(9,29 \pm 0,1)cm^2$ ;

### CAP. 3. Cantidades Vectoriales

1. a.  $\sqrt{5} \angle 30^\circ$       b.  $\sqrt{11} \angle 56,3^\circ$       c.  $\sqrt{41} \angle 51,4^\circ$   
d.  $\sqrt{5} \angle 243,4^\circ$       e.  $5 \angle -53,1^\circ$       f.  $5 \angle 126,9^\circ$   
g.  $5 \angle 233,13^\circ$
3. a.  $10,4i + 6j$               b.  $-0,7i + 7,9j$               c.  $0,43i - 0,25j$   
d.  $-141,4i + 141,4j$       e.  $-1,7i - 1,4j$               f.  $-0,7i + 0,7j$   
g.  $41,6i - 24j$               h.  $41,6i + 24j$               i.  $-10,7i + 9j$
5. a.  $4i + j - 2k$               b.  $4i + 3j - 5k$               c.  $i + j - 7k$   
d.  $2i - 2j - 7k$               e.  $10i + 9j - 6k$               f.  $3i + 19j - 6k$   
g.  $-7i - 11j + 16k$       h.  $14 - 3j - 10k$

### CAP 4. Movimiento Rectilíneo Uniforme

1.  $1,5 \times 10^{11} m$
3.  $v(t) = 2 + 12t$  ;  $26 \frac{m}{s}$  ;  $24 \frac{m}{s}$
5.  $1165,7 m$  ;  $24,142 s$  ;  $96,568 \frac{m}{s}$

9.  $630K$  gravedades

11. 1360 km ; 1,3 gravedades

### Cap. 5. Caída de los Cuerpos

1. 8.2 s

3. 5.9 s ; 174.8m

5.  $5.2 \frac{m}{s}$  ; 9.4 m

7. 4,2 s ;  $-56.3 \frac{m}{s}$

### Cap 6. Trabajo, potencia y energía

1. 636m ; 373.968 J

3. Mercurio;  $47,9 \frac{Km}{s}$  ;  $3,79 \times 10^{32} J$

7. 7,2 cm

9. 5,51 in ;  $6.45 \frac{m}{s}$  ; 3,37 in