



DISEÑO, CONSTRUCCIÓN Y SISTEMATIZACIÓN DE UN PÉNDULO FÍSICO PARA LA ENSEÑANZA DEL MOVIMIENTO ARMÓNICO SIMPLE EN UN SISTEMA CON UN GRADO DE LIBERTAD

Design, construction and systematization of a
physical pendulum for the teaching of simple
harmonic movement in a system with one
degree of freedom

M. Á. González¹, J. C. Mosquera² y I. Artamónova³

1 Universidad del Quindío. Programa de Física, Instituto Interdisciplinario de las Ciencias, Armenia (Colombia);
ORCID: 0000-0002-9129-1637. magonzalez_1@uqvirtual.edu.co

2 Universidad del Quindío, Programa de Física, Instituto Interdisciplinario de las Ciencias, Armenia (Colombia);
ORCID: 0000-0001-7874-0736. jcmosquera@uniquindio.edu.co

3 Universidad del Quindío, Programa de Física, Armenia (Colombia); ORCID: 0000-0003-4584-4832.
iartamonova@uniquindio.edu.co

RESUMEN

Este trabajo tiene por objeto el estudio y análisis experimental de un péndulo físico, utilizando tecnología micro controlada de la línea Arduino. El trabajo se realizó en la Universidad del Quindío – Armenia. Con la incorporación de dichos componentes al sistema mecánico se reduce el error asociado a la toma de datos por parte del estudiante, lo que a su vez permite enfocar más su atención en el desarrollo intuitivo y fenomenológico de la persona que desarrolla la práctica de laboratorio. Este montaje garantiza la reproducibilidad de una característica importante del péndulo en cada medida, es decir, mostrar la dependencia funcional del valor del periodo de oscilación con respecto a la distancia entre el punto de rotación y el centro de masa del sistema oscilante, e interpretarla correctamente a través de lo visto en la teoría. El proceso de diseño y construcción del sistema mecánico y el sistema DAQ, dieron lugar a los experimentos y la captura de datos y se desarrollaron utilizando un módulo acelerómetro y un módulo microSD respectivamente.

PALABRAS CLAVE

Arduino, interfaz gráfica del usuario GUI, oscilaciones, péndulo físico, transformada rápida de Fourier.

ABSTRACT

This work aims at the study and experimental analysis of a physical pendulum, using micro controlled technology of the Arduino line. The work was developed at the University of Quindío. With the incorporation of these components to the mechanical system, the error associated with the data collection by the student is reduced, this in turn allows to focus more attention on the intuitive and phenomenological development of the person who develops the laboratory practice. This assembly guarantees the reproducibility of an important characteristic of the pendulum in each measurement; which is, to show the functional dependence of the value of the oscillation period with respect to the distance between the point of rotation and the center of mass of the oscillating system and interpret it correctly through what is seen in the theory. The design and construction process of the mechanical system and the DAQ system, which gave rise to experiments and data capture, were developed using an accelerometer module and a micro-SD module respectively.

KEYWORDS

physical pendulum, Arduino, graphical user interface GUI, Fast Fourier Transforms, oscillations

I. INTRODUCCIÓN

Las prácticas de laboratorio son de vital importancia en la educación de los estudiantes de ciencias naturales [1], ya que constituyen un vínculo entre la teoría desarrollada en clase y los sistemas reales. A lo largo de las experiencias académicas se pueden identificar diferentes tipos de prácticas de laboratorio, como las que buscan desarrollar las destrezas del estudiante, y las prácticas que se enfocan en comprobar teorías y corroborarlas de manera experimental. Sin embargo, el objetivo central de una práctica de laboratorio es afianzar los conocimientos del estudiante, al tiempo que se fortalecen sus capacidades en la recolección y análisis de datos cuantitativos.

Algunas estaciones de trabajo de las prácticas de laboratorio usadas cotidianamente, no permiten realizar mediciones suficientemente confiables, es decir, mediciones con incertidumbres que permitan realizar comparaciones entre los supuestos de la teoría y los resultados obtenidos a través de la experimentación.

Adicionalmente, la mayoría de las estaciones de trabajo existentes en los centros educativos para el estudio de oscilaciones pendulares, son básicas y solo permiten la medición del periodo de oscilación con cierto grado de exactitud, suficiente como para extraer conclusiones confiables a nivel del modelo de oscilaciones armónicas.

Sin embargo, las oscilaciones pendulares reales no son armónicas, por el contrario, presentan una variación en la amplitud (por pérdida por fricción), y en consecuencia, una variación de la frecuencia de oscilación y de su amplitud, a medida que las oscilaciones mismas se amortiguan en el medio [2].

En la actualidad, la tendencia en muchas universidades es a reemplazar los laboratorios reales por los virtuales, como mencionan [3], pero el objetivo central de las prácticas de laboratorio se diluye en un nuevo tipo de trabajo teórico – idealizado, donde los factores que modifican el modelo matemático, como fricción, fuerzas disipativas y otras, han sido excluidos casi en su totalidad.

Por otra parte, a la ayuda del instrumentador físico en los últimos años han llegado aplicaciones electrónicas y mecánicas que permiten realizar experimentos clásicos y obtener datos reproducibles y confiables. En este artículo se muestra un sistema experimental para la enseñanza de las oscilaciones amortiguadas en un

sistema con un grado de libertad de fácil reproducción, de manera que pueda ser implementado por estudiantes y docentes de instituciones de educación media y superior.

El objetivo es estudiar oscilaciones pendulares reales en sistemas con un grado de libertad, sus principales conceptos, desde la idealización de movimiento armónico simple, hasta oscilaciones libres amortiguadas. Con este objetivo se diseñó un péndulo físico de baja fricción, y se instrumentó a partir de un módulo acelerómetro instalado sobre el eje de giro del péndulo, con el cual se medirán variaciones en la posición con respecto al tiempo, disminuyendo así los posibles errores en la adquisición de muestras temporales y angulares durante la realización de prácticas académicas [3].

II. FUNDAMENTO TEÓRICO

El mundo está conformado por objetos que se mueven; sus movimientos pueden estar divididos en dos grupos: aquellos que se realizan en las inmediaciones de una posición de equilibrio y regresan a ese mismo estado, y aquellos que se trasladan de un lugar a otro. Un caso particular se asocia a aquellos movimientos repetitivos en torno a una misma posición, y que se denominan movimientos periódicos.

El estudio de los movimientos periódicos es importante en la generación de conceptos como periodo, frecuencia cíclica, frecuencia angular, velocidad angular y velocidad lineal y aceleración. Estos conceptos fundamentales son el primer estadio en la formación del concepto de onda, como el desplazamiento de una señal (no visible), que transporta energía y momentum, y que es la base de casi todos los fenómenos que permiten las interacciones en el mundo conocido.

Sin entrar en detalle de las deducciones, se plantea que las oscilaciones pendulares pueden ser descritas por una función $f(x,y,z,t)$, la cual representa magnitudes como la posición (lineal o angular), velocidades, aceleraciones, energía potencial, energía cinética, etc.

Un sistema que puede describirse a partir de un único parámetro dependiente del tiempo, se considera un sistema con un grado de libertad. Para el caso de un péndulo simple (Fig.1.), puede ser la variación angular que tiene la masa con respecto al tiempo $f(t)=\Phi(t)$

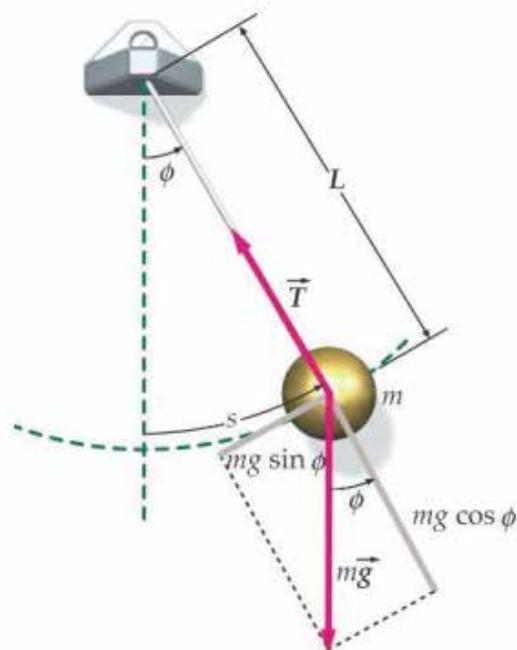


Fig. 1. Esquema de Péndulo simple.

Para este sistema, en ausencia de fuerzas disipativas, es posible introducir el concepto de movimiento armónico simple (MAS) descrito con una función a la cual se llama función armónica:

$$\Phi(t) = \Phi_0 \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad (1)$$

En este caso, el parámetro $\omega_0^2 = g/l$ – es una constante definida por los parámetros de construcción del sistema (l – longitud del péndulo y g – la aceleración de la gravedad) y Φ_0, φ – dos constantes que deben ser halladas de las condiciones iniciales. Los sistemas oscilatorios pueden presentar pérdidas energéticas por múltiples factores, por ejemplo, para sistemas mecánicos, fuerzas de fricción, fuerzas resistivas al moverse en presencia del aire y otros fluidos. Al estudiar sistemas reales se deben tener en cuenta estos factores y modelar sus oscilaciones como sistemas de oscilaciones amortiguadas.

$$\ddot{\Phi} + \frac{b}{m} \dot{\Phi} + \omega_0^2 \Phi = 0 \quad (2)$$

En este trabajo se consideran solo fuerzas resistivas linealmente proporcionales a la velocidad $R = -b\dot{\Phi}$, donde b – es un coeficiente de forma que depende también del tipo de fluido.

La solución de la ecuación (2) corresponde a oscilaciones amortiguadas que pueden ser escritas como:

$$\Phi(t) = \Phi_0 e^{-\gamma t} \cos(\omega t + \varphi) \quad (3)$$

Donde $\gamma = b/2m$ y $\omega^2 = \omega_0^2 - \gamma^2$. Y el sistema tendrá una frecuencia propia de oscilaciones armónicas. Para un péndulo físico (cuerpo real oscilante), la frecuencia propia del sistema debe ser calculada a partir de la fórmula:

$$\omega_0^2 = \frac{mga}{I} \quad (4)$$

Donde a es la distancia desde el pivote al centro de masa del péndulo y I momento de inercia del cuerpo oscilante.

III. DESARROLLO EXPERIMENTAL

En el proceso de diseño del sistema experimental se tuvo en cuenta que los componentes, tanto electrónicos como físicos (péndulo), fueran de fácil adquisición en el mercado local; además, se consideró que no fuera reducido en tamaño del dispositivo, de tal forma que cualquier usuario lo pudiera reparar y, además modificar según su necesidad.

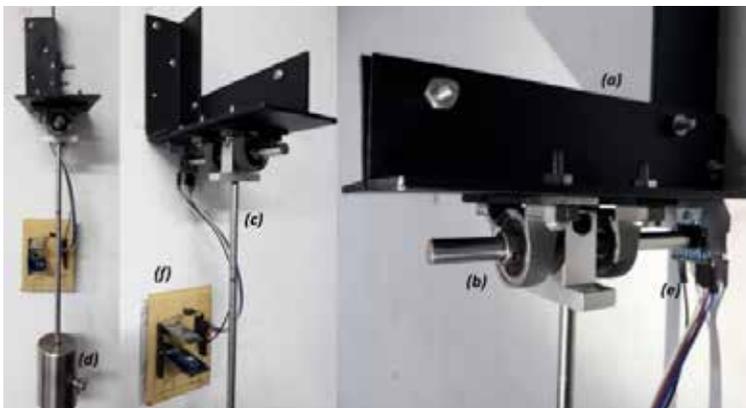


Fig. 2 Montaje Experimental real.

La parte mecánica del prototipo se muestra en la Fig. 2. y está compuesta por un soporte de aluminio (a) del cual se sujetan dos chumaceras (b), que sirven de soporte rodante, del que pende una varilla de acero inoxidable de 6.4 mm de diámetro y 0.85 metros de longitud (c) y una masa de 0.195 kg.

Una masa cilíndrica de 1.216 kg (d) puede ser adherida a lo largo de la varilla de manera tal que el momento de inercia del “cuerpo físico” se pueda variar. La varilla posee una serie de marcas que facilitan la medición del punto de anclaje de la plomada a la varilla. El dispositivo encargado de sensar los ángulos de inclinación del sistema oscilante (e) se encuentra sujeto del centro del punto de pivote del péndulo; y el montaje electrónico encargado de adquirir y procesar toda la información está conformado por el microcontrolador (Arduino-UNO) y el módulo micro-SD (f) [6].

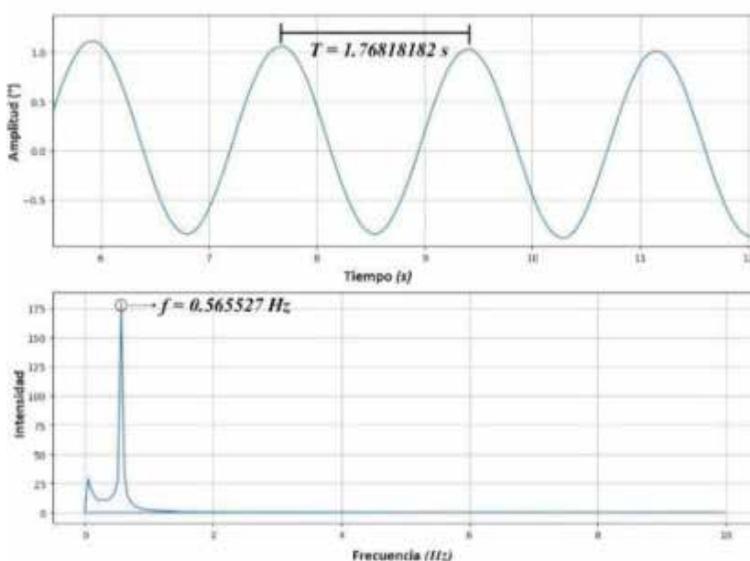


Fig. 3- Medida Inicial, longitud efectiva del péndulo 0.77m

Para el proceso de ensamblado y configuración del sistema, fue necesario instalar el programa de desarrollo Arduino 1.8.5, el cual se encarga de interpretar los datos obtenidos por módulo MPU- 6050 [6] y representarlos en el computador u otro dispositivo externo, como variaciones angulares con respecto al eje sobre el que se está realizando el movimiento de pivote del sistema oscilante. De manera simultánea, se desarrollaron dos programas en Python [4]-[7] para procesar datos y visualizar gráficos.

Los datos recibidos a través de conexión USB o puerto serial, son amplitudes en función del tiempo, es decir, mediciones de la posición del péndulo, registradas en intervalos de tiempo bien definidos (0.1 s), lo que conforma una serie de tiempos. Con esta información es necesario realizar las siguientes tareas:

- Graficar la posición como función del tiempo.
- Calcular el periodo de oscilación utilizando una transformada rápida de Fourier.

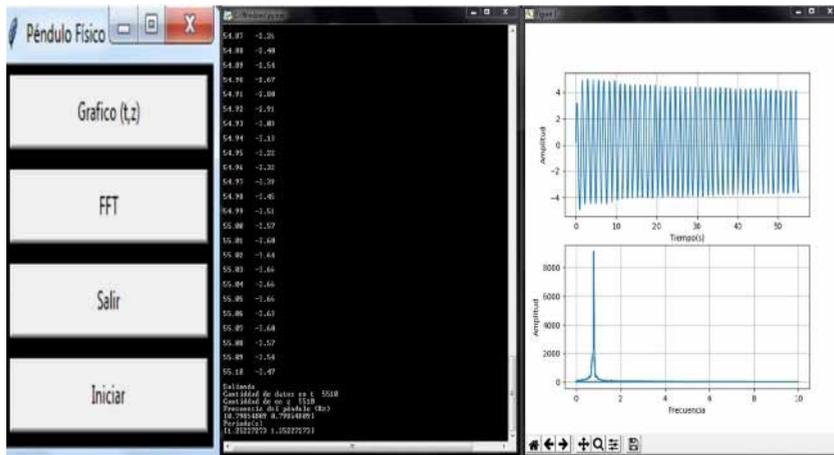


Fig. 4. Entorno de programación secundario (Python 3.7.1)

Para comprobar si el acople entre el dispositivo mecánico y electrónico funciona correctamente, se desarrollaron 4 pruebas (prácticas) diferentes, contemplando lo predicho en la teoría [1]- [4].

Con la medida inicial que se puede ver en la Fig. 4, se comprobó que el sistema oscilante describía un comportamiento amortiguado. Esta dinámica es propia de sistemas que disipan energía a través de un medio, para este caso, pueden ser por causa de fricción en las balineras y resistencia generada por el medio en que se encuentren.

A través de la interfaz gráfica, es posible extraer el periodo de oscilación, como se muestra en la Fig. 5. El sistema de adquisición basado en ARDUINO permite obtener mediciones de tiempos con precisión hasta con 8 cifras significativas, lo cual es un gran avance en la toma de datos de laboratorio.

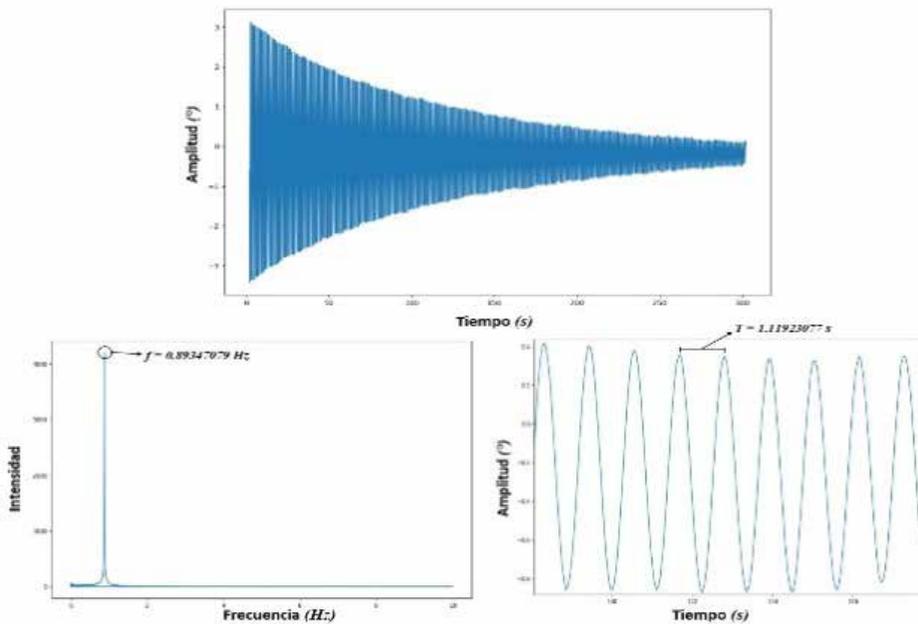


Fig. 5- Comportamiento amortiguado del sistema,
para un péndulo con una longitud de 0.26 m

La Fig. 5., muestra el comportamiento amortiguado del sistema. Este ejercicio permite al estudiante comprobar el comportamiento exponencial decadente de las oscilaciones libres en concordancia con la teoría y, a partir de las gráficas obtenidas directamente por el sistema, calcular parámetros como el decremento logarítmico, el coeficiente de amortiguamiento, y otros propios de las oscilaciones libres amortiguadas, incluidos estudios energéticos del sistema.

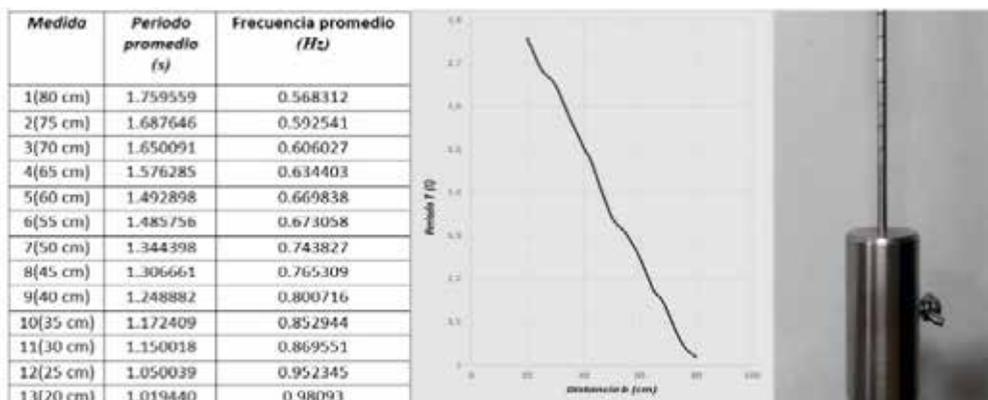


Fig. 6- Análisis estadístico.

El sistema permite verificar la veracidad de la fórmula (4) para la frecuencia propia del sistema de un péndulo físico, como función del momento de inercia (Fig. 6.).

El sistema propuesto admite ir más allá de las mediciones convencionales y estudiar sistemas con oscilaciones reales, donde la amplitud de oscilación no solo no es pequeña, sino que varía con el tiempo, lo que conlleva a considerar oscilaciones no armónicas donde la frecuencia de oscilación es función de la amplitud.

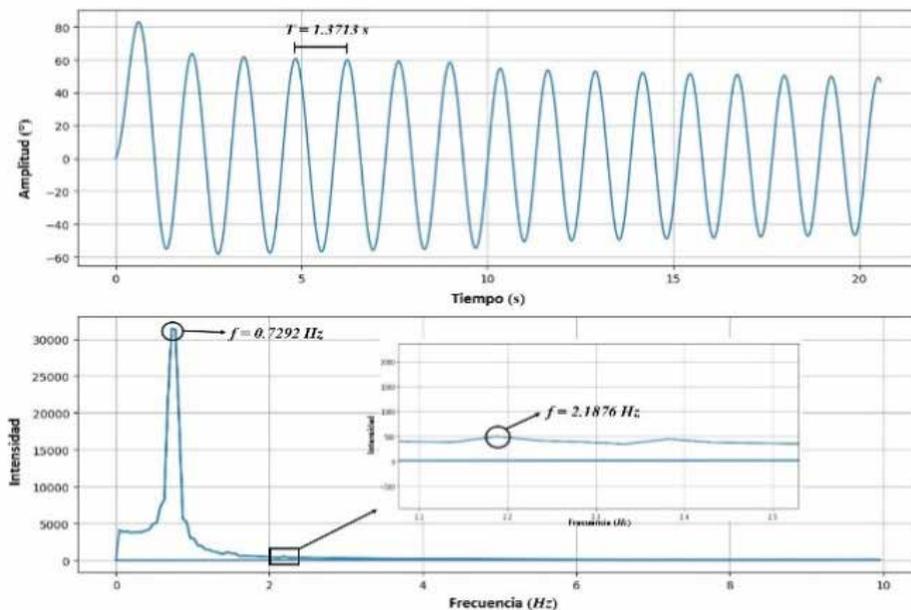


Fig. 7- Oscilaciones Anarmónicas.

La gráfica de la Fig. 7., muestra los resultados de oscilaciones realizadas con una amplitud inicial superior a 30° . El análisis por transformada rápida de Fourier muestra que en un sistema coexisten oscilaciones en la frecuencia fundamental ω_0 y oscilaciones en la frecuencia $3\omega_0$, comportamiento que describe un sistema anarmónico, el cual puede explicarse por la teoría vista en [1].

IV. CONCLUSIONES

En este trabajo se abordó el desafío de oscilaciones libres en un sistema con un grado de libertad. Para ello, se diseñó y construyó un sistema oscilante

utilizando dispositivos electrónicos de bajo costo, algo que sin duda es una mejor alternativa para la comunidad académica que solo dispone de laboratorios virtuales. Con este aporte se busca abrir una nueva línea de investigación en la instrumentación física, para que estudiantes y colegas promuevan este tipo de prácticas con base en el desarrollo de dispositivos elaborados con tecnología micro controlada de bajo costo.

1. Se estudió el funcionamiento de un sistema de adquisición de datos con un sistema Arduino y se adaptó para realizar medición de la posición angular de un péndulo en tiempo real.
2. Se implementó un procesamiento de datos a partir de la transformada rápida de Fourier con software libre Python, lo cual permite estudiar oscilaciones no armónicas como un aporte especial de este desarrollo.
3. Se implementó un sistema para el estudio de oscilaciones pendulares que permite no solo medir el periodo del péndulo en cada configuración, sino también estudiar el comportamiento energético del sistema oscilante.
4. Este trabajo ha dado inicio a una línea de investigación en instrumentación física y enseñanza de la física, a fin de dotar el laboratorio de física de la Universidad del Quindío, con sistemas de experimentación confiables, de bajo costo y con tecnologías micro controladas.

V. REFERENCIAS

- [1] J. C. Mosquera, P. A. Ruiz y A. Muñoz, “Oscilaciones y Ondas”, Armenia: Elizcom, 2008.
- [2] M. Samiullah, “Free Oscillations—One Degree of Freedom”, Oxford Scholarship, 2015 DOI:10.1093/acprof:oso/ 9780198729785.003.0002
- [3] H. Leyton-Vásquez, “Incorporación de simuladores en el diseño de una unidad didáctica para la enseñanza y el aprendizaje del tema movimiento oscilatorio desde la articulación de los conceptos físicos, el modelamiento matemático y sus aplicaciones”, III Encuentro internacional sobre la enseñanza de las ciencias exactas y naturales, pp. 197- 215, Universidad Católica de Pereira, 2015-2.
- [4] J. Pomares, “Manual de programación de Arduino”, Alicante, 2009.
- [5] M. Carrizo, “Fourier y el procesamiento digital de señales”, p. 1-4,

2014. Disponible en: <http://lcr.uns.edu.ar/fvc/NotasDeAplicacion/FVC-Martin%20Carrizo.pdf>
- [6] A. V. J. Castrillón, “Transformada rápida de Fourier y su aplicación en tratamiento de imágenes y audio”, p.1-5. Disponible en: https://www.academia.edu/11206213/Transformada_r%C3%A1pida_de_Fourier_y_su_aplicaci%C3%B3n_en_tratamiento_de_im%C3%A1genes_y_audio
- [7] J. M. Cruz y A. Lutenberg, “Introducción General a los Sistemas Embebidos”, Universidad de Buenos Aires, Argentina, 2012.

VI. AUTORES

Miguel Ángel González Santiago

Licenciado en Física de la Universidad del Quindío 2019. ORCID: 0000-0002-9129-1637 Áreas de investigación: Instrumentación física, enseñanza de la física.

Julio César Mosquera Mosquera

PhD en Física de la Universidad Estatal de Moscú M.V. Lomonosov, en el año 2008. Docente de planta de la Universidad del Quindío desde el año 2008. Director del Programa de Física de la Universidad del Quindío en los años 2016-2018. Vinculado al grupo de investigación “Optoelectrónica” del Instituto Interdisciplinario de las Ciencias de la Universidad del Quindío, el cual se encuentra en categoría A en Colciencias. Par evaluador reconocido por Colciencias. Investigador Asociado (I) (con vigencia hasta 2019-12-05) - Convocatoria 781 de 2017. ORCID: 0000-0001-7874-0736 Áreas de investigación: Instrumentación física, enseñanza de la física, acusto - óptica, procesamiento de imágenes.

Irina Artamónova

PhD en Física Educativa del Instituto Politécnico Nacional de México en el año 2016. Docente de la Universidad del Quindío desde el año 2008. Directora del Programa de Física de la Universidad del Quindío en los años 2018-2019. ORCID: 0000-0003-4584-4832 Áreas de investigación: enseñanza de la física, estadística aplicada, investigación en educación