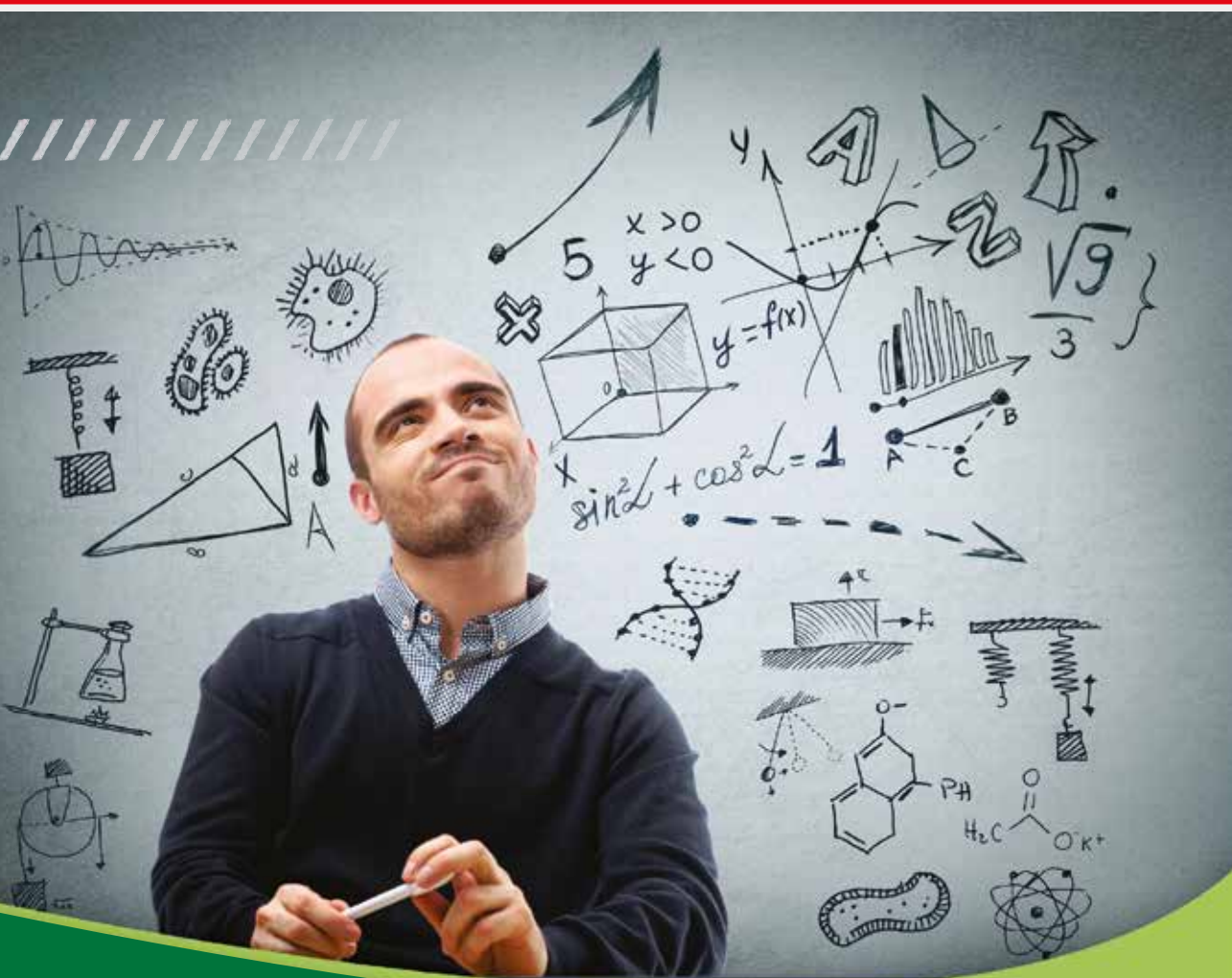


La Enseñanza de las Ciencias Básicas, ejercicio facilitador del desarrollo tecnológico y científico del país



Universidad
CATÓLICA
de Pereira



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MANIZALES

IV

Encuentro Internacional
Sobre la Enseñanza de las
Ciencias Exactas y Naturales

Encuentro Internacional sobre la enseñanza de las ciencias exactas y naturales (2017 : Manizales, Colombia)

La Enseñanza de las Ciencias Básicas, ejercicio facilitador del desarrollo tecnológico y científico del país. / IV Encuentro Internacional sobre la enseñanza de las ciencias exactas y naturales, Manizales, Colombia 7 al 9 de septiembre de 2017; Compiladores Mónica María Gómez Hermida, Diego Fernando Arias Mateus.-- Manizales : Universidad Católica de Pereira : Universidad Nacional de Colombia-Sede Manizales, 2017.

1 recurso en línea (252p.)

Evento organizado por la Universidad Católica de Pereira, Universidad Nacional de Colombia – Sede manizales.

ISBN 978-958-8487-39-7 Libro electrónico

1. Enseñanza 2. Ciencias exactas y naturales -- Didáctica. 3. Resolución de problemas. 4. Técnicas de estudio. 5. Ciencias exactas y naturales – Ponencias – Resúmenes. I. Encuentro Internacional sobre la enseñanza de las ciencias exactas y naturales (2017 : Manizales, Colombia) -- Ponencias. II. Gómez Hermida, Mónica María. III. Arias Mateus, Diego Fernando. IV. Miranda Mercado, David Alejandro. V. Martínez Téllez, Jorge Humberto. VI. Lizcano Dallos, Adriana Rocío. VII. Ospina Ospino, Rogelio. VIII. Sánchez, Melba Johana. IX. Moreno Sarmiento, Luisa Fernanda. X. Agudelo Calle, Jairo de Jesús. XI. Beleño Montagut, Ligia. XII. Márquez Narváez, Carolina. XIII. Muñiz Olite, Jorge Luis. XIV. Jiménez García, Francly Nelly. XV. Jiménez Sipagauta, Francisco Javier. XVI. Figueroa Flórez, Jaider Albeiro. XVII. Sánchez Cardona, Ivan Darío. XVIII. Motta Trujillo, James Ariel. XIX. Palacio Carmona, Ricardo. XX. Giraldo López, Mariana Yohely. XXI. Guerrero Peña, Adriana. XXII. López Rojas, Jhon Darío. XXIII. Restrepo Jaramillo, Gloria Andrea. XXIV. Angulo Valencia, Jhon Jair. XXV. Checa Cerón Oscar Yovany. XXVI. Toro Carvajal, Luis Alberto. XXVII. Colorado, Iveth. XXVIII. Ávila Mejía, Piedad Elena. XXIX. Ramírez Velásquez, Lliana María. XXX. Romero Franco, Sebastián. XXXI. Albornoz Córdoba, Edwin. XXXII. Molina Díaz, Carlos Arlex. XXXIII. Giraldo Arbeláez, Jorge Eduardo. XXXIV. Osorio Zuluaga, Héctor Jairo. XXXV. Castaño Uribe, Gabriel Jaime. XXXVI. Universidad Católica de Pereira. XXXVII. Universidad Nacional de Colombia-Sede Manizales.

CDD 500 ed. 21 THEMA P

Catalogación en la publicación – Universidad Católica de Pereira

Universidad Católica de Pereira

Título: La Enseñanza de las Ciencias Básicas, ejercicio facilitador del desarrollo tecnológico y científico del país. / IV Encuentro Internacional sobre la enseñanza de las ciencias exactas y naturales, Manizales, Colombia 7 al 9 de septiembre de 2017.

Compiladores: Mónica María Gómez Hermida, Diego Fernando Arias Mateus

ISBN: 978-958-8487-39-7 Libro electrónico

Primera edición 2018

Rector de la Universidad Católica de Pereira: Pbro. Jhon Fredy Franco Delgado

Vicerrector Académico: Jesús Gabalán Coello

Directora de Investigaciones: María Luisa Nieto Taborda

Corrección de Estilo: Giohanny Olave Arias

Diseño carátula: Olga Lucía Cataño Santacoloma

Coordinación editorial: Biblioteca Cardenal Darío Castrillón Hoyos

Diagramación:

GRÁFICAS BUDA, SAS.

Calle 15 No. 6-23 PBX: 335 72 35

Pereira – Risaralda - Colombia

Reservados todos los derechos

© Universidad Católica de Pereira, 2018

Carrera 21 No. 49-95 Pereira

Teléfono 312 40 00

ucp@ucp.edu.co www.ucp.edu.co

© David Alejandro Miranda Mercado – Colombia

Jorge Humberto Martínez Téllez – Colombia
Adriana Rocío Lizcano Dallos – Colombia
Rogelio Ospina Ospino – Colombia
Melba Johana Sánchez – Colombia
Luisa Fernanda Moreno Sarmiento – Colombia
Jairo de Jesús Agudelo Calle – Colombia
Ligia Beleño Montagut – Colombia
Carolina Márquez Narváez – Colombia
Jorge Luis Muñiz Olite – Cuba
Francy Nelly Jiménez García – Colombia
Francisco Javier Jiménez Sipagauta – Colombia
Jaider Albeiro Figueroa Flórez – Colombia
Ivan Darío Sánchez Cardona – Colombia
James Ariel Motta Trujillo – Colombia
Ricardo Palacio Carmona – Colombia
Mariana Yohely Giraldo López – Colombia
Adriana Guerrero Peña – Colombia
Jhon Darío López Rojas – Colombia
Gloria Andrea Restrepo Jaramillo – Colombia
Jhon Jair Angulo Valencia - Colombia
Oscar Yovany Checa Cerón – Colombia
Luis Alberto Toro Carvajal – Colombia
Iveth Colorado – Colombia
Piedad Elena Ávila Mejía – Colombia
Lliana María Ramírez Velásquez – Colombia
Sebastián Romero Franco – Colombia
Edwin Albornoz Córdoba – Colombia
Carlos Arlex Molina Díaz – Colombia
Jorge Eduardo Giraldo Arbeláez – Colombia
Héctor Jairo Osorio Zuluaga – Colombia
Gabriel Jaime Castaño Uribe – Colombia

El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión del autor y no compromete el pensamiento institucional de la UCP, ni genera su responsabilidad frente a terceros. Los autores asumen la responsabilidad por los derechos de autor y conexos contenidos en la obra, así como por la eventual información sensible publicada en ella.

Pereira, Colombia
Diciembre de 2018

ÍNDICE DE CONTENIDO

Introducción	16
---------------------------	----

Módulo didáctico sobre el manejo estadístico de datos para estudiantes de laboratorio de física I	17
--	----

A teaching module on the statistical management of data for physics I laboratory students

I. Introducción.....	18
II. Evidencia del problema	19
III. Diseño del módulo didáctico	21
IV. Implementación del módulo didáctico	25
V. Conclusiones.....	25
VI. Agradecimientos.....	26
VII. Bibliografía.....	26

Identificación de ideas previas para la enseñanza de oscilaciones y ondas: un punto de partida para la intervención en el aula de clases	29
---	----

Identification of previous ideas for the teaching of oscillations and waves: a point of departure for the intervention in the classroom

I. Introducción.....	31
II. Metodología.....	32
III. Resultados	33
A. Movimiento oscilatorio	33
B. Movimiento ondulatorio	38
IV. Conclusiones.....	41
V. Referencias	43

Unidades didácticas integradoras: una experiencia en la enseñanza-aprendizaje del movimiento oscilatorio y ondulatorio	47
---	----

Integrative didactic units: an experience in the teaching-learning of the oscillatory and wave movement

I. Introducción.....	48
II. Referentes teóricos	50
III. Metodología aplicada	51

IV. Resultados	56
V. Conclusiones.....	59
VI. Referencias	60

**Fortaleciendo procesos de pensamiento matemático
en la construcción de una huerta escolar**61

*Strengthening mathematical thinking processes in the
construction of a school garden*

I. Nomenclatura	62
II. Introducción.....	62
III. Desarrollo del artículo	64
A. Preliminares	64
B. Indagación bibliográfica.....	66
C. Metodología	67
D. Resultados	68
1) Resultados en torno al pensamiento numérico.....	68
2) Resultados en torno al pensamiento espacial.....	69
3) Resultados en torno al pensamiento métrico	69
4) Resultados en torno al pensamiento aleatorio y sistemas de datos.....	71
5) Resultados en torno al pensamiento variacional.....	72
IV. Conclusiones.....	73
V. Referencias	73

**La solución de problemas en el desarrollo de procesos generales
asociados al pensamiento variacional y los sistemas algebraicos**75

*The solution of problems in the development of general processes
associated with variational thinking and algebraic systems*

I. Introducción.....	77
II. Desarrollo del artículo	78
A. Preliminares	78
B. Indagación bibliográfica.....	79
C. Metodología	82
III Resultados	83
A. Actividades de entrenamiento.....	86
B. Actividades de culminación.....	88
IV. Conclusiones.....	92
V. Referencias	94

**La proporcionalidad en la solución de
problemas de medición, variación y aleatoriedad.....97**

*Proportionality in the solution of problems
of measurement, variation and randomness*

I.	Introducción.....	99
II.	Desarrollo del artículo	100
	A. Preliminares	100
	B. Marco teórico	101
	C. Metodología	102
	D. Resultados y discusión.....	103
III.	Conclusiones	110
IV.	Referencias.....	111

**Diseño de estrategias didácticas en matemáticas en la
formación para el trabajo del sena, regional caldas 113**

*Design of didactic strategies in mathematics in the training
for the work of sena, regional caldas*

I.	Nomenclatura	115
II.	Introducción.....	115
III.	Horizonte de la investigación	115
	A. Preliminares	115
	B. Indagación bibliográfica.....	117
	C. Metodología	119
	D. Resultados	121
	1) Resultados de la encuesta.....	121
	a) Resultados categoría a	124
	b) Resultados categoría b	124
	c) Resultados categoría c	125
	d) Resultados categoría d.....	127
	2) Estrategias propuestas por los instructores	127
IV.	Conclusiones.....	129
V.	Referencias	130

**Aprendizaje de técnicas estadísticas mediante la construcción
de un entorno personal de aprendizaje (ple) en el semillero
“herramientas de apoyo para la investigación”133**

*Learning of statistical techniques through the construction of a personal
learning environment (ple) in the seedbed “support tools for research”*

I.	Introducción.....	135
----	-------------------	-----

II.	Desarrollo del artículo	136
A.	Metodología	136
III.	Conclusiones.....	138
IV.	Referencias	139
V.	Autores	140

**Uso y evaluación de enunciados en problemas contextuales
para la comprensión de los parámetros (m y b) de una función
lineal $y=mx+b$, en grado octavo.....141**

*Use and evaluation of affirmations in contextual problems for the
understanding of the parameters (m and b) of a linear function*

$y = mx+b$, in eighth grade

I.	Introducción.....	142
II.	Planteamiento del problema	143
Justificación	143	
Antecedentes.....	145	
Descripción de la problemática	147	
III.	Elementos teóricos.....	149
Elementos didácticos	150	
A.	Elementos de la teoría semiótica cognitiva: la representación y la necesidad de representar	152
B.	Elementos necesarios para generar comprensión de un objeto matemático	153
C.	¿Cómo acceder a la comprensión de un objeto matemático según la teoría semiótica cognitiva?	154
a.	Elementos curriculares.....	155
I.	Procesos generales	156
II.	Conocimientos básicos	156
III.	El contexto	157
IV.	Metodología.....	157
V.	Análisis de las situaciones	158
A.	Análisis semiótico	159
1)	La designación	159
2)	La conversión.....	159
3)	Tratamiento	159
4)	La representación	159
5)	Marcas lingüísticas.....	160
VI.	Resultados de la aplicación de una secuencia	160

A.	situación 1: clasificando pescados y relacionando magnitudes	160
1)	Logros alcanzados en la situación 1	163
B.	Situación 2: platoneras, razón de cambio y registros de representación.....	163
1)	Logros alcanzados en la situación 2	166
C.	Situación 3: fenómenos cotidianos y función lineal	166
1)	Logros alcanzados en la situación 3	168
VII.	Conclusiones.....	168
VIII.	Referencias bibliográficas	170

**El modelo computacional-representacional de la matemática,
los sistemas cognitivos artificiales y los procesos de
enseñanza-aprendizaje de las matemáticas**171

*The computational-representational model of mathematics, artificial
cognitive systems and the teaching-learning processes of mathematics*

I.	Nomenclatura	173
II.	Introducción.....	173
III.	Desarrollo del artículo	175
A.	La matemática	175
B.	El carácter representacional de la matemática	176
C.	El carácter computacional de la matemática.....	177
D.	El modelo computacional -representacional de la matemática (mcrmat).....	177
E.	El MCRMAT y los sistemas cognitivos artificiales	179
IV	Referencias	180

Enseñanza de polígonos a través de las tic.....182

Teaching polygons through tic

I.	Introducción.....	183
II.	Implementación de un módulo interactivo	184
A.	Polígonos.....	184
B.	Ideas previas.....	186
C.	Contexto de aula.....	188
D.	Niveles de razonamiento	189
E.	Estrategias didácticas	190
III.	Conclusiones.....	191
	Agradecimientos.....	192
IV.	Referencia	192

Razonamiento covariacional a través del software dinámico.

El caso de la variación lineal y cuadrática195

Covariational reasoning through dynamic software.

The case of linear and quadratic variation

I.	Introducción.....	196
II.	Desarrollo del artículo	197
	A. Antecedentes	197
	B. Elementos teóricos	198
	1) Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos	198
	2) Razonamiento covariacional	200
C.	Metodología.....	201
	1) Los instrumentos.....	202
	2) El razonamiento covariacional.....	204
	Algunos resultados.....	204
	a) el caso de juanito	204
III.	Algunas conclusiones	212
	A. De las funciones y el software dinámico	212
	B. Del pensamiento covariacional	212
IV.	Referencias	213

Análisis comparativo entre las variables de pH, conductividad eléctrica (ce) y textura para un bosque secundario y un suelo degradado.....215

Comparative analysis between the variables of pH, electrical

conductivity (ec) and texture for a secondary forest and a soil degraded

I.	Introducción.....	217
II.	Desarrollo del artículo	217
	A. Revisión de términos.....	217
	B. Materiales y métodos	219
	1) Muestreo	219
	C. Resultados y discusión.....	222
III.	Conclusiones.....	223
IV.	Referencias	224
V.	Autores	225

Desarrollo de la competencia científica mediante actividades lúdicas y resolución de problemas en la clase de química del grado décimo, en la I.E.D. Enrique olaya herrera	227
<i>Development of scientific competence through play activities and problem solving in chemistry class of the tenth grade, in the I.E.D. Enrique olaya herrera</i>	
I. Introducción.....	229
II. Las competencias científicas	230
III. Test de actitudes	231
IV. Actividades en el aula.....	236
A. Póker químico	236
B. ¿Qué equipo tiene la respuesta?	236
C. Práctica de laboratorio.....	237
V. Resolución de problemas.....	237
VI. Agradecimientos.....	239
VII. Referencias	239

Unidades didácticas en química: una herramienta motivadora para el proceso de enseñanza – aprendizaje del concepto mezclas y disoluciones	241
--	-----

Didactic units in chemistry: a motivating tool for the teaching - learning process of the concept of mixtures and dissolutions

I. Introducción.....	243
II. Problemática	243
III. Metodología.....	243
IV. Resultados esperados.....	244
V. Bibliografía.....	245

La modelación en la enseñanza y aprendizaje de los modelos atómicos	246
--	-----

Modeling in the teaching and learning of atomic models

I. Introducción.....	247
II. Desarrollo del artículo	248
A. Didáctica de las ciencias de la naturaleza	249
B. Constructivismo y las tecnologías de información y comunicación tic	250
C. Habilidades del siglo XXI y competencias relacionadas con los modelos científicos	251
D. Modelos científicos	252

E.	Obstáculos en la enseñanza y aprendizaje del concepto sobre modelo atómico.....	254
F.	Metodología	255
G.	Resultados	257
III.	Conclusiones.....	259
IV.	Referencias	260

Los sistemas de datos en la básica primaria: una propuesta alternativa que vincula procesos, pensamientos y sistemas matemáticos.....	264
<i>Data systems in the elementary school: an alternative proposal that links processes, thoughts and mathematical systems</i>	

Nuestros Repositorios Institucionales	285
--	------------

LISTA DE FIGURAS

Módulo didáctico sobre el manejo estadístico de datos para estudiantes de laboratorio de física I

Figura 1.	Gráfica dificultades presentadas cuando se realiza la práctica de laboratorio.....	20
Figura 2.	Recursos elaborados para el módulo.....	21
Figura 3.	Presentación del video de errores en la medición	22
Figura 4.	Presentación de los video-errores en la medición de Regresiones	22
Figura 5.	Personajes de la animaciones Experticia y Experticio.....	23
Figura 6.	Guía Ia de laboratorio	24
Figura 7.	Hojas de trabajo de los laboratorios.....	24

Unidades didácticas integradoras: una experiencia en la enseñanza- aprendizaje del movimiento oscilatorio y ondulatorio

Figura 1.	Aula para las unidades didácticas	52
Figura 2.	Objeto de aprendizaje- Movimiento oscilatorio.....	53
Figura 3.	Objeto de aprendizaje- Movimiento ondulatorio	53
Figura 4.	Objeto de aprendizaje- Sonido	53
Figura 5.	Laboratorio virtual	54
Figura 6.	Simulador usando Geogebra	54

Figura 7.	Proyecto de la Unidad I – Prensa para sellos	55
Figura 8.	Proyecto de la Unidad II – El sismógrafo	55

*Fortaleciendo Procesos de Pensamiento
 Matemático en la Construcción de Una Huerta Escolar*

Figura 1.	Una muestra del trabajo de los estudiantes que evidencian el uso de las fracciones como porcentajes y decimales.....	69
Figura 2.	Una muestra del trabajo de los estudiantes que evidencia el uso de algunos procesos asociados al pensamiento espacial.....	70
Figura 3.	Uso de Geogebra para explorar, verificar y argumentar sobre algunas propiedades, relaciones y diferencias entre área y perímetro	70
Figura 4.	Una muestra del recorrido de los estudiantes en el ciclo PPDAC, y el uso de algunos procesos asociados al pensamiento aleatorio y los sistemas de datos	71
Figura 5	Una muestra del uso de diversas representaciones en el reconocimiento de patrones y la construcción de igualdades.....	72

La solución de problemas en el desarrollo de procesos generales asociados al pensamiento variacional y los sistemas algebraicos

Figura 1.	Recta de Euler construida por los estudiantes en Geogebra	84
Figura 2.	Tabla de proporción de segmentos en la recta de Euler	84
Figura 3.	Respuesta dada a una pregunta del taller de familiarización ..	85
Figura 4.	Esquematación de números triangulares y cuadrados a base de puntos en el cuaderno	86
Figura 5.	Tabla de identificación de patrones numéricos	86
Figura 6.	Construcción de números cuadrados y triangulares usando Geogebra.....	87
Figura 7.	Generalización taller sobre números triangulares y cuadrados	88
Figura 8.	Fractal copo de nieve realizado en una hoja de cuaderno.....	89
Figura 9.	Iteraciones construidas en Geogebra por los estudiantes.....	89
Figura 10.	Tabla de regularidades en fractal copo de nieve	90

Figura 11. Representación del árbol pitagórico con lápiz y papel	91
Figura 12. Fractal árbol pitagórico en Geogebra.....	91
Figura 13. Tabla de regularidades en cuadrados. Árbol Pitagórico.....	92

*La proporcionalidad en la solución de problemas
 de medición, variación y aleatoriedad*

Figura 1. Ejemplo de estudiantes que evidencian razonamiento de tipo aditivo.....	104
Figura 2. Empleo de razones por parte de los estudiantes.....	105
Figura 3. Estudiantes que usan razonamiento proporcional.....	105
Figura 4. Recolección de información en algunas situaciones.....	106
Figura 5. Uso de constantes y proporcionalidades	106
Figura 6. Diagrama o cuadros usados por estudiantes y respuestas entregadas.....	107

*Uso y evaluación de enunciados en problemas contextuales para la
 comprensión de los parámetros (m y b) de una función lineal $y=mx+b$,
 en grado octavo*

Figura 1: Tomada de los DBA 7 V1 del grado 8°	144
Figura 2: Transformaciones semióticas (Adaptado de Pontón, s.f).....	146
Figura 3: Análisis de la pendiente de una función lineal.....	150
Figura 4: Representación cartesiana de una función lineal	150
Figura 5: Elementos que median en la comprensión de un objeto matemático	154
Figura 6: Elementos importantes dentro del proceso educativo.....	156
Figura 7: Analisis de la S1T123	161
Figura 8: Análisis comparativo de la S1T123	161
Figura 9: Analisis de S1T456	162
Figura 10: Análisis comparativo de la S1T456	162
Figura 11: Análisis de la S2T7	164
Figura 12: Análisis de la S2T3P6.....	164
Figura 13: Análisis de la S2T3P8.....	165
Figura 14: Analisis de la S3T1P567.....	166
Figura 15: Análisis de la S3T3P12.....	167
Figura 16: Análisis de la S3T3P13.....	167

El Modelo Computacional-Representacional de la matemática, los sistemas cognitivos artificiales y los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas

Figura 1. El MCRMAT y los PEAM.....	178
-------------------------------------	-----

Enseñanza de polígonos a través de las TIC

Figura 1. Estructura para la enseñanza de la clasificación de polígonos en grado 4° de Primaria.....	185
Figura 2. Esquema de desarrollo cognitivo para la enseñanza de la clasificación de polígonos.....	186
Figura 3. Niveles de razonamiento para la clasificación de polígonos.....	190

*Razonamiento covariacional a través del software dinámico.
El caso de la variación lineal y cuadrática*

Figura 1. Gráfica perteneciente a la guía de trabajo 1.....	204
Figura 2. Evidencia 2.....	206
Figura 3. Evidencia 3.....	207
Figura 4. Evidencia 4.....	208
Figura 5. Evidencia 5.....	209
Figura 6. Evidencia 6.....	209

Desarrollo de la competencia científica mediante actividades lúdicas y resolución de problemas en la clase de química del grado décimo, en la I.E.D. Enrique Olaya Herrera

Figura 1. Resultados de respuesta al nivel 1 correspondiente al Auto concepto académico.....	233
Figura 2. Resultados de respuesta al nivel 2 correspondiente a Actitud hacia el aprendizaje de la ciencia.....	234
Figura 3. Resultados de respuesta al nivel 3 correspondiente a la actitud hacia la institucionalidad escolar.....	234
Figura 4. Resultados de respuesta al nivel 4 correspondiente a la Actitud hacia el aprendizaje escolar.....	235

*Los sistemas de datos en la básica primaria:
una propuesta alternativa que vincula procesos,
pensamientos y sistemas matemáticos*

Figura 1.	Relación de los niveles de lectura con las partes esenciales de un problema matemático	266
Figura 2.	Gráfica propuesta a los estudiantes del grupo 3 ^o 4	268
Figura 3.	Gráfica elaborada por un estudiante del grupo 3 ^o 4	269
Figura 3.	Ordenar datos de menor a mayor	272
Figura 4.	Pictogramas	273
Figura 5.	Probabilidad de ocurrencia de un evento	274
Figura 6.	Pictogramas	275
Figura 7.	Comparación de datos (tablas y gráficos)	275
Figura 8.	Probabilidad	276
Figura 10.	Lectura de imágenes y niveles de lectura	277
Figura 11.	Completar la gráfica según la información extraída de la imagen	278
Figura 12.	Representaciones de los estudiantes	279
Figura 13.	Tarjetas de roles para el equipo y muestra de frutas para pegar sobre cada una de las columnas correspondientes	280
Figura 16.	Representaciones de los estudiantes	280

LISTA DE TABLAS

*Módulo didáctico sobre el manejo estadístico de datos para estudiantes de
laboratorio de física I*

Tabla 1	Descripción de la población estudiantil	19
Tabla 2	Descripción de la población estudiantil	20
Tabla 3	Descripción del material desarrollado para el laboratorio de física I	25

*Diseño de estrategias didácticas en matemáticas en la formación
para el trabajo del SENA, regional Caldas*

Tabla 1	Organización de la encuesta.....	122
Tabla 2	Algunas propuestas presentadas por instructores.....	128

*Uso y evaluación de enunciados en problemas contextuales
para la comprensión de los parámetros (m y b) de una función
lineal $y=mx+b$, en grado octavo*

Tabla 1:	Relación entre los parámetros de una función lineal y su representación gráfica.....	151
----------	---	-----

Razonamiento covariacional a través del software dinámico

Tabla 1.	Acciones mentales [1].....	200
Tabla 2.	Niveles de razonamiento Carlson et al. [1].....	201
Tabla 3.	Planes de telefonía 1	203
Tabla 4.	Acciones mentales. El caso de Juanito.....	211

*Análisis comparativo entre las variables de pH, conductividad eléctrica
(CE) y textura para un bosque secundario y un suelo degradado*

Tabla 1.	Prueba de Normalidad realizada en SPSS.....	222
Tabla 2.	Prueba t de Student para muestras independientes realizada en SPSS.....	223
Tabla 3.	Prueba t de Student para muestras independientes realizada en SPSS.....	223

*Desarrollo de la competencia científica mediante actividades
lúdicas y resolución de problemas en la clase de química del
grado décimo, en la I.E.D. Enrique Olaya Herrera*

Tabla I	Test likert sobre actitudes.....	232
Tabla II	Situaciones problema propuestas	238




INTRODUCCIÓN

En una sociedad cambiante, plural y universalizada precisa una educación de calidad capaz de responder asertivamente a los retos que le demanda el contexto; esto desde luego implica hacer lectura permanente del mismo y así encontrar las mejores formas para pensar, para trabajar en equipo, para desarrollar nuevas herramientas y para vivir en el mundo, tal como quedó manifiesto en el I Foro Internacional ATC 21s “Evaluación de las Competencias del Siglo XXI”, ahora una de las formas que tiene la ciencia para avanzar como disciplina en el mismo marco para el desarrollo de competencias no solamente de los estudiantes sino también de las prácticas profesionales, es compartir abiertamente sus discursos en escenarios académicos y formativos, que potencien el análisis pero también faciliten el debate enriquecedor incluso desde posturas antagónicas irreconciliables.

La Universidad Católica de Pereira, en asocio con la Universidad Nacional de Colombia Sede Manizales, busca precisamente la generación de esos espacios de encuentro donde el tema de discusión se oriente hacia las prácticas docentes exitosas, fruto de investigaciones de aula hechas ya sea de forma individual o de forma colectiva. El VI Encuentro Internacional sobre la Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales hace una apuesta fuerte tendiente al visibilizar los perfeccionamientos tanto de los procesos de enseñanza como de aprendizaje, reuniendo durante tres días, expertos de varias disciplinas, entre ellas las matemáticas, la física, la química, el álgebra, la estadística y la biología en temáticas relacionadas con la pedagogía, la didáctica, las tecnologías de la información entre otras.

El presente documento contiene las memorias de los encuentros entre pares, los resúmenes de las conferencias, las ponencias y los cursillos a fin de que sirvan como elemento referencial tanto para aplicaciones de aula por parte de los asistentes e interesados en el tema como también punto de partida para nuevas investigaciones.

Juan Carlos Henao López
Ingeniero Electricista



MÓDULO DIDÁCTICO SOBRE EL MANEJO ESTADÍSTICO DE DATOS PARA ESTUDIANTES DE LABORATORIO DE FÍSICA I¹

A teaching module on the
statistical management of data
for physics I laboratory students

*Luisa Fernanda Moreno Sarmiento², Jorge Humberto Martínez Téllez³,
David Alejandro Miranda Mercado⁴, Rogelio Ospina Ospino⁵,
Adriana Rocío Lizcano Dallos⁶, Melba Johanna Sánchez Soledad⁷*

-
- ¹ Los resultados que se evidencian en este trabajo forman parte del desarrollo del proyecto “Mejoramiento de las experiencias en la enseñanza y aprendizaje ExperTIC”, financiado por la Vicerrectoría Académica de la Universidad Industrial de Santander, como parte del “Sistema de Excelencia Académica y el Fortalecimiento de las capacidades científicas y tecnológicas para lograr una mejor formación para la investigación por medio de mejores laboratorios de Física para ciencia e ingeniería”.
- ² L.F. Moreno Estudiante de Física de la Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga (Colombia); e-mail: luisafernandacolsanpa@gmail.com.
- ³ J.H. Martínez Ph. D Profesor Titular de la Escuela de Física de la Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga (Colombia); e-mail: dalemir@gmail.com
- ⁴ David A. Miranda Ph. D Profesor Titular de la Escuela de Física de la Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga (Colombia); e-mail: dalemir@uis.edu.co
- ⁵ Rogelio. Ospina Ph. D Profesor Titular de la Escuela de Física de la Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga (Colombia); e-mail: rospina@saber.uis.edu.co
- ⁶ A.R. Lizcano M.Sc. Docente CEDEDUIS de la Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga (Colombia); email: alizcano@uis.edu.co
- ⁷ M.J. Sánchez M.Sc. Docente de cátedra, Laboratorios de Física, Vicerrectoría académica, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga (Colombia); e-mail: melbimbiris@gmail.com

Resumen

El cambio de paradigma de enseñar por competencias ha llevado al desarrollo de diferentes capacidades. La UIS ha adoptado una estrategia académica para mejorar las competencias investigativas. Con este propósito se implementó un módulo didáctico que ayude a mejorar el manejo e interpretación de datos de laboratorio.

Palabras clave

E-learning, manejo de datos, interpretación de resultados, prácticas de Física

Abstract

The paradigm shift of teaching by competences has led to the development of different capacities. The UIS has adopted an academic strategy to improve investigative skills. For this purpose, a didactic module was implemented to help improve the management and interpretation of laboratory data.

Keywords

e-learning, data management, interpretation of results, physics practices

I. INTRODUCCIÓN

Los laboratorios de Física I, II y III de la Universidad Industrial de Santander están enfocados hacia la formación para la investigación; además, complementan la parte teórica de las asignaturas. El trabajo práctico en el laboratorio proporciona la experimentación y aplicación de los conceptos tratados en el componente teórico, con un enfoque hacia la formación para la investigación. En términos generales, el laboratorio de Física es un lugar equipado con diversos instrumentos de medición, donde se realizan experimentos o investigaciones y las prácticas son una forma de organizar el proceso de enseñanza aprendizaje.

La Escuela de Física y la Facultad de Ciencias de la Universidad Industrial de Santander-UIS dieron inicio en el 2015 a un proyecto orientado a incentivar en los estudiantes el logro de competencias para la investigación [1]. El proyecto impacta a los estudiantes adscritos a los programas de las Facultades de ciencias, Ingeniería Fisicomecánicas e Ingenierías Fisicoquímicas, las cuales, en su currículo, tienen establecidas las asignaturas de Física I, Física II y Física III, además de estudiantes de pregrado en Física que ven las asignaturas de Mecánica, Electromagnetismo, Mecánica II, Ondas y Partículas, Física Moderna y Óptica.

La propuesta de mejoramiento parte de la idea del laboratorio como espacio para la experimentación, que toma sentido en el marco de un proyecto de investigación. Esta idea se materializa en forma didáctica mediante la integración de estrategias de aprendizaje activo (active learning) [2], Just In Time Teaching (JiT'T) [3] y el aprendizaje mediado (mediating learning) [4]. La estrategia didáctica propuesta involucra una secuencia de aprendizaje que inicia con la familiarización sobre el proyecto de investigación; posteriormente, se aplica un cuestionario de preparación de laboratorio, se ejecuta la sesión de laboratorio y finaliza con la recepción y evaluación del reporte de investigación.

Actualmente, los estudiantes de los laboratorios tienen acceso a la plataforma Moodle en donde encuentran el proyecto a desarrollar, material audiovisual con videos grabados sobre las diferentes prácticas y el cuestionario de preparación de laboratorio - CPL. Para realizar la práctica, los estudiantes cuentan con una hoja de trabajo y la descripción de cada material a utilizar en el desarrollo del proyecto. Después de finalizada la sesión práctica, los estudiantes deben realizar el reporte de investigación y publicarlo en el aula virtual Moodle.

II. EVIDENCIA DEL PROBLEMA

Esta estrategia se ha implementado durante los períodos 2015-II, 2016-I, 2016-II. Al finalizar cada semestre se aplica una encuesta de percepción para identificar aspectos positivos y por mejorar en la implementación de la estrategia.

TABLA I DESCRIPCIÓN DE LA POBLACIÓN ESTUDIANTIL

	2015-II	2016-I	2016-II
Número de estudiantes matriculados	647	400	546
Número de estudiantes participantes	594	349	183
Número de estudiantes que hicieron observaciones al laboratorio	179	155	142

Con la realización de la encuesta a docentes y estudiantes, cada semestre, se evidenció una percepción positiva a nivel general sobre el proceso de enseñanza/aprendizaje. Sin embargo, se detectaron aspectos por mejorar en el manejo e interpretación de datos, así como para la organización de conclusiones del proceso.

TABLA 2 DESCRIPCIÓN DE LA POBLACIÓN ESTUDIANTIL

	Suma de 2015-II	Suma de 2016-I	Suma de 2016-II
Toma de datos	7	9	9
Redacción del informe (Organización de la información)	14	12	9
Realización de informe	28	20	26
Realización de gráficas	17	15	10
No se especifica los cálculos que se deben realizar	15	13	8
Montaje experimental	5	8	8
Manejo de instrumentos de laboratorio	4	3	4
Inconvenientes en la plataforma	9	2	1
Falta de equipos suficientes para todos los grupos	12	7	3
Falta de claridad en los proyectos de investigación (guía)	23	18	16
Equipos e instrumentos que no funcionan correctamente	12	7	12
Cálculo de errores	12	18	8
Análisis de los datos y cálculos	21	23	28
Total general	179	155	142

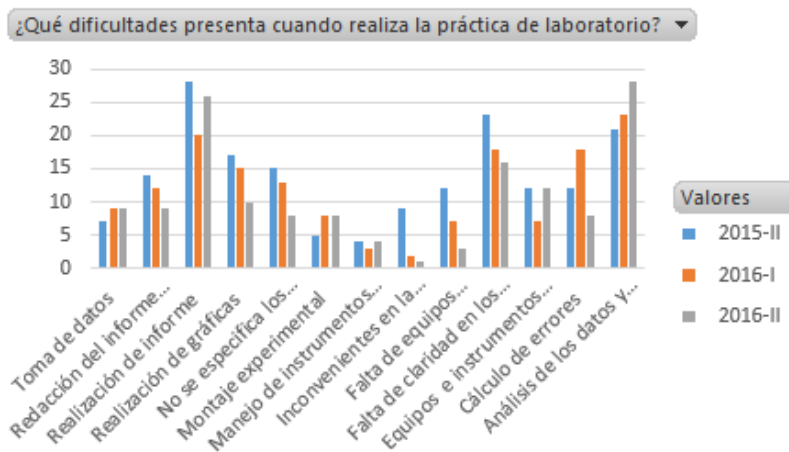


Fig 1. Gráfica dificultades presentadas cuando se realiza la práctica de laboratorio

Para cumplir con el objetivo de este proyecto de aula se propuso la elaboración de materiales, como: videos, animaciones, documentos de apoyo y el mejoramiento de la guía iQ y la guía de errores, lista de chequeo, cuestionario de preparación para el laboratorio (CPL) y un proyecto de investigación introductorio, publicados en la plataforma MOODLE de la Universidad Industrial de Santander que brindan herramientas a los estudiantes que cursan la asignatura, aplicando estrategias de enseñanza y aprendizaje como aprendizaje mediado y aprendizaje justo a tiempo, orientadas al aprendizaje activo.

III. DISEÑO DEL MÓDULO DIDÁCTICO

Como estrategias para el desarrollo del proyecto de investigación, se propuso la creación de las siguientes actividades: elaboración de animación inductiva llamada “Experticia”, video de incertidumbre – gráficas y errores en el desarrollo de un proyecto de investigación, video animado sobre desarrollo y elaboración de un informe, modificación de las hojas de trabajo para todos los proyecto de investigación de Física I, elaboración de una lista de chequeo para que los estudiantes verifiquen los pasos a seguir antes de la entrega del informe y mejorar la guía de inducción $i\alpha$.

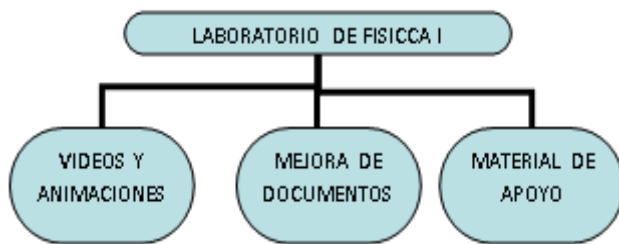


Fig 2. Recursos elaborados para el módulo

Los materiales desarrollados para la implementación del módulo didáctico fueron los siguientes:

Videos: cada uno de los videos está enlazado en YouTube y están elaborados en el software libre para edición de videos S.M recorder 1.3.2, fácil de configurar y usar. Encontramos útil la realización de esta ayuda, ya que los estudiantes podrán visualizar el video tantas veces como sea necesario.

En la Figura 3 se presenta el video que orienta al estudiante a tomar sus medidas con una incertidumbre de forma directa o indirecta, explicando un paso a paso qué parámetros se deben tener en cuenta en el momento de indicar una medición con precisión.



Fig 3. Presentación del video de errores en la medición

Otro video se orientó al análisis estadístico de datos en el laboratorio, por medio del cual los estudiantes tienen presente cómo se calcula el promedio, desviaciones, varianzas y porcentajes de error de las medidas, útiles para realizar los cálculos respectivos.

Animaciones: se realizaron dos animaciones en el software libre PowToon. Esta es una aplicación de fácil manejo, online, que permite, en forma animada, presentar objetos y textos, según la necesidad del usuario. En la Figura 5 se muestran los personajes de las animaciones. Una de ellas es llamada “Experticia”, la cual orienta al estudiante del laboratorio de Física I a entender cómo se desarrollan los proyectos de investigación, los CPL y el proyecto final de investigación. La otra animación es “Experticio”, que guía paso a paso a los estudiantes en la elaboración de su informe de laboratorio, suministra consejos para minimizar errores comunes y las normas básicas para que el resultado final sea satisfactorio.



Fig 4. Presentación de los video-errores en la medición de Regresiones

Mejora de documentos

Guía Iα: es un material con pautas y referentes básicos para el desarrollo de las competencias en investigación en los programas de ingeniería. Para ello, es importante que los estudiantes desarrollen diferentes tipos de habilidades, entre ellas: trabajo en grupo, toma y manejo de datos de laboratorio, formulación de preguntas y elaboración de informes (Figura 6).

Hojas de Trabajo: se adoptaron nuevas hojas de trabajo, para que los estudiantes registren los datos en el momento de realizar el proyecto de investigación. Esta hoja va firmada por el docente que dirige el laboratorio y debe ir anexa en formato digital al informe que se envía por medio de la plataforma de la Universidad Industrial de Santander (Figura 7).

Material de apoyo

Lista de chequeo: se realizó una lista de chequeo con los ítems más importantes que debe contener el informe. De esta manera, los estudiantes podrán verificar uno a uno si han cumplido con los requerimientos para elaborar el informe de laboratorio. Tendrán en cuenta aspectos como la presentación, metodología, tratamiento y análisis de datos y tratamiento de gráficas y, finalmente, las conclusiones.



Fig 5. Personajes de la animaciones Experticia y Experticio.



Fig 6. Guía Iα de laboratorio



Fig 7. Hojas de trabajo de los laboratorios

Componentes y herramientas: en la Tabla 3 se listan los principales componentes y herramientas usados.

**TABLA 3 DESCRIPCIÓN DEL MATERIAL
 DESARROLLADO PARA EL LABORATORIO DE FÍSICA I**

Componente / Herramienta	Descripción del material
CPL Moodle	Cuestionario de cinco preguntas abiertas y aleatorias donde el estudiante, una vez revise el material, pueda responder para afianzar así el conocimiento.
Animaciones <i>Powtoon</i>	Animaciones como Experticia y ¿Cómo hacer un informe de Lab?, introducen al estudiante en la plataforma Moodle y orientan unas pautas para la elaboración del informe de laboratorio, dando de forma breve y concisa un primer acercamiento con los laboratorios de Física I.
Mejora de documentos Pdf – Word	Se modificaron documentos como hojas de trabajo (aquí toman los datos del proyecto de investigación), lista de chequeo y verificación para la elaboración de los informes de laboratorio y mejora en la guía <i>ix</i> (preámbulo del investigador).
Videos S.M recorder 1.3.2	En total, se grabaron 5 videos explicativos, basados en <i>Power Point</i> sobre errores comunes en el laboratorio como incertidumbre, análisis estadístico, análisis gráfico y regresiones lineales. Cada video tiene un tiempo de duración entre 3-4 min.
Material de apoyo Pdf – Excel	Enlaces a libros y páginas web con temáticas relacionadas al laboratorio de Física, su manejo y análisis de datos.

IV. IMPLEMENTACIÓN DEL MÓDULO DIDÁCTICO

El material desarrollado se implementó en un módulo didáctico que ha sido incorporado en los laboratorios de física de la Universidad Industrial de Santander. Es importante resaltar que el desarrollo e incorporación de este módulo en los laboratorios de física obedeció a un proceso de mejoramiento continuo que se viene realizando en los laboratorios de física de la Universidad.

V. CONCLUSIONES

El proceso de mejoramiento continuo con fines de mantener y aumentar la calidad académica, permite identificar deficiencias en la praxis académica; en este caso, dificultad de los estudiantes que cursan laboratorio de física para realizar análisis estadístico de datos. Como respuesta a la necesidad detectada, se diseñó e implementó un módulo didáctico, con el cual se espera que los estudiantes mejoren sus competencias para el manejo estadístico de datos en los laboratorios de física de la Universidad Industrial de Santander.

VI. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecemos la colaboración de la Vicerrectoría Académica, a cargo de Gonzalo Alberto Patiño Benavides, de la decanatura de la Facultad de ciencias, a cargo de David Alejandro Miranda Mercado, y de la escuela de Física, a cargo de Jorge Humberto Martínez Téllez, de la Universidad Industrial de Santander, por su apoyo incondicional en el desarrollo de este módulo didáctico de aprendizaje.

VII. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Sánchez, M. y Miranda, D., Enfoque innovador de los laboratorios de Física 1: formación para la investigación apoyada en TIC y estrategias de enseñanza/aprendizaje. Bucaramanga: Cogestec, 1999.
- [2] Huber, G., “*Aprendizaje activo y metodologías educativas,*” Revista de Educación, Número extraordinario, 59-81, 2008.
- [3] Novak, G. and Patterson, Just in time teaching. New York: Pearson, 1999.
- [4] Brainin, S, “*Mediating Learning: Pedagogic Issues in the Improvement of Cognitive Functioning,*” Review of research in education, 12(1), 121-155, 1985.



Luisa Fernanda Moreno Sarmiento, nació en Bucaramanga, Colombia, el día 2 de octubre de 1981, Bachiller académico del colegio Sagrado Corazón de Jesús. Ejerce actualmente como docente del Colegio Cooperativo Comfenalco de la Ciudad de Bucaramanga.



Jorge Humberto Martínez Téllez, nació en Colombia, ejerció profesionalmente como profesor titular de la escuela de Física de la Universidad Industrial de Santander. El Físico Martínez actualmente maneja la jefatura de la escuela de Física de la Universidad industrial de Santander.



David Alejandro Miranda Mercado, nació en Medellín, Colombia, se graduó como Ingeniero Electrónico de la Universitario Universidad Industrial de Santander en Febrero del 2003, posteriormente obtuvo el título de Físico en la Universitario Universidad Industrial de Santander en el año 2004, es Magister de la Universidad Industrial de Santander en Ingeniería Electrónica en Octubre de 2005 y Doctor de la Universidad de los Andes, Venezuela, en Diciembre del 2011, es par evaluador reconocido por Colciencias e Investigador Sénior (IS) pertenece al Grupo de Investigación en Ciencia de Materiales Biológicos y Semiconductores (CIMBIOS) y actualmente es el Decano de la Facultad de Ciencia de la Universidad Industrial de Santander.



Rogelio Ospina Ospino, nació en Medellín, Colombia; realizó sus estudios de pregrado, maestría y doctorado en la Universidad Nacional. Actualmente trabaja como jefe de los laboratorios de Física de la Universidad Industrial de Santander.




Adriana Rocío Lizcano Dallos, nació en Bucaramanga, Colombia, el 3 de junio de 1973. Se graduó como Ingeniera de sistemas en la Universidad Industrial de Santander, Magíster en Tecnologías de la Información aplicadas a la Educación de la Universidad Pedagógica Nacional y Magíster en Gestión, Aplicación y Desarrollo de Software de la Universidad Autónoma de Bucaramanga.

La ingeniera Lizcano se ha desempeñado como docente en el área de programación de computadores, así como en el área de tecnologías aplicadas a la educación en especializaciones y maestría. También se ha desempeñado como asesora pedagógica en la formulación de programas virtuales, es par académica del Ministerio de Educación Nacional e investigador asociado reconocido por Colciencias. Actualmente es profesora asociada de la Universidad Industrial de Santander (Bucaramanga, Colombia), adscrita al Centro para el Desarrollo de la Docencia - CEDEDUIS. Entre sus campos de interés e investigación se encuentra la incorporación de tecnologías en procesos de aprendizaje, las estrategias de enseñanza y aprendizaje, en especial el aprendizaje colaborativo y la formación de formadores.



Melba Johanna Sánchez Soledad, nació en Bucaramanga, Colombia, el 3 de marzo de 1983. Se graduó como Química en la Universidad Industrial de Santander, candidata en Maestría en Química. La profesional Melba se ha desempeñado gran parte como analista química en el instituto colombiano petróleos y docente en el área de la química ambiental. Actualmente es profesional asociado al proyecto ExpeTIC adscrito a la vicerrectoría académica de la Universidad industrial de Santander.



IDENTIFICACIÓN DE IDEAS PREVIAS PARA LA ENSEÑANZA DE OSCILACIONES Y ONDAS: UN PUNTO DE PARTIDA PARA LA INTERVENCIÓN EN EL AULA DE CLASES¹

Identification of previous ideas for the teaching
of oscillations and waves: a point of departure
for the intervention in the classroom

*Francy Nelly Jiménez García², Jairo De Jesús Agudelo Calle³
Carolina Márquez Narváez⁴, Ligia Beleño Montagut⁵,
Jorge Luis Muñiz Olite⁶*

-
- ¹ Producto derivado del proyecto de investigación “Implementación y evaluación de Unidades Didáctica para los temas movimientos oscilatorio y ondulatorio en instituciones de la Red Mutis”, presentado por los Grupos de Investigación en Física y Matemáticas con énfasis en la formación de ingenieros, Ciencias Aplicadas y Educación e Innovación Educativa, de las Universidades Autónoma de Manizales, Autónoma de Bucaramanga y Tecnológica de Bolívar.
 - ² Docente en el Departamento de Física y Matemáticas, de la Universidad Autónoma de Manizales, Manizales (Colombia); e-mail: francy@autonoma.edu.co. Docente Departamento de Física y Química Universidad Nacional de Colombia Sede Manizales.
 - ³ Docente en el Departamento de Física y Matemáticas, de la Universidad Autónoma de Manizales, Manizales (Colombia); e-mail: jdjac945@autonoma.edu.co. Docente Departamento de Física y Química Universidad Nacional de Colombia Sede Manizales.
 - ⁴ Docente en el Departamento de Ciencias Computacionales, de la Universidad Autónoma de Manizales, Manizales (Colombia); email: carolina.marquezn@autonoma.edu.co
 - ⁵ Docente del Departamento de Matemáticas y Ciencias, de la Universidad Autónoma de Bucaramanga, Bucaramanga (Colombia); e-mail: lbeleno@unab.edu.co
 - ⁶ Docente de la Facultad de Ciencias Básicas, de la Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena de Indias (Colombia); e-mail: jmuniz@unitecnologica.edu.co

Resumen

En este trabajo se identificaron las ideas previas de estudiantes de cinco universidades del país, sobre conceptos fundamentales de las oscilaciones y ondas. Se diseñó y aplicó un test el cual fue validado recurriendo a un equipo de cinco expertos disciplinares. De acuerdo con los resultados del test, se encontró que a los estudiantes se les dificulta comprender el significado físico de las magnitudes cinemáticas del movimiento oscilatorio y ondulatorio, establecer claras diferencias entre el movimiento de traslación y el movimiento oscilatorio y ondulatorio, diferenciar las representaciones gráficas de posición–tiempo de la trayectoria de la partícula, diferenciar entre las fuerzas que actúan sobre un cuerpo y otras cantidades físicas escalares y asociar el movimiento ondulatorio con el transporte de energía más no de masa.

Palabras clave

Enseñanza, ideas previas, ingenierías, ondas y oscilaciones.

Abstract

This work identified the previous ideas that on fundamental concepts of oscillations and waves have students from five universities in the country. The test was validated by a team of five experts disciplinary, all professors of researchers with experience in the teaching of physics and math with students of engineering programs. According to the results of the test it was found that in addition to exist certain Aristotelian conceptions, to students, among others, is difficult for them to understand the physical meaning of the magnitudes cinematic movement oscillatory and wave, establish clear differences between the translational movement and movement oscillatory and wave-like, differentiate the representations of the trajectory of the particle position-time graphs to differentiate between the forces acting on a body and other physical quantities scalar and associated wave-like movement with the power not of mass transport.

Keywords

Education, previous ideas, engineering, waves and oscillations.

I. INTRODUCCIÓN

Para obtener aprendizajes significativos en la enseñanza de las ciencias se requiere repensar las actuaciones de los profesores en el aula de clases. Además, su implementación desde la praxis pedagógica de estrategias de enseñanza y aprendizaje tendientes a romper con el paradigma tradicional.

Los bajos niveles de aprendizaje en la disciplina física y en particular de los conceptos asociados al movimiento oscilatorio y ondulatorio en estudiantes de carreras de ingenierías se debe, en parte, a la no articulación sistémica de los conocimientos de matemáticas y física en los currículos universitarios. Como una forma de generar esta articulación, un equipo de investigadores de varias universidades pertenecientes a la Red Mutis sistematizó una estrategia didáctica de enseñanza y aprendizaje, basada en el uso de unidades didácticas apoyadas en tecnologías de la información y la comunicación.

De acuerdo con la teoría de la asimilación de Ausubel, la identificación de las ideas previas es un requerimiento esencial para implementar cualquier intervención en el aula de clases. De acuerdo con lo anterior, se identificaron las ideas previas que sobre conceptos esenciales de oscilaciones y ondas poseen los estudiantes de dos universidades del país pertenecientes a la Red Mutis. La identificación de las ideas previas se realizó desde la perspectiva teórica de que estas se constituyen en obstáculos de aprendizaje que dificultan el cambio conceptual.

Los estudiantes, al percibir y procesar la realidad plasmada en los planes de estudio, la explican a partir de sus ideas previas, las cuales han adquirido a través de diferentes formas.

Desde una perspectiva cognitiva, esto se sustenta por la existencia en los estudiantes de estructuras mentales que conforman ciertos esquemas, que son utilizados como marco de comparación y explicación para explicar los nuevos conocimientos. Estos conocimientos, que requieren una estructura cognitiva con un grado adecuado de diferenciación, son explicados por los estudiantes con base en la intuición o la analogía con modelos aprendidos, o mal aprendidos con anterioridad en su historia académica, lo cual genera, la mayoría de las veces, severos problemas de aprendizaje que se traducen en bajo rendimiento académico y fuente generadora de bloqueo hacia la disciplina física.

Esta situación se agrava cuando dichas ideas previas se convierten en el canal a través del cual los estudiantes se desenvuelven en la vida cotidiana. Allí construyen sus propias ideas con cierto grado de coherencia, que les permiten predecir causalmente fenómenos y hechos de los que se derivan conceptos errados sobre los estándares curriculares incluidos en los planes de estudio.

Como consecuencia de lo anterior, los estudiantes utilizan esquemas simples, aparentemente para buscar relaciones de causalidad que les permitan dar explicación a las regularidades observadas, las cuales distan de las verdaderas causas de estas variaciones. Por lo tanto, las ideas previas se presentan en ocasiones de modo contradictorio, puesto que una misma persona es capaz de explicar un hecho desde varias perspectivas, lo cual genera un grado de coherencia variable o relativa, puesto que forman parte de un modelo mental explicativo errado.

De acuerdo con [1], [2], [3], los estudiantes llegan al aula de clases con una gran variedad de ideas previas relacionadas con fenómenos y conceptos científicos. Estas ideas se presentan en los estudiantes de manera inconsciente, y restan coherencia a las explicaciones que sobre un mismo hecho dan diferentes estudiantes en un grupo de clase. Las ideas previas relacionadas con conceptos no están bien diferenciadas con las vinculadas a eventos y, por lo tanto, se prestan a confusiones cuando son aplicadas a situaciones específicas. En un mismo estudiante, estas ideas son contradictorias cuando se aplican a contextos diferentes.

De acuerdo con lo encontrado en varias investigaciones, las ideas previas son difíciles de remover [4], [5]. Es necesario, por lo tanto, generar estrategias de aprendizaje que involucren las ideas previas y las concepciones erróneas que se presentan con la intencionalidad de modificarlos o, por lo menos, ayudar en la evolución conceptual.

II. METODOLOGÍA

Se diseñó un test para identificar las ideas previas de los estudiantes en relación al tema oscilaciones y ondas basados en algunas experiencias previas en construcción de este tipo de test [6], [7], [8]. El test fue validado recurriendo a un equipo de cinco expertos disciplinares, todos profesores investigadores con experiencia en la enseñanza de la física y las matemáticas, con estudiantes de programas de ingeniería. Los expertos valoraron satisfactoriamente las preguntas e ítems, aportando sugerencias y, en algunos casos, recomendando posibles modificaciones.

La identificación de las ideas se efectuó mediante la aplicación del test el cual esta constituido de veinte preguntas, de las cuales cuatro permitieron respuestas abiertas, y el resto, respuestas cerradas tipo selección múltiple con única respuesta sobre los temas movimiento oscilatorio y ondulatorio. En una primera fase del proyecto de investigación, el test fue aplicado a un grupo de 173 estudiantes de ingeniería de cinco universidades del país ubicadas en los departamentos de Caldas, Santander, Cundinamarca, Ibagué y Bolívar. Al realizar los análisis de los resultados, se logró la identificación de las ideas previas de los estudiantes y los obstáculos para enfrentar el proceso de aprendizaje.

En una segunda fase, el instrumento fue corregido, revisado y se aplicó en el II semestre de 2016 a cuatro grupos, de dos instituciones del país ubicadas en los departamentos de Caldas y Santander. Se tomó un grupo control y un grupo experimental en cada institución. La aplicación del test se realizó en línea a través de la plataforma Moodle, en un aula digital implementada para los cursos Física II que se orientan en estas instituciones de la Red Mutis.

Del análisis del test de ideas previas aplicado se determinaron las ideas previas de los estudiantes participantes en el estudio. Seguidamente, se realizó la intervención didáctica y una aplicación posterior del test para determinar la evolución conceptual en los estudiantes participantes.

En este trabajo se presenta el análisis de las ideas previas identificadas al total de los estudiantes antes de la intervención didáctica.

III. RESULTADOS

A. Movimiento oscilatorio

En sentido general, la identificación de las ideas previas de los estudiantes sobre los movimientos oscilatorios y ondulatorios se centró en cuatro aspectos: la identificación de movimientos, conceptos de fuerza y energía, la relación entre cantidades físicas y el aprendizaje de nuevos conceptos.

Para la obtención de las concepciones de los estudiantes sobre el movimiento oscilatorio, el análisis de los resultados se centró en las preguntas uno a la diez. Para ello se analizaron cuatro categorías: características cinemáticas del movimiento oscilatorio, fuerzas en el movimiento oscilatorio, relación posición tiempo y relaciones entre magnitudes físicas en péndulos simples.

Los hallazgos encontrados fueron los siguientes:

- 1) *Características cinemáticas: evaluadas a través de las respuestas de los estudiantes en las preguntas uno, cuatro, cinco y seis del test.*

Estas preguntas indagan sobre: cuando el movimiento de un cuerpo se puede considerar periódico atendiendo a sus características cinemáticas, las magnitudes físicas que permanecen constantes en ausencia de agentes disipativos en el movimiento oscilatorio, el reconocimiento del tipo de movimiento de un sistema que realiza oscilaciones alrededor de cierta posición de equilibrio con presencia de agentes disipativos, y el reconocimiento de un movimiento oscilatorio a partir de representaciones gráficas.

Al analizar las respuestas de los estudiantes a las preguntas uno y cuatro parecen tener claro que en el movimiento periódico hay algo que se repite, pero de acuerdo con las respuestas en la pregunta cuatro no saben qué es lo que se repite.

Los resultados del test indican que los estudiantes no conocen que el movimiento oscilatorio es diferente al movimiento de traslación. Las respuestas indican un fuerte arraigo en las manifestaciones del grado de libertad asociado a la traslación dado que las respuestas indican la asociación de lo cuestionado con características del movimiento traslacional.

Por otro lado, se encontraron dificultades en la diferenciación entre los conceptos de aceleración y velocidad. Estas inconsistencias se vuelven a ver reflejadas al incorporar a este análisis el concepto de período de las oscilaciones. Al respecto se encontraron dificultades bajo qué condiciones estas magnitudes físicas son constantes y cuándo varían, y con respecto a que variables independientes lo hacen.

La pregunta seis busca encontrar evidencias sobre concepciones asociadas al movimiento periódico a través de la interpretación gráfica. Las respuestas de los estudiantes indican que, aunque pueden identificar el movimiento periódico gráficamente, no tienen claridad en sus características cinemáticas.

El análisis de las respuestas de la pregunta cinco evidencia el reconocimiento de que cuando hay fricción el movimiento es amortiguado pero la concepción es que estos movimientos continúan siendo periódicos. Esto demuestra que

no se considera la presencia de agentes disipativos como causa de variación de la frecuencia y el período de las oscilaciones.

2) *Fuerzas en el movimiento oscilatorio: evaluadas a través de las respuestas de los estudiantes a las preguntas dos, ocho (pregunta abierta) y nueve del test.*

Estas preguntas indagan sobre: las fuerzas que actúan sobre un sistema cuerpo resorte que oscila en ausencia de agentes disipativos, la mejor explicación e identificación de fuerzas que actúan para un sistema que oscila en ausencia de agentes disipativos, y las fuerzas que actúan sobre un sistema cuerpo resorte que oscila en presencia de agentes disipativos.

En la pregunta dos se indaga directamente por las características de la fuerza elástica recuperadora. Un alto porcentaje de los estudiantes escoge de manera errada el sentido de este tipo de fuerza. Eso indica que existe una concepción errada sobre las características de una fuerza de tipo restaurador. Es muy fuerte la concepción adquirida en cursos anteriores sobre que las fuerzas que se oponen al movimiento, como es el caso de la fuerza de rozamiento, provocan que en el sistema se disipe energía. Este resultado indica indirectamente una concepción errada sobre el almacenamiento de energía potencial en ciertos sistemas.

Otras respuestas a las preguntas evidencian que, al realizar la lectura de la pregunta, o existe un problema de comprensión al confundir la fuerza que ejerce el resorte sobre el cuerpo con una posible fuerza que el cuerpo ejerce sobre el resorte, o hay dificultades en la identificación de pares de fuerza de acción y reacción.

De acuerdo con las respuestas encontradas en la pregunta nueve es claro que existen ideas erradas entre lo que es una fuerza y otros parámetros que no son fuerzas. Por otro lado, es recurrente en la respuesta de los estudiantes la representación de la fuerza normal en posiciones del sistema donde no existe. Esto último nos lleva a apoyar la hipótesis de que existen inconsistencias en el reconocimiento de pares de acción y reacción.

En la pregunta ocho, las respuestas de los estudiantes indican la necesidad de la existencia de una fuerza para que haya movimiento lo que se deriva de una interpretación incorrecta de la primera Ley de Newton. Esto demuestra

el desconocimiento de que el movimiento es el estado natural de nuestro universo y del papel de las fuerzas, de acuerdo con el principio de inercia.

Tanto las inconsistencias conceptuales en el papel de las fuerzas y el movimiento, como en la concepción de que no hay movimiento sin fuerza, se manifiestan en la existencia de coincidencias en las ideas de los estudiantes con ideas precientíficas que existieron en el pasado. Esto coincide con lo planteado por [9], cuando establece que es un hecho aceptado que, muchas veces, las concepciones espontáneas de los alumnos coinciden con ideas que fueron sostenidas en la evolución de las ciencias.

Por otro lado, se encuentran evidencias de concepciones erradas sobre el carácter potencial del campo gravitacional al considerar a la fuerza gravitacional como una fuerza disipativa en vez de restauradora, cuando esta aparentemente se opone al movimiento del sistema que oscila.

3) *Relación Posición tiempo: evaluadas a través de las respuestas de los estudiantes a las preguntas tres y diez.*

Estas preguntas indagan sobre la dirección de movimiento de un cuerpo que oscila a partir de la gráfica de posición como función del tiempo y la relación matemática existente entre las variables posición y tiempo para un sistema que oscila.

Las respuestas tabuladas en la pregunta tres muestran una fuerte tendencia a interpretar la proyección del movimiento en el tiempo de una partícula con la trayectoria de la misma. Esta concepción podría convertirse en un sólido obstáculo para alcanzar el cambio conceptual en lo referente a establecer diferencias entre el movimiento de traslación y los movimientos oscilatorios y ondulatorios.

En [10] se analiza que las creencias erradas al interpretar la proyección del movimiento en el tiempo de una partícula con la trayectoria de la partícula pueden estar influenciada por la existencia de errores en los libros de texto en la representación de los modelos oscilatorios y ondulatorios. Muchos libros de texto no tratan a profundidad las características cinemáticas ni las ponen en contexto, para que el estudiante las relacione con su cotidianidad. Lo anterior se corrobora a partir de la interpretación de las respuestas de los estudiantes a la pregunta diez. En esta pregunta que indaga la relación matemática entre

posición como función del tiempo, la mayoría de los estudiantes interpretan esta dependencia como lineal en vez de carácter sinusoidal.

4) *Relaciones entre magnitudes físicas en péndulos: evaluadas a través de las respuestas de los estudiantes a la pregunta siete (pregunta abierta).*

Esta pregunta indaga sobre las magnitudes físicas de las cuales depende el período de las oscilaciones.

recurrente la creencia sobre que la masa del péndulo simple influye sobre el período del péndulo. Esta creencia es consecuencia de una inconsistencia conceptual asociada a la caída libre de los cuerpos y de la persistencia de la experiencia cotidiana en el papel de la masa en el movimiento de los cuerpos.

En [11], se atribuye la carencia de esquemas mentales adecuados en los estudiantes universitarios sobre el movimiento oscilatorio a un deficiente aprendizaje de este tema en la enseñanza media. Dada la relativa complejidad matemática del mismo, la tendencia es reducir el aprendizaje a la memorización de fórmulas y la repetición de procedimientos algorítmicos mecánicos en la solución de ejercicios, sin una comprensión profunda de los conceptos fundamentales. Esta situación es extrapolable al aprendizaje del movimiento ondulatorio.

Una interpretación similar reporta [12], citado en [13], cuando se plantea que las falencias conceptuales de los estudiantes llevan a estos a optar por la memorización de las “fórmulas”, asumiendo que si se tiene un listado de ellas se pueden resolver los problemas físicos sin referencia alguna a la física, lo que dificulta aún más la comprensión del fenómeno y hace del estudio del movimiento armónico simple algo tedioso y aburrido.

Los hallazgos encontrados en la identificación de las ideas previas de los estudiantes en esta investigación coinciden con los resultados reseñados por [14] cuando afirman que se presentan dificultades para interpretar y utilizar algunos términos, como, periodo, frecuencia y frecuencia angular, además, los estudiantes predicen como si la posición del movimiento armónico simple variara linealmente con el tiempo, la velocidad variara linealmente con la posición y que el periodo de un péndulo viene afectado por la masa y las condiciones iniciales.

Por otro lado, también se encuentran coincidencias en los hallazgos con lo declarado por [15], cuando plantean que los estudiantes confunden el movimiento armónico simple con el movimiento circular uniforme, consideran que la variación de la velocidad es constante, es decir, que la aceleración es constante.

Estos autores también reportan que los estudiantes no comprenden el carácter sinusoidal del movimiento armónico simple, es decir, que la función que relaciona la variación de las diferentes magnitudes físicas que lo describen con el tiempo, es una función armónica. Además, los estudiantes no reconocen la existencia de una fuerza restauradora y su dependencia con la posición desde el punto de equilibrio.

B. Movimiento Ondulatorio

Para la obtención de las concepciones de los estudiantes sobre los conceptos bajo estudio del movimiento ondulatorio, el análisis de los resultados se centró en las preguntas once a la veinte. Se buscaron concepciones de los estudiantes en cuatro aspectos conceptuales: identificación del movimiento ondulatorio, conceptos de sonido, reflexión de ondas, efecto Doppler y longitud de onda.

1) Identificación del movimiento ondulatorio: evaluadas a través de las respuestas de los estudiantes a las preguntas once, quince (pregunta abierta) y diecisiete.

Estas preguntas indagan sobre identificación de movimientos ondulatorios en sistemas de la vida cotidiana, asociación de del movimiento ondulatorio con una perturbación en un medio y la necesidad de existencia de un medio material para la propagación de la perturbación.

Los hallazgos fueron los siguientes:

Las respuestas de los estudiantes a la pregunta diecisiete muestran contradicciones en las concepciones de los estudiantes para diferenciar el movimiento oscilatorio del ondulatorio al identificar el movimiento ondulatorio con una curva.

Del análisis de los resultados en la pregunta once se infiere que los estudiantes no logran diferenciar en todas las situaciones bajo análisis entre los movimientos oscilatorios y ondulatorios. Este hallazgo está en total acuerdo con reportes

de la literatura, es así como en [10] se afirma que: es preocupante que los textos no hagan una presentación del modelo ondulatorio suficientemente satisfactoria como para que se comprenda con su lectura que es una onda, sus características y se pueda interpretar con la imagen formada fenómenos físicos para los que este modelo resulte pertinente.

Usualmente se tiene la imagen de una onda como una función sinusoidal que expresa la configuración del medio, muy seguramente por las formas de representación gráficas usadas. Estos resultados coinciden con los obtenidos por [16] en su tesis de maestría relacionada con el desarrollo de actividades sobre el sonido e influencia de ideas previas. Esta autora encontró que los estudiantes a través de sus respuestas al test poseen concepciones erradas que impiden la conceptualización adecuada de que las ondas son perturbaciones provocadas por un emisor, que transportan energía de un punto a otro sin que exista transporte de materia.

En particular, es muy repetitiva la concepción errada de que el movimiento del planeta Tierra alrededor del Sol es un movimiento ondulatorio. De acuerdo con el hallazgo de la pregunta diecisiete es posible que los estudiantes relacionen el movimiento ondulatorio con la proyección del movimiento de una partícula en dos dimensiones con respecto al plano. En este caso, estarían extrapolando la imagen de una senoide con la idea de los que es una onda. Lo anterior revelaría evidencias sobre otras concepciones erradas en lo referente a la posibilidad de propagación de una onda y su diferenciación con el movimiento de un punto de la onda en el tiempo.

La interpretación de las respuestas de los estudiantes a la pregunta quince reafirma la falta de consistencia en la capacidad de los estudiantes para diferenciar el movimiento oscilatorio del ondulatorio. Las respuestas transmiten la idea de que los cuerpos como un parlante y una cuerda pueden ejecutar movimientos armónicos simples.

2) *Concepciones sobre sonido: evaluado a través de las respuestas de los estudiantes a las preguntas trece, catorce y dieciséis.*

Estas preguntas indagan sobre qué se entiende por sonido, la dependencia de la velocidad de propagación del sonido con el estado de agregación del medio a través del cual se propaga y la reflexión de pulsos en dicotomías del medio.

Las respuestas de los estudiantes a la pregunta trece demuestran que reconocen que el sonido es una onda mecánica pero que sólo requiere del aire para viajar. Esto puede estar indicando ideas erradas sobre la comprensión de lo que es el medio mecánico requerido para la propagación de las ondas sonoras. Asociado a la concepción de un medio mecánico de propagación los estudiantes tienen concepciones adecuadas sobre que la perturbación debido a una vibración que se transporta en los medios sólidos. Pero, las respuestas a la pregunta catorce podrían estar indicando que esta misma creencia no existe para los medios gaseosos debido a que la opción de mayor escogencia se refiere a “los rieles vibran mientras que el aire no lo hace”.

3) *Concepciones sobre el fenómeno de reflexión de una onda: evaluada a través de la respuesta de los estudiantes a la pregunta dieciséis.*

En esta pregunta, de acuerdo con las respuestas de los estudiantes, se puede inferir la consideración de que el medio absorbe el pulso ya que no hay reflexión de la onda en ninguna dirección. Estos resultados coinciden con los obtenidos por [16] en su tesis de maestría. La autora halló dificultades en los estudiantes para comprender que cuando una onda sonora llega a la superficie de separación entre dos medios sufre reflexión.

En general, los estudiantes no consideran que sea necesaria la existencia de un medio para que se propague el sonido, así como su velocidad de propagación dependa de que el medio oponga mayor o menor dificultad a su avance, lo que proyecta una concepción corpuscular del mismo.

Estas respuestas nos llevan a inferir que para el caso de la reflexión al ser en general los esquemas identificados muy sencillos y con pocas relaciones cruzadas existe una concepción muy elemental de este fenómeno. Esto incluso lleva a la creencia de algunos estudiantes de que la reflexión del sonido parece producirse sin ninguna ley que la regule.

4) *Concepciones sobre el efecto Doppler: evaluada a través de la respuesta de los estudiantes a la pregunta dieciocho.*

Esta pregunta indagaba sobre las ideas respecto al efecto Doppler. En este caso, las respuestas fueron muy intuitivas y variadas llevando a concluir que no hay una tendencia generalizada para explicar un fenómeno desconocido para los estudiantes.

5) *Concepciones sobre ondas y energía: evaluada a través de la respuesta de los estudiantes a la pregunta diecinueve.*

Esta pregunta indagaba sobre el transporte de energía en las ondas. El análisis de las respuestas lleva a la interpretación de que los estudiantes no pueden diferenciar entre los conceptos de fuerza y energía. Además, se encontraron evidencias sobre la creencia de que las ondas transportan velocidad. Hay una tendencia a establecer que la relación entre conceptos es una igualdad entre ellos.

Lo anterior podría estar dado por la concepción aristotélica sobre que cuando un objeto que está en movimiento perturba el medio, este continúa dando fuerza al objeto, provocando de esa manera la continuidad del movimiento hasta que la fuerza cesa o se extingue.

6) *Concepciones sobre longitud de onda: evaluada a través de la respuesta de los estudiantes a la pregunta veinte.*

Esta pregunta indaga sobre el concepto de longitud de onda.

De acuerdo con las respuestas de los estudiantes a esta pregunta y su análisis, es claro que la mayoría no conoce el concepto de longitud de onda. Se tiende a confundir longitud de la onda con su amplitud. Esto corresponde a la concepción errada a través de la cual se identifica a la longitud de onda con el alcance de la onda y por ello con su amplitud pues al ser mayor la amplitud mayor alcance tendrá esta.

Esto nos lleva a inferir que existe desconocimiento o falsas concepciones sobre el concepto de velocidad de la onda y el papel del medio como agente disipador de la energía.

IV. CONCLUSIONES

De acuerdo con los resultados del test, se encontró que en los estudiantes existen ciertas concepciones aristotélicas sobre la naturaleza del movimiento. Los estudiantes consideran que se requiere una fuerza para que el movimiento suceda y el mecanismo de la fuerza para mantener un movimiento.

Hay una interacción entre el nuevo conocimiento y el conocimiento previo. Los conocimientos de cinemática de la traslación se aplican al movimiento oscilatorio. Los conocimientos de cinemática de la traslación y del movimiento oscilatorio se aplican al entendimiento del movimiento ondulatorio. En consecuencia, se aplican los significados anteriores a la nueva situación.

A los estudiantes, entre otros aspectos, se les dificulta comprender el significado físico de las magnitudes cinemáticas del movimiento oscilatorio y ondulatorio, establecer claras diferencias entre el movimiento de traslación y el movimiento oscilatorio y ondulatorio, diferenciar las representaciones gráficas de posición–tiempo de la trayectoria de la partícula, diferenciar entre las fuerzas que actúan sobre un cuerpo y otras cantidades físicas escalares y asociar el movimiento ondulatorio con el transporte de energía más no de masa.

A partir del análisis descriptivo e interpretativo realizado sobre las ideas previas detectadas sobre movimiento ondulatorio, podemos concluir que los estudiantes bajo estudio no poseen una visión global e integrada de lo que es una onda. Se aprecia una confusión terminológica entre periodo y frecuencia, entre longitud de onda y frecuencia, o entre longitud y amplitud y en muchos casos identifican longitud de onda con el alcance.

Adicional a lo anterior, se puede concluir que se establecen relaciones incorrectas entre variables, como con la fuerza y la energía, no consideran que sea necesaria la existencia de un medio para que se propague el sonido y, en el caso del fenómeno de la reflexión, no existen esquemas mentales adecuados para su comprensión o inferencia de los principios físicos que rigen este fenómeno.

La carencia de esquemas mentales adecuados en los estudiantes sobre los movimientos oscilatorios y ondulatorios puede estar dada, en parte, por la existencia de dificultades al comprender conceptos que involucran el planteamiento y solución de sistemas matemáticos. Para mitigar esto, sin una verdadera comprensión de los conceptos fundamentales los estudiantes reducen el aprendizaje del movimiento oscilatorio y ondulatorio a la memorización de fórmulas y a la repetición de procedimientos, los cuales en nada contribuyen al aprendizaje significativo de estas importantes temáticas para los currículos de estudiantes de ingenierías.

Las ideas tomadas del sentido común obstaculizan la formación de conceptos y el análisis de la solución de problemas por constituirse estas en fuertes obstáculos para el cambio conceptual.

La identificación de las ideas previas a través de la aplicación del test de entrada de 20 preguntas propicia la planificación de actividades de aprendizaje diversas que atienden los distintos niveles de conocimientos y la diversidad de preferencias al aprender de los estudiantes.

V. REFERENCIAS

- [1] J. J. Pozo Municio y M. A. Gómez Crespo. Aprender y enseñar ciencia. del conocimiento cotidiano al conocimiento científico. Madrid: Ediciones Morata, 1998.
- [2] J. H. Wandersee, J. J. Mintzes y J. D. Novak, Research on alternative conceptions in science. Handbook of research on science teaching and learning. New York: Simon & Schuster and Prentice Hall International, 1994.
- [3] C. L. Gallegos, “Formación de conceptos y su relación con la enseñanza de la física”, tesis de Maestría no publicada, Universidad Nacional Autónoma de México, 1998.
- [4] F. Reif y J. H. Larkin, “Cognition in scientific and everyday domains: Comparison and learning implications”. J. Res. Sci. Teach., vol. 28, pp. 733–760, 1991.
- [5] A. Caramazza, M. McCloskey y B. Green, “Naive beliefs in sophisticated subjects: misconceptions about trajectories of objects”. Cognitions, vol. 9, pp. 117-123, 1981.
- [6] J. E. Martínez, “Propuesta metodológica para mejorar el aprendizaje del tema de electroquímica en estudiantes de décimo grado de la institución educativa Cañaveral a través del estudio de sus ideas previas”, tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia Sede Manizales, 2013.
- [7] F. N. Jiménez García, J. de J. Agudelo Calle y J. J. Vargas Sánchez, “Incidencia de la intervención didáctica en el aprendizaje de conceptos cinemáticos en estudiantes de ingeniería de la UAM analizada desde sus ideas previas”,
Revista Educación en Ingeniería, vol.10, pp. 26 - 38, 2015.
- [8] F. N. Jiménez García, J. de J. Agudelo Calle, J. L. Muñiz, L. Beleño Montagut, C. Márquez Narváez, H. Leyton, “Una experiencia didáctica en el diseño e implementación de objetos de aprendizaje para la enseñanza de la física”. Revista Educación En Ingeniería, vol.11, pp. 13 – 20, 2016.
- [9] M Fernández, Didáctica de las Ciencias Experimentales, Fundamentos históricos. España: Editorial Marfil, 2000.

- [10] Y. J. Londoño, “Del efecto Doppler y sus implicaciones. Una reflexión con intencionalidad pedagógica”, trabajo de grado, Universidad Pedagógica Nacional, 2016.
- [11] J. A. Moreno, “El péndulo de torsión como estrategia para la enseñanza – aprendizaje del movimiento armónico simple”, tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia Sede Manizales 2014.
- [12] S. Rojas, “A non-standard approach to introduce simple harmonic motion”. 2010. Available: <http://arxiv.org/pdf/1011.0687.pdf>. [Accedido: 8, 2017].
- [13] I. García Rodeja y G. Lima de Oliveira, “Sobre el cambio climático y el cambio de los modelos de pensamiento de los alumnos”. Enseñanza de las Ciencias, vol. 30, no. 3, pp. 195-218, 2012.
- [14] A. García y J. Bolívar, “Uso de simulaciones informáticas en la enseñanza de la física: movimientos, armónico simple y ondulatorio”. Revista Enseñanza de las ciencias, Número extra, VII Congreso. 2005.
- [15] I. Lucero, S. Mesa y M. Aguirre, “¿Qué es difícil entender del movimiento armónico simple?” Comunicaciones Científicas y Tecnológicas. Universidad Nacional del Nordeste. 2004. <http://www.unne.edu.ar/unnevieja/Web/cyt/com2004/9-Educacion/D-008.pdf>. [Accedido 2, 2017].
- [16] A. B. Álvarez, “Desarrollo de actividades sobre el sonido e influencia de ideas previas”, tesis de maestría, Universidad de Valladolid. 2013. <http://uvadoc.uva.es/handle/10324/3451>. [Accedido 3, 2017].

Francy Nelly Jiménez García, Ing. Química en la Universidad Nacional de Colombia, Esp. en Computación para la Docencia de la Universidad Antonio Nariño, MSc. en Ciencias Física y Dra. en Ingeniería de la Universidad Nacional de Colombia, Sede Manizales. Actualmente, es docente titular en dedicación de cátedra de la Universidad Nacional de Colombia, sede Manizales y docente titular de tiempo completo en la Universidad Autónoma de Manizales. Cuenta con 24 años de experiencia docente. Entre sus campos de interés están los procesos de enseñanza y aprendizaje tanto en física en matemática, así como el estudio de materiales de ingeniería. Ha sido beneficiaria de becas donde ha estudiado, así como de Colciencias para adelantar sus estudios de posgrado. Recibió el título de mejor docente en la facultad de ingenierías de la Universidad Autónoma de Manizales en el 2008 y mención por sus logros académicos e investigativos en el 2015. Se ha desempeñado como coordinadora del Departamento de Física y Matemáticas, y pertenece al grupo de investigación en física y matemática con énfasis en la formación de ingenieros, en categoría B en Colciencias, al que actualmente lidera. ORCID: 0000-0003-1546-8426

Jairo De Jesús Agudelo Calle, Ing. Químico en 1994 de la Universidad Nacional de Colombia, sede Manizales, Esp. en Computación para la Docencia en 1998 de la Universidad Antonio Nariño y MSc. en Ciencias Físicas en 2006 de la Universidad Nacional de Colombia, sede Manizales. De 1995 a 1996 trabajó en el Colegio Gerardo Arias de Villamaría Caldas y desde 1997 ha venido desempeñándose como docente de diferentes áreas en distintas instituciones educativas de la ciudad de Manizales, entre ellas: Colegio San Luis Gonzaga, Universidad Antonio Nariño, Universidad Cooperativa de Colombia, Universidad de Manizales, Universidad de Caldas y actualmente es docente en la Universidad Nacional de Colombia y docente de tiempo completo de la Universidad Autónoma de Manizales. También orienta un curso en la maestría en enseñanza de las ciencias en la Universidad Nacional de Colombia. Autor del libro de Matemáticas básicas con Mathcad publicado por la Universidad Autónoma de Manizales y coautor de los textos de laboratorios de Física de la UAM y de Física Mecánica de la Universidad Nacional de Colombia. Es miembro activo del grupo de Investigación en Física y Matemáticas con énfasis en la formación de ingenieros de la UAM. ORCID: 0000-0003-2189-2143


Carolina Márquez Narváez, Tecnólogo en Desarrollo de software en el año 2010 y de Esp. en Desarrollo de Aplicaciones Móviles en el año 2013 ambas en el SENA Regional Caldas. Es Ing. de Sistemas de la Universidad Autónoma de Manizales -UAM, Colombia. Actualmente, es docente de la UAM y estudiante de la Maestría en Ingeniería de la misma institución. Perteneció al grupo de investigación de Física y Matemáticas en el cual se desempeñó como Joven investigadora en el período 2015-2016. Actualmente es coordinadora del programa de Ingeniería de Sistema de la UAM. ORCID: 0000-0002-2716-844X

Ligia Beleño Montagut, Física, MSc en Física y MSc en Ingeniería Ambiental de la Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia. Docente desde 1992 en la Universidad Autónoma de Bucaramanga en la línea de física en los cursos teóricos y de laboratorio correspondientes a mecánica, electromagnetismo y ondas y partículas. Profesora vinculada al grupo de investigación en ciencias aplicadas (GINCAP) de la UNAB el cual se encuentra en categoría C en Colciencias, al que actualmente lidera, donde ha desarrollado proyectos de investigación en la línea de Enseñanza de la Física. ORCID: 0000-0002-6958-6367

Jorge Luis Muñiz Olite, MSc. en Educación con énfasis en Cognición de la Universidad del Norte, Barranquilla, Colombia. Esp. en Estadística Aplicada de



la Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena, Colombia. Esp. en Física de la Universidad de la Habana, La Habana, Cuba. Diplomado en Gestión y Calidad del Aire, del Banco Mundial Internacional. Lic. en Educación, especialidad Física y Astronomía del Instituto Superior Pedagógico Félix Varela, Santa Clara, Villa Clara, Cuba. Investigador del grupo de Educación e Innovación Educativa con categoría D en Colciencias en el área de Didáctica de las Ciencias Naturales. Experiencia de más de 30 años en la enseñanza de la Física, en la Educación Superior en las Repúblicas de Cuba y Colombia. Elegido Docente Meritorio de la UTB en el año 2004. Actualmente se desempeña como Decano de la Facultad de Ciencias Básicas de la UTB. ORCID: 0000-0001-6160-1916



UNIDADES DIDÁCTICAS INTEGRADORAS: UNA EXPERIENCIA EN LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DEL MOVIMIENTO OSCILATORIO Y ONDULATORIO¹

Integrative didactic units: an experience in
the teaching-learning of the oscillatory and
wave movement

F.N. Jiménez², J.J. Agudelo³, L. Beleño⁴, C. Márquez⁵, J. L. Muñiz⁶

-
- 1 Producto derivado del proyecto de investigación “Implementación y evaluación de unidades didácticas para los temas movimientos oscilatorio y ondulatorio en instituciones de la Red Mutis”, presentado por los Grupos de Investigación: Grupo de Investigación en Física y Matemáticas con énfasis en la formación de ingenieros, de la Universidad Autónoma de Manizales, Grupo de Investigación en Ciencias Aplicadas, de la Universidad Autónoma de Bucaramanga, Grupo de Investigación en educación e innovación tecnológica, de la Universidad Tecnológica de Bolívar.
 - 2 F.N. Jiménez: docencia en el Departamento de Física y Matemáticas de la universidad Autónoma de Manizales; Departamento de Física y Química, Universidad Nacional de Colombia, sede Manizales (Colombia); e-mail: francy@autonoma.edu.co
 - 3 J.J. Agudelo: docencia en el Departamento de Física y Matemáticas de la universidad Autónoma de Manizales; Departamento de Física y Química, Universidad Nacional de Colombia, sede Manizales (Colombia); e-mail: jdjac945@autonoma.edu.co
 - 4 L. Beleño: docencia en el Departamento de Matemáticas y Ciencias Naturales de la universidad Autónoma de Bucaramanga (Colombia); email: lbeleno@unab.edu.co
 - 5 C. Márquez: docencia en el Departamento de Física y Matemáticas de la universidad Autónoma de Manizales, Manizales (Colombia); e-mail: carolina.marquezn@autonoma.edu.co
 - 6 J. L. Muñiz: docencia en la Facultad de Ciencias Básicas de la universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena (Colombia); e-mail: jmuniz@unitecnologica.edu.co

Resumen

Este texto presenta parte de los resultados de una investigación realizada con estudiantes de diferentes carreras de ingeniería en dos universidades del país acerca de las unidades didácticas en la enseñanza de la física, sobre el movimiento ondulatorio y el movimiento oscilatorio. El diseño, implementación y evaluación se realizaron de manera integrada con base en las ideas previas de los estudiantes y la identificación de sus estilos de aprendizaje, lo cual permitió desarrollar los contenidos y crear las actividades adecuadas al contexto universitario

Palabras clave

Aprendizaje, Enseñanza, Ondulatorio, Oscilatorio, Unidad Didáctica.

Abstract

This paper presents part of the results of a research carried out with students of different engineering careers in two universities of the country about the didactic units in the teaching of physics, the work is consolidated and structured in two common sections that are the wave movement And the oscillatory movement which have as articulating axis said theme around which the contents and activities are integrated. The design, implementation and evaluation of the didactic units in the aforementioned subjects were carried out in an integrated way based on the previous ideas of the students and the identification of their learning styles, which allowed to define the learning objectives, to develop Content and create learning and assessment activities appropriate to the university context.

Keywords

Learning, Teaching, Wave, Oscillatory, Didactic Unit.

I. INTRODUCCIÓN

los últimos años se vienen adelantando acciones para mejorar la calidad de la educación en sus distintos niveles. Estas acciones han sido tomadas tanto desde la administración de los sistemas educativos como desde la academia, la cual está cada vez más interesada en la investigación en temas de educación y busca cambiar la estructura y organización del sistema educativo e incrementar su calidad. Los resultados de la investigación en el aula demandan de los docentes cambios en sus metodologías de enseñanza con base en la cualificación de sus conocimientos y la didáctica específica de la disciplina.

Diversos trabajos de investigación como es el caso de Ortega [1], están enfocados en el estudio de los modelos didácticos en la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias naturales; por ejemplo, presentando los aspectos teóricos alrededor de

algunos modelos didácticos de la enseñanza de estas ciencias, específicamente en la concepción que dentro de cada modelo se asume de la ciencia, el aprendizaje y la enseñanza. Se presentan modelos desde el tradicional por transmisión, donde se considera al estudiante como una página en blanco, hasta el modelo de los mini proyectos, donde se considera la lógica y saber del estudiante; por tanto, aprende a través de la solución de problemáticas cotidianas o una invitación a su estudio.

En cada uno de los modelos que implementan los docentes, cada vez más se considera al profesor como un guía y el papel del estudiante es que descubra las respuestas y no sean dadas directamente por profesor, incitando a la investigación y la contextualización de los problemas.

Pérez y García [2], hacen especial énfasis en la utilización de modelos didácticos como instrumentos de análisis, de intervención en la realidad educativa y como potente herramienta intelectual para abordar dichos problemas, ayudando a establecer el necesario vínculo entre el análisis teórico y la intervención práctica.

¿Cómo lograr cambios en los estudiantes si no se hacen cambios en las estrategias? Este es un cuestionamiento que se convierte en un permanente punto de investigación ya que no todos los estudiantes y asignaturas son iguales. Se requiere planear estrategias que favorezcan un aprendizaje significativo que desarrolle en los estudiantes procesos reflexivos, que los conduzca a expresar con sus palabras lo aprendido desde el significado que les otorgan a los conocimientos; así, de acuerdo a Tomás, et al. [3], las estrategias deben centrarse más en el estudiante que en el profesor.

Por lo anterior, se busca el desarrollo de una estructura cognitiva en los estudiantes, de manera que permita que en la interacción con los nuevos conocimientos sea capaz de llegar a comprender los objetivos que se quieren alcanzar, que tenga la posibilidad de interiorizar las estrategias y de hacer auto observación del propio proceso de elaboración de conocimientos.

Lo anterior se vio reflejado en las distintas etapas del diseño e implementación de las unidades didácticas, desde la identificación de las ideas previas con las cuales llegan los alumnos. Luego, en el proceso de aplicar dentro de los contenidos estrategias que los hagan significativos, con preguntas, retroalimentación y diversos apoyos. Finalmente, con la contextualización de un problema que involucre los conceptos estudiados.

II. REFERENTES TEÓRICOS

Dos líneas principales para el logro del aprendizaje significativo son: el diseño, programación, elaboración, realización de los contenidos; su estructura es realizada por el docente, suministrando un material de aprendizaje estructurado. En segundo lugar, la aproximación inducida como responsabilidad del aprendiz, en cuanto al manejo de los recursos dados y los procedimientos para el aprendizaje autónomo como lo explica Barriga en torno a las estrategias docentes para lograr un aprendizaje significativo [4].

En el proceso de enseñanza se trata no solo de conocer los distintos estilos de aprendizaje, sino de abarcar en los distintos contextos otras formas que faciliten el proceso, ya que los resultados pueden variar dependiendo de las habilidades, de la temática y del contexto en general. Es este un punto importante a tener en cuenta a la hora de plantear las distintas actividades en un curso.

Moya [5] realizó una investigación en la E.U. de Magisterio de Albacete sobre estilos de aprendizaje, con una muestra de 154 alumnos, encontró que es importante tanto para el alumno como para el profesor conocer las fortalezas y debilidades en el aprendizaje, con el fin de reforzar las carencias detectadas, y que aunque las estrategias concretas que se emplean varían en función de lo que se quiera aprender, cada persona tiende a desarrollar unas en mayor grado que otras.

Por lo anterior, para conocer dichas habilidades se aplicó el cuestionario de Honey, Alonso y Gallego, en el que establecen cuatro estilos de aprendizaje:

Estilo activo: se implican plenamente, sin prejuicios y con entusiasmo en nuevas tareas; mente abierta; actividad diaria muy alta; se proponen realizar nuevos intentos aunque sea sólo por una vez y en cuanto baja el ritmo de la actividad empezada inician la próxima; afrontan las experiencias nuevas como un reto y se crecen ante ellas; no les agradan los plazos largos; se constituyen en el centro de las actividades del trabajo en grupo.

Estilo reflexivo: consideran los aspectos desde diferentes perspectivas; recogen datos y los analizan con detenimiento; prudentes; escuchan a los demás antes de intervenir, creando a su alrededor una sensación de tolerancia.

Estilo teórico: adaptan las observaciones realizadas por ellos dentro de teorías lógicas y complejas; usan la lógica para la resolución de problemas; son perfeccionistas; utilizan frecuentemente el análisis y la síntesis; poseen objetividad y pensamiento profundo.

Estilo pragmático: buscan la aplicación práctica de las ideas, descubriendo el lado positivo y aprovechando la primera oportunidad para experimentarlas.

Es necesario entonces, plantear los conceptos de distintas formas, desde lo elemental hasta la aplicación de dicho concepto, con el fin de fortalecer de algún modo todos los estilos de aprendizaje.

En el caso del modelo instruccional planteado por García [6], en el cual los estudiantes realizan una planeación para luego implementar y evaluar los proyectos que tienen aplicación en su cotidianidad fuera de los salones de clase; se trata del aprendizaje basado en proyectos (ABP).

El aprendizaje basado en proyectos (ABP), como propuesta curricular, ha sido investigado y utilizado por Moursud a partir del enfoque constructivista desarrollado desde los referentes teóricos de algunos psicólogos y educadores, como Vygotsky, Jerome Bruner, Piaget y John Dewey.

Cabe resaltar que el uso de proyectos en el aula de clase es diferente a la enseñanza basada en proyectos; este último ha sido incorporado ocasionalmente por muchos docentes desde hace bastante tiempo como parte de su proceso de enseñanza, pero sin una estructura clara.

El trabajo por proyectos se debe convertir en parte importante del proceso de enseñanza y estructurado de tal manera que tenga la intencionalidad de ayudar en el proceso de aprendizaje de sus estudiantes.

III. METODOLOGÍA APLICADA

Durante los años 2015 y 2016 se realizó el diseño y desarrollo de un aula virtual para el curso de física, oscilaciones y ondas. Este desarrollo se realizó desde el conocimiento de las ideas previas que tenían estudiantes de cuatro universidades del país, a quienes se les aplicó un test de entrada: 173 estudiantes en el II semestre de 2015 y a 80 en el I de 2016.

A partir del análisis de las ideas previas de estos estudiantes se realizó el diseño del curso, se determinaron los obstáculos de aprendizaje que tenían los estudiantes en los temas oscilaciones y ondas, y se diseñaron las actividades de aprendizaje para ayudar a la evolución conceptual de los estudiantes.

En la Figura 1 se muestra una vista del aula diseñada, en la cual se incluyen las unidades didácticas de los temas movimiento oscilatorio y ondulatorio.



Figura 1. Aula para las unidades didácticas

A continuación se presentan las distintas etapas y los pasos que se han seguido hasta llegar a la implementación de las UD:

1. Identificación de estilos de aprendizaje y estudio de las ideas previas.

Se inició haciendo el registro de los estudiantes en la plataforma del curso; luego, se aplicó el test de ideas previas, se realizó un análisis de los resultados de este test y se aplicó el test de Honey-Alonso, con el fin de hacer un análisis de los estilos de aprendizaje predominantes en los estudiantes.

2. Diseño de las unidades didáctica.

A partir de los análisis anteriores se definieron los objetivos de las unidades didácticas, los contenidos y la forma de presentarlos y se planearon diferentes actividades de aprendizaje.

Para la presentación de los contenidos, se desarrollaron tres objetos de aprendizaje siguiendo los lineamientos del Ministerio de Educación Nacional colombiano (MEN) [7] y siguiendo la metodología ADDIE. En las Figuras 2, 3 y 4 se presentan pantallazos de los tres objetos elaborados por Jiménez et al. [8].

Movimiento Oscilatorio

Movimiento de un cuerpo unido a un resorte (oscilador armónico)

Consideremos ahora un objeto de masa m unido al extremo de un resorte, el cual tiene libertad de moverse indefinidamente (al desplazar la resorte de su posición de equilibrio, el bloque estará en la posición que hemos llamado posición de equilibrio del sistema, representada por la línea punteada del gráfico de la izquierda).

El movimiento que se visualiza en el gráfico de la izquierda se puede entender cualitativamente de forma más fácil si recordamos la ley de Hooke. Esta ley establece que cuando a un resorte se le aplica una fuerza fijas del bloque en este caso para desplazarlo de su posición no deformada o de equilibrio, entonces el resorte ejerce sobre el bloque una fuerza de sentido contrario al desplazamiento denominada fuerza restauradora, la cual está siempre dirigida hacia la posición de equilibrio, y que es proporcional a la cantidad del desplazamiento; es decir:

$$F = -kx$$

Figura 2. Objeto de aprendizaje- Movimiento oscilatorio

Movimiento Ondulatorio

Energía

Fenómenos Ondulatorios

Ondas Estacionarias en Cuerdas

Ondas Mecánicas

Tipos

Conceptos Físicos

Ondas Periódicas

Descripción Matemática

Figura 3. Objeto de aprendizaje- Movimiento ondulatorio

Ondas Sonoras

Aspectos Generales sobre el sonido

Las ondas de presión transmitidas por el aire entran al oído humano golpeando el tímpano, que es una membrana elástica situada al final del canal auditivo en el oído externo. Estas vibraciones son transmitidas a los huesecillos del oído medio: martillo, yunque y estribo. Los huesecillos transmiten la oscilación al flujo del oído interno que están dentro de la cáscara y este, a su vez, hasta las células pilosas las cuales transforman las vibraciones en impulsos eléctricos que van al cerebro a través del nervio auditivo, allí se "interpreta" la información provocando la sensación sonora correspondiente que llamamos "sonido".

Figura 4. Objeto de aprendizaje- Sonido

Dentro de las actividades de aprendizaje utilizadas podemos mencionar: foros sobre videos motivadores, talleres de cuestionamiento y de ejercicios, laboratorios virtuales, mapas conceptuales, simulaciones y desarrollo de un proyecto de curso. Algunas de ellas se pueden apreciar en las Figuras 5 y 6

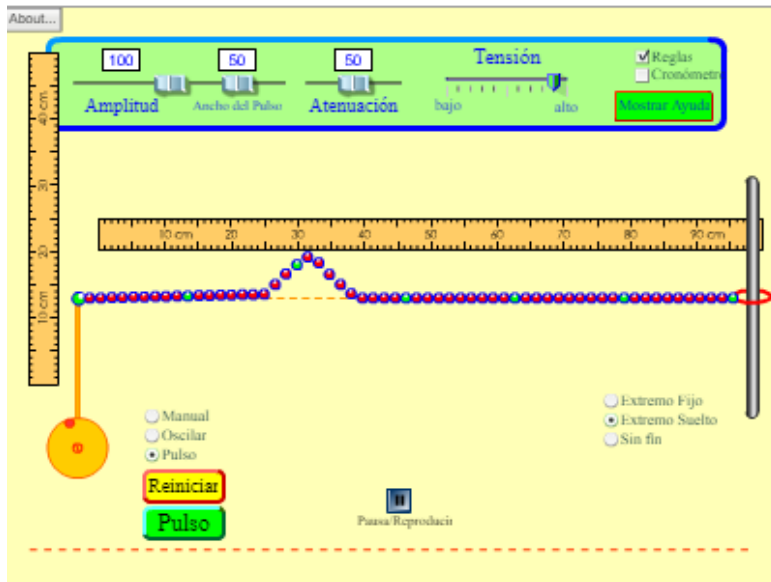


Figura 5. Laboratorio virtual

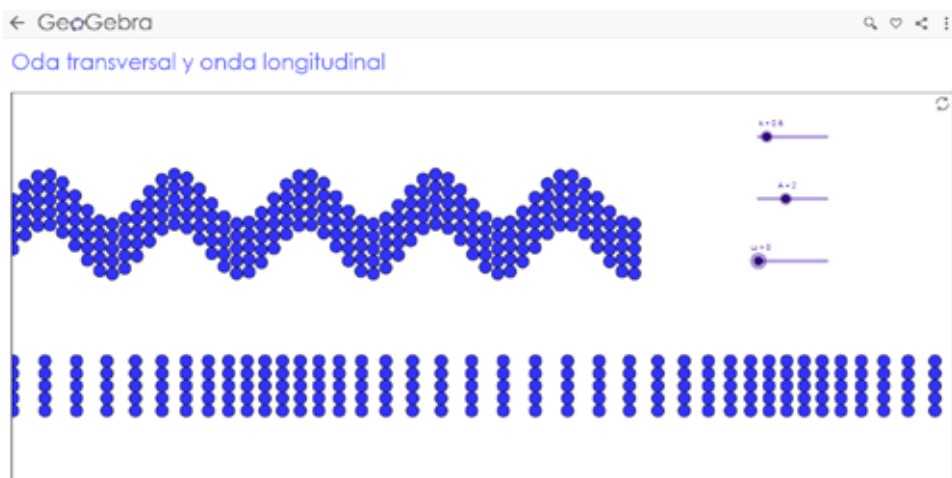


Figura 6. Simulador usando Geogebra

Los proyectos integradores empleados en esos semestres fueron: el diseño de un yugo escocés para la unidad didáctica del movimiento oscilatorio, el cual consistió en una aplicación del mecanismo yugo escocés explicado previamente en clase, al cual le asociaron un sistema que hiciera posible aplicarlo según su elección. Luego, identificaron las condiciones a su modelo para describir las ecuaciones cinemáticas correspondientes. La unidad didáctica del movimiento ondulatorio consistió en la descripción e implementación de un sismógrafo, donde involucraron desde el concepto de onda, sus clases y características, hasta el análisis del fenómeno sísmico en su ciudad. En las Figuras 7 y 8 se presenta un proyecto de cada unidad didáctica.



Figura 7. Proyecto de la Unidad I – Prensa para sellos



Figura 8. Proyecto de la Unidad II – El sismógrafo

3. Implementación de las unidades didácticas.

Se tuvo en cuenta que su utilización dentro y fuera de clase por parte de los estudiantes y docentes contara con apoyo y retroalimentación en cada una de las secciones de estudio. Se trabajó con grupos control y experimental,

con los cuales se llevó a cabo un seguimiento minucioso manejando los mismos tiempos, para su ejecución por parte de los profesores a cargo.

4. **Evaluación del impacto del uso de las unidades didácticas.**

Además de las evaluaciones del aprendizaje y para el aprendizaje realizados durante el curso, se realizó una evaluación sobre la apreciación de los estudiantes en relación al trabajo con las UD mediante la aplicación de un test con escala Likert.

Con el uso de esta metodología se buscan varios propósitos:

- Motivar a los estudiantes hacia los temas movimiento oscilatorio y movimiento ondulatorio.
- Ayudar al estudiante a lograr un aprendizaje significativo.
- Estructurar las unidades didácticas de manera secuencial, siempre buscando la integración entre conceptos, asignaturas y la vida cotidiana.
- Materializar los conceptos a través de actividades como uso de simuladores, el desarrollo de los laboratorios virtuales, y la realización de un proyecto final aplicando los conceptos de las Unidades didácticas.
- Fortalecer el trabajo en equipo y la socialización de los resultados de sus trabajos usando un lenguaje científico.

Dentro de las observaciones planteadas por los docentes que usaron las UD, se destacan los siguientes aspectos importantes a tener en cuenta en el proceso de aplicación: disposición del estudiante, planificación del profesor, gestión de los recursos de la UD por parte del profesor y desarrollo de la UD por parte del alumno.

IV. RESULTADOS

Posterior a la implementación de las UD se hizo el análisis desde varios puntos de vista: desempeño, grado de conocimiento de las unidades didácticas y de la matriz DOFA para las actividades desarrolladas, buscando fortalecer los distintos estilos de aprendizaje.

A continuación se sintetizan las características encontradas con relación a la matriz DOFA:

Actividades por estilos	Fortalezas	Oportunidades
Estilo reflexivo	<p>Permite aprender a estructurar una presentación.</p> <p>Facilita la socialización de un tema.</p>	<p>Aplicabilidad a otros temas.</p> <p>Identificar dónde están sus dificultades conceptuales para comprender el artículo leído.</p>
Estilo activo	<p>Muestran su resultado de manera rápida y sencilla y entregan un informe en la clase siguiente.</p> <p>De acuerdo a las conclusiones expresan que fue más sencilla la guía virtual que el uso de simuladores.</p>	<p>Analizan diferentes situaciones de acuerdo con la guía suministrada (este trabajo lo desarrollan en casa).</p> <p>Permite comparar resultados con los obtenidos en el laboratorio experimental.</p> <p>Implementar otras guías, ya que hicieron muchas preguntas al profesor acerca del tema.</p>
Estilo teórico	<p>Aclara conceptos claves al investigar la forma de explicarlo a sus compañeros.</p> <p>Búsqueda de estrategias para exponer su explicación ante el grupo.</p>	<p>Participación activa en clase haciendo preguntas a sus compañeros.</p> <p>Manejo del lenguaje adecuado e identificación de variables.</p>
Estilo pragmático	<p>Permite el planteamiento y desarrollo de una aplicación a la ingeniería a partir de un tema específico.</p> <p>Los introduce en el contexto de la elaboración de un artículo como medio de divulgación científica.</p>	<p>Proyectar a trabajos de otras asignaturas la importancia del análisis de variables y modelamiento.</p> <p>Mostrar a los demás su idea de proyecto permite afianzar sus conceptos.</p>

Actividades por estilos	Debilidades	Amenazas
Estilo reflexivo	<p>La información debe extrapolarse para asociarla a la temática de la clase.</p> <p>Falta más detalle en su elaboración, aumentando la complejidad.</p>	<p>El alumno tiene dificultades para asignar un orden jerárquico a la lectura; por lo tanto, deja pasar tópicos importantes.</p> <p>No está familiarizado con este tipo de trabajos en física; por lo tanto, tarda más de lo debido en su elaboración.</p>
Estilo activo	<p>Les cuesta trabajo empezar sin el profesor al lado.</p> <p>No es posible aplicarlo en todos los grupos teórico-prácticos, ya que el profesor de teoría es diferente en algunas ocasiones al profesor de laboratorio.</p>	<p>Acceso a internet.</p> <p>Infraestructura institucional</p>
Estilo teórico	<p>Falta de profundidad en la explicación.</p> <p>Uso de recursos insuficiente.</p>	<p>Consulta deficiente deja a medio explicar la idea y se pierde tiempo de clase.</p> <p>Falta de compromiso en el tema asignado.</p> <p>Pierde la secuencia esperada en la clase (por ejemplo si se usa como introducción a un tema)</p>
Estilo pragmático	<p>El tiempo de clase no es suficiente para hacer la socialización de todos los proyectos.</p> <p>El poco uso de las variables y su correspondiente análisis cuantitativo limitan las conclusiones y análisis.</p>	<p>El alumno tiene varias materias con trabajos similares en el semestre por lo tanto algunos trabajos no muestran el resultado esperado.</p> <p>Es posible que dejen de estudiar una evaluación para desarrollar el proyecto o viceversa.</p>

Como instrumento de medida de apreciación, es decir, la percepción de los estudiantes frente al material diseñado en las unidades didácticas, se aplicó un test de Likert al terminar las unidades didácticas y se encontró que tanto los alumnos de la prueba piloto en el 2015 como los del 2016 sienten agrado al usar este tipo de estrategia. En particular, se encontró que solo el 48,4% expresa haber usado este tipo de estrategia en lo relacionado a las ciencias básicas, un 17,2% expresa que no ha usado unidades didácticas en este tipo de cursos y el 34,3% está indeciso al respecto.

V. CONCLUSIONES

Fue posible analizar las concepciones iniciales que tienen los estudiantes acerca del movimiento ondulatorio y oscilatorio e implementar diversas estrategias de refuerzo que permitieron identificar fortalezas, oportunidades, debilidades y amenazas, desde el punto de vista de los estilos de aprendizaje.

El proceso de enseñanza se ha diseñado de manera estructurada, enfocado en los objetivos del curso, con una variedad de actividades que se enmarcan en los distintos estilos de aprendizaje y que les permite a los estudiantes afianzar la explicación conceptual a su propio ritmo, debido a que el material lo pueden revisar cuantas veces lo deseen. Las actividades diseñadas parten de los resultados analizados de los test de entrada, incluyen diferentes tipos de pregunta y análisis, mostrando interés por parte de los estudiantes según los resultados del test de Likert.

Dentro de las actividades se encuentran los simuladores y laboratorios virtuales que se convierten en un material al alcance del estudiante en cualquier lugar. Esta herramienta permite explorar el concepto al cambiar las condiciones inicialmente dadas y analizar el resultado obtenido de manera previa a la realización práctica correspondiente.


Otra actividad que permitió integrar a los estudiantes y dar relevancia al cálculo y análisis de un modelo, al igual que el uso del lenguaje científico y la elaboración de artículos, es el desarrollo del proyecto planteado en la unidad didáctica. En este caso, se realizaron aplicaciones que usan el mecanismo Yugo escocés y la elaboración de un sismógrafo.

La implementación de las unidades didácticas se ha realizado en un trabajo conjunto entre universidades de distintas ciudades del país (Cartagena, Manizales

y Bucaramanga), lo cual ha fortalecido los lazos de cooperación entre distintos grupos de investigación con un mismo propósito: plantear herramientas de apoyo al proceso de enseñanza-aprendizaje contextualizadas y significativas para el alumno.

VI. REFERENCIAS

- [1] F. Ortega. *“Modelos didácticos para la enseñanza de las ciencias naturales”*. Revista Latinoamericana de Estudios Educativos, 2007, pp. 41-60.
- [2] F. Pérez, García., F. *“Los modelos didácticos como instrumento de análisis y de intervención en la realidad educativa”*. Revista bibliográfica de geografía y ciencias sociales, 2000, pp. 18.
- [3] M. Tomàs, et al. *Reconstruir la Universidad a través del cambio cultural. Cap. 3*. Universidad Autónoma de Barcelona, 2006.
- [4] D. Barriga. *“Estrategias de enseñanza para la promoción de aprendizajes significativos. En Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Una Interpretación constructivista.”*. México: Mc Graw Hill.. 1998, pp. 69-112.
- [5] M. Moya, *“Un estilo de aprendizaje, una actividad, diseño de un plan de trabajo para cada estilo”*. Obtenido de http://www.uned.es/revistaestilosdeaprendizaje/numero_4/Artigos 2014.
- [6] A. García, *“La estrategia de Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP): Hacia un modelo constructivista en los programas de Ingeniería”*, Innovación, Ingeniería y Desarrollo, 2013, Vol. 2, No. 2, pp. 21-36.
- [7] Ministerio de Educacion Nacional, M. *Aprendiendo en Linea*. Obtenido de <http://aprendeonline.udea.edu.co/lms/men/oac1.html>. 2016.
- [8] F. Jiménez et al. *“Una experiencia didáctica en el diseño e implementación de objetos de aprendizaje para la enseñanza de la física”*. Revista Educación en Ingeniería, 2016, pp. 13-20.



FORTALECIENDO PROCESOS DE PENSAMIENTO MATEMÁTICO EN LA CONSTRUCCIÓN DE UNA HUERTA ESCOLAR¹

Strengthening mathematical
thinking processes in the construction
of a school garden

Francisco Javier Jiménez Sipagauta², Jaider Figueroa Flórez³

¹ Producto derivado del trabajo final de Maestría en Didáctica de la Matemática, de la Universidad de Caldas.

² E.J. Jiménez estudiante de Maestría en Didáctica de la Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, de la Universidad de Caldas, Manizales (Colombia); email: sipagauta70@gmail.com.

³ J. A. Figueroa docencia en el Departamento de Matemáticas, de la Universidad Nacional de Colombia y Universidad de Caldas, Manizales (Colombia); email: jafigueroaf@unal.edu.co.

Resumen

Se realiza una investigación con el propósito de fortalecer las habilidades propias del pensamiento matemático en sus cinco clases (numérico, métrico, espacial, variacional y aleatorio). El trabajo se desarrolla en tres fases: Actividades de adecuación de la huerta escolar, recolección de datos e información y validación de datos con tecnologías; durante cada fase se proponen situaciones problema aplicando el modelo PPDAC como estrategia de solución en contextos reales. Se evidenció progresos en procesos asociados al pensamiento numérico, métrico, espacial, variacional y aleatorio, interés por abordar y resolver problemas de su entorno, y por el uso de herramientas tecnológicas como mediadoras de su aprendizaje, el trabajo en grupo fue esencial en la solución de los problemas planteados.

Palabras clave

Compresión, modelo PPDAC, pensamiento matemático, situación problema.

Abstract

A research is done with the purpose of strengthen the abilities own of mathematical thought at its five kinds (numeric, metric, spatial, variational and aleatory). The work is developed in three stages: School orchad adequacy activities, data and information recollection, and data validation with technologies; during each stage are proposed problem situations applying PPDAC model as solution strategy in real context. It was evidence progress in processes associated to numeric, metric spatial, variational and aleatory thoughts, interest for aproaching and solving.

Keywords

Comprehension, PPDAC model, mathematical thought, problem situation.

I. NOMENCLATURA

MEN: Ministerio de Educación Nacional.

PPDAC: Ciclo investigativo problema, plan, datos, análisis y conclusión.

II. INTRODUCCIÓN

Con el propósito de diseñar una serie de estrategias que permitan el fortalecimiento de las habilidades propias del pensamiento matemático, y apelando al currículo, a la misión y a la visión institucional, se encuentran cátedras en el modelo Escuela

Nueva, en las que se puede recurrir a múltiples estrategias didácticas desde un ámbito contextual y práctico, que se convierten en una oportunidad estupenda para llevar a cabo mecanismos de asimilación y asociación del conocimiento.

Se aprecia fácilmente en los estudiantes de colegios rurales, la práctica frecuente de medidas en las actividades que realizan a diario. Entre los pre-saberes matemáticos que se ha identificado está el de poder establecer la relación de magnitudes a partir de otras, calcular la distancia de un camino en metros o en tiempo, determinar el grosor de un tronco o establecer la capacidad de un tanque para almacenar líquidos. Los estudiantes también pueden determinar la altura de un árbol, la profundidad de un hueco, calcular el peso de un animal o la extensión de un terreno. Dicho conocimiento es el resultado de las actividades y prácticas que se transmiten a través del ejemplo, en las labores cotidianas.

Si bien la cuestión del origen de los fundamentos del conteo infantil ha sido un tema central, tanto en la didáctica de la matemática [1] como en la psicología del desarrollo [2]. Es un hecho evidente que el niño cuenta al jugar, al hacer deporte, al participar en las compras del hogar, al administrar los animales y los cultivos de plantas en la granja, y en muchas otras situaciones cotidianas. Ahora bien, en el área de las matemáticas estos pre-saberes se pueden aprovechar y potencializar para ejercitar las habilidades propias del pensamiento matemático.

Pero desafortunadamente, muchos de los procesos de enseñanza-aprendizaje que se adelantan en la escuela, desatienden el contexto en el que niño habita e ignora los asombrosos conocimientos que ha venido cultivando desde muy temprana edad en su entorno familiar.

Entonces, con el propósito de potencializar los fundamentos matemáticos de nuestros niños y respetando las características particulares de la población educativa, a través del modelo PPDAC [3] que se desarrolla en cinco etapas se plantearán diferentes situaciones problemática en situaciones no matemáticas desarrollando las siguientes etapas. En la primera etapa se plantea el problema a partir de un pliego de preguntas de investigación. En la segunda se formula el plan o los procedimientos utilizados para llevar a cabo el estudio. En la tercera etapa se recopilan los datos y la información. En la cuarta etapa se lleva a cabo el análisis estadístico para responder a las preguntas planteadas, y así formular, finalmente en la última etapa las conclusiones, las cuales incluyen, entre otras cosas, qué se ha aprendido a partir de las preguntas de investigación.

Cabe señalar que uno de los contextos reales en el que los estudiantes ejercitaron las habilidades del pensamiento matemático es en la formulación y ejecución de este trabajo es “La Huerta Escolar”. Allí se aprovecha tanto la curiosidad natural de los estudiantes, como el conjunto de habilidades matemáticas que han venido cultivando en su contacto con el campo, para así verificar las distintas magnitudes en un entorno real. Adicionalmente se recurre a softwares como Geogebra y Excel, para facilitar la comprensión de planos y medidas, así como la elaboración de gráficos que facilitan la comprensión e interpretación de la información.

III. DESARROLLO DEL ARTÍCULO

A. Preliminares

Una de las dificultades con la que nos tropezamos en el ejercicio docente en las instituciones educativas que se guían por el modelo de la “Escuela Nueva” estriba en que algunos docentes (e incluso directivos de la institución) pueden experimentar una sensación de apatía y hostilidad frente a algunas de las cátedras agrícolas prácticas del Comité de Cafeteros. Ello trae, por supuesto, consecuencias desfavorables en el aula y afectan directamente la construcción de aprendizajes significativos, al no propiciar entornos favorables con la interacción y la experimentación ejes del conocimiento.

En efecto el aprendizaje a partir de las experiencias tiene de suyo la enorme ventaja de que activan todos los sentidos y las emociones en el educando. El recurso a las experiencias y a las vivencias resulta altamente provechoso en áreas del saber cómo las matemáticas, ya que no se trata de dictar formulas y procedimientos muy elaborados, sino que, por el contrario, lo que se espera es que los elementos teóricos proporcionados puedan aplicarse a situaciones cotidianas. Es por ello que en el proyecto de fortalecimiento del pensamiento matemático aprovechamos el recurso de la huerta escolar. Allí planeamos construir el saber a partir de la curiosidad natural de los niños y los saberes previos. Ello permite hacer uso de distintos recursos de asociación y asimilación efectiva de los conocimientos, gracias al aprendizaje experiencial y vivencial.

Es por ello que la huerta escolar se convierte en una estrategia promisoriosa para ser aplicada en las instituciones educativas de Escuela nueva. Ello se traduce en la construcción de nuevos espacios pedagógicos en los que el educando se pone en contacto con la realidad que le resulta más familiar.

Justamente para apreciar la importancia que tiene en los procesos de enseñanza-aprendizaje el explorar nuevos espacios se plantea que:

Desde la perspectiva piagetiana, el entorno se ha venido contemplando como técnica didáctica relacionada con el aprendizaje por descubrimiento. “Para Piaget, el sujeto aprende por un proceso de maduración individual, a través de sus propias acciones y en interacción con la realidad. Desde esta perspectiva, todo aprendizaje es un descubrimiento del saber por parte del individuo. Es en el contexto cercano donde el alumno se pone en contacto directo con la realidad para encontrarse con la posibilidad de “descubrirla” [4].

A la luz de este párrafo cabe resaltar que se convierte en una oportunidad formidable aplicar, para el desarrollo de las habilidades propias del pensamiento matemático, las ideas que han sido transmitidas por sus padres, familiares, amigos, y en general, los saberes que han adquirido a partir del entorno en el que se encuentran los estudiantes. La aplicación de sus pre-saberes permite que el estudiante asocie el conocimiento con la vida cotidiana y descubra habilidades y competencias de gran potencial para su formación integral. Este enfoque está motivado en la necesidad apremiante de reorientar la enseñanza del saber matemático, puesto que el mundo no para de evolucionar y cada vez es más difícil encontrar factores motivacionales para el educando. Para las nuevas generaciones es cada vez más difícil encontrar la motivación necesaria para apropiarse de los conocimientos teóricos, si no se aprecia o no se advierte un valor práctico inmediato del saber que se les imparte. En razón de ello, el maestro debe contextualizar el saber y hacer uso de elementos como objetos, situaciones y circunstancias cotidianas.

El uso de material interesante estimula en mayor medida la imaginación visual en los alumnos [5]. Según el autor, la estimulación de emociones placenteras aumenta el recuerdo de experiencias personales y aumenta el empleo de las imágenes visuales, lo que podría facilitar el aprendizaje mediante el recuerdo de contenidos interesantes. Es posible que procesos como éste hagan el material más vívido y distinto y lleven tanto a un procesamiento cognitivo más frecuente, así como también más profundo de la instrucción, haciendo así más explícitos los mecanismos por medio de los cuales el interés facilita el aprendizaje.

De esta forma es posible la construcción de aprendizajes significativos gracias a la interacción con el contexto inmediato. Las representaciones mentales que se derivan del contacto con el entorno real permiten relacionar, discriminar y afianzar lo previo, y contrastarlo con el nuevo concepto adquirido. El laboratorio se convierte así en un recinto vivo en el que se pueden construir aprendizajes

duraderos, ya que los estudiantes pueden verificar por sí mismos distintas magnitudes y llevarlas al entorno en la ejercitación y mejoramiento de sus capacidades y de razonamiento matemático.

El objetivo de general de la investigación es fortalecer las habilidades propias del pensamiento matemático en los contextos de conteo, medición, variación y aleatoriedad en los estudiantes de Básica Primaria a partir de situaciones problemas no matemáticas de acción y exploración.

B. Indagación bibliográfica

El presente proyecto comparte los supuestos centrales del Modelo Pedagógico Social-Cognitivo [6], que promueve el aprendizaje en contexto, que consiste en atender los intereses, las necesidades y las expectativas de los alumnos, en donde el potencial de aprendizaje se evalúa a partir de la socialización contextualizada y el trabajo cooperativo en el proceso, los contenidos deben ser significativos, es decir, deben tener la suficiencia de ser proyectados en la vida cotidiana de los estudiantes. Adicionalmente, los métodos privilegiados en el modelo social-cognitivo están basados principalmente en la experiencia.

El Aprendizaje Significativo del teórico norteamericano David Ausubel [7], es el tipo de aprendizaje donde un estudiante utiliza todos sus pre saberes frente a nuevos conocimientos para así reestructurar el concepto y la aplicación que ya tenía de éstos.

Es así como se da el Aprendizaje Significativo cuando el conocimiento previo y la nueva información se complementan para enriquecer al pre saber, ampliando la visualización de las situaciones presentadas, mejorando su capacidad de aprendizaje al encontrar sentido a lo que ve y comprende

En la Teoría del Trabajo Cooperativo [8], el aprendizaje se define como “una técnica educativa técnica educativa para mejorar el rendimiento y potenciar las capacidades tanto intelectuales como sociales de los estudiantes “.

Se diría, pues, que el trabajo cooperativo es una estrategia de aula en donde se organizan a los estudiantes en grupos heterogéneos para la realización de tareas de aprendizaje. Los discentes agrupados en pequeños equipos potencian más fácilmente las capacidades de los integrantes.

En la teoría Constructivista de Jean Piaget [9], el estudiante es el protagonista directo de la construcción de su propio aprendizaje, apoyado en todas sus habilidades, pre saberes y capacidades. El interactuar con otras personas fortalece todo el proceso de conocimiento en un contexto educativo, de allí que el aprendizaje debe ser basado en la cooperación donde todos los sujetos son activos a la hora de aprender, con la participación del docente activamente en modelos y paradigmas creando escenarios propicios para tal fin.

En la Teoría Socio Cultural de Lev Vygotsky [6] el pensamiento y el lenguaje comienzan con la interacción social con personas de diferentes edades, rescatando la importancia del contexto cultural donde se desenvuelvan con el diálogo entre compañeros, padres y profesores.

Para el anterior caso se debe contar con un Plan y una situación, propiciando información y motivando al niño en el trabajo individual. El maestro debe revisar los pasos del problema, formular preguntas que reorienten la atención del estudiante.

La Teoría del uso de Tecnología en la Educación Matemática [10], señala, que utilizando herramientas tecnológicas los estudiantes pueden razonar más fácilmente acerca de asuntos de carácter general, tales como cambios, parámetros, elaboración de modelos y resolución de problemas que eran muy difíciles para ellos, tanto hacerlos como comprenderlos, en áreas de las matemáticas como álgebra, geometría y análisis de datos haciendo más fácil el entendimiento de estas operaciones y como integrarlas a otras áreas del saber.

C. Metodología

El tipo de trabajo corresponde al paradigma cualitativo de carácter descriptivo, pues pretende describir las ventajas o avances de los estudiantes en torno al desarrollo de procesos asociados a los 5 tipos de pensamiento matemático: Numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional [11], [12].

El análisis e interpretación de los resultados se presenta teniendo en cuenta los procesos usados o manifestados por los estudiantes en cada guía y tipo de pensamiento. Estos procesos de acuerdo a tiende la misma forma para el desarrollo del proyecto se apela al método PPDAC [3] y que surge de la necesidad de promover el razonamiento estadístico y de estimular el acercamiento a la estadística desde contextos reales.

Cabe mencionar que este método se desarrolla en cinco etapas y así fortalecer el pensamiento matemático en la solución de problemas concretos, que se derivan principalmente de las actividades propias de la huerta escolar. Cada etapa de éste método conlleva a la siguiente, la cual exige a su vez mirar hacia atrás legitimando las etapas anteriores:

- Problema: pliego de preguntas de investigación.
- Plan: procedimientos utilizados para llevar a cabo el estudio.
- Datos: recopilación de la información.
- Análisis: resúmenes estadísticos y análisis utilizados para responder a las preguntas planteadas.
- Conclusiones: declaraciones acerca de lo que se ha aprendido con respecto a las preguntas de investigación.

D. Resultados

A continuación, se presentan algunos resultados relevantes en cuanto al progreso de los estudiantes para desarrollar y poner de manifiesto procesos asociados al contexto numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional, a medida que abordaban y solucionaban situaciones problemas de su entorno.

1) Resultados en torno al pensamiento numérico

Los estudiantes con el ánimo de resolver las inquietudes planteadas, hicieron uso de operaciones matemáticas con fraccionarios, números decimales y porcentajes teniendo en cuenta la información obtenida del cultivo de papas (número de plantas, bultos de papa, número de papas, producción parcial, producción total...), pudieron establecer equivalencias entre estos tipos de representaciones numéricas, fortaleciendo el tratamiento numérico y su uso comprensivo (Fig.1). Con los datos recolectados, tratados y analizados, se hicieron una idea de la producción en este tipo de cultivos, realizaron cálculos aproximados del número de kilos producidos, que luego compararon con el resultado real. Emplearon la proporcionalidad (regla de tres simple) para hallar porcentajes, es decir, se pudo percibir como usaron la interpretación de una fracción en diversos contextos.

Conclusiones:

Fracción del cultivo	1/1	1/10	1/20	5/10	5/100	1/100
Número decimal	1	0,1	0,05	0,5	0,05	0,01
Número de plantas	2.380	238	119	476	119	238

Porcentaje	100%	50%	20%	10%	5%	1%
Número decimal	1,0	0,5	0,2	0,1	0,05	0,01
Número de plantas	2.380	1.190	476	238	119	2380
Número de papas	51.120	28.560	11.424	5.720	2.856	5.112
Bultos de papa	36,52	18,26	7,304	3,652	1,826	3,652

Fig. 1. Una muestra del trabajo de los estudiantes que evidencian el uso de las fracciones como porcentajes y decimales.

2) Resultados en torno al pensamiento espacial

Durante la fase de adecuación del terreno y construcción de surcos para sembrado se pudo percibir que los estudiantes usaron las nociones de horizontalidad, verticalidad, paralelismo y perpendicularidad. Pusieron a prueba sus habilidades para relacionar dirección, distancia y posición en ciertos espacios del cultivo. Identificaron formas de polígonos (cuadrados, rectángulos, trapecios, triángulos...) y en la construcción pudieron elegir las formas de polígonos más adecuadas para cubrir ciertos espacios. Además, pudieron tener un acercamiento a una percepción global de lo unidimensional, bidimensional y tridimensional (Fig. 2).

3) Resultados en torno al pensamiento métrico

En la fase de adecuación del terreno, comenzaron por elegir unidades (cuarta, gema, pasos, brazada, metro, centímetro, libra, kilo), modos e instrumentos de medición convencionales (manos, brazos) y otros estandarizadas (cintas métricas, balanzas, pesas de reloj...). Luego se procedió a identificar las propiedades o elementos que se requerían medir para tomar algunas decisiones y dar solución a las preguntas planteadas

En algunas ocasiones emplearon la estimación para dar respuestas aproximadas de sus mediciones y pudieron establecer algunas semejanzas y conversiones entre las diferentes unidades de medidas utilizadas. Usaron diversas estrategias para medir longitudes, perímetros, áreas, masa, peso.

En algún momento pudieron verificar sus mediciones usando tecnologías (Software Geogebra), logrando describir y argumentar diferencias y relaciones entre perímetro y área. Por ejemplo, que son unidades de medidas independientes, es decir, que un terreno que aumenta de perímetro no necesariamente aumenta de área y viceversa (Fig. 3).

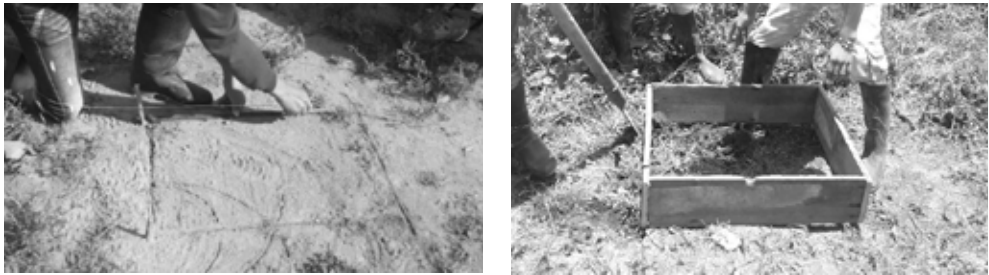


Fig. 2. Una muestra del trabajo de los estudiantes que evidencia el uso de algunos procesos asociados al pensamiento espacial.

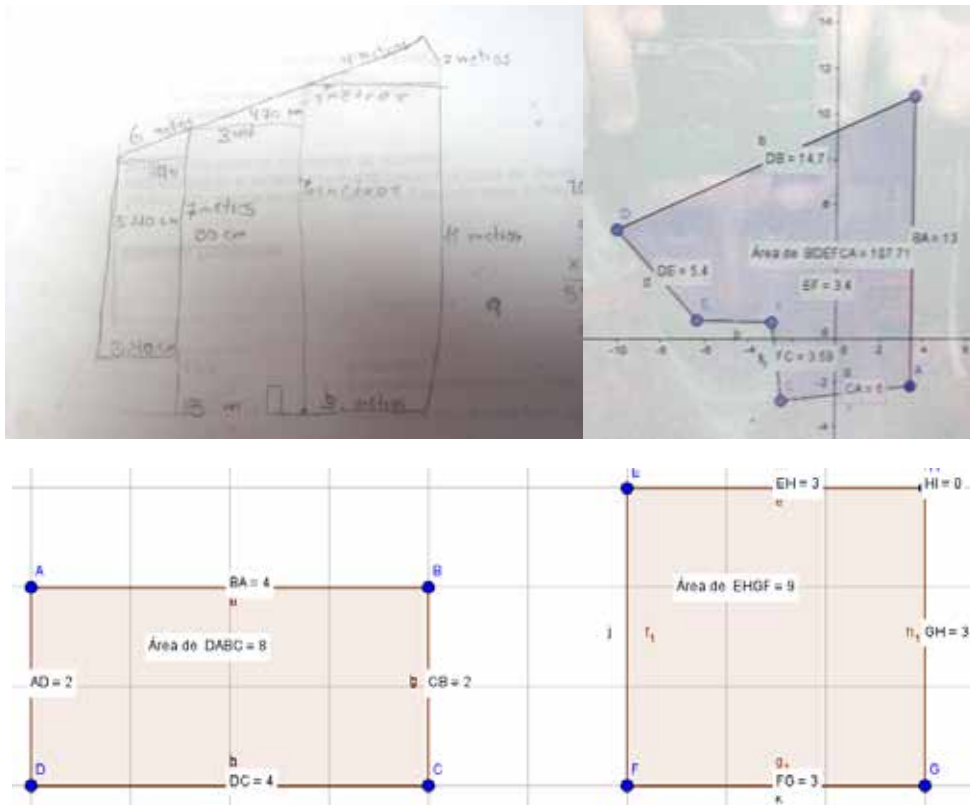


Fig. 3. Uso de Geogebra para explorar, verificar y argumentar sobre algunas propiedades, relaciones y diferencias entre área y perímetro

4) Resultados en torno al pensamiento aleatorio y sistemas de datos

En esta ocasión luego de comprender el problema a resolver, dieron paso a la elaboración de un plan para recolectar los datos. Luego se procedió a la recolección de estos datos identificados como importantes (número de papas por matas, peso de las papas por planta, por surco). En la fase de tratamiento de los datos hicieron representaciones en tablas y gráficos tanto manuales como digitales (Excel). Después de organizado los datos procedieron a interpretar la información representada en las tablas y gráficos, para dar respuesta a las preguntas propuestas en la guía de trabajo y sacar sus propias conclusiones. En algunas ocasiones se hicieron estimaciones sobre la producción; por ejemplo, número de papas promedio por planta, kilos de papa por planta, kilos de papa por surcos, producción total, en resumen, se pudo percibir el uso de medidas de tendencia central en el análisis de la información (Fig. 4).

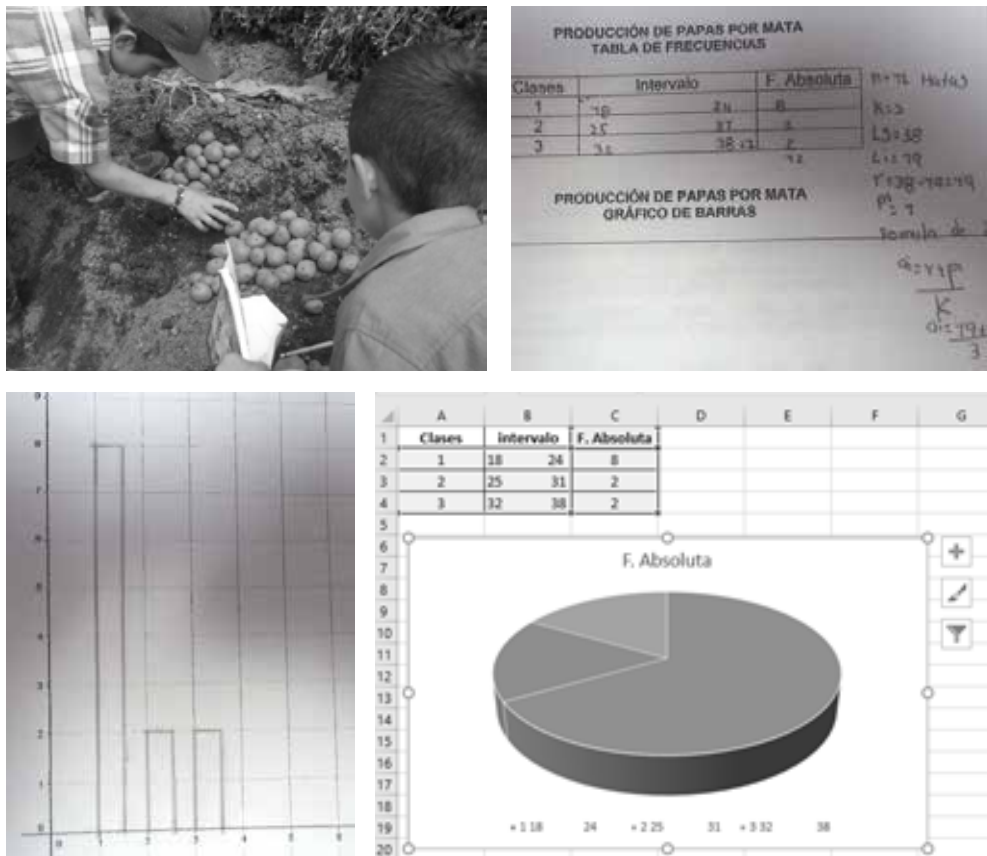


Fig. 4. Una muestra del recorrido de los estudiantes en el ciclo PPDAC, y el uso de algunos procesos asociados al pensamiento aleatorio y los sistemas de datos.

5) Resultados en torno al pensamiento variacional

En este contexto los estudiantes pudieron describir e interpretar variaciones representadas en gráficos y tablas, aquí el uso de Geogebra fue fundamental por las representaciones ejecutables que permiten percibir la variación por medio del arrastre, que los acercó hacia la predicción de patrones de variación en una secuencia numérica gráfica. En esta ocasión pudieron comprobar las formulas usadas para el perímetro y área de un rectángulo. El hecho de concebir estas equivalencias entre las medidas de los elementos característicos del rectángulo y su perímetro o área, los llevo a realizar un proceso muy importante asociado al pensamiento variacional, como lo es la construcción de igualdades numéricas como patrón de variación de distintos datos. El uso de las diversas formas de representación de la variación fue uno de los resultados más interesantes, porque esto determina un camino adecuado para dar paso a la noción de función (Fig. 5).

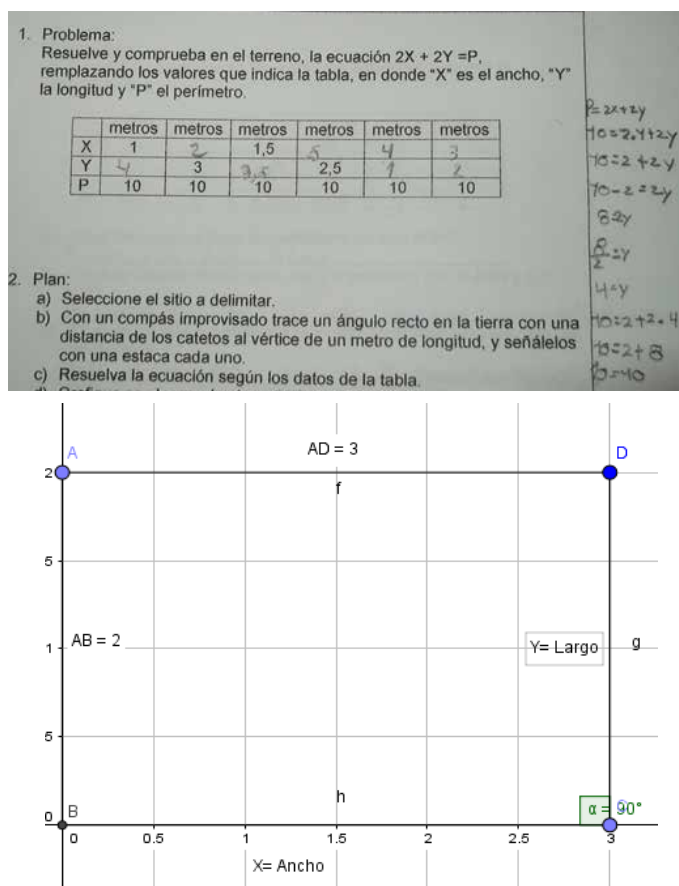


Fig. 5. Una muestra del uso de diversas representaciones en el reconocimiento de patrones y la construcción de igualdades.

IV. CONCLUSIONES

No es necesaria una sección de conclusiones. Si existe, debe resaltar las aportaciones importantes comparándolas con otras previas y las deficiencias que hubiere sugiriendo ampliaciones que las reduzcan. Debe también proponer aplicaciones. Se evitará repetir lo dicho en el resumen.

V. REFERENCIAS


- [1] Blas, A.; Gutierrez, D. y Bartolomé, R. (2005): Educación Infantil, Mc Graw Hill, Madrid.
- [2] Good, T. y Brophy, J. (2000). Psicología educativa contemporánea. México: LAS NOCIONES DEL DESARROLLO COGNOSCITIVO Y LOS PRINCIPIOS PIAGETIANOS EN LA INSTRUCCIÓN stro-de-Bustamante, “La investigación en educación matemática: una hipótesis de trabajo”. Educere, 11 (38), 519-531, 2007.
- [3] CensusAtSchool. (2009). Investigación estadística. New Zealand. Recuperado de: www.censusatschool.org.nz.
- [4] Saunders, R; Bingham-Newman, A.M. (1989). Perspectivas piagetianas en educación infantil.
- [5] TOBIAS, Sigmund (1994) "Interest, Prior Knowledge, and Learning" Review of Educational Research Vol. 64, n°1, 37-64.
- [6] Barquero, R. Vigotsky y el aprendizaje escolar Buenos Aires, Argentina: Aique. 1996.
- [7] AUSUBEL, D.P. (1976). Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo. México, Editorial Trillas. Traducción al español de Roberto Helier D., de la primera edición de Educational psychology: a cognitive view.
- [8] Johnson, D. W.; Jhonson, R. T. y HOLUBEC, E. (1999). El aprendizaje cooperativo en el aula. Barcelona, Paidós.
- [9] Piaget, J. (1978). La representación del mundo en el niño. Madrid: Morata.
- [10] Agustí, M. S. (2004). REDEFINIR LA HISTORIA QUE SE ENSEÑA A LA LUZ DE LAS TIC: Un análisis sobre nuevas maneras de aprender Roma. Universidad de Valladolid. España. ISBN 84-609-0328-1.
- [11] Ministerio de Educación Nacional - MEN. (1998). Lineamientos curriculares matemáticas. Colombia.
- [12] Ministerio de Educación Nacional - MEN. (2006). Estándares básicos de competencias de Matemáticas. Colombia.



Francisco Javier Jiménez Sipagauta, nació en Caldas Colombia, el 18 de marzo de 1970. Se graduó en la Escuela Normal de Varones de Manizales como Bachiller Pedagógico, como Pedagogo Reeducador en la Fundación Universitaria Luis Amigó y cursa actualmente una Maestría en Didáctica de la Matemática, en la Universidad de Caldas-Manizales. Se ha desempeñado como docente de Básica Primaria y Básica Secundaria en el Liceo Arquidiocesano de Nuestra Señora en Manizales Caldas (1990-2015) y actualmente se desempeña como docente de Básica Primaria en La Institución Educativa El Roble de Neira Caldas.



Jaider Figueroa Flórez, nació en Sucre, Colombia, el 06 de junio de 1980. Se graduó de bachiller en la Institución Educativa Liceo Carmelo Percy Vergara de Corozal, como Licenciado en Matemáticas en la Universidad de Sucre, y Magister en Matemática Aplicada en la Universidad Nacional de Colombia -Manizales. Se ha desempeñado como docente de matemáticas y directivo docente en Instituciones Educativas de básica secundaria y media (2002-2015), catedrático de la Universidad de Sucre (2004-2015) y de la Universidad de Caldas. Actualmente docente de planta de la Universidad Nacional de Colombia – sede Manizales, adscrito al Departamento de Matemáticas y Estadística. Actualmente dedicado a la investigación en Modelamiento Matemático y Educación Matemática en las líneas pensamiento matemático y resolución de problemas, y construcción de ambientes de aprendizaje con tecnologías.



LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN EL DESARROLLO DE PROCESOS GENERALES ASOCIADOS AL PENSAMIENTO VARIACIONAL Y LOS SISTEMAS ALGEBRAICOS¹

The solution of problems in the development
of general processes associated with
variational thinking and algebraic systems

Iván Sánchez², Jaider Figueroa³

-
- 1 Producto derivado del trabajo final de Maestría en Didáctica de la Matemática, de la Universidad de Caldas.
 - 2 I.D. Sánchez estudiante de Maestría en Didáctica de la Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Caldas, Manizales (Colombia); email: ivansanchez14@gmail.com.
 - 3 J.A. Figueroa docencia en el Departamento de Matemáticas, de la Universidad Nacional de Colombia y Universidad de Caldas, Manizales (Colombia); email: jafigueroaf@unal.edu.co.

Resumen

En este trabajo se propone contribuir al fortalecimiento de procesos generales del pensamiento matemático como el razonamiento, la comunicación de ideas y la modelación, los cuales están asociados al pensamiento variacional, a través de la solución de problemas y el uso de distintas formas de representación. Para esto se realiza una investigación de tipo cualitativo-descriptivo, la cual busca analizar y describir los avances o dificultades de los estudiantes en lo relacionado con el fortalecimiento de los procesos generales mencionados. La metodología para llevar a cabo este proyecto se basa en el desarrollo de actividades de aprendizaje basadas en problemas que son llevadas al aula de clase, las cuales consisten en talleres que se desarrollan en tres momentos: actividades de familiarización, actividades de entrenamiento y actividades de culminación, según la propuesta sugerida por Ausubel de aprendizaje significativo [1]. Entre los resultados que se obtuvieron se destaca el fortalecimiento de habilidades en la comunicación, el razonamiento y la modelación de situaciones problema, pues se observó que los estudiantes reconocieron y aplicaron distintos tipos de representación semiótica en la solución de los problemas de variación planteados.

Palabras clave

Comunicación de ideas, generalización, modelación, pensamiento variacional, razonamiento, situación problema.

Abstract

In this paper it is proposed to contribute to the strengthening of general processes of mathematical thinking such as reasoning, idea communication and modeling, which are associated with variational thinking, through the solution of problems and the use of different forms of representation. For this, a research of qualitative-descriptive type is carried out, which seeks to analyze and describe the advances or difficulties of the students in relation to the strengthening of the general processes mentioned. The methodology to carry out this project is based on the development of learning activities based on problems that are taken to the classroom, which consist of workshops that are developed in three moments: familiarization activities, training activities and activities culmination according to the proposal suggested by Ausubel of significant learning [1]. Among the results obtained were the strengthening of skills in communication, reasoning and modeling of problem situations, as it was observed that the students recognized and applied different types of semiotic representation in the solution of the problems of variation proposed.

Keywords

Communication of ideas, generalization, modeling, variable thinking, reasoning, problem situation.

I. INTRODUCCIÓN

Gracias al pensamiento, el ser humano comprende el mundo, orienta su vida y fundamenta sus decisiones y esto lo hace enfrentándose a una pequeña porción del universo en la cual lucha por sobrevivir, tratando de entenderlo de una manera coherente. Para esta tarea, el mejor instrumento es la razón apoyada en la lógica y en las habilidades de pensamiento que se desarrollan en cada una de las etapas de la vida, lo cual conlleva a que los seres humanos debamos enfrentar múltiples situaciones que nos permiten relacionarnos con el medio y los seres que nos rodean.

Para esto, la educación nos brinda múltiples posibilidades, entre ellas, la de formarnos como individuos competentes y capaces de responder a las necesidades de la sociedad actual.

Hoy en día, la educación debe responder a los desafíos tecnológicos y científicos que la sociedad plantea, y para esto en especial la educación matemática cumple un papel predominante [2].

A los docentes, cuya función es orientar metodológicamente los procesos y construir en conjunto con los estudiantes el aprendizaje, nos corresponde, tal como lo expresa el decreto 1278 de 2002 en su artículo 4: “el diagnóstico, la planificación, la ejecución y la evaluación de los mismos procesos y sus resultados, y de otras actividades educativas”. Pero en esta función docente tenemos una doble responsabilidad que consiste, por un lado, en alcanzar y sobrepasar las exigencias de calidad que se enfocan generalmente en los dos principales actores del proceso (docentes y estudiantes), y por el otro, proporcionar estrategias didácticas que promuevan la motivación en los estudiantes para la orientación de temáticas propias de las ciencias exactas que como vemos en nuestra cotidianidad, generan cierto grado de desinterés para la mayoría de alumnos.

En este sentido se propone la solución de problemas en el desarrollo de procesos generales asociados al pensamiento variacional y los sistemas algebraicos, con la intención de contribuir al fortalecimiento de procesos generales como el razonamiento, la comunicación de ideas y la modelación, a partir de un análisis y descripción de los avances o dificultades de los estudiantes en lo relacionado con dichos procesos generales ligados al pensamiento variacional. Esto se enmarca en las directrices nacionales del Ministerio de Educación, según los lineamientos curriculares de matemáticas, los estándares básicos de competencia y, por último, los derechos básicos de aprendizaje [3].

II. DESARROLLO DEL ARTÍCULO

A. Preliminares

Los lineamientos curriculares en matemáticas proponen desarrollar en los estudiantes los cinco tipos de pensamiento matemático: numérico, variacional, geométrico, métrico y aleatorio; y en este sentido, el presente trabajo aporta a la construcción de un aprendizaje significativo pues busca desarrollar el pensamiento variacional y analítico a partir del uso de diversos sistemas de representación y lograr que el estudiante realice generalizaciones usando el enfoque problémico [3].

La investigación que se presenta en este proyecto es importante, además porque:

- Permite buscar estrategias para desarrollar el pensamiento variacional en estudiantes de grado octavo de la educación básica.
- Busca que el estudiante sea matemáticamente competente lo cual estimula el pensamiento lógico y el razonamiento.
- Desarrolla la capacidad de resolver problemas en un contexto matemático a partir de distintas generalizaciones.
- Logra que, en la educación matemática en el nivel básico, los estudiantes no solo adquieran conocimientos, sino que afiancen competencias de interpretar, representar, formular, ejecutar y argumentar sus conocimientos matemáticos en el contexto tanto escolar como cotidiano.
- Desarrolla en forma específica el pensamiento variacional partiendo de diversas actividades para la identificación de un patrón, formulación de conjeturas y generalización.

El pensamiento variacional y el enfoque problémico que son la base del presente trabajo, son sustentados por el MEN [3] en sus lineamientos curriculares pues se propone que: “El significado y sentido acerca de la variación puede establecerse a partir de las situaciones problemáticas cuyos escenarios sean los referidos a fenómenos de cambio y variación de la vida práctica”.

Los lineamientos y estándares curriculares propuestos por el MEN buscan dar orientaciones a la comunidad educativa para construir propuestas académicas con las estructuras básicas de los saberes de la matemática (como lo propone el MEN en los derechos básicos de aprendizaje), y se complementan con los lineamientos de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) en cuanto a las pruebas PISA, las cuales buscan ofrecer información abundante y detallada que permite a los países adoptar decisiones y políticas

públicas para mejorar los niveles educativos de las instituciones. Este trabajo busca seguir las tendencias actuales en educación y aprovechar la calidad y riqueza de los datos obtenidos y de los procesos globales que se enfocan en mejorar las políticas educativas [4] [5].

B. Indagación Bibliográfica

A continuación, se especifican diversos aportes, definidos como teorías científicas que enriquecen el sentido conceptual y procedimental del presente proyecto investigativo, se hace énfasis en diversas teorías del aprendizaje que dan muestra de los múltiples elementos que se deben aplicar en el contexto para hacer más enriquecedora cada una de las prácticas pedagógicas.

Inicialmente se parte de la teoría del aprendizaje significativo para la cual son numerosos los cambios positivos que ha generado el vertiginoso progreso del ser humano, debido al enriquecimiento conceptual y práctico que ha adquirido para afrontar y perfeccionar las dinámicas de la vida en busca de la transformación de la realidad, por lo cual ha sido creciente su deseo por conocer que elementos son claves al momento de hablar del aprendizaje pues es gracias a su adquisición, investigación y práctica que se busca evolucionar en los distintos aspectos en que se desenvuelve.

Durante mucho tiempo se consideró que el aprendizaje era sinónimo de cambio de conducta, porque dominó una perspectiva conductista de la labor educativa; sin embargo, se puede afirmar con certeza que el aprendizaje humano va más allá de un simple cambio de conducta, conduce a un cambio en el significado de la experiencia [6].

Por tanto, la perspectiva que se tiene de la adquisición del saber se ha transfigurado de acuerdo con los mismos cambios sociales que ha experimentado la sociedad, en la medida en que ya no solo se relaciona la adquisición del saber con el aprender a adaptarse al entorno y llevar a cabo mecanismos para subsistir, sino que se promueven procesos mentales que permiten a la persona encontrar las habilidades que puede desarrollar en su formación integral.

Ausubel [6] expresa que el aprendizaje del alumno depende de la estructura cognitiva previa que se relaciona con la nueva información, debe entenderse por "estructura cognitiva", al conjunto de conceptos, ideas que un individuo posee en un determinado campo del conocimiento, así como su organización.

En efecto, el aprendizaje significativo en el contexto matemático y específicamente en el pensamiento variacional se debe manejar de una forma complementaria, donde no se dejen a un lado los conceptos previos que pueden enriquecer el proceso, así como la comprensión del nuevo aprendizaje y la correspondencia de sistemas de representación como gráficas, símbolos, datos algebraicos, representaciones geométricas, fórmulas y tablas en el análisis de variaciones, lo que fomenta la construcción de aprendizajes perdurables.

Un aprendizaje es significativo cuando los contenidos son relacionados de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe. Por relación sustancial y no arbitraria se debe entender que “las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición [1].

Por otro lado, este proyecto tiene en cuenta el enfoque problémico, en el cual es importante resaltar que el ser humano en su cotidianidad se encuentra expuesto a situaciones problema que traen consigo diversas variables y factores que repercuten de forma significativa en su entorno inmediato. Por lo tanto, el ser humano demanda la aplicación de habilidades para saber cómo afrontar dichas situaciones; es ahí donde entra en juego la perspectiva contextual de la educación y el rol de docente para guiar al alumno a saber afrontar determinadas situaciones problema en un contexto matemático o cotidiano.

Frente a lo anterior, cabe citar el valioso aporte de Paulo Freire [7], quien da una perspectiva de cómo debe ser el pensamiento del educador para el desarrollo de dicha teoría: “Enseño porque busco, porque indagué, porque indago y me indago. Investigo para comprobar, comprobando intervengo, interviniendo educo y me educo. Investigo para conocer lo que aún no conozco y comunicar o anunciar la novedad”.

En el caso específico de las matemáticas, en el manejo de conceptos del pensamiento variacional es indispensable conocer las demandas de la sociedad, en la medida en que se deben generar procesos reflexivos en los que se estimule el proceso de enseñanza y aprendizaje con base en situaciones problema que partan de situaciones existentes y permitan un detallado análisis de variaciones y representaciones. Esto desarrolla la lógica, el razonamiento y una versatilidad conceptual que le ayuda al estudiante en su formación personal y desempeño en la sociedad:

La metodología del aprendizaje basado en problemas concibe al estudiante como un sujeto activo, por lo que debe realizar una actividad para poder apropiarse del conocimiento, y con ello desarrollar su intelecto. Es importante precisar que el estudiante, junto con el conocimiento, hace que la enseñanza problémica permita asimilar métodos y procedimientos, acercándolos al desarrollo de la lógica de la actitud científica y a la formación en la investigación [8].

El presente trabajo también se basa en la teoría de la cognición situada, que parte de una fuerte crítica a la manera cómo la institución escolar intenta promover el aprendizaje. En particular, cuestiona la forma en que se enseñan aprendizajes declarativos abstractos y descontextualizados, conocimientos inertes, poco útiles y escasamente motivantes, de relevancia social limitada. De esta manera, la teoría de la cognición situada parte de la trascendencia que representa el contexto en el que se desenvuelve y las características situacionales, lo cual es clave en el área de matemáticas y en el desarrollo de los diversos pensamientos como el variacional. Es necesario partir de elementos gráficos y datos en situaciones problémicas con un propósito claro en un contexto práctico, lo cual promueve que los aprendizajes sean perdurables y se comprenda su utilidad al relacionarlos con el contexto [9].

Se tiene en cuenta también la teoría de representaciones semióticas, de Duval, la cual toma en cuenta las representaciones semióticas que desempeñan un papel preponderante en el aprendizaje de las matemáticas, en el sentido en que convergen y son determinantes en la estructuración de las representaciones mentales del sujeto, dándose un proceso de traducción de la información, en el cual se utilizan múltiples recursos simbólicos y representativos para plasmar diferentes elementos claves en el análisis de las variables [9].

Es pertinente mencionar tres actividades claves en el desarrollo cognitivo que incentiva las representaciones y registros mentales que se tiene de determinados elementos conceptuales.

La primera es la formación de una representación en un registro dado; la segunda es el tratamiento de una representación, que es la transformación interna de la representación dentro del mismo registro donde esta ha sido formada; y la conversión de una representación, que es la transformación de la representación en otra representación de otro registro en la que se conserva la totalidad o parte del significado de la representación inicial [9].

Lo anterior quiere decir que estas representaciones permiten construir un sistema en el cual se tiene la capacidad -por ejemplo- de tener diversas formas de graficar determinado valor o procedimiento de manera que se enriquece el conocimiento sin dejar a un lado el registro inicial que se tiene, con un constante proceso de aprendizaje en donde entran en juego múltiples variables de traducción y conservación de los contenidos.

C. Metodología

Se trata de una investigación de tipo cualitativo-descriptivo, que busca analizar los avances y/o dificultades de los estudiantes de grado octavo de la institución educativa Colombia del municipio de Villamaría (Caldas), en los procesos asociados al pensamiento variacional aprovechando el uso de diferentes sistemas de representación (presentes en este trabajo), para con ello fortalecer el desarrollo de competencias matemáticas, específicamente los siguientes procesos de pensamiento que son contemplados en los lineamientos curriculares de matemáticas del MEN:

Razonamiento. Se busca analizar si el estudiante:

- Da cuenta del cómo y del porqué de los procesos que se siguen para llegar a las soluciones
- Justifica las estrategias y los procedimientos utilizados poniendo a prueba sus capacidades cognitivas y sus potencialidades.
- Formula hipótesis, hace conjeturas, predicciones o usa relaciones para explicar los procesos
- Encuentra patrones y los expresa matemáticamente

Comunicación. Se busca analizar si el estudiante:

- Expresa ideas hablando, escribiendo, demostrando y describiendo visualmente de diferentes formas.
- Comprende, interpreta y evalúa ideas que son presentadas oralmente, por escrito y en forma visual.
- Construye e interpreta varias representaciones de ideas y de relaciones.
- Hace observaciones y conjeturas, formula preguntas, y reúne y evalúa información.
- Produce y presenta argumentos persuasivos y convincentes.

Modelación. Se busca analizar si el estudiante:

- Esquematiza.
- Formula y visualiza un problema en diferentes formas.

- Descubre relaciones.
- Descubre regularidades.

Esta metodología se basa en el desarrollo de actividades de aprendizaje basadas en problemas que son llevadas al aula de clase. Las actividades de aprendizaje se llevarán a cabo siguiendo la propuesta sugerida por Ausubel de aprendizaje significativo, la cual se desarrolla en tres momentos:

1. Actividades de Familiarización. Son actividades que permiten un acercamiento, familiarización o exploración del estudiante al uso de Geogebra y también a la solución de problemas en nuestro caso en los contextos de variación; es decir, se busca indagar los procesos y las estrategias de solución que usan los estudiantes al enfrentarse a situaciones problema.

2. Actividades de entrenamiento. Son actividades que se basan en un proceso de construcción colectiva de conocimiento en las cuales se resuelven situaciones problema entre docentes y estudiantes. El objetivo de estas actividades es buscar que los estudiantes fortalezcan sus habilidades y competencias matemáticas en el abordaje y solución de situaciones de variación.

3. Actividades de culminación. En esta etapa, los estudiantes se enfrentan a situaciones problema que deben resolver ellos mismos, teniendo en cuenta que deben ser partícipes tanto del problema como de la solución; además, considerando que el grado de complejidad es un poco mayor que en las actividades anteriores, el estudiante debe ejercer mayor autonomía en el abordaje y la solución del problema planteado.

III RESULTADOS

En este trabajo, la producción escrita de los estudiantes fue de vital importancia como principal fuente de información; no obstante, la información también surgió de la interacción entre los estudiantes y el docente, la interacción entre estudiantes o la observación directa.

Se realizaron actividades de aprendizaje basadas en problemas, divididas en 3 etapas. La primera, corresponde a la experiencia en la familiarización con el uso de Geogebra y con el abordaje de situaciones problema. Para este taller se trató de buscar que el estudiante se familiarizara con el programa Geogebra y de paso afianzara conceptos de geometría, como el punto, la recta, el segmento de recta,

construcción de figuras planas y con ellos pudiera llegar a generalizaciones como la de los puntos notables del triángulo por los cuales pasa siempre la recta de Euler (Figura 1).

Los estudiantes lograron con esta actividad, ayudados con el protocolo de construcción, descubrir algunas generalidades en cuanto a los puntos y rectas notables de un triángulo. Entre ellas se puede destacar que descubrieron que la relación entre las distancias del ortocentro al baricentro corresponde al doble de la distancia del baricentro al circuncentro. Posteriormente hicieron la comprobación de esa conjetura utilizando varios tipos de triángulos (Figura 2).

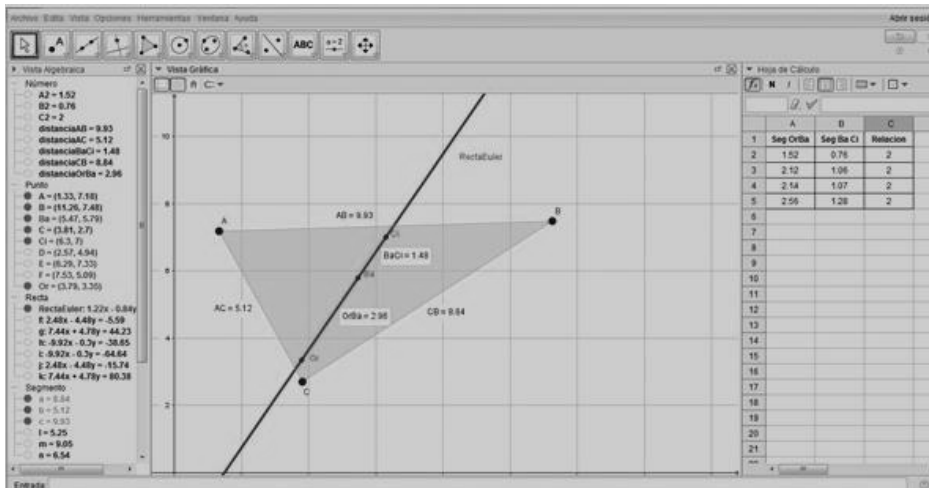


Figura 1. Recta de Euler construida por los estudiantes en Geogebra

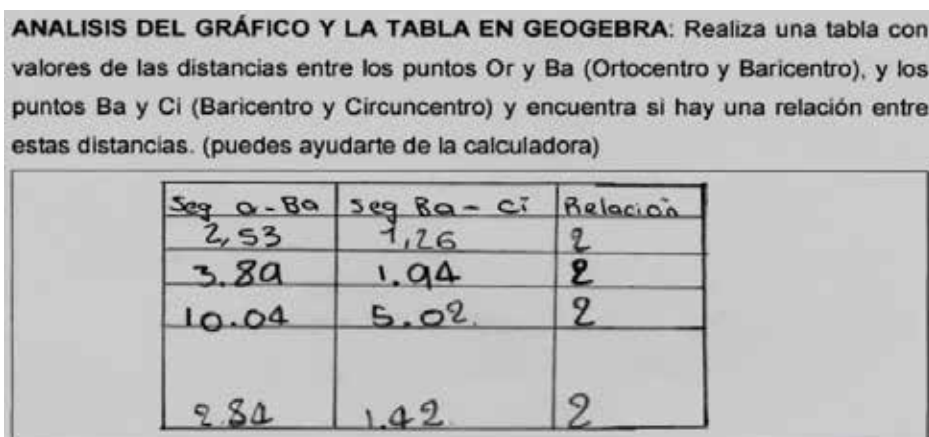


Figura 2. Tabla de proporción de segmentos en la recta de Euler

Con los estudiantes de grado octavo que intervinieron en el proyecto, se intentó que llegaran a encontrar una conjetura o conclusión general con respecto a los puntos notables en cualquier triángulo no equilátero y acerca de las distancias entre esos puntos. En cuanto a los triángulos equiláteros, ellos lograron comprender que los puntos notables (ortocentro, baricentro y circuncentro) coinciden en un mismo punto, pero se notaron dificultades para relacionar este hecho con la construcción de la recta de Euler pues ninguno menciona que no es posible construir ninguna recta con un solo punto (Figura 3).

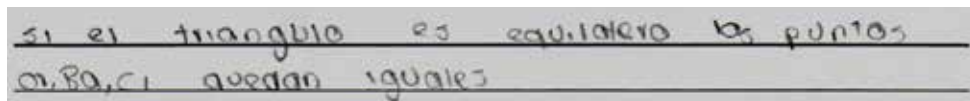


Figura 3. Respuesta dada a una pregunta del taller de familiarización

En el análisis de los talleres correspondientes a las otras dos etapas, que son las actividades de entrenamiento y culminación, se tuvieron en cuenta tres procesos generales del pensamiento matemático, que son: el razonamiento, la comunicación de ideas y la modelación, los cuales son fundamentales para el desarrollo de competencias, en este caso, relacionadas al ámbito variacional y los sistemas algebraicos.

Las actividades de entrenamiento fueron un proceso de construcción colectiva de conocimiento entre el docente y los estudiantes, con el fin de resolver las situaciones-problema propuestas, las cuales consistieron en construir a partir de unas preguntas orientadoras y un protocolo de construcción, los números poligonales (triangulares y cuadrados).

Por su parte, las actividades de culminación buscaron que los estudiantes se enfrentaran a situaciones-problema y tuvieran la autonomía de tratar de resolverlas sin mayor acompañamiento del docente. Estas actividades consistieron en construir dos tipos de fractales, conocidos como el copo de nieve y el fractal árbol pitagórico, a través de un proceso iterativo.

A continuación, se describen y analizan los resultados obtenidos en las actividades de entrenamiento y culminación en relación con los procesos generales de pensamiento (razonamiento, comunicación y modelación).

A. Actividades de entrenamiento

1. Razonamiento: los estudiantes representaron las secuencias de puntos para construir números triangulares y cuadrados (Figura 4), y encontraron patrones para continuar llenando los datos de la tabla por deducción (sin dibujar más triángulos) (Figura 5).

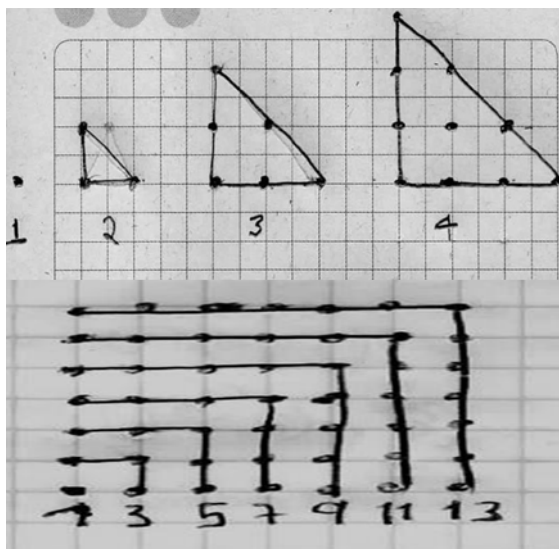


Figura 4. Esquematización de números triangulares y cuadrados a base de puntos en el cuaderno

# de la figura	# puntos en triángulo exterior	# de puntos en "x"	# de puntos en "y"	# de puntos totales
1	0	1	1	1
2	3	2 2	2 2	3
3	6	3	3	6
5	9	4	4	10
6	12	5	5	
7	15	6	6	
8	18	7	7	

Figura 5. Tabla de identificación de patrones numéricos

Se puede observar en Figura 5 que los estudiantes completaron la tabla hasta el paso 5, contando los triángulos de puntos hechos en Geogebra; pero a partir del paso 5 encontraron regularidades para los puntos externos de cada triángulo (puesto que se evidencia que son los múltiplos de 3).

2. Comunicación de ideas: el estudiante interpreta adecuadamente la información pues ubica los puntos correctamente cuando se le pide que use el programa Geogebra para formar los números triangulares y los números cuadrados con uno y dos pasos más que en la construcción con lápiz y papel (Figura 6).

En las primeras preguntas de la actividad de aprendizaje buscaba que el estudiante se empezara a familiarizar con los números poligonales (triangulares y cuadrados) y empezara a buscar alguna relación entre el número de puntos y la secuencia de cada figura.

3. Modelación: los estudiantes encuentran algunos patrones, pero no logran establecer una conjetura o conclusión general que permita hallar la cantidad total de puntos que conforman un número triangular o un número cuadrado. No obstante, en esta fase el estudiante esquematiza acertadamente lo que se le pide y de paso descubre una secuencia de números impares en la formación de los números cuadrados, adicionando puntos “en escuadra” a partir de un punto inicial.

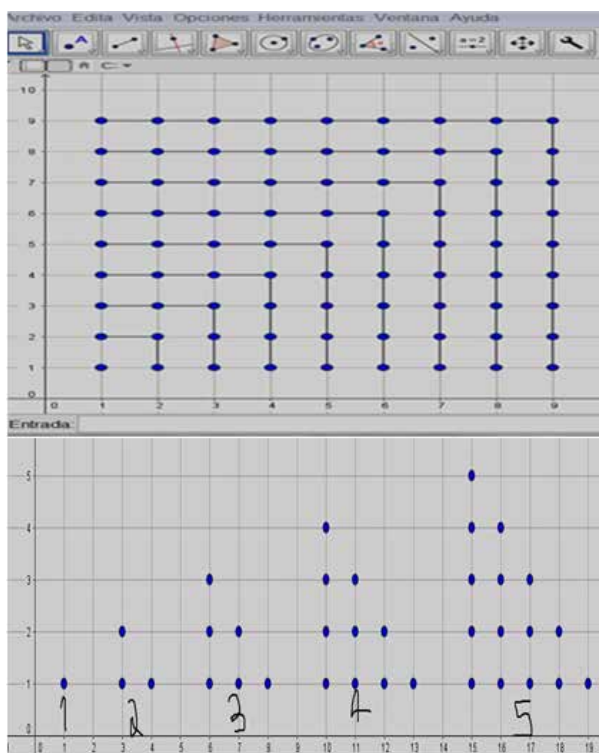


Figura 6. Construcción de números cuadrados y triangulares usando Geogebra

En la siguiente respuesta a una pregunta del primer taller de entrenamiento se observa que el estudiante adquirió la habilidad de descubrir algunas relaciones y regularidades presentes en las agrupaciones de puntos que conforman los números triangulares y cuadrados, las cuales son la base para entender cómo se comportan las sucesiones de los demás números poligonales (Figura 7).

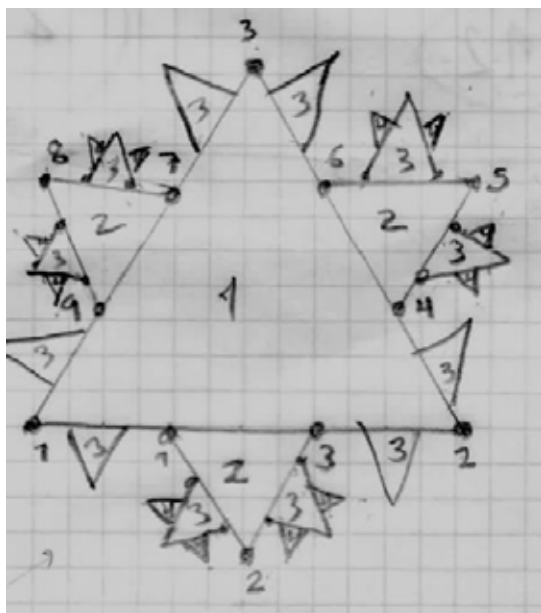


Figura 7. Generalización taller sobre números triangulares y cuadrados

Podemos ver que los estudiantes lograron expresar en forma verbal, numérica, escrita y gráfica los patrones que expresan la variación entre las figuras, alcanzando así diferentes formas de representación semiótica. No obstante, en la parte algebraica solo avanzaron hasta identificar los valores posicionales de la “X” y la “Y”, los cuales indicaban la variación o cantidad de puntos en el respectivo eje del plano cartesiano y al final en la conclusión emplearon los símbolos n_1 , n_2 , n_3, \dots, n , para referirse a cada término que compone la sucesión y llegaron a comprender que se puede expresar cada término como una suma (serie) de números desde n hasta 1 (para el caso de los números triangulares). Para el caso de los números cuadrados encontraron que es necesario multiplicar $n \cdot n$, pero solo lo expresaron numéricamente.

B. Actividades de culminación

1. Razonamiento: los estudiantes logran justificar sus estrategias en cuanto buscan la manera de comprender y abordar el problema planteado. Esto se

puede notar en cuanto la formación de los fractales copo de nieve y árbol pitagórico (que inicialmente crearon con lápiz y papel), para luego utilizar el programa Geogebra con colores diferentes para cada triángulo que conforma el fractal (Figuras 8 y 9).

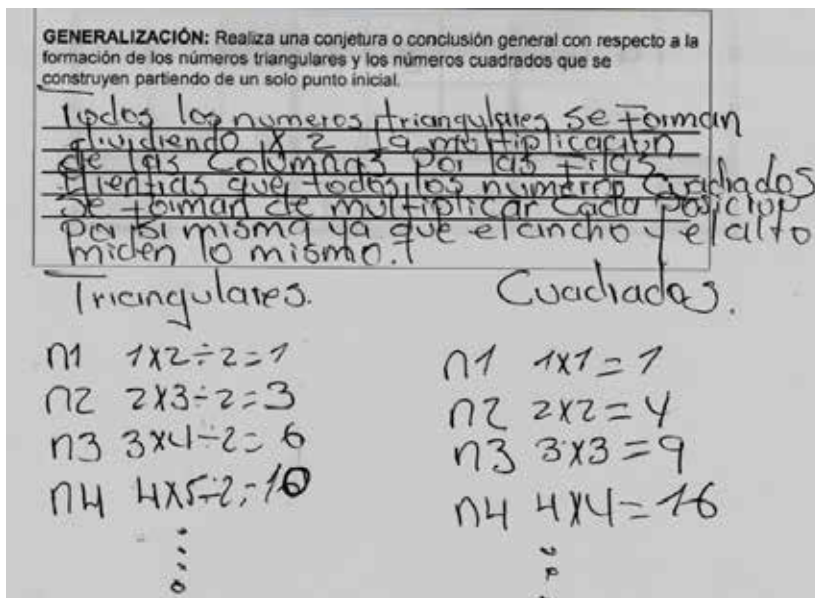


Figura 8. Fractal copo de nieve realizado en una hoja de cuaderno

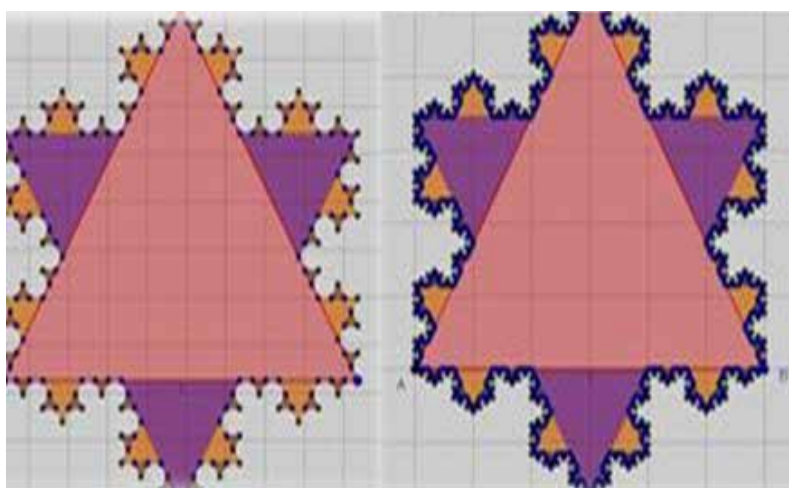


Figura 9. Iteraciones construidas en Geogebra por los estudiantes

Lo anterior muestra cómo la idea de un estudiante de trabajar cada paso (iteración) con un color diferente dio resultados positivos, pues no dejaron segmentos sin llenar y también les facilitó para contar el número de puntos y de triángulos adicionados en cada paso.

2. Comunicación de ideas: se observa en estos talleres de culminación a los estudiantes con mejor disposición e iniciativa para abordar las situaciones problema, expresan sus ideas en forma oral y escrita con mayor facilidad y logran argumentar como se forman las secuencias de los fractales (Figura 10).

FRACAL COPO DE NIEVE

Paso n	# de Puntos	# de triángulos	# puntos totales	# triángulos totales
0	3	1	3	1
1	9	3	12	4
2	36	12	48	16
3	144	48	192	64
4	576	192	768	256
5	2304	768	3048	1024
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Figura 10. Tabla de regularidades en fractal copo de nieve

La regla de formación que hallaron los estudiantes fue que para cada paso en cualquier parte de la tabla se debe multiplicar por 4 el paso anterior. Esto se explica puesto que, al colocar en cualquier lado del triángulo en el segmento de la mitad, otro triángulo equilátero, la nueva figura pasa de contener 3 segmentos de igual medida a 4 segmentos iguales.

3. Modelación: los estudiantes se enfrentaron a situaciones problema y las abordaron desde diferentes representaciones (gráfica, tabular, algebraica), lo cual les permitió visualizar algunas regularidades y reconocer los aspectos que cambian y los que permanecen constantes ya que estos son fundamentales para el desarrollo del pensamiento variacional (Figura 11) y (Figura 12).

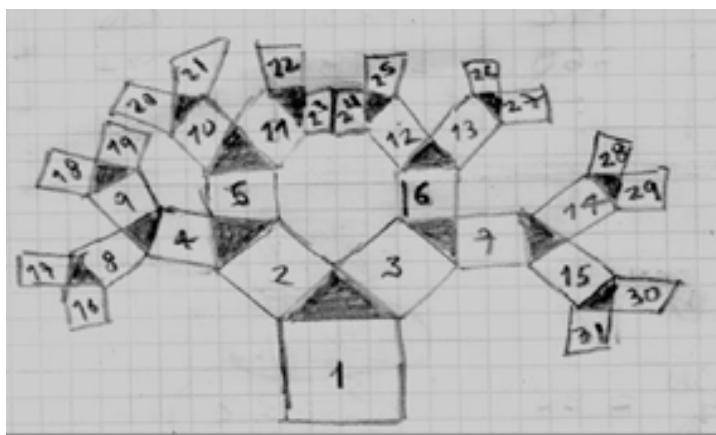


Figura 11. Representación del árbol pitagórico con lápiz y papel

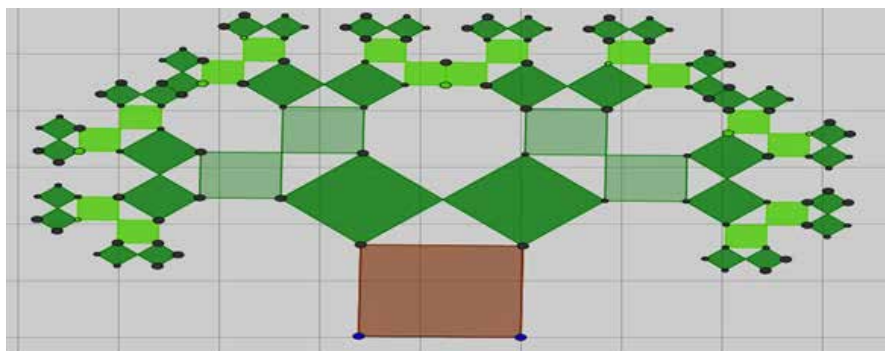


Figura 12. Fractal árbol pitagórico en Geogebra

En la siguiente tabla se observa cómo lograron encontrar un patrón de formación de los cuadrados que se adicionan en cada paso pues mediante una descomposición de cada número en sus factores primos, se dieron cuenta que el exponente corresponde con el número del paso (iteración); por lo cual, para cada paso, el número de cuadrados a adicionar es 2^n . No ocurrió lo mismo con la secuencia de los cuadrados totales de la figura una vez se van adicionando pasos. Los estudiantes solo cuentan hasta el paso 4 (dejando el espacio para el paso 5 vacío) pues hasta allí hicieron la construcción en Geogebra. En la Figura 13 se observa que los estudiantes asumieron que al igual que en el fractal copo de nieve; se podía empezar a construir la tabla desde el paso cero (0). No obstante, al mirar la tabla nos damos cuenta que, para los cuadrados totales, las iteraciones comienzan desde el paso 1 siguiendo un patrón de formación $(2^n - 1)$

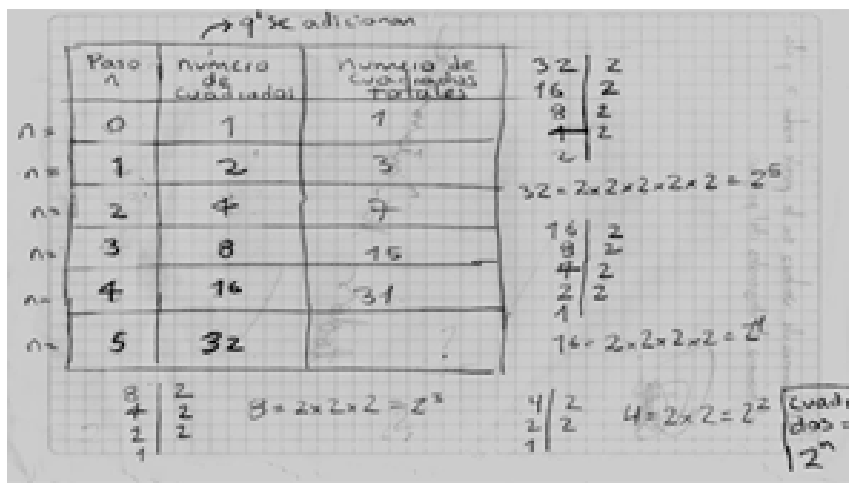


Figura 13. Tabla de regularidades en cuadrados. Árbol Pitagórico

IV. CONCLUSIONES

- Se observaron avances en los estudiantes en cuanto fortalecimiento de habilidades en la comunicación, el razonamiento y la modelación de situaciones problema, pues se observó que a medida que se desarrollaron las actividades de aprendizaje, los estudiantes reconocieron y aplicaron los distintos tipos de representación geométrica, numérica o algebraica en la solución de los problemas planteados. Para esto, las actividades de aprendizaje desarrolladas con los estudiantes, basadas en el enfoque problémico, resultaron ser beneficiosas debido a que los estudiantes ven el problema a resolver como un reto y tecnología como Geogebra, además de la experiencia e interacción con los compañeros y el docente, ayudan a fortalecer dichos procesos en los contextos de variación.
- El pensamiento variacional es fundamental para el desarrollo de otras habilidades de pensamiento matemático; por esto, busca generalizaciones por medio de patrones dentro de contextos prácticos o teóricos es importante para fortalecer en los alumnos dichas habilidades y aplicarlas en la solución de problemas.
- Los estudiantes de grado octavo estuvieron más motivados en los últimos talleres o actividades de aprendizaje debido que tenían mayor apropiación al uso de la tecnología y ya estaban más familiarizados y entrenados.

- Se evidenciaron falencias en aspectos conceptuales relacionados con geometría y álgebra, lo cual no permite que se esperen buenos resultados en el proceso académico ni en pruebas externas.
- Debido a que las actividades de aprendizaje tuvieron un creciente incremento de la complejidad y a su vez un decreciente acompañamiento del docente (de manera intencionada), se encontró que en muchas ocasiones los estudiantes limitan sus capacidades cognitivas, interpretativas y comunicativas debido a la esperanza que tienen de que sea el docente que solucione el problema. Si bien es cierto que el acompañamiento debe ser permanente, es importante buscar que el estudiante alcance cierto grado de autonomía intelectual.
- En las actividades de aprendizaje en grupo o colaborativo se pudo evidenciar que los alumnos tienen dificultad para pasar de un lenguaje numérico, verbal, escrito o gráfico al lenguaje algebraico donde se utilicen símbolos que representan relaciones entre cantidades. No obstante, se evidencian avances en cuanto a la generalización de patrones numéricos, geométricos, etc.
- Los estudiantes de la institución educativa Colombia (por ser una institución educativa de carácter rural) tienen bajo desempeño en el dominio de las herramientas informáticas pues se les dificultan las tareas básicas para su grado de escolaridad. Sin embargo, muestran un marcado interés por el aprendizaje cuando es mediado por las tecnologías.
- La motivación y el empoderamiento que se les otorga a los estudiantes cuando se les permite realizar trabajos con tecnologías no convencionales para ellos y a través de buena planeación de las metodologías didácticas para el aprendizaje, presentan un resultado notorio en su desempeño.
- Se observaron avances a medida que se desarrollaron los talleres en cuanto a la forma como los estudiantes reconocen y aplican los diferentes tipos de representaciones geométricas o numéricas.
- El trabajar con un enfoque problémico resultó adecuado porque los estudiantes ven el problema como un reto a resolver y se apoyan de la experimentación y la observación para tratar de llegar a una solución.

- Los estudiantes lograron sacar conclusiones y llegar a algunas generalidades, ayudados por medio de información tabular, grafica, escrita y en la interacción con el docente y sus compañeros.
- El trabajo colaborativo o en grupo ayudó a que todos los estudiantes pudieran conocer los aportes de sus compañeros y aunque individualmente cada uno manejaba mejor una forma de representación que las otras, al final compartían las diferentes soluciones lo cual enriquece el proceso de aprendizaje.
- Fue importante ver que los estudiantes se apropiaron del “arrastré guiado” como una estrategia para sacar provecho a todas las ventajas que ofrece un software de geometría dinámica, puesto que hace de la matemática una ciencia más “manipulativa”
- Aunque el nivel de competencia en la parte geométrica y algebraica es bajo, los estudiantes lograron avanzar a niveles de generalización tal que evidencian buena capacidad para reconocer conceptos como la variación y el cambio, lo cual es fundamental para su proceso de aprendizaje en matemáticas.
- El software Geogebra despertó un gran interés en los estudiantes, no solo por el uso infrecuente de la tecnología sino también porque les facilitaba el manejo e interpretación de la información; además, las construcciones en Geogebra comparadas con los diseños con lápiz y papel permitieron ver que el estudiante no tiene un desprecio “natural” por las matemáticas, sino más bien por la forma como se enseñan.

V. REFERENCIAS

- [1] Ausubel, D. P., Novak, J. D. y Hanesian, H., Psicología educativa: un punto de vista cognoscitivo (2ª ed.). (M. Sandoval P., Trad.) México D.F., México: Editorial Trillas, 1983[En línea]. Disponible en: http://www.arnaldomartinez.net/docencia_universitaria/ausubel02.pdf
- [2] Vasco, C. E., “El pensamiento variacional, la modelación y las nuevas tecnologías. En Ministerio de Educación Nacional”, en 2003 Congreso Internacional: Tecnologías Computacionales en el Currículo de Matemáticas, pp. 61-70 [En línea]. Disponible en: <https://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/article-89944.html>

- [3] Ministerio de Educación Nacional, Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Bogotá, Colombia: Ministerio de Educación Nacional, 1998 [En línea] Disponible en: <https://www.mineducacion.gov.co/1759/w3-article-339975.html>
- [4] OCDE, Pisa 2006. Marco de la Evaluación. Conocimientos y habilidades en Ciencias, Matemáticas y Lectura. (B. García, trad.). Madrid, España: Santillana Educación S. L., 2006 [En línea] Disponible en: <http://www.oecd.org/pisa/39732471.pdf>
- [5] OCDE, Informe Pisa 2006. Competencias científicas para el mundo del mañana. (M. Benito, M. Jiménez, C. Jiménez-Landi, V. Kennedy y T. Trillo, trads.). Madrid, España: Santillana Educación S. L., 2008 [En línea] Disponible en: http://www.madrid.org/cs/Satellite?blobcol=urldata&blobheader=application%2Fpdf&blobheadername1=Content-Disposition&blobheadervalue1=filename%3DPISA2006_RESULTADOS_INTERNACIONAL.pdf&blobkey=id&blobtable=MungoBlobs&blobwhere=1220389323885&ssbinary=true
- [6] Delgado, P., Teoría del aprendizaje significativo de David Ausbel, en 1996 II Encuentro de Físicos en la Región Inka UNSAAC. Universidad Nacional de San Antonio Abad del Cusco. Cuzco, Perú, [En línea] Disponible en: <http://www.monografias.com/trabajos6/apsi/apsi.shtml>
- [7] Freire, P., Pedagogía de la autonomía: saberes necesarios para la práctica educativa (11ª ed.). Madrid, España: Siglo XXI, 2006.
- [8] Rodríguez, Y., “La práctica pedagógica desde un enfoque problemático. Una propuesta para la formación de maestros,” Entre Comillas, (13), pp.81-85, 2010 [En línea]. Disponible en: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3366046>
- [9] Duval, R., Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Universidad del Valle, Santiago de Cali, Colombia: Programa Editorial, 2015.




Iván Sánchez, nació en Manizales (Caldas), en 1983. Es profesional en Ingeniería, estudiante de maestría en didáctica de las matemáticas de la Universidad de Caldas. Se ha desempeñado como docente de matemáticas en instituciones educativas del sector rural en básica secundaria y media.

Actualmente adscrito a la secretaria de educación departamental de Caldas, se desempeña como docente de matemáticas en la institución educativa Colombia del municipio de Villamaria

(Caldas). Interesado en la investigación en Educación Matemática en lo relacionado con el desarrollo de pensamiento matemático y la resolución de problemas.



Jaider Figueroa, Magíster en Matemática Aplicada en la Universidad Nacional de Colombia -Manizales. Se ha desempeñado como docente de matemáticas y directivo docente en instituciones educativas de básica secundaria y media (2002-2015), catedrático de la Universidad de Sucre (2004-2015) y de la Universidad de Caldas. Actualmente, docente de planta de la Universidad Nacional de Colombia – sede Manizales, adscrito al Departamento de Matemáticas y Estadística. Actualmente dedicado a la investigación en Modelamiento Matemático y Educación Matemática en las líneas pensamiento matemático y resolución de problemas, y construcción de ambientes de aprendizaje con tecnologías.



LA PROPORCIONALIDAD EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE MEDICIÓN, VARIACIÓN Y ALEATORIEDAD¹

Proportionality in the solution of problems
of measurement, variation and randomness

James Ariel Motta², Jaider Figueroa Flórez³

-
- 1 Producto derivado del trabajo final de Maestría en enseñanza de las ciencias exactas, de la Universidad Nacional de Colombia – Sede Manizales.
 - 2 J.A. Motta, magíster de la universidad NACIONAL, Manizales (Colombia); email: jamottat@unal.edu.co.
 - 3 J.A. Figueroa, docente en el Departamento de Matemáticas, de la Universidad Nacional de Colombia y Universidad de Caldas, Manizales (Colombia); email: jafigueroaf@unal.edu.co.

Resumen

Se realiza un estudio sobre el razonamiento proporcional y la proporcionalidad directa con estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Ismael Perdomo Borrero del municipio de Gigante - Huila, con el objeto de utilizar la noción de proporcionalidad en sus diversas representaciones e interpretaciones, como una estrategia que permita al estudiante la solución de situaciones problemas en los contextos de medición, variación y aleatoriedad. Con los cuatro pasos para la solución de problemas propuestos por Polya, se analizan los procedimientos y estrategias con las que los estudiantes dieron solución a las situaciones problemas que se les planteaba. Se llevaron a cabo talleres de transposición didáctica, afianzamiento y profundización con los cuales los estudiantes asimilaron el concepto de proporcionalidad directa empleando el mismo en la solución de problemas que implicaban repartos proporcionales, porcentajes, razones de cambio y probabilidades; además, se logró que los estudiantes pasaran de un razonamiento aditivo a uno de tipo multiplicativo.

Palabras clave

Razonamiento proporcional, pensamiento métrico, pensamiento variacional, pensamiento aleatorio, procesos cognitivos.

Abstract

A study on proportional reasoning and direct proportionality was carried out with sixth grade students from the Ismael Perdomo Borrero Educational Institution in the municipality of Gigante - Huila, in order to use the notion of proportionality in its various representations and interpretations, as a strategy That allows the student to solve problema situations in the contexts of measurement, variation and randomness. With the four steps for solving problems proposed by Polya, we analyze the procedures and strategies with which the students solved the problem situations before them. Workshops of didactic transposition, reinforcement and deepening with which the students assimilated the concept of direct proportionality used the same one in the solution of problems that implied proportional distributions, percentages, reasons of change and probabilities; In addition, students were able to move from an additive reasoning to a multiplicative one.

Keywords

Proportional reasoning, metric thinking, variational thinking, random thinking, cognitive processes.

I. INTRODUCCIÓN

El razonamiento proporcional es de suma importancia en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, ya que este permite que los estudiantes comprendan y modelen situaciones en diferentes ámbitos; por ejemplo, las ciencias y la economía, mediante el empleo de conceptos de razón y proporción. Junto a esto, es de mencionar también que con este tipo de razonamiento el ser humano puede abordar problemas cotidianos que pueden resolverse con técnicas relacionadas con la proporcionalidad. Por lo anterior, el razonamiento proporcional se hace presente en temáticas tales como la proporcionalidad directa, contemplada dentro de los estándares emanados por el MEN en las diferentes programaciones académicas de las instituciones educativas y en libros de educación matemática [1][2].

Sin embargo, a la hora de abordar la proporcionalidad directa se hace énfasis especialmente en el concepto de que al comparan dos magnitudes cualesquiera, si una de ellas aumenta sucederá lo mismo con la otra magnitud o en sentido contrario (si una disminuye, la otra tendrá el mismo comportamiento). Esto puede traer consigo que los estudiantes realicen una interpretación inadecuada de este concepto y desarrollen razonamientos de tipo aditivo mas no multiplicativos; este último es fundamental para la consolidación del razonamiento proporcional [3][4][5].

Junto a esto, temas cotidianos como el porcentaje son abordados desde el concepto de la regla de tres, lo cual se convierte en limitante para que niños y jóvenes potencialicen el razonamiento proporcional a través de situaciones sencillas. En este trabajo se fomenta la proporcionalidad en la solución de problemas de variación, presentando a los estudiantes situaciones problemas con temas tales como la probabilidad, porcentaje, repartos proporcionales y razones de cambio. Además, se analizará como los estudiantes desarrollan y dan respuesta a dichos problemas, a través de los cuatro pasos postulados por Polya para resolver problemas, los cuales son: entender un problema, configurar un plan, ejecutar el plan y finalmente mirar hacia atrás [6].

En este orden de ideas, son muchas las razones por las cuales se decide trabajar con el razonamiento proporcional y específicamente la proporcionalidad directa, de las cuales destacamos:

- Buscar que el estudiante comprenda el concepto de proporcionalidad directa.

- Presentar alternativas a la regla de tres para el manejo de situaciones que impliquen porcentajes, probabilidad, razones de cambio y repartos proporcionales.
- Hacer que el estudiante analice y dé sentido a las estrategias y operaciones que emplea para dar solución a situaciones que se le plantea.

II. DESARROLLO DEL ARTÍCULO

A. Preliminares

En matemáticas la proporcionalidad es una de las temáticas que más se relacionan con los tópicos abordados en la gran mayoría de grados escolares, desde primaria hasta bachillerato, lo cual la hace esencial a la hora de comprender otras ciencias como la física, biología y las mismas matemáticas, en conceptos como velocidad, porcentajes, probabilidad, mezclas, razones de cambio e incluso en la solución de situaciones de la vida cotidiana. Sin embargo, el concepto de proporcionalidad es en la gran mayoría de casos mal abordado por el docente y en ocasiones mal comprendido por el estudiante, debido a múltiples razones, entre ellas:

- No se encamina al estudiante en el razonamiento y comprensión del concepto de proporcionalidad.
- La enseñanza se hace de forma mecánica, pues se encasilla y se limita a la aplicación de la regla de tres.
- Se limita al estudiante a tener como única estrategia de solución a los problemas a la regla de tres (directa e inversa).
- Las situaciones son limitadas solamente solo al pensamiento numérico y en ocasiones al variacional, desconociendo su influencia en campos como el aleatorio y espacial, que favorecen la solución de problemas de probabilidad y razones de cambio.
- A la hora de resolver problemas, el hecho de tener como única estrategia la regla de tres limita al estudiante a realizar operaciones sin un previo análisis de la información que se le presenta, sin la configuración y ejecución de un plan de resolución y la posterior comprobación e interpretación de la respuesta obtenida.

Por lo anterior, es de suma importancia pensar en una propuesta de trabajo que posibilite al estudiante emplear la noción de proporcionalidad en sus diversas

representaciones e interpretaciones, como una estrategia que le permita solucionar situaciones problemas en los contextos de medición, variación y aleatoriedad, y que además le permita contar con diversas estrategias de solución a la hora de enfrentarse a problemas en los contextos matemáticos y no matemáticos.

En virtud de lo expuesto en los párrafos anteriores se hace el presente trabajo, con el objetivo de usar el concepto de proporcionalidad en sus diversas representaciones e interpretaciones, como una estrategia que permita al estudiante solucionar situaciones problemas en los contextos de medición, variación y aleatoriedad.

B. Marco teórico

A continuación, se hace referencia a algunas de las teorías pedagógicas, didácticas, entre otras que dan fundamento al desarrollo del presente trabajo de investigación.

Piaget planteó que el proceso de aprendizaje está ligado al nivel de desarrollo de la persona [7], es decir, que las capacidades que tenga un sujeto para aprender dependen de su desarrollo cognitivo. Así pues, el aprendizaje puede entenderse como un proceso en el cual se pasa de un estado de menor conocimiento a uno de mayor conocimiento; estos estados fueron llamados sensoriomotor (el sujeto adquiere control motor y conocimiento de los objetos físicos que le rodean), preoperacional (adquiere habilidades verbales y designa símbolos de los objetos que ya puede nombrar), operaciones concretas (el sujeto es capaz de manejar conceptos abstractos como los números y de establecer relaciones, estadio que se caracteriza por un pensamiento lógico) y finalmente operaciones formales (operación lógica y sistemática con símbolos abstractos) [7]. La escuela debería ser un entorno en el que se estimulen y favorezcan los procesos de aprendizaje a través de la autoconstrucción; así pues, el maestro es un mediador entre el sujeto aprendiente y los conocimientos que va a adquirir, enfocándose principalmente en el saber y el saber hacer. Aquí es importante que el niño no solo construya conocimiento a partir de la observación; hay que estimularlo, que experimente y manipule, acciones necesarias para la construcción del conocimiento.

Por otro lado, para Vygotsky [8] las actividades llevadas a cabo bajo el acompañamiento de un adulto permiten los aprendizajes del niño; de esta forma, el sujeto progresa por apropiación de la cultura a través de las interacciones sociales. El autor considera que el lenguaje es fundamental para el aprendizaje, ya que inicialmente surge a raíz de las diversas comunicaciones iniciales que realiza el sujeto con su ambiente cercano. Este lenguaje que es perfeccionado en la medida que el niño interactúa con los demás, va siendo paulatinamente

interiorizado (lenguaje egocéntrico) y convertido en instrumento intelectual a través del cual se planifican y regulan las actividades mentales.

Vygotsky plantea que puede existir un espacio potencial el cual junto con las condiciones adecuadas (por ejemplo, la interacción social) trae consigo el progreso significativo en las capacidades individuales del sujeto; a esto lo denominó Zona de Desarrollo Próximo (ZDP), la cual puede definirse como la distancia entre el nivel de desarrollo, determinado por la capacidad del sujeto para resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema, bajo la guía de un adulto o en la colaboración con otro compañero más capaz [9].

La ZDP es de vital importancia para el desarrollo intelectual ya que prevé y dispone lo que el niño en un futuro cercano podrá hacer por sí solo. En este orden de ideas, la relación entre el docente y el estudiante es el centro de la pedagogía en las aulas de clase, pues hace que el primero busque en el segundo una actitud de autonomía, ya que paulatinamente se pasa de una conducción externa por parte del docente a la autoconducción por parte del estudiante. Para ello, el docente debe pensar en contenidos acordes a las potencialidades del estudiante más que en las capacidades actuales que posea el mismo [10].

De las propuestas y teorías hechas por estos dos autores (Piaget y Vygotsky) surgen múltiples teorías en el campo de la pedagogía y la didáctica que analizan los modos con que el estudiante lleva a cabo su proceso de aprendizaje. Entre estas, cabe resaltar:

- Situaciones didácticas.
- Cognición situada [11].
- Trabajo cooperativo y en grupo [12].
- Conflicto sociocognitivo [13].
- Aprendizaje significativo.

C. Metodología

En el presente trabajo se pretende hacer seguimiento a cómo los estudiantes desarrollan y potencian el pensamiento variacional y aleatorio, y los avances en la comprensión del concepto de proporcionalidad.

En este orden de ideas, se desarrollará un trabajo de tipo cualitativo, que evidencie los avances y dificultades que presenten los estudiantes a la hora de abordar situaciones problemas relacionados con probabilidad, razón de cambio

y repartos proporcionales. Se identificará y analizarán las estrategias que ellos emplean cuando están desarrollando este tipo de situaciones y describiendo en forma particular las técnicas para la solución de problemas propuestas por George Polya, tales como entender un problema, configurar un plan, ejecutar el plan y mirar hacia atrás.

Además, durante la ejecución de este trabajo se desarrollaron tres tipos de talleres:

- Talleres de transposición didáctica: con este tipo de talleres se pretende que el docente reflexione inicialmente sobre el cómo hacer para que sus estudiantes comprendan el concepto de proporción en su relación directa e inversa, asociado a situaciones problemas relacionadas con Probabilidad, Porcentajes, Razones de Cambio y Repartos Proporcionales.
- Talleres de afianzamiento: el propósito fundamental de estos talleres es presentar al estudiante actividades que tienen por objetivo consolidar los conocimientos previamente adquiridos en los talleres de transposición didáctica e implementarlos en la solución de problemas planteados por el docente. En este momento se da el acompañamiento del docente quien intervendrá, de ser necesario, en la aclaración de dudas que puedan presentar los estudiantes en el transcurso de dichas actividades.
- Talleres de profundización: en estos talleres se pretende entregar a los estudiantes situaciones-problema más complejos para desarrollar. En esta etapa la intervención del docente es poca, por cuanto se pretende que el educando sea capaz de resolver por sí solo los problemas y socializarlos ante sus compañeros de clase.

La fuente de información fueron los talleres de transposición didáctica, de afianzamiento y profundización desarrollados por cada estudiante, la observación directa del trabajo y las preguntas que cada uno de ellos genere durante el desarrollo de los talleres.

D. Resultados y discusión

Se describirá cada taller que los estudiantes desarrollen, haciendo énfasis en el análisis de los avances o dificultades que se evidencien en los procesos de pensamiento proporcional y de manera particular en las posibles fortalezas y debilidades de los estudiantes a la hora de implementar los cuatro pasos establecidos por Polya para abordar situaciones problemas. De igual manera, se analizarán los avances que los estudiantes muestren en la apropiación del concepto de proporcionalidad a la hora de solucionar problemas de tipo probabilístico, variacional y repartos proporcionales, teniendo en cuenta los siguientes aspectos:

- Entender el problema: en este primer paso, el estudiante analiza el problema en componentes más básicos, explora y busca las relaciones entre los diferentes elementos. El alumno lleva a cabo acciones como: leer, releer, seleccionar datos, anotar datos del enunciado, representar datos del enunciado, replantear el problema con sus propias palabras y, si es necesario, hacer gráficos y tablas; y se le pregunta si entiende la información que se le proporciona.
- Configurar un plan: el estudiante organiza el proceso que va a seguir para la resolución del problema. Se espera que realice acciones como: seleccionar la estrategia general de resolución del problema; buscar posibles acciones para resolver el problema; y organizar los datos o las acciones que realizará para resolver el problema. Cabe resaltar que en esta parte del proceso se espera que el estudiante implemente como estrategia la multiplicación o división y no la regla de tres.
- Ejecutar el plan: una vez que el estudiante tiene seleccionado el plan se espera que lleve a cabo dicho procedimiento. Se observará cómo aborda el proceso multiplicativo para obtener la solución al problema planteado.
- Mirar hacia atrás: en esta etapa final el estudiante debe haber resuelto el problema, puede revisar el procedimiento que ha seguido y las operaciones que ha hecho. Se espera que él mismo verifique si la solución que ha obtenido es la correcta, buscando los posibles errores que haya tenido y sobre todo que asimile la resolución de problemas de proporcionalidad a través de la multiplicación o división (si es el caso).

En el desarrollo de cada uno de los talleres se pudo percibir lo siguiente:

1. Taller de transposición didáctica
 - Experiencia situación 1: se percibe que comprende el problema y la posible solución (Figura 1).

Situación 1: Durante las obras de cementación de la calle cerca al colegio, accidentalmente se rompió un tubo del acueducto que surte al municipio. Los ingenieros encargados de la obra presentaron la siguiente tabla en la cual se evidenciaba los litros de agua derramados por minuto.

Tiempo (T) en minutos	1	2	3	...	15	...	30	...	60	...	120
Litros de agua derramada (L)	4	8	12	...	16	...	20	...	24	...	28
Cociente $\frac{\text{Tiempo (T)}}{\text{Litro de agua (L)}}$	$\frac{1}{4} = 0,25$	$\frac{2}{8} = 0,25$	$\frac{3}{12} = 0,25$

Pregunta 1: ¿Qué observas en la anterior tabla, con respecto al aumento en la cantidad de agua derramada con el paso del tiempo y con respecto al comportamiento del cociente? ¿Qué conclusiones puedes sacar?

Que por cada 15 minutos el litro de agua es 16 que por cada minuto que pasa derrama 4 litros y por cada minuto que pase se derrama mas 1 litro.

Figura 1. Ejemplo de estudiantes que evidencian razonamiento de tipo aditivo

- Experiencia situación 2: elaboran razones entre las magnitudes de la situación. (Figura 2).

Tiempo (T) en minutos:	0	1	2	3	...	15	...	30	...	60	...	120
Temperatura en grados centígrados (C)	2	4	6	8	...	10	...	12	...	14	...	16
Cociente $\frac{\text{Tiempo (T)}}{\text{Temperatura (C)}}$	$\frac{0}{2} = 0$	$\frac{1}{4} = 0,25$	$\frac{2}{6} = 0,3$	$\frac{3}{8} = 0,375$...	$\frac{15}{10}$...	$\frac{30}{12}$...	$\frac{60}{14}$...	$\frac{120}{16}$

Figura 2. Empleo de razones por parte de los estudiantes

- Análisis de los resultados obtenidos: solicitan aclarar dudas referentes a razones y proporciones. Elaboran conclusiones de acuerdo con resultados obtenidos.
- Conclusiones: se evidencia razonamientos de tipo aditivo. (Figura 1.). Se percibe que algunos estudiantes emplean razones (Figura 3.).

Situación 1: Durante las obras de cementación de la calle cerca al colegio, accidentalmente se rompió un tubo del acueducto que surte al municipio. Los ingenieros encargados de la obra presentaron la siguiente tabla en la cual se evidenciaba los litros de agua derramados por minuto.

Tiempo (T) en minutos	1	2	3	...	15	...	30	...	60	...	120
Litros de agua derramada (L)	4	8	12	...	60	...	120	...	240	...	480
Cociente $\frac{\text{Tiempo (T)}}{\text{Litro de agua (L)}}$	$\frac{1}{4} = 0,25$	$\frac{2}{8} = 0,25$	$\frac{3}{12} = 0,25$...	$\frac{15}{60}$...	$\frac{30}{120}$...	$\frac{60}{240}$...	$\frac{120}{480}$

Pregunta 1: ¿Qué observas en la anterior tabla, con respecto al aumento en la cantidad de agua derramada con el paso del tiempo y con respecto al comportamiento del cociente? ¿Qué conclusiones puedes sacar?

que a paso que se a derramado el agua a aumentado el gasto de agua que se pierden muchos clo de agua.

Pregunta 2: ¿Cuántos litros de agua se han derramado a los 15 minutos, a la media hora (30 minutos), una hora (60 minutos) y dos horas (120 minutos)? Realiza el procedimiento que consideres pertinente para dar respuesta a esta pregunta y así completar la tabla de la **situación 1** (si el espacio no es suficiente, continúa por detrás de la hoja)

15 minutos	Media hora (30 minutos)	Una hora (60 minutos)	Dos horas (120 minutos)
60 Litros de agua	120 Litros de agua	240 Litros de agua	480 Litros de agua

Figura 3. Estudiantes que usan razonamiento proporcional.

Talleres de afianzamiento (situaciones de medición)

- Entender un problema: entienden lo que se les plantea; junto a esto, reconocen la información entregada. También consideran que la información plasmada es suficiente y tienen claro a lo que quieren llegar.

- Configurar un plan: en situaciones en las que debían determinar el valor de magnitudes, los estudiantes optan por establecer un modelo que implique proporcionalidades. Se pudo apreciar el empleo de herramientas prácticas para la toma de datos (Figura 4.).
- Ejecutar el plan: se resuelve la situación problema poniendo en práctica la estrategia seleccionada (Figura 5). Hay evidencia de manejo de operaciones básicas.



Figura 4. Recolección de información en algunas situaciones

Situación 2: la siguiente tabla presenta el precio en pesos y el número de dulces que Jorge compra en diferentes ocasiones en el restaurante escolar.

CANTIDAD DE DULCES	3	...	10	...	15	...	30	...	50
PRECIO EN PESOS	150	...	500	...	750	...	1500	...	3000

Complete los datos que hacen falta de la tabla, asumiendo que son magnitudes directamente proporcionales.

Figura 5. Uso de constantes y proporcionalidades.

- Mirar hacia atrás: se pudo percibir que, una vez llevado a cabo el establecimiento de razones, proporciones y operaciones básicas, algunos estudiantes entregan una respuesta puntual a la pregunta que se ha planteado.
- Conclusiones: se observan estudiantes que emplean razones y proporciones para dar respuesta a las preguntas planteadas.

Talleres de afianzamiento (situaciones de variación)

- Entender un problema: los estudiantes comprenden lo que se les plantea; además, identifican la información suministrada. También consideran que la información plasmada es suficiente y tienen claro a lo que quieren llegar. Se aprecia que hay algunos estudiantes que no comprenden las situaciones-problema; por tanto, no hacen ningún planteamiento y solución del mismo.
- Configurar un plan: se observa construcción de diagramas como estrategias para situaciones de repartos proporcionales. En las situaciones referentes a razones de cambio los estudiantes toman como punto de partida el encontrar una constante de proporcionalidad entre las magnitudes.
- Ejecutar el plan: con el cuadro de los estudiantes proceden a establecer proporciones para encontrar la información solicitada (Figura 6). Realizan divisiones entre las magnitudes en aras de determinar constantes de proporcionalidad.
- Mirar hacia atrás: estudiantes entregan respuestas explícitas y en algunos casos en los cuadros elaborados por ellos.

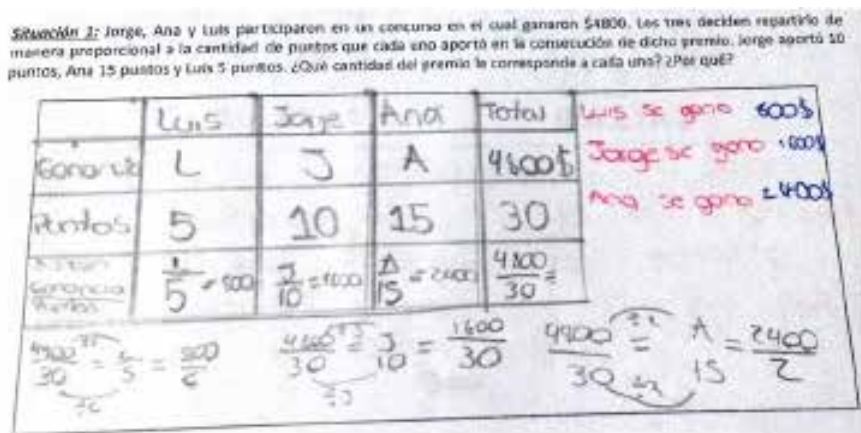


Figura 6. Diagrama o cuadros usados por estudiantes y respuestas entregadas.

- Conclusiones: se evidencia mayor manejo de razones y proporciones por parte de los estudiantes para abordar situaciones problemas, así como empleo de divisiones a fin de encontrar constantes a fin de señalar la existencia o no de proporcionalidad directa.

Talleres de afianzamiento (situaciones de aleatoriedad)

- Entender un problema: se observa lectura y comprensión de las situaciones planteadas. Los estudiantes recuperan e identifican información con la cual emplearán en la resolución de problemas.
- Configurar un plan: debido a que en los enunciados se solicita a los estudiantes validar o rechazar lo expuesto; ellos deciden en su mayoría tomar esta conjetura como punto de partida para dar respuesta a las situaciones problemas. Otros estudiantes optan por establecer proporcionalidades con las cuales darán respuestas a las situaciones.
- Ejecutar el plan: los estudiantes deciden probar la conjetura mediante la argumentación, es decir, en sus propias palabras redactan el por qué están de acuerdo o no con lo expuesto en los enunciados. Otros estudiantes establecieron la razón entre las magnitudes de los ejercicios para acto seguido establecer la proporcionalidad entre las mismas.
- Mirar hacia atrás: se observan respuestas acertadas y la no verificación de las mismas por parte de los estudiantes que hacen conjeturas. Los estudiantes que emplean razones y proporciones aciertan al entregar sus respuestas.
- Conclusiones: los estudiantes logran asociar este tipo de situaciones con razones y proporciones. Se percibe dificultad en algunos de ellos a la hora de asociar situaciones de probabilidades con razones y proporciones.

Talleres de profundización (situaciones de medición)

- Entender un problema: los estudiantes manifiestan comprender a qué se hace referencia en los enunciados e identifican la información dada.
- Configurar un plan: en situaciones de repartos proporcionales se observa que la estrategia de los estudiantes es elaborar un diagrama en el cual consignan los datos suministrados en el enunciado, a la vez que la relacionan con la información que deben encontrar, caracterizada por una variable. En situaciones de porcentajes, los estudiantes deciden establecer proporcionalidades con la información a fin de encontrar el porcentaje o la cantidad solicitada.
- Ejecutar el plan: con la información los estudiantes establecen proporciones con las cuales dan respuesta a los ejercicios.

- Mirar hacia atrás: las respuestas que entregan son de manera puntuales y acordes a la pregunta que se les planteó.
- Conclusiones: se observa el pleno empleo de razones y proporciones para abordar y dar solución a los problemas propuestos.

Talleres de profundización (situaciones de variación)

- Entender un problema: en general los estudiantes comprenden lo que se les plantea en el enunciado. Distinguen los datos que están presentes y los consideran suficientes para dar solución a las situaciones problema.
- Configurar un plan: se aprecian estudiantes que prefieren tomar como estrategia el realizar cociente entre las magnitudes para determinar una constante con la cual se realizaran productos que permitan encontrar la información solicitada. Estudiantes que elaboran diagramas para consignar la información suministrada y observar la información que se debe encontrar.
- Ejecutar el plan: la información detallada en los diagramas, permite establecer proporcionalidades con las cuales determinan la información faltante. Aquellos que hacen cocientes, encuentran una constante con la cual llevan a cabo productos.
- Mirar hacia atrás: se observa que algunos estudiantes solamente entregan las operaciones sin una respuesta explícita.
- Conclusiones: apropiación por parte de los estudiantes de razones y proporciones para el manejo y solución de este tipo de situaciones problemas. Se encuentran pocas dificultades por parte de los mismos para abordar las situaciones planteadas.

Talleres de profundización (situaciones de aleatoriedad)

- Entender un problema: en su mayoría, los estudiantes manifiestan reconocer con claridad la información y que esta es suficiente, además saben qué deben hacer con la misma y qué quieren encontrar.
- Configurar un plan: la mayoría de los estudiantes escoge como estrategia establecer proporcionalidades entre las probabilidades entregadas en el enunciado.
- Ejecutar el plan: los estudiantes multiplicaron las probabilidades de acuerdo con la información suministrada en el enunciado por constantes que les permitían encontrar la información solicitada.
- Mirar hacia atrás: la mayoría de estudiantes asoció esta situación de probabilidades con proporcionalidades gracias a la estrategia seleccionada.

- Conclusiones: se evidencia que los estudiantes en su mayoría asociaron las razones y proporciones con la probabilidad, mejorando significativamente el abordaje y solución de este tipo de situaciones-problema.

III. CONCLUSIONES

- La puesta en marcha del trabajo permitió que los estudiantes adquirieran habilidades en el manejo y procesamiento de razones y proporciones en situaciones tales como probabilidad, repartos proporcionales, porcentajes y razones de cambio.
- Los estudiantes están motivados con esta estrategia de trabajo, que permite la creación de habilidades en cuanto al manejo de razones y proporciones a través del abordaje de situaciones problemas.
- A medida que se avanzó en los talleres, los estudiantes pasaron de un razonamiento de tipo aditivo a uno de tipo multiplicativo.
- Los estudiantes encuentran en las razones y proporciones una herramienta poderosa y práctica para el manejo de distintas situaciones.
- Se logró del desarrollo total de cada uno de los talleres propuestos en este trabajo con la totalidad de los estudiantes de grado sexto, lo que acarrea mayor grado de efectividad en nuestra estrategia, cabe resaltar y agradecer el interés de los directivos y compañeros docentes en la puesta en marcha de la propuesta y el trabajo en general.
- Los resultados y las propias conclusiones obtenidas por los estudiantes durante la ejecución de cada uno de los talleres superaron las expectativas que se tenían para el desarrollo del trabajo dando una mayor dinámica y aporte a la hora del análisis de los resultados.
- El trabajo de talleres donde se enfatice el manejo de situaciones problemas, permite mejores resultados que serán evidenciados en el rendimiento de los estudiantes en cada uno de los momentos en que necesite poner en práctica las habilidades adquiridas, así como el reforzamiento de habilidades cognitivas y de competencias en los estudiantes.
- En la práctica docente, este trabajo permite cuestionar y sobre todo el buscar estrategias que procuren mayor motivación y participación de los estudiantes.
- Los estudiantes obtuvieron mejores resultados académicos en relación con el área de matemáticas.
- Se generó mayor motivación e interés por las razones y la proporcionalidad directa.

IV. REFERENCIAS

- [1] Ministerio de Educación Nacional, Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas. Guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden, Santa Fe de Bogotá, Colombia: Imprenta Nacional de Colombia, 2006 [En línea]. Disponible en:
https://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf
- [2] Ministerio de Educación nacional, Derechos básicos de Aprendizaje. Matemáticas. Vol. 2. Bogotá D.C., Colombia: Panamericana Formas E Impresos S.A., 2016.
- [3] Mochón, S., “Enseñanza del razonamiento proporcional y alternativas para el manejo de la regla de tres”, *Educación Matemática*, 24(1), pp.133-157, 2012 [En línea]. Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40525850006>
- [4] Ortiz, J., “Enseñanza del concepto de proporcionalidad en el grado 5 de primaria”, tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia, Medellín, 2012 [En línea] Disponible en: <http://bdigital.unal.edu.co/7929/1/11803167.2012.pdf>
- [5] Ivars, P. y Fernández, C., “Problemas de estructura multiplicativa: Evolución de niveles de éxito y estrategias en estudiantes de 6 a 12 años”, *Educación Matemática*, 28(1), pp. 9-38, 2003 [En línea] Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=40545377002>
- [6] Vielma, E. y Salas, M. L., Aportes de las teorías de Vygotsky, Piaget, Bandura y Bruner. Paralelismo en sus posiciones en relación con el desarrollo. *Educere*, 3(9), pp.30-37, 2000[En línea]. Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=35630907>
- [7] Piaget, J., *El lenguaje y el pensamiento en el niño. Estudio sobre la lógica del niño (I)*. Buenos Aires, Argentina: Editorial Guadalupe, 2012.
- [8] Vygotsky, L., *Pensamiento y Lenguaje*. A. Kozulin. México, D. F., México: Paidós, 1986.
- [9] Vygotsky, L., *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. México D. F., México: Grupo Editorial Grijalbo, 1988 [En línea]. Disponible en:<https://saberespsi.files.wordpress.com/2016/09/vygostki-el-desarrollo-de-los-procesos-psicolc3b3gicos-superiores.pdf>
- [10] Polya, G., *Cómo plantear y resolver problemas*. México D. F., México: Trillas, 1989 [En línea] Disponible en: <http://www.ebiblioteca.org/?/ver/50213>
- [11] Díaz Barriga, F., “Cognición situada y estrategias para el aprendizaje significativo,” *REDIE. Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 5(2), pp.105-117, 2003 [En línea] Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=15550207>

- [12] Lobato, C., “Hacia una comprensión del aprendizaje cooperativo”. Revista de Psicodidáctica, (4), pp.59-76, 2003 [En línea] Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=17517797004>
- [13] Ruiz, C., “Hacia una comprobación experimental de la zona de desarrollo próximo de Vigotsky”, CIENCIA ergo-sum, Revista Científica Multidisciplinaria de Prospectiva, 22(2), pp. 167-171, 2015 [En línea]. Disponible en:<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=10439327009>



James Ariel Motta, nació en Gigante, Colombia, el 17 de marzo de 1989. Se graduó en la Escuela Normal Superior de Gigante y estudió Licenciatura en Matemáticas en la Universidad Surcolombiana de Neiva.


Ejerció profesionalmente en la Institución Educativa Ismael Perdomo Borrero y Jenaro Díaz Jordán.

El docente Motta recibió el título de magíster en Enseñanza de las Ciencias Naturales de la Universidad Nacional – Sede Manizales el 7 de septiembre de 2017.



Jaider Figueroa Flórez, nació en Sucre, Colombia, el 6 de junio de 1980. Se graduó de bachiller en la Institución Educativa Liceo Carmelo Percy Vergara de Corozal, como Licenciado en Matemáticas en la Universidad de Sucre, y Magister en Matemática Aplicada en la Universidad Nacional de Colombia -Manizales.

Se ha desempeñado como docente de matemáticas y directivo docente en Instituciones Educativas de básica secundaria y media (2002-2015), catedrático de la Universidad de Sucre (2004-2015) y de la Universidad de Caldas. Actualmente, es docente de planta de la Universidad Nacional de Colombia – sede Manizales, adscrito al Departamento de Matemáticas y Estadística. Dedicado a la investigación en Modelamiento Matemático y Educación Matemática en las líneas pensamiento matemático y resolución de problemas, y construcción de ambientes de aprendizaje con tecnologías.



DISEÑO DE ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS EN MATEMÁTICAS EN LA FORMACIÓN PARA EL TRABAJO DEL SENA, REGIONAL CALDAS¹

*Design of didactic strategies
in mathematics in the training
for the work of SENA, regional Caldas*

Ricardo Palacio Carmona², Jaider Figueroa Flórez³

-
- 1 Producto derivado del trabajo de grado con el mismo nombre, presentado para optar al título de Magister en Didáctica de la Matemática de la Universidad de Caldas.
 - 2 R. Palacio docencia en el Centro de Automatización Industrial, del SENA regional Caldas, Manizales (Colombia); email: ricardopalacio20@gmail.com.
 - 3 J. A. Figueroa docencia en Universidad Nacional de Colombia, Sede Manizales, Manizales (Colombia); email: jafigueroaf@unal.edu.co

Resumen

Este trabajo presenta elementos relativos al diseño de estrategias didácticas en matemática mediante un curso desarrollado con 15 instructores del CAI-SENA. El trabajo se desarrolla cuatro fases: 1) análisis teórico preliminar, cuyo objetivo es reconocer las diferentes concepciones sobre la matemática y crear un panorama sobre la enseñanza de la misma, 2) aplicación de encuesta con el propósito de conocer las concepciones de los instructores respecto a la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, así mismo, en esta etapa se diseña un curso orientado a los instructores de matemática, enfocado en estrategias didácticas, 3) desarrollo del curso en donde se presentan tres estrategias didácticas particulares aplicables a la enseñanza matemática, 4) análisis de la información recolectada y retroalimentación. Como resultado, los instructores pudieron interiorizar diferentes estrategias didácticas y diseñar actividades de enseñanza en torno a diversas temáticas de la matemática.

Palabras clave

Aprendizaje, enseñanza de la matemática, mediación tecnológica, modelación matemática, teoría de las situaciones didácticas.

Abstract

The present work approaches aspects related to the design of didactic strategies in mathematics through a course developed with 15 CAI-SENA instructors. This work is developed from four phases: 1) a preliminary theoretical analysis, whose objective is to recognize the different conceptions about mathematics and creating a panorama about the teaching it, 2) a survey is applied in order to know the conceptions of the instructors regarding the teaching and learning of mathematics in SENA, and at this stage is designed a course oriented to the mathematics instructors, focused on the design of didactic strategies, 3) development of the course in which three specific didactic strategies applicable to mathematical teaching are presented, 4) analysis of the information collected in both the survey and in the course and feedback. As a result, the instructors internalized different didactic strategies and they designed teaching activities around different mathematical topics.

Keywords

Learning, mathematics teaching, didactic strategy, technological mediation, mathematical modeling, theory of didactic situations.

I. NOMENCLATURA

CAI: Centro de Automatización Industrial.

SENA: Servicio Nacional de Aprendizaje

II. INTRODUCCIÓN

A investigación educativa en matemática ha alcanzado un grado de madurez que permite ubicarla en una perspectiva científica, articulada tanto al conocimiento de las ciencias exactas, como al de las ciencias sociales. De esta manera, se han incorporado al análisis de los problemas de la enseñanza-aprendizaje de la matemática, “factores de carácter psicopedagógico, social, cultural”, así como la formulación de teorías didácticas propias que permiten superar los problemas de las teorías didácticas generales y que llevan a la formulación de “nuevas [teorías didácticas], más ajustadas a los fenómenos que se tratan de explicar y predecir” [1] [2].

Este trabajo se propone como una estrategia para la fundamentación didáctica de instructores del área de la matemática ligados al CAI-SENA, Regional Caldas, quienes imparten formación a futuros tecnólogos de diversas áreas cuyo desempeño laboral apunta a la innovación en el sector industrial y la mejora de procesos productivos, y quienes requieren una importante formación matemática.

Como parte de la fundamentación, pretende brindar herramientas a los instructores para alcanzar un proceso de enseñanza-aprendizaje verdadero y significativo, enmarcado en los nuevos enfoques pedagógicos y didácticos que en nada riñen con el tipo de formación brindado por el SENA y que por el contrario permitirán alcanzar mayor calidad en la formación y mejores profesionales al servicio de las empresas regionales y nacionales.

III. HORIZONTE DE LA INVESTIGACIÓN

A. Preliminares

El proceso de enseñanza se ha enfocado hacía la comprensión cognitiva de las matemáticas, sin tener en cuenta los aspectos afectivos, intereses y necesidades de los estudiantes, bien sea porque se consideren los procesos formativos solo

desde la comprensión relacional o bien solo desde la comprensión instrumental, definidas por Richard Skemp [3], pero no se planean con un enfoque mixto que permita mayores y mejores comprensiones de la matemática.

Lo que se ha expresado anteriormente, lo confirma Martínez Padrón [4] cuando expresa que “la impopularidad de las matemáticas no sólo se debe a la dificultad que muchos tienen para comprenderla”, sino también al “aún sostenido rigor que caracteriza su manera de enseñarla y en la manera de proceder de muchos docentes que suelen infundir temor, incluso, hasta para controlar la participación de los estudiantes y el orden de la clase”.

¿Cómo lograr entonces que los instructores del CAI-SENA regional Caldas, conozcan nuevos enfoques y tendencias en la orientación de la matemática?, ¿cómo lograr que la praxis pedagógica de los instructores trasciendan de una fundamentación teórica a estrategias reales y contextualizadas de formación su ambiente de formación?, son algunas de las cuestiones que se pretenden abordar de forma tangencial en esta investigación.

Es así como este trabajo se propuso como objetivo contribuir en la fundamentación y el diseño de actividades en el contexto de la formación para el trabajo, en instructores SENA regional Caldas, a partir de las nuevas tendencias y enfoques metodológicos en la educación matemática con el fin de fortalecer los procesos de enseñanza-aprendizaje en los ambientes de formación.

Para tal fin, se estructuraron los siguientes objetivos específicos:

Diseñar actividades de actualización docente que permitan a los instructores del SENA de la regional Caldas.,

Reflexionar sobre el papel que juegan en la formación de los aprendices y la forma cómo ellos conciben la matemática y la formación en matemática;

Motivar a los instructores del SENA de la regional Caldas, en el diseño de estrategias didácticas que propicien un cambio de paradigmas en la formación matemática, entendiendo el papel que puede jugar la tecnología al interior de los ambientes de formación y las necesidades reales de los aprendices.

Recolectar y evaluar estrategias didácticas diseñadas por los instructores, de acuerdo a las principales deficiencias que ellos han observado en su proceso formativo, para su posterior aplicación en las sesiones de formación.

Socializar las propuestas elaboradas por los instructores para la formación matemática, una vez evaluadas bajo las nuevas tendencias y enfoques y que se evidencie que dichas propuestas efectivamente tienden a potenciar algún tipo de pensamiento matemático: el numérico, el espacial, el métrico, el aleatorio y/o el variacional.

B. Indagación bibliográfica

Esta investigación se inscribe en la larga tradición académica de la llamada “Investigación Educativa en Matemática”, surgida a finales del siglo XIX, como resultado de la profesionalización de las “disciplinas científicas modernas” en las universidades europeas. La investigación educativa en matemática, de acuerdo con Jeremy Kilpatrick, puede definirse como “indagación metódica acerca de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas”, interesándose por el “qué y en el cómo de las matemáticas que deberían enseñarse y aprenderse en la escuela” [5].

De acuerdo con Hans Freudenthal, existen importantes elementos para señalar la necesidad de entender la matemática como conocimiento útil, como “actividad humana”, que debe ser enseñada como “matematización”, que lleve a la búsqueda y solución de problemas a partir de un contexto conocido para los estudiantes, con el objetivo “de tener estudiantes que matematicen situaciones que puedan pertenecer a experiencias reales para ellos” [6].

Este trabajo no pretende vender un modelo técnico sobre la enseñanza, sino mostrar algunas (tres específicamente) alternativas que tienen los instructores para mejorar su ejercicio de orientar la formación en matemática. En tal sentido, las propuestas metodológicas sobre las que se trabaja son: la teoría de las situaciones didácticas, la modelación matemática y la mediación tecnológica.

Al respecto de la teoría de las situaciones didácticas, cuyo precursor fue Guy Brousseau, “describe el entorno didáctico del alumno, [y] comprende todo aquello que concurre para enseñarle algo” [7], esta teoría guarda relación estrecha con los pensamientos y teorías de Jean Piaget [8], respecto a su teoría del aprendizaje.

Este propósito se alcanza bajo una combinación estratégica sucesiva de, aquello que Brousseau [7] denomina, “componente didáctico” y “componente no didáctico”, es decir, momentos en donde hay intervención o no, por parte del instructor. Para esta teoría es esencial que las prácticas pedagógicas y las estrategias

didácticas propuestas por el instructor consideren la relación aprendiz, instructor y medio.

Dentro de esta teoría, el autor propone una secuencia específica de situaciones, con la que el instructor podrá alcanzar mejores niveles de comprensión en los estudiantes (aprendices); las situaciones en su orden son: [7]

- Situación de acción
- Situación de formulación
- Situación de validación
- Situación de institucionalización

Por su parte, el Ministerio de Educación Nacional (MEN) en los lineamientos curriculares para matemáticas considera que [9]:

La modelación es un proceso muy importante en el aprendizaje de las matemáticas, que permite a los alumnos observar, reflexionar, discutir, explicar, predecir, revisar y de esta manera construir conceptos matemáticos en forma significativa. En consecuencia, se considera que todos los alumnos necesitan experimentar procesos de matematización que conduzcan al descubrimiento, creación y utilización de modelos en todos los niveles.

La modelación matemática, como estrategia didáctica, según Biembengut y Hein [10], también presenta etapas que representan los momentos que el instructor puede desarrollar durante la aplicación de la misma, a saber:

- Elección del tema
- Familiarización con el tema
- Formulación
- Validación
- Exposición

La tercera y última de las estrategias didácticas relevantes para este trabajo, y que se puede emplear para la enseñanza de la matemática, es la mediación tecnológica, la cual implica el uso de algún tipo de herramienta, simbólica o material, que posibilite el aprendizaje de determinados conocimientos para los cuales la herramienta es útil [11]. Tal estrategia ha estado presente en los procesos cognitivos de la humanidad desde los orígenes de nuestra especie; sin embargo, las transformaciones tecnológicas de los últimos tiempos imponen retos en el

campo educativo que obligan a los sistemas educativos a adoptar las nuevas tecnologías en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Uno de los retos más importantes en materia tecnológica, que han tenido que enfrentar los sistemas educativos, tienen que ver con el surgimiento de las Tecnologías de Información y Comunicación (TIC), cuya necesidad es indiscutible, pero aún se debaten las ventajas que ofrece su utilización, su impacto en la cognición, en el desarrollo de nuevos procesos de pensamiento en los alumnos, en los docentes en la reestructuración del currículo educativo [12].

En tal sentido, un buen empleo de TIC en el aula es aquella que no otorga un rol protagónico ni al profesor ni a la computadora, sino al alumno [12]. Es así como el proceso de enseñanza (y en general la praxis pedagógica de los instructores) con los recursos instruccionales, y el proceso de aprendizaje desde la visión del instructor, entre otros, se ve enmarcada las creencias y concepciones que se tienen sobre la matemática. Al respecto, es relevante para este estudio, señalar las concepciones que según Godino, Batanero y Font [13], existen para la matemática: concepción idealista-platónica y concepción constructivista.

C. Metodología

1) Tipo de trabajo

Este trabajo se inscribe en el paradigma interpretativo –crítico, y dado que el punto focal en esta es la teorización y puesta en práctica de dichas teorías en el diseño de estrategias didácticas en matemáticas, la manera como se les enseña los contenidos matemáticos a los aprendices y el aprendizaje que logran adquirir los mismos, el enfoque metodológico de tipo cualitativo.

Se define este enfoque pues entendemos, como lo mencionan Hernández, et al., [14], que, la investigación cualitativa se fundamenta en una perspectiva interpretativa centrada en el entendimiento del significado de las acciones de seres vivos, [...] y sus instituciones (busca interpretar lo que va captando activamente), y que estas no pretenden generalizar de manera probabilística los resultados a poblaciones más amplias ni necesariamente obtener muestras representativas.

2) Instrumentos metodológicos

En la primera fase de la investigación, se diseña y aplica una encuesta exploratoria, cuyo propósito fundamental es la identificación de concepciones

e ideas de los instructores en torno a sus competencias particulares, los procesos de enseñanza y de los problemas de aprendizaje, que presentan un desafío para la enseñanza de la matemática, por parte de los instructores, que representan la población de interés para la investigación.

En una segunda fase, se diseña un curso (capacitación) que permite reflexionar, de manera conjunta, en torno a las cuestiones de la enseñanza-aprendizaje de la matemática, con los instructores que participan de la capacitación que forman parte de la puesta en común de esta investigación. Para ello, se emplea la presentación de videos y se realizan otras actividades teóricas y prácticas que coadyuvan a la reflexión de los temas de interés. La primera parte del curso se diseñó de tal forma que permita, entre otras, la discusión grupal sobre la enseñanza tradicional y sus efectos.

La tercera y cuarta fases de la investigación se refieren a la puesta en marcha de la investigación misma y el análisis concreto de los resultados. En estas fases se aplica la capacitación diseñada (curso complementario de 40 horas) para los instructores de matemática del centro de formación de interés y a través de la cual se realiza la teorización sobre diversas estrategias didácticas aplicables a la matemática (teoría de las situaciones didácticas, modelación matemática, mediación tecnológica), cada una con ejemplos, actividades y talleres que facilitan la comprensión de las mismas. Además, se realiza la observación al desempeño de los instructores durante el desarrollo del curso, el análisis de la información recolectada en la encuesta y la retroalimentación de las propuestas generadas por los instructores como estrategia didáctica de enseñanza, de un tema matemático específico.

3) Población y muestra

En relación con la población a la cual se le aplica la investigación, como ya se ha mencionado, corresponde a 15 instructores de planta y contratistas, relacionados con la matemática o afines en la formación de tecnólogos, en el CAI de la Regional Caldas, los cuales se inscriben al curso de manera voluntaria una vez el coordinador académico da visto bueno y los motiva a capacitarse.

4) Fuentes de información

En efecto, la principal fuente de información para la investigación realizada es la producción escrita de cada uno de los instructores y el material construido en trabajo colaborativo entre ellos mismos; así mismo, las evidencias visuales

que se puedan recopilar del trabajo presencial en las sesiones grupales definidas, sin dejar de lado la observación directa.

5) Análisis e interpretación de la información

En relación con el análisis e interpretación de la información, se pretende que los trabajos producidos por los instructores relacionados con estrategias didácticas en matemática para la formación de tecnólogos, sean realizados bajo la mirada articulada de los procesos matemáticos, los cuales son enumerados y definidos como:

- a) Resolución de problemas (que implica exploración de posibles soluciones, modelización de la realidad, desarrollo de estrategias y aplicación de técnicas).
- b) Representación (uso de recursos verbales, simbólicos y gráficos, traducción y conversión entre los mismos).
- c) Comunicación (diálogo y discusión con los compañeros y el profesor).
- d) Justificación (con distintos tipos de argumentaciones inductivas, deductivas, etc.).
- e) Conexión (establecimiento de relaciones entre distintos objetos matemáticos).
- f) Institucionalización (fijación de reglas y convenios en el grupo de alumnos, de acuerdo con el profesor) [1].

Se trata entonces que las propuestas de los instructores, sea cual fuere la teoría didáctica elegida para su diseño (teoría de las situaciones didácticas, modelación matemática o mediación tecnológica), incorpore estos procesos para diferentes momentos de las sesiones de formación relacionados en la misma, una lista de chequeo (incorporada al final de cada una de las propuestas presentadas) permite determinar el cumplimiento del trabajo del instructor con los requisitos establecidos anteriormente y con la estructura que cada estrategia exige.

D. Resultados

1) Resultados de la encuesta

La encuesta permitió acceder a información que da cuenta de los procesos que se siguen al interior de los ambientes de formación, del papel que el instructor se reconoce en el proceso de enseñanza de la matemática, los roles que se le asignan

a los aprendices y los enfoques pedagógicos empleados de forma consciente o no por parte de los instructores.

Por otro lado, los resultados obtenidos buscan brindar elementos de análisis crítico para que los instructores se sensibilicen entorno al papel que ellos desempeñan en el aula y la repercusión de su papel en un proceso de aprendizaje significativo.

La encuesta se estructuró en cuatro grandes categorías, cada una de ellas compuesta a su vez por una serie de preguntas con las que se esperaba conocer los siguientes aspectos:

TABLA I ORGANIZACIÓN DE LA ENCUESTA

Categoría	Descripción de la categoría	Preguntas
A	Concepciones del instructor	1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 7 - 8 - 9 - 10
B	Proceso de enseñanza	- 11 - 12 - 22 - 23 - 24 - 25 - 26 - 29
C	Proceso de aprendizaje desde la visión del instructor	13 - 14 - 15 - 17 - 27 - 28 - 30
D	Formación pedagógica del instructor	16 - 18 - 19 - 20 - 21

Al mismo tiempo, se organizaron las preguntas de acuerdo con el tipo de respuesta que los instructores podían dar a cada una de ellas (abiertas, cerradas, selección múltiple o de categorización). Las categorías descritas anteriormente tienen los siguientes propósitos:

- **Categoría A. Concepciones del instructor:** esta categoría pretende evidenciar las concepciones que el instructor tiene acerca de qué es la matemática, qué significa enseñarla, cómo se le enseñaron, cómo la aprendió, porqué le gusta, qué implica que un sujeto aprenda matemática y que elementos tiene en cuenta a la hora de diseñar una clase. Para esta categoría se emplearon preguntas de respuesta abierta, con el fin de dar libertad a los instructores de responder de forma amplia a cada una de ellas.

- Categoría B. Proceso de enseñanza: en este grupo de preguntas se buscó mostrar cómo se percibe el instructor en el proceso de enseñanza de la matemática; así mismo, los recursos didácticos usados, técnicas y demás aspectos relacionados con el proceso de evaluación, estrategias de enseñanza, condiciones que cumplen o deberían cumplir los ambientes de formación para llevar a cabo un adecuado proceso de enseñanza – aprendizaje, conocimiento y uso de las TIC, por parte de cada uno de ellos y los intereses del aprendiz desde el punto de vista del instructor, entre otros aspectos. Para esta categoría se emplearon preguntas de categorización y de selección múltiple con única respuesta que buscaban llevar al instructor a una reflexión introspectiva entorno a su praxis pedagógica.
- Categoría C. Proceso de aprendizaje desde la visión del instructor: con esta categoría se buscó identificar cómo concibe el instructor a su aprendiz, las situaciones y características del proceso de aprendizaje que más afectan a los aprendices en la comprensión de la matemática. Para tal fin se emplearon interrogantes de tipo abierto, de selección múltiple con múltiple respuesta y de selección única, así como interrogantes de categorización de la información que permiten entender la manera en que el instructor considera que los aprendices aprenden de forma más significativa o que por el contrario entorpecen su proceso de aprendizaje de la matemática.
- Categoría D. Formación pedagógica del instructor: en este grupo de preguntas se tuvo como foco la capacitación pedagógica que tienen los instructores y el tipo de la misma, del mismo modo la frecuencia con la que se actualiza y las competencias disciplinares que considera tiene para la formación matemática. Para este fin se emplearon preguntas de selección múltiple con única respuesta que dan información de la capacitación y las herramientas pedagógicas y disciplinares que tiene cada instructor para orientar la matemática.

Adicionalmente, la encuesta buscó determinar aspectos como el género, la edad, el nivel de formación, y los años de experiencia docente de cada uno de los instructores encuestados.

El levantamiento de la información se realizó gracias a la colaboración de los instructores relacionados con el área de la matemática del mencionado centro, de los cuales el 70% respondieron la encuesta. En relación con los instructores que respondieron, se debe señalar que sus edades se encuentran entre 25 y 35 años en un 43%, y entre 36 y 46 años en un 57%; en cuanto al género de los instructores, cabe señalar que el 53% son mujeres y el 47% hombres.

En cuanto al nivel de formación, de los aprendices que participaron del estudio, se encuentra que el 43% son profesionales con estudios de posgrado; otro 43% solo cuenta con título universitario y el 14% restante son tecnólogos. Finalmente, en lo que respecta a la experiencia docente matemática, el 43% de los instructores tiene entre uno (1) y tres (3) años de experiencia, un 14% entre cuatro (4) y cinco (5) años, otro 14% entre seis (6) y diez (10) años y el 29% restante tiene entre 11 y 16 años de experiencia docente en el área de la matemática.

a) Resultados categoría A

En esta categoría de preguntas se logra evidenciar que de acuerdo con la comprensión que cada uno de los instructores tiene sobre la matemática y los procesos formativos en dicha área del conocimiento, en ese mismo sentido es la visión con la que se plantean y ejecutan las sesiones formativas con los aprendices. Al respecto, muchos de los instructores presentan una concepción tradicional y enmarcada en la comprensión de conceptos de las diferentes áreas de la matemática, definiéndola como ciencia pura y exacta que lleva a un único resultado verdadero, y de la misma forma se logra evidenciar que sus sesiones de formación consideran aspectos magistrales y de aplicación de algoritmos.

En tal sentido, tal como explican Vilanova et al. [15], citando a Ernest, las diversas concepciones de lo que es la matemática, condicionan la manera en la cual los docentes la enseñan, y por tanto sus estudiantes la aprenden, a saber:

- La matemática como disciplina de resultados precisos y procedimientos claramente establecidos por operaciones, teoremas y reglas, conduce a una enseñanza centrada en el uso de símbolos con significados pocas veces comprendidos.
- La matemática como construcción social y cultural, conduce a una enseñanza centrada en el aprendiz y en el compromiso del mismo para crear, cuestionar y argumentar sus ideas.
- La matemática como instrumento para alcanzar algún fin, elemento fundamental para la resolución de problemas y lograr el desarrollo de otras ciencias, que conduce a una enseñanza utilitaria de la matemática.

b) Resultados categoría B

En esta categoría de preguntas, relacionadas con el proceso de enseñanza y en general con la praxis pedagógica de los instructores, se logra evidenciar cierto

grado de dispersión entre la práctica cotidiana de la enseñanza y lo que muchos de los instructores desean que sea, lo cual se hace más claro cuando se observan las técnicas de enseñanza, las metodologías de evaluación y la imagen que tiene cada uno de ellos respecto al papel que debe jugar el instructor en todo el proceso de enseñanza – aprendizaje de la matemática.

Al respecto, el instructor cree que es importante fomentar un aprendizaje a partir de las vivencias y experiencias de cada uno de los aprendices, así como la creatividad ligada a la matemática y el autoaprendizaje, aunque el análisis de otras preguntas refleja que no se aplican técnicas que así lo promuevan, y el instructor desea alejarse de un aprendizaje mecánico sin desprenderse de la clase magistral.

Incluso, es importante que las técnicas de enseñanza de los instructores realmente tengan en cuenta que, como lo que menciona Godino [16].

[...] la comprensión de las matemáticas por parte de los estudiantes, su capacidad para usarlas en la resolución de problemas, y su confianza y buena disposición hacia las matemáticas están condicionadas por la enseñanza que encuentran en la escuela [además]... el fin de la enseñanza de las matemáticas no es sólo capacitar a los alumnos a resolver los problemas cuya solución ya conocemos, sino prepararlos para resolver problemas que aún no hemos sido capaces de solucionar [...]

Por lo anterior, el papel de los instructores debería ser el de coadyuvar, en los ambientes de formación, a generar retos compartidos con los aprendices.

Finalmente, aparece una nueva variable considerada por los instructores, en donde el 29% de ellos, considera que los ambientes de formación no cumplen con las condiciones adecuadas y óptimas para desarrollar las sesiones de formación en matemática. Entre las consideraciones a mejorar en los ambientes de formación, según los instructores, se menciona que deben contar con tablero grande, los ambientes no deberían ser compartidos y deben estar alejados de ambientes que producen ruidos constantes, además consideran que deberían contar con softwares o herramientas manipulables.

c) Resultados categoría C

Esta categoría se formuló con el objetivo de identificar las concepciones o la visión que tienen los instructores respecto al proceso de aprendizaje que llevan sus aprendices.

De esta forma, lo primero que se hace evidente es la creencia, por parte de los instructores, de que los aprendices se encuentran motivados por sí en el aprendizaje de la matemática. Sin embargo, los instructores también consideran que, si bien son capaces, se esfuerzan poco o no lo hacen en lo absoluto. Estas ideas, explican al mismo tiempo, la concepción de algunos instructores, quienes consideran que el aprendizaje de la matemática es algo innato.

Estas percepciones permiten evidenciar, además, la creencia de algunos instructores de que el problema del aprendizaje de la matemática reside en los aprendices, toda vez que el 41% consideró que se trataba de un problema de malos hábitos de estudio, y el 24%, de la falta de interés en el estudio de la matemática. Ambas situaciones ponen la responsabilidad en los hombros de los aprendices y evitan ponerla en las estrategias didácticas del instructor.

Si se observan los resultados de la categoría anterior, es claro que la mayor parte de los instructores emplea métodos tradicionales de enseñanza, que se soportan en parte en la idea de que existen condiciones innatas en el aprendizaje de la matemática. Tal comprensión, si bien no es la de la mayoría de los instructores, es un elemento causal del retraso en la mejora de las estrategias pedagógicas que se deberían emplear en la enseñanza para el trabajo.

En consecuencia, al hacer responsables a los aprendices de su aprendizaje (situación que no es del todo inadecuada) y enfatizar que la dificultad se encuentra en la falta de compromiso de los estudiantes con el aprendizaje de la matemática, se obvia la responsabilidad del instructor frente a la generación de estrategias que estimulen a los aprendices a aprender.

No obstante, también es necesario destacar que muchos instructores consideran que se requiere reconocer la importancia del entorno, los tipos de actividades de evaluación y los discursos en la comprensión y aprendizaje de la matemática. Ello pone de presente la necesidad de reconocer, igualmente, que la matemática no debería ser un ente solitario y aislado de las demás áreas del conocimiento, sobre todo si se tiene en cuenta que algunos de los elementos que dificultan el aprendizaje de la matemática son la incomprensión lectora, la falta de incorporación de los contextos cercanos y su conocimiento en los problemas matemáticos, los cuales son reforzados, en muchos casos, por áreas ajenas a la matemática, como el caso del lenguaje.

d) Resultados categoría D

Esta categoría de la encuesta corresponde a la formación pedagógica de los instructores y las actualizaciones que han realizado al respecto.

Al analizar las respuestas brindadas, se puede evidenciar la escasa formación pedagógica entre los instructores, y se pone de manifiesto la dificultad que tienen en la implementación de estrategias didácticas innovadoras aplicables en el área de la matemática, así como el limitado uso y conocimiento de herramientas TIC (las pocas empleadas se centran en blogs, Excel y Power Point). Estos elementos evidencian la necesidad de generar espacios de formación para los instructores del CAI del SENA, que permitan fomentar el diseño de estrategias didácticas en matemática para la formación para el trabajo.

2) Estrategias propuestas por los instructores

Sobre la base de los anteriores elementos, se pudo determinar aspectos útiles, relativos al proceso de enseñanza – aprendizaje que lideran los instructores del CAI del SENA en el área de la matemática. Los resultados fueron empleados para suscitar una reflexión colectiva que sirviera para tomar conciencia de los aspectos que interfieren en la apropiación efectiva del conocimiento matemático.

Posteriormente, se procedió a desarrollar la capacitación (curso complementario certificable) con una intensidad horaria de 40 horas en la que participaron 15 instructores de matemáticas y áreas relacionadas, en la que se comparten fundamentos teóricos y prácticos sobre estrategias didácticas aplicables en la matemática, tales como: modelación matemática, teoría de las situaciones didácticas y mediación tecnológica; además, se crearon espacios de discusión y socialización de prácticas pedagógicas entre los instructores.

Al finalizar la capacitación, los instructores debían elaborar una propuesta de estrategia didáctica que fuera aplicable en una de sus sesiones de formación y que estuviera fundamentada teóricamente en alguna de las estrategias didácticas tratadas en el desarrollo del curso: modelación matemática, teoría de las situaciones didácticas o mediación tecnológica; incluso algunos de ellos plantearon situaciones que buscan emplear dos de las tres estrategias anterior mencionadas.

Al respecto se recibieron 10 propuestas, trabajadas individual o grupalmente. Si bien no todas cumplieron el objetivo trazado, en vista de que algunos instructores no contaban con la mínima formación pedagógica, las propuestas presentadas reflejan una comprensión de los temas tratados e involucran claramente conceptos matemáticos de interés para el desarrollo de las sesiones de formación. Además, incorporaban aspectos que implicaban retos para los aprendices y que podrían suscitar mayor interés por parte de ellos al tener componentes que implicaban generación propia del conocimiento mediante trabajo autónomo.

En la tabla siguiente se mencionan algunas de las propuestas presentadas por los instructores y se relaciona la estrategia didáctica con la que se vincula.

TABLA II ALGUNAS PROPUESTAS PRESENTADAS POR INSTRUCTORES

NOMBRE DE LA ESTRATEGIA DISEÑADA	No. INSTRUCTORES VINCULADOS	ESTRATEGIA DIDÁCTICA RELACIONADA
ESTADÍSTICA BÁSICA PARA 9°	1	TEORÍA DE LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS
COMPRENDIENDO LAS UNIDADES DE ALMACENAMIENTO DE DATOS	1	TEORÍA DE LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS Y MEDIACIÓN TECNOLÓGICA
ESTUDIO DEL ÁLGEBRA DE BOOLE	1	MEDIACIÓN TECNOLÓGICA Y MODELACIÓN MATEMÁTICA
IDENTIFICACIÓN Y APROPIACIÓN DE PROCEDIMIENTOS MATEMÁTICOS A TRAVÉS DE SU APLICACIÓN EN SOFTWARE PARA SIMULACIÓN	1	MEDIACIÓN TECNOLÓGICA
LEY DE OHM	1	MEDIACIÓN TECNOLÓGICA
MATEMÁTICA BÁSICA: UNIDAD DE MEDIDA MÉTRICA PARA CONFECCIÓN DE ROPA EXTERIOR FEMENINA	2	TEORÍA DE LAS SITUACIONES DIDÁCTICAS

IV. CONCLUSIONES

- A partir de esta investigación, se logró el diseño de un curso complementario denominado “diseño de estrategias didácticas en matemáticas para instructores en la formación profesional integral”, con el cual se brindó una serie de herramientas didácticas aplicables en el área matemática. El curso además posibilitó el desarrollo de una serie de reflexiones por parte de los instructores, encaminadas a evaluar críticamente su rol como instructores en la formación de sus aprendices.
- La participación y disposición de los instructores, durante el desarrollo del curso y en la respuesta a la encuesta, permitieron que esta investigación contara con datos interesantes sobre la realidad de la formación profesional integral en el SENA, y plantear alternativas diferentes para la formación de los aprendices.
- Se logró el desarrollo de estrategias didácticas diseñadas por los instructores, teniendo como base los elementos que se presentaron en el curso y apuntando a la implementación de algunas de las herramientas tecnológicas propuestas. Sin embargo, una parte importante de ellas sigue estando fundamentada en el conductismo, bajo una visión “transmisionista” de los contenidos y la simple ejercitación, pues a pesar de expresar el deseo de cambiar los paradigmas, los instructores en su mayoría conservan las estrategias con las que aprendieron.
- A través del trabajo con los instructores, se logra evidenciar un gran ánimo e interés por incorporar nuevas estrategias didácticas en la formación matemática. Sin embargo, es notable la preocupación que genera la obligación de cumplir con los contenidos curriculares establecidos y la imposibilidad de otorgar suficientes horas de trabajo autónomo a los aprendices para el desarrollo y asimilación de los contenidos; una adecuada capacitación en conocimiento y uso de TIC, podría ayudar a superar estos temores.
- No es concebible un instructor alejado de las tendencias actuales de la enseñanza y el uso de herramientas tecnológicas (es necesario superar el uso de presentaciones de Power Point y de tablas de Excel, como únicas herramientas posibles en el aula), al igual que resulta de muy poco valor una formación alejada de contextos sociales, laborales y culturales de los aprendices, pues se corre el riesgo de que el aprendizaje no se produzca al llegar a creer que “carece de utilidad”.
- Se evidencian las implicaciones que sobre el proceso de aprendizaje, tienen las concepciones y creencias que presentan los instructores a cerca del proceso de enseñanza, así como la capacitación y actualización pedagógicas de los mismos, y las percepciones que tienen de los aprendices, definiendo un estilo particular de enseñanza.

- Los instructores logran identificar la importancia de reconocer su praxis pedagógica y la necesidad de contar con algún grado de formación pedagógica, que den valor agregado frente al conocimiento y dominio que poseen de la matemática, así mismo, la exigencia que tiene la profesión en conocer las tendencias, experiencias y referencias científicas actuales que permitan innovar el ambiente de formación.
- Mucho se habla de la necesidad que recae sobre los instructores, acerca del dominio de las competencias técnicas en matemática, es decir, saber sobre el componente matemático; no obstante, hoy se hace evidente la necesidad de contar con elementos pedagógicos y didácticos, que fortalezcan el proceso de enseñanza–aprendizaje de la matemática y permitan obtener como resultado un aprendizaje realmente significativo para los aprendices.
- Se percibe la inminente necesidad de crear espacios en donde los instructores puedan compartir sus experiencias pedagógicas y prácticas didácticas, a la vez que se les permita contar con capacitaciones que coadyuven a mejorar los resultados de su quehacer vocacional. Ello será posible en tanto exista la voluntad institucional para formar instructores capaces de trascender al conocimiento técnico y utilitario de la matemática, hacia un conocimiento socialmente útil, reflexivo y articulado a los factores psicopedagógicos, sociales y culturales que intervienen en la aprehensión de la matemática por parte de los aprendices.
- Aspectos relevantes, como la incorporación de la creatividad en las tareas matemáticas y el uso de materiales didácticos interesantes, promueven y facilitan la vinculación de los aprendices con esta área del conocimiento y permiten la comprensión de otras áreas relacionadas; lo que podría repeler con la concepción de muchos de los instructores que creen en una desmotivación natural de los aprendices por la matemática.

V. REFERENCIAS

- [1] Godino, J. (2004a), Didáctica de las matemáticas para maestros. Granada, España: Universidad de Granada.
- [2] Castro-de-Bustamante, J. (2007), La investigación en educación matemática: una hipótesis de trabajo. *Educere*, 11 (38), pp. 519-531.
- [3] Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2003) Fundamentos de la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas para Maestros. Granada, España: Universidad de Granada, p. 62[4] Martínez Padrón, O. (2005) Dominio afectivo en educación matemática. *Paradigma*, 26 (2), pp. 7-34, p.11.

- [5] Kilpatrick, J. (1998) La investigación en educación matemática: su historia y algunos temas de actualidad en: Kilpatrick, J., Gómez, P. y Rico, L. (Eds.), Educación Matemática. Errores y dificultades de los estudiantes, Resolución de Problemas, Evaluación, Historia (pp. 1-19), Bogotá, Colombia: Una Empresa Docente, Universidad de los Andes.
- [6] Gravemeijr, K. y Terwel, J. (2000) Hans Freudenthal: un matemático en didáctica y teoría curricular, *Journal Curriculo Studies*, 32 (6), pp. 3- 4
- [7] Brousseau, G. (2000) Educación y Didáctica de las matemáticas, *Educación Matemática*, 12 (1), pp.- 5-38
- [8] Piaget, J. (1998) Piaget's Theory [La Teoría de Piaget], en: Mussen, P.H. Carmichael's Manual of Child Psychology, New York, Estados Unidos de América: John Wiley and Sons Inc.
- [9] Ministerio de Educación Nacional (1998), Matemáticas. Lineamientos curriculares. Bogotá, Colombia: MEN.
- [10] Biembengut, M. y Hein, N. (2004) Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática, *Educación Matemática*, 16 (2), pp. 105 – 125.
- [11] Lupiañez, J. y Moreno, L. (2001) Tecnología y representaciones semióticas en el aprendizaje de las matemáticas, en: Gómez, P. y Rico, L., Iniciación a la investigación en didáctica de la matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro (pp. 291-300) Granada, España: Universidad de Granada.
- [12] Castillo, S. (2008) Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática, *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 11 (2), pp. 171-194.
- [13] Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2003) Fundamentos de la Enseñanza y el Aprendizaje de las Matemáticas para Maestros. Granada, España: Universidad de Granada.
- [14] Hernández-Sampieri, R., Fernández-Collado, C. y Baptista Lucio, P. (2006) Metodología de la investigación. México D.F, México: Editorial McGraw-Hill
- [15] Vilanova, S. et al, (2005) Concepciones de los Docentes sobre la Matemática. Su Incidencia en la Enseñanza y el Aprendizaje, *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 18, pp. 425-430.
- [16] Godino, J. (2004b) "Perspectiva de la didáctica de la matemática como disciplina tecnocientífica", (documento de trabajo), pp. 68 y ss.




Ricardo Palacio Carmona, nació en Filadelfia, Caldas (Colombia), el 20 de diciembre de 1982. Se graduó de la Universidad Nacional de Colombia como Ingeniero Industrial y posteriormente como Especialista en Gerencia Estratégica de Proyectos en la misma Universidad. En la actualidad, culminó los estudios de Maestría en Didáctica de la Matemática.

Ejerció profesionalmente en la Gobernación de Caldas, Gaseosas del Llano, Adylog S.A., Sicolsa y como docente en las instituciones educativas La Libertad (San José, Caldas) y Francisco José de Caldas (Supía, Caldas). Se desempeña como instructor en el Centro de Automatización Industrial del Servicio Nacional de Aprendizaje (SENA)- Regional Caldas y en la Escuela Nacional de Instructores. Entre sus campos de interés se encuentra el desarrollo de estrategias didácticas que mejoren la enseñanza de la matemática.



Jaider Figueroa Flórez, nació en Sucre, Colombia, el 06 de junio de 1980. Se graduó de bachiller en la Institución Educativa Liceo Carmelo Percy Vergara de Corozal, como Licenciado en Matemáticas en la Universidad de Sucre, y como Magíster en Matemática Aplicada en la Universidad Nacional de Colombia -Manizales.

Se ha desempeñado como docente de matemáticas y directivo docente en Instituciones Educativas de básica secundaria y media (2002-2015), catedrático de la Universidad de Sucre (2004-2015) y de la Universidad de Caldas. Actualmente es docente de planta de la Universidad Nacional de Colombia – sede Manizales, adscrito al Departamento de Matemáticas y Estadística. Se dedica a la investigación en Modelamiento Matemático y Educación Matemática en las líneas de pensamiento matemático, resolución de problemas, y construcción de ambientes de aprendizaje con tecnologías.



APRENDIZAJE DE TÉCNICAS
ESTADÍSTICAS MEDIANTE LA
CONSTRUCCIÓN DE UN ENTORNO
PERSONAL DE APRENDIZAJE
(PLE) EN EL SEMILLERO
“HERRAMIENTAS DE APOYO PARA
LA INVESTIGACIÓN”

Learning of statistical techniques through
the construction of a personal learning
environment (PLE) in the seedbed "Support
tools for research"

*Gloria Andrea Restrepo Jaramillo¹, Mariana Yohely Giraldo López²
Adriana Guerrero Peña³, Jhon Darío López Rojas⁴*

1 Ingeniera Industrial de la Universidad Autónoma Latinoamericana, especialista en Logística Internacional de la Institución Universitaria ESUMER.

2 Ingeniera Industrial de la Universidad Autónoma Latinoamericana, especialista en Logística Internacional de la Institución Universitaria ESUMER.

3 Estadística, Magíster en Administración (MBA). Especialista en Sistemas de Información.

4 Ingeniero financiero y de negocios con tecnología en análisis de costos y presupuestos.

Resumen

El aprendizaje debe ser un proceso continuo, informal y no formal, a lo largo de la vida. La comunicación ha dado el salto a lo virtual y es la Internet la que proporciona un espacio de comunicación y aprendizaje donde se comparte y se crea conocimiento; asimismo, ofrece la oportunidad de utilizar recursos, fuentes de información y realizar contactos. En este trabajo se pretende recopilar y sintetizar la experiencia del semillero de investigación “Herramientas de apoyo para la investigación” en la construcción del PLE para el aprendizaje de técnicas estadísticas. Para ello se utilizó un estudio experimental con los integrantes del semillero, así como la recopilación de información basada en investigaciones realizadas acerca de los PLE.

Palabras clave

Entorno Personal de Aprendizaje (PLE), TIC, educación, herramientas web, estadística.

Abstract

Learning must be a continuous informal and non-formal process throughout life. Communication has done the leap to the virtual and it is internet that provides a learning and communication space where people share and create knowledge; as well, it offers the opportunity to use resources, information's sources and make contacts. In this work we aim to collect and synthesize the research hotbed experience “Herramientas de apoyo para la investigación” in the construction of PLE for learning of statistical techniques. For this, we used a experimental study with the members of the nursery, as well as the information's collection based on realized researches about PLE.

Keywords

Personal Learning Environment (PLE), TIC, education, web tools, statistics.

I. INTRODUCCIÓN

La tecnología ha jugado un papel importante en diferentes sectores de la sociedad y en el sector educativo, donde favorece el aprendizaje activo, personal y autodirigido. Este trabajo pretende abordar los Entornos Personales de Aprendizaje (EPA, o más conocido como PLE por sus siglas en inglés: Personal Learning Environment) en la educación, con el objetivo de lograr mediante su construcción el aprendizaje de técnicas estadísticas para la investigación. El PLE cada vez está más presente en el ámbito educativo: como una herramienta que hace uso de TIC (Tecnologías de la Información y la Comunicación), impulsa la formación y aprendizaje del docente y del alumno a lo largo de la vida.

Según Adell y Castañeda [1] sea cual sea la época en la que nos situemos, las personas siempre hemos contado con un entramado de conexiones sociales y de fuentes básicas de las que aprender. Siempre hemos tenido un entorno personal del que aprendemos, aunque es probable que no hayamos sido conscientes de él. No obstante, con la llegada de Internet y la popularización del acceso móvil a la información las cosas han cambiado.

Al día de hoy, la Internet proporciona la información de forma rápida y sencilla que se puede comentar, recrear y debatir con otras personas. Los PLE contemplan tanto aspectos tecnológicos como pedagógicos y aporta valor a la hora de sistematizar y promover la construcción, por parte de cada persona, de su propio entorno personal para aprender; entorno que reconstruirá a lo largo de la vida en función de su experiencia, necesidades e intereses.

Asimismo, es la estadística tan importante que no existe actividad humana que no tenga relación con ella, como lo es la investigación, la cual representa una más de las fuentes del conocimiento y es una valiosa herramienta del profesional en cualquier área. Su importancia radica en que genera conocimientos, contribuye al desarrollo social, ayuda a fomentar el razonamiento crítico en cualquiera de las áreas del conocimiento, complementa el desarrollo personal, la formación profesional y ayuda a mejorar el desempeño laboral e investigativo, de manera que cuando el estudiante o profesional se encuentre con prácticas de investigación social tenga las herramientas para desarrollarla. Es por ello que el PLE se constituye en un enfoque adecuado para el aprendizaje de dicha área.

II. DESARROLLO DEL ARTÍCULO

A. Metodología

Se consideró pertinente realizar una búsqueda, revisión y clasificación de la literatura, con la finalidad de contar con la base teórica necesaria para determinar la forma en que ha sido abordado el PLE, así como las tendencias existentes en el momento de la investigación y la posterior construcción del PLE en el semillero de investigación “Herramientas de apoyo para la investigación”, del grupo Didáctica y Modelamiento en Ciencias Exactas y Aplicadas (DaVinci) de la Institución Universitaria ITM, de donde se extrae y recopila la experiencia obtenida mediante este enfoque de aprendizaje. En la revisión de la literatura de los trabajos de investigación de los PLE hasta la fecha existen numerosas investigaciones sobre esta innovación educativa.

Se ha encontrado que existen dos corrientes de estudio en torno a los PLE: “las investigaciones cuyo objetivo es crear y generalizar la mejor herramienta de PLE y las investigaciones cuyo objetivo es mejorar y extender las experiencias educativas de los PLE” [1].

Después de la revisión se encuentran autores dedicados a la investigación de los PLE como Linda Castañeda y Javier Soto, de la Universidad de Murcia. Durante 2010, ellos llevaron a cabo un estudio de caso donde introdujeron los PLE en la asignatura Tecnologías de la información y la Comunicación de primer curso de Educación Social. En total participaron 150 estudiantes. El objetivo era que los estudiantes pudieran conocer diferentes herramientas 2.0 y que pudieran ser integradas en sus PLE. Con los resultados obtenidos, los profesores planificaron unas sesiones prácticas de formación o seminarios. El objetivo de estas sesiones era introducir una herramienta que estuviera relacionada con una actividad del campo de la educación social y con el trabajo colaborativo [2].

El profesor Casquero, del departamento de Ingeniería de Sistemas de la Universidad del País Vasco, ha trabajado los PLE preconfigurados que ofrecen una mínima base para poder empezar a trabajar y construir los propios entornos de aprendizaje para el aprendizaje a lo largo de la vida [3].

El objetivo principal de la investigación se basó en analizar el efecto de las funcionalidades de un PLE en la configuración social de las redes personales de los estudiantes, dentro de un contexto de educación superior: “Las redes personales son el conjunto de relaciones personales a través de las cuales las personas formamos parte de estructuras sociales mayores” [3].

La investigadora Ma. Paz Prendes, de la Universidad de Murcia, ha estudiado los PLE con su proyecto CAPPLE “Competencias para el aprendizaje permanente basado en el uso del PLE: análisis de los futuros profesionales y propuestas de mejora”. Este proyecto en fase inicial, tiene como objetivo describir y analizar los PLE de los futuros profesionales españoles (estudiantes de último año de carrera universitaria) de todas las áreas de conocimiento [4].

PLE es un concepto que ha despertado el interés en los últimos tiempos en la educación. Según Adell y Castañeda [1], el PLE es definido como “el conjunto de herramientas, fuentes de información, conexiones y actividades que cada persona utiliza de forma asidua para aprender”. Es decir, el PLE de las personas se configura por los procesos, experiencias y estrategias que el aprendiz puede y debe poner en marcha para aprender y son entendidos como una tecnología que bien organizada y estructurada, desde los momentos iniciales, nos puede acompañar a lo largo de nuestro proceso formativo.

Como ya hemos anotado, se pretende aprender técnicas estadísticas mediante la construcción de un Entorno Personal de Aprendizaje y para ello se parte de un estudio experimental con los integrantes al semillero “Herramientas de apoyo para la investigación” del grupo Didáctica y Modelamiento en Ciencias Exactas y Aplicadas (DaVinci) de la Institución Universitaria ITM. La acción se desarrolló sobre el aprendizaje y manejo de los contenidos relacionados según diferentes autores en el tema de análisis descriptivo de datos de donde surgieron actividades para que fueran realizadas por los estudiantes, como lo es el compartir referencias, libros electrónicos, webmix, elaboración de blogs y la identificación de aspectos diferenciales entre cada autor, la formación presencial y virtual acerca de las técnicas estadísticas, y el uso de la plataforma.

La interacción de los estudiantes con el PLE se dividió en tres partes: la primera fue dedicada a la explicación de los PLE, a la presentación de las actividades que deberían realizar, y a una serie de instrumentos de diagnóstico, como pruebas de rendimiento, conocimientos previos, actitud de disposición hacia el uso de Internet. La siguiente actividad se destinó al trabajo de los estudiantes en la construcción y adecuación de su entorno personal de aprendizaje y, por último, se concentraron esfuerzos a la realización de las actividades y responsabilidades propuestas en torno al aprendizaje de estadística, específicamente lo que refiere al análisis descriptivo de datos.

En la construcción del PLE se pretendió conseguir que cada integrante del semillero buscara, seleccionara, valorara y, en suma, construyera y reconstruyera su propia red de recursos, flujos de información, buscaran personas con ideas

y opiniones interesantes al objeto de estudio, etc.; que se conectaran con personas con los mismos intereses de información sobre temas estadísticos. A que se animaran a invitar a amigos y colegas a sumarse a usar una herramienta de comunicación, a leer un blog sobre análisis descriptivo de datos, a ver videos y compartirlos. Lo anterior constituyó y sigue siendo una invitación a enriquecer cada uno de los PLE de cada integrante del semillero de investigación y, por qué no, a formar parte del suyo a través de su red personal de aprendizaje.

III. CONCLUSIONES

Se puede resaltar que la formación centrada en el diseño de materiales y apoyados en la realización de actividades y tareas por parte de los estudiantes de forma virtual y mediante el PLE se presenta como una alternativa exitosa para el aprendizaje. Es decir, el estudio muestra cómo la formación centrada en actividades por parte del alumno es eficaz para el aprendizaje de técnicas estadísticas.

Una idea y reflexión final es que los PLE contempla tanto aspectos tecnológicos como pedagógicos y aporta valor a la hora de sistematizar y promover la construcción, por parte de cada persona, de su propio entorno personal para aprender, entorno que reconstruirá a lo largo de su vida en función de su experiencia, necesidades e intereses. La sociedad actual está en permanente evolución y el aprendizaje debe ser un proceso continuo, se debe tener en cuenta el aprendizaje informal y no formal, ya que estos permiten desarrollar el proceso de aprendizaje. Es importante buscar espacios que favorezcan ese aprendizaje, como lo es para este caso el semillero de investigación y que sean focos de conocimiento. La comunicación ha dado el salto a lo virtual y es la Internet la que proporciona un espacio de comunicación y aprendizaje donde se comparte y se crea conocimiento; asimismo, ofrece la oportunidad de utilizar recursos, fuentes de información y realizar contactos y todos estos elementos son los que constituyen el PLE.

PLE es un entorno donde las personas, las herramientas, los recursos disponibles y las comunidades de aprendizaje interactúan para lograr un aprendizaje significativo para toda la vida. Cada persona elige sus herramientas, contenidos y fuentes de donde aprender. En cuanto al tema del análisis descriptivo de datos, se ha logrado un aprendizaje significativo, un aprendizaje que se interioriza mediante las diferentes herramientas utilizadas como las lecturas de artículos, videos, capítulos de libros, blogs, uso del CMapTools para la elaboración de mapas conceptuales, infografías para el desarrollo de mecanismos de síntesis y reflexión. Todo esto ha permitido ser compartido con los integrantes del semillero mediante la creación del entorno personal de aprendizaje y el uso de webmix. Es decir, el aprendizaje por medio de

los PLE son elementos esenciales de la educación moderna, ya que proporciona nuevas posibilidades y canaliza conocimiento superando la educación tradicional para incorporar en la aventura de aprender juntos o de un aprendizaje cooperativo. Aprender con el PLE es entender la importancia de construir el conocimiento en la red, es la forma como se organizan las oportunidades de aprendizaje, es donde se comparte y almacena información y se conoce de otros.

A modo de conclusión, los PLE, además de ser un entorno para el aprendizaje que posibilita encontrar fuentes de información, recursos, realizar una red de contactos, etc., desarrolla competencias y habilidades muy importantes. Por todo ello, la importancia de los PLE se ve reflejada por su gran aporte a la construcción del conocimiento y al aprendizaje. Además, es de gran importancia que la concientización en la construcción del PLE esté presente en la educación formal. Como lo dice Esteves, (2010) “al fin y al cabo, supone desarrollar capacidades para cimentar la educación a lo largo de la vida” [5].

IV. REFERENCIAS

- [1] Adell, J. & Castañeda, L., “Los Entornos Personales de Aprendizaje (PLEs): una nueva manera de entender el aprendizaje”. En R. Roig & M. Fiorucci (Eds.), Claves para la investigación en innovación y calidad educativas. La integración de las Tecnologías de la Información y la Comunicación y la Interculturalidad en las aulas, pp.19-30, 2010 [En línea] Disponible en: https://digitum.um.es/jspui/bitstream/10201/17247/1/Adell&Casta%20eda_2010.pdf
- [2] Castañeda, L., & Soto, J., “Building Personal Learning Environments by using and mixing ICT tools in a professional way”. Digital Education Review, 18(1), pp. 9-25, 2010 [En línea] Disponible en: <http://revistes.ub.edu/index.php/der/article/view/11319>
- [3] Casquero, O., Ovelar, R., Romo, J., Benito, M., & Alberdi, M., “Students personal networks in virtual and Personal Learning Environments: a case study in higher education using learning analytics approach”, Interactive Learning Environments, 24(1), pp.49-67, 2013. DOI:10.1080/10494820.2013.817441
- [4] Prendes, Ma. P., “CAPPLE: explorando los PLE de los futuros profesionales”. En Castañeda, L. & Adell, J. (ed. (s)). Entornos Personales de Aprendizaje: claves para el ecosistema educativo en red, pp. 173-175. Alcoy: Marfil, 2013.
- [5] Arroyo, A., “La importancia del PLE (Personal Learning Environment)”, Revista de la Asociación de Inspectores de Educación de España, (19).


V. AUTORES

Gloria Andrea Restrepo Jaramillo, Ingeniera Industrial de la Universidad Autónoma Latinoamericana, especialista en Logística Internacional de la Institución Universitaria ESUMER. Actualmente, estudiante de Maestría en ciencias: Innovación en educación en la Institución Universitaria ITM, joven investigadora en la Institución Universitaria ITM. Además, desarrolla la tesis de investigación en sistematización de experiencias de una campaña de educación ambiental en El Carmen de Atrato – Chocó, orientada a la difusión de una experiencia de recuperación de suelo.

Mariana Yohely Giraldo López, Ingeniera Industrial de la Universidad Autónoma Latinoamericana, especialista en Logística Internacional de la Institución Universitaria ESUMER. Actualmente, estudiante de Maestría en ciencias: Innovación en educación en la Institución Universitaria ITM, joven investigador en la Institución Universitaria ITM. Además, desarrolla la tesis de investigación en sistematización de experiencias de una campaña de educación ambiental en El Carmen de Atrato – Chocó, orientada a la difusión de una experiencia de recuperación de suelo.

Adriana Guerrero Peña, Estadística, Magíster en Administración (MBA). Especialista en Sistemas de Información. Ha participado como líder del grupo de investigación Didáctica y modelamiento en Ciencias (Da Vinci) de la Institución Universitaria ITM, con publicaciones de artículos y ponencias en eventos académicos nacionales e internacionales. Cuenta con publicaciones de textos académicos del área de estadística. Experiencia en docencia, investigación, y extensión. Asesora de trabajos de grado de pregrado y posgrado.

Jhon Darío López Rojas, Ingeniero financiero y de negocios con tecnología en análisis de costos y presupuestos. Actualmente, estudiante de Maestría en Desarrollo Sostenible en la Institución Universitaria ITM, docente catedrático e investigador, con experiencia en la aplicación de modelos predictivos como apoyo a la toma de decisiones en procesos industriales; escritor y ponente al respecto en diferentes simposios y congresos internacionales. Además, desarrolla la tesis de investigación en valoración económica ambiental en territorios limítrofes a zonas protegidas donde la vocación y uso del suelo debe modificarse para lograr la recuperación y conservación de ecosistemas estratégicos. Posee experiencia en las áreas de costos, presupuestos y financiera en empresas manufactureras y de servicios, y es asesor en el tema.



USO Y EVALUACIÓN DE
ENUNCIADOS EN PROBLEMAS
CONTEXTUALES PARA LA
COMPRENSIÓN DE LOS
PARÁMETROS (m Y b) DE UNA
FUNCIÓN LINEAL $y=mx+b$,
EN GRADO OCTAVO¹

Use and evaluation of affirmations in
contextual problems for the understanding
of the parameters (m and b) of a linear
function $y = mx+b$, in eighth grade

Jhon Jair Angulo Valencia², Oscar Yovany Checa Ceron³

1 Artículo derivado de una indagación realizada como requisito parcial para obtener el título de Mg. en la Enseñanza de las ciencias exactas naturales, derivado de charla que se sostuvieron con los docentes de la institución, en el mes de enero del año 2016

2 Universidad Nacional de Colombia – Sede Palmira. Contacto: jjangulov@unal.edu.co

3 Universidad Nacional de Colombia – Sede Palmira. Contacto: oycheac@unal.edu.co

Resumen

Este proyecto de indagación pedagógica describió elementos asociados al uso y adaptación de una propuesta multiregistro para la construcción de los parámetros (m y b), propios de una función lineal, en distintos registros de representación semiótica. Se tomó en consideración elementos como: comunicación, visualización, representación, articulación entre sistemas de representación semiótica, entre otros, que permitieron la adaptación de una situación didáctica contextual con enunciados problemas cercanos a las estudiantes.

Palabras clave

Representación semiótica, comprensión, didáctica, visualización, comunicación, contexto, función lineal.

Abstract

This project of pedagogical inquiry described elements associated with the use and adaptation of a multiregistration proposal for the construction of the parameters (m and b) characteristic of a linear function, in different registers of semiotic representation. It was taken into consideration elements such as: communication, visualization, representation, articulation between systems of semiotic representation among others, which allowed the adaptation of a contextual didactic situation with enunciated problems close to the students.

Keywords:

Semiotic representation, comprehension, didactics, visualization, communication, context, linear function.

I. INTRODUCCIÓN

En el presente artículo se explican algunos elementos propios de la teoría semiótica cognitiva del investigador Duval [1], [2], [3], relacionados con la forma como el sujeto puede alcanzar la comprensión de un objeto matemático de estudio, pues considera como punto de partida que “no hay conocimiento que un sujeto pueda movilizar sin la actitud de representar” [1]. Esta actividad genera la necesidad de hacer emerger otro elemento asociado a la comunicación, como lo es la enunciación de las propiedades explícitas de un objeto de estudio. No es suficiente hacer una representación de un objeto matemático si no se toma conciencia de lo representado.

Para el desarrollo se toman algunos elementos planteados por el MEN [4], [5], donde se describe al contexto sociocultural del individuo como un medio que

favorece a la comprensión problemas cercanos a los estudiantes. En este sentido, la propuesta se organizó de la siguiente forma.

Se inicia con el planteamiento del problema, tomando como referencia que en el año 2015 el MEN expidió y difundió los derechos básicos de aprendizaje, para expresar por cada grado un conjunto de actividades que los estudiantes deben saber desarrollar al terminar un año lectivo. Se analizó el Derecho Básico de Aprendizaje (DBA) 7, V1, del grado octavo. Esta propuesta para comprender los parámetros propios de una función lineal se ejemplifica mediante una memorización de una ecuación y, posteriormente, realizar reemplazos en las ecuaciones y para dichos parámetros. Este hecho desvirtúa uno de los objetivos propios del pensamiento variacional, que es describir situaciones matemáticas donde el centro de análisis sea el cambio y la transformación.

Enseguida, se presenta la revisión de investigaciones, en las que se muestra el análisis de situaciones didácticas que dinamizan el uso “función lineal”. Entre estas indagaciones sobresale la realizada por Posada y Balbín [6], quienes plantean que, en el caso particular del concepto de función, se ha hecho evidente que las actuales estrategias de enseñanza son insuficientes para lograr que los estudiantes reconozcan en este concepto una herramienta fundamental en la modelación de fenómenos que implican variación y cambio de magnitudes. De igual forma, también se describen algunas dificultades que se encuentran en la enseñanza de la función lineal, algunas reportadas desde investigaciones y otras desde la experiencia, dando paso, a la formulación del problema. Para finalizar, se exponen los objetivos de indagación, donde se comunica lo que se espera del proyecto.

Otro elemento importante en el desarrollo de esta indagación es el desarrollo metodológico; se toma en consideración la teoría de las situaciones didácticas planteadas por Brousseau [7], ya que propone un conjunto de situaciones didácticas (acción, formulación, devolución del problema, validación e institucionalización) que permiten comprender un determinado objeto de conocimiento.

II. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Justificación

La educación matemática se ha mostrado como una disciplina en la que se indaga sobre las dificultades enseñanza y aprendizaje asociados a los procesos de visualización, representación, uso de las TIC, la enunciación, la significación, el uso de libros y materiales educativos. Esto muestra la preocupación de investigadores

por presentar algunas alternativas que puedan ser consideradas en el aula de clase. Sin embargo, se hace evidente que si bien hay muchas indagaciones alrededor de los objetos matemáticos y la forma didáctica como estos pueden ser abordados, aún se reportan algunas dificultades.

Prueba de ello se evidencia en la construcción de documentos como los Lineamientos curriculares de educación matemática [4], [5] y los Estándares básicos de competencias [5]. Pese a su ajuste en la propuesta de orden nacional, presentan directrices generales para el abordaje de situaciones matemáticas en el aula de clases. Este hecho lo que refleja realmente es una preocupación profunda por mostrar elementos básicos en los currículos existentes, pues solo se intenta ordenar cuando se desean evidenciar cambios significativos.

Como muestra de esa preocupación, para el segundo semestre del año 2015, el MEN presentó los derechos básicos de aprendizaje, como una iniciativa que intenta darle solución a los problemas de orden curricular que se presentan en las áreas de lenguaje y matemáticas. Esta actividad analizada desde algunos “derechos” básicos de matemáticas que se presentan en el documento, muestra algunas dificultades, como la siguiente:

Reconoce que la gráfica de $y = mx + b$ es una línea recta.

- Encuentra la ecuación de la recta ($y = mx + b$) que pasa por dos puntos dados y comprende el significado gráfico de m y b . Por ejemplo, dados los puntos $A(-2, -5)$ y $B(4, -1)$, primero calcula la pendiente

$$m = \frac{\text{cambio en } y}{\text{cambio en } x} = \frac{-1 - (-5)}{4 - (-2)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

Luego, en la ecuación $y = \frac{2}{3}x + b$, reemplaza las coordenadas de A o B para encontrar el valor de b .

$m = \frac{2}{3}$

↑
pendiente

Coordenadas de A

$$-5 = \frac{2}{3}(-2) + b$$

$$-5 = -\frac{4}{3} + b$$

$$-5 + \frac{4}{3} = b$$

$$-\frac{15}{3} + \frac{4}{3} = b$$

$$-\frac{11}{3} = b \leftarrow \text{corte con el eje } y$$

Figura 1: Tomada de los DBA 7 V1 del grado 8°

En esta actividad se evidencia una dificultad relacionada con la significación de lo que se entiende por “comprensión”, dado que, en el caso de los DBA, se plantea como una ejercitación técnica el aprendizaje de una ecuación y su utilización, pensando que con esto se garantiza ser consciente de lo aprendido. Ahora bien, es evidente la insuficiencia al realizar uno, dos o tres ejercicios, para decir que se comprende un fenómeno determinado, ya que esto no obliga a dar cuenta de procesos argumentativos, justificativos o descriptivos, tales como la oralidad, conversión y tratamiento.

Pecharromán [8] argumenta que “la comprensión de los objetos matemáticos es el reconocimiento de la funcionalidad organizativa o interpretativa del contexto que representa el objeto y el desarrollo de la capacidad de uso de esta funcionalidad”. Esto deja en evidencia que la capacidad de comprender no es lineal, sino más bien holística, interpretativa y argumentativa, que implica movilizar actividades donde el estudiante pueda reconocer características propias de un objeto de estudio, enunciar las propiedades y realizar tratamientos y conversiones sobre el objeto abordado. En este sentido, Duval [2] sitúa la conversión desde la toma de conciencia y significado del objeto matemático, esto es, ser capaz de representarlo en distintos registros, pero además que tenga claridad entre el objeto y su representación.

Antecedentes

Realizando una revisión literaria de algunas teorías propuestas por el MEN [5], se encuentra que el pensamiento variacional tiene que ver con

el reconocimiento, la percepción, la identificación y caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como su descripción modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos.

Este hecho muestra la necesidad de abordar situaciones didácticas que vinculen dicho pensamiento, desde actividades matemáticas que recrean la variación y el cambio, significación de los términos de una actividad y, sobre todo, la discriminación y enunciación de los elementos de un objeto de estudio.

Bravo, Tavera y Tibocha [9] plantean que en la enseñanza del concepto “función lineal”, se deben dar a conocer todos los significados atribuidos a los parámetros de dicha función tales como pendiente, punto intercepto, representación gráfica,

entre otros, para de esa forma generar comprensión. De igual manera, Posada y Villa [6] plantean que, en el caso particular del concepto de “función”, se ha hecho evidente que las actuales estrategias de su enseñanza son insuficientes para lograr que los estudiantes reconozcan allí una herramienta fundamental en la modelación de fenómenos que implican variación y cambio de magnitudes. Por su parte, Ospina [10] considera que es indispensable que el estudiante reconozca la diferencia que hay de la función lineal de sus distintos registros de representación.

Ante lo anterior, Duval [1] plantea que existen dos tipos de transformaciones que permiten el paso de un registro a otro, y a así encontrar las unidades significativas de cada registro. Estas son:

- Un tratamiento T sería una transformación interna al sistema o al registro: una transformación intra sistémica o intra registro
- La conversión C Es una transformación externa de un sistema o registro a otro, es decir, una transformación inter registro o trans-registro.

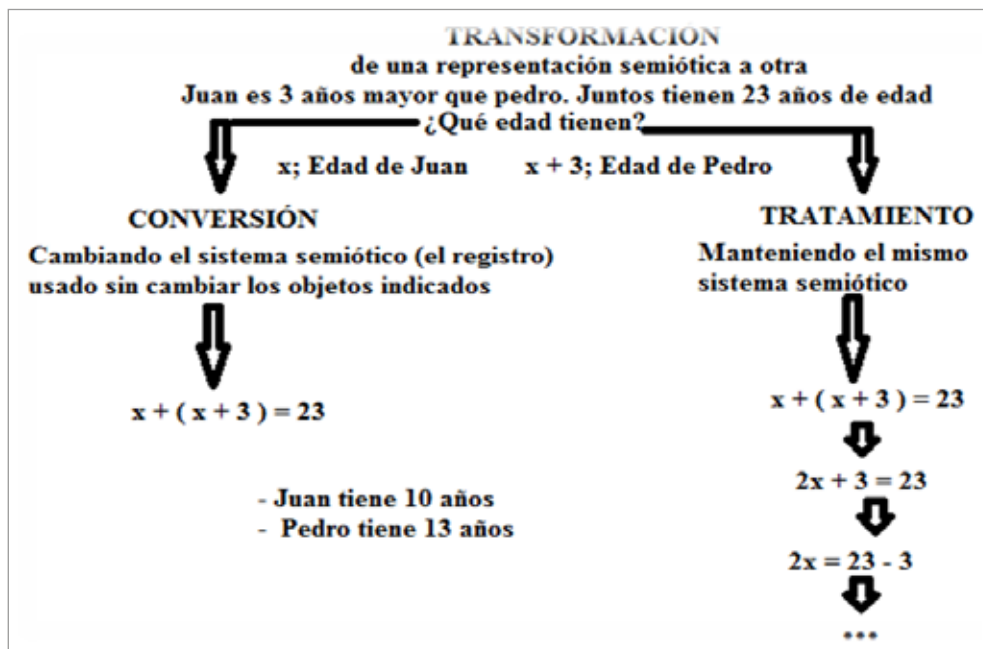


Figura 2: Transformaciones semióticas (Adaptado de Pontón, s.f).

Como se puede apreciar en la Figura 2, no es suficiente con realizar la conversión de un registro de representación a otro, si no se tienen en cuenta los tratamientos que se deben realizar dentro del registro, y de esa forma, encontrar la correspondencia de un valor o parámetro asociado que presente la solución de la situación planteada.

Descripción de la problemática

En el análisis de algunas investigaciones se tiene que la función lineal, se reporta que las mayores dificultades en la enseñanza de este concepto, está relacionada con el análisis y comprensión que se da en el cambio de un registro de representación a otro, así como también de las operaciones internas dentro de un mismo registro, lo cual traduce específicamente a la conversión y tratamientos de registros de representación. Ante ello, Duval [3], plantea que el problema que la mayoría de los estudiantes encuentra es tan profundo que la conversión puede ser considerada como un umbral de la comprensión. ¡La conversión de representación semiótica aparece a menudo como un truco que no puede ser bien aprendido y que no es enseñado!

Este hace evidente la profunda dificultad que presentan los estudiantes ante este tipo de situaciones, ya que el ser humano habla con mucha propiedad de lo que considera que sabe, y la conversión al no ser enseñada deja un obstáculo en el entendimiento de situaciones que requieren la movilización de dicho proceso. En ese mismo orden de ideas, Ospina sugiere que es indispensable que el estudiante reconozca la función lineal y sus representaciones en los diferentes registros. Por ello, se hace necesario que el estudiante identifique unidades significantes, encuentre la correspondencia de las unidades de una representación con respecto a las unidades estructurales de la otra representación y haga conversiones de una representación semiótica a otra en diferentes registros. Lo anterior muestra que hay una gran dificultad en la transformación de conversión en el abordaje de esta situación.

Ante lo anterior y observando el plan de área de matemáticas de la institución educativa X, se encuentra que el discurso y ejemplificación que se maneja para el abordaje de los objetos matemáticos se centran en un libro de texto sugerido para ese grado, es decir, las actividades y desarrollo temático se realiza de acuerdo con lo planteado en el material pedagógico (libro de texto), dejando de lado elementos de orden contextual que podrían enriquecer la actividad asociada a la enseñanza. A partir de esto, el MEN [4], plantea que el acercamiento de los estudiantes a las

matemáticas, a través de situaciones problemáticas procedentes de la vida diaria, de las matemáticas y de las otras ciencias es el contexto más propicio para poner en práctica el aprendizaje activo, la inmersión de las matemáticas en la cultura, el desarrollo de procesos de pensamiento y para contribuir significativamente tanto al sentido como a la utilidad de las matemáticas.

Este hecho podría ser considerado como un elemento central en el aprendizaje, dado que por un lado sitúa al estudiante en contextos conocidos para él, lo cual permite hacer emerger elementos que quizás en el diseño o adaptación de las situaciones no hayan sido tenidas en cuenta por el docente, y, por otro lado, se crean aprendizajes significativos. A partir del surgimiento de los elementos asociados a las actividades propuestas, se crea la generalización de patrones consiguiendo un aprendizaje consciente. Estos elementos son considerados por Duval [2] como toma de consciencia sobre lo aprendido, es a lo que él llama objetivación, que es tener claridad y coherencia sobre lo que se hace, se dice y se presenta.

Para abordar la problemática de introducir la función lineal de una manera significativa y comprensiva, se han tomado en consideración las dificultades reportadas por algunas investigaciones de Duval [1], entre las que sobresalen:

- La única vía para dar cuenta de la pendiente de una recta es por medio de la ecuación, sin atribuirle ningún significado: el concepto de pendiente de una línea recta está siendo restringido a una interpretación relacionada al remplazo de un par de puntos en la ecuación , considerando este proceso como elemento suficiente para poder dar cuenta del grado de inclinación de una línea recta. Por ejemplo, dados los puntos A (a, b) y B (c, d), determinar la pendiente y ecuación de la línea recta que pasa por dichos puntos. Esta actividad resulta ser memorística, porque solamente consiste en reemplazar los valores asociados a una ecuación.
- Para la representación de una expresión algebraica a tabular, se hace uso único de la vía de punteo: en el proceso de conversión de registros, se discriminan las variables visuales que permitan crear una representación inicialmente mental y luego semiótica que posibiliten el cambio de registro. Estos elementos tales como: signos, variables y coeficientes no cobran ningún significado visual sino más bien operatorio. Por ejemplo, dada la expresión , perteneciente a una línea recta, representar la expresión en un registro cartesiano. Para

realizar esta actividad el estudiante comúnmente le da valores a x , y de esa forma encuentra las correspondencia en y (x,y).

Con lo anterior, se ha hecho evidente que la mayor dificultad que presentan los estudiantes es que no son conscientes que una recta está constituida por infinitos puntos; sin embargo, solo son necesarios dos para trazarla.

- Hay una imposibilidad de encontrar la ecuación de una recta partiendo de una gráfica cartesiana: al discriminar las variables visuales que ofrece una gráfica, los estudiantes no toman conciencia de la importancia que tienen cada uno de los elementos presentes entre la recta y los puntos de cortes con los ejes. Tales como dirección de la gráfica e intercepto con el eje y .
- Estas situaciones de enseñanza obligan a reconsiderar la forma como se está “transmitiendo” este concepto en la enseñanza del álgebra, dado que, entre los errores reportados desde Duval [1] se encuentra que se confunde la pendiente de una recta con la altura y , de la mano con eso, se crea un problema al no encontrar una correspondiente equivalencia con dicho concepto, pero, aun así, se sigue enseñando.
- Se plantean sistemas mono registros, es decir, se hace énfasis en problemas que poseen una única estructura, tienen la misma intención, marco y finalidad; que no dan pie para que el estudiante piense y desarrolle un pensamiento matemático, sino que más bien lo llevan a mecanizar. Además, se utiliza el libro de texto como único instrumento que orienta los procesos educativos, y en algunos casos no se tiene en cuenta su elección.

Por todo lo anterior, la indagación buscó analizar lo siguiente: a qué favorece el uso y adaptación de enunciados problemas propios de una localidad X , para que los estudiantes de grado 8° puedan hacer conversiones y tratamientos en distintos registros de representación que generen comprensión de los parámetros (m y b) de una función lineal.

III. ELEMENTOS TEÓRICOS

En el siguiente apartado se presentan algunas consideraciones de orden teórico que fundamentan la pertinencia de este artículo. Estas consideraciones situadas desde el marco de la teoría semiótica cognitiva propuesta por Duval [1], [2], [3], argumenta sobre la necesidad de representar para poder comunicar y a su vez,

generar un aprendizaje consciente, denominado comprensión. De igual forma, se presentan algunos elementos de orden didácticos y curriculares planteados por el MEN [4], [5].

Elementos Didácticos

La matemática como constructo sociocultural es una necesidad de todos los grupos humanos para poder explicar y darle sentido a todo aquello que les rodea, Respecto a lo anterior Valoyes & Malagón [11] exponen que, “la actividad matemática es una actividad viva realizada por los diversos grupos humanos y condicionada por las herramientas simbólicas que la cultura pone a su disposición. A su vez, la cultura se enriquece como producto de la actividad matemática”.

- **Función lineal**

Es una Función lineal si, donde, es un número real y. A m se le denomina pendiente de la función, y, a (b) como el componente del intercepto en el eje y .

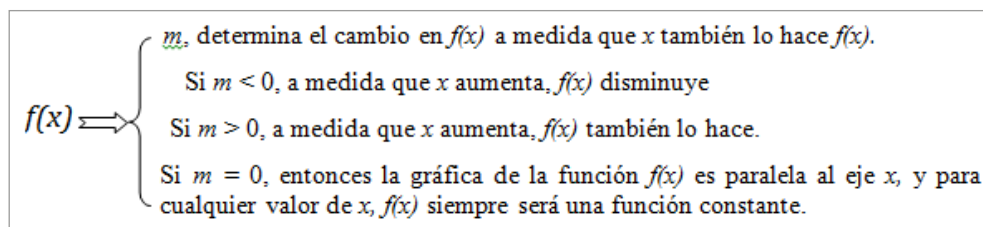


Figura 3: Análisis de la pendiente de una función lineal

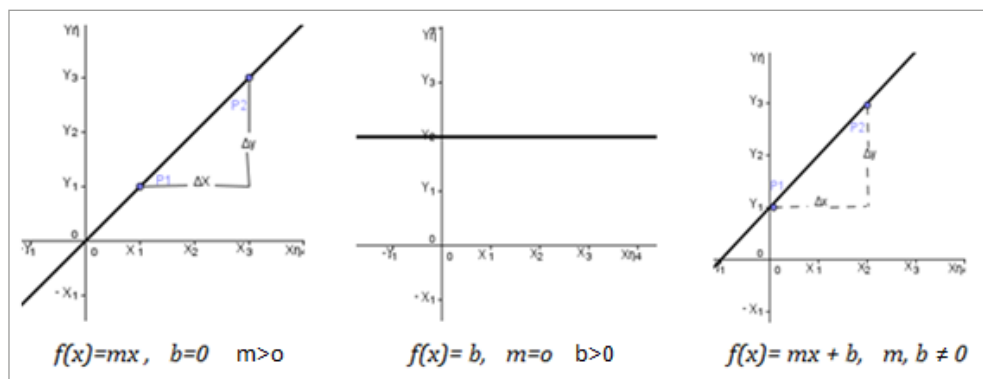


Figura 4: Representación cartesiana de una función lineal

Para calcular se considera la siguiente expresión, donde mide el cambio de dirección vertical al mover de un punto P1 a otro P2, y al mismo tiempo mide el cambio horizontal para ir de P1 a P2. De este modo, cuando se observan las gráficas en relación con las expresiones, el valor de la pendiente m y el del punto de corte en el eje Y ($0, b$), determinan el comportamiento y sentido de la dirección de la recta. Sin embargo, es importante tener en cuenta, que el concepto de “Función lineal” es un subconjunto de lo que se entiende por función, y que su naturaleza está ligada con cantidades directamente proporcionales y covariacionales.

Se asume como cantidades directamente proporcionales la presentación de una variación o razón de cambio por unidad que incrementa o disminuye un producto de acuerdo a una condición dada, cuyo único valor fijo b es igual a cero. En esta situación, la gráfica cartesiana pasa por el origen de coordenadas (Ver figura 4a). Y como covariacionales, si, además de presentarse la situación anterior interviene la variación de dos variables simultáneamente. De esto queda que, toda gráfica está determinada por las unidades significantes que componen su expresión algebraica, lo cual se resume en la siguiente tabla.

TABLA 1: RELACIÓN ENTRE LOS PARÁMETROS DE UNA FUNCIÓN LINEAL Y SU REPRESENTACIÓN GRÁFICA

PARAMETROS	UNIDADES SIGNIFICANTES	REPRESENTACIÓN GRAFICA
m	$m=0$	La línea recta es paralela al eje x
	$m<0$	La línea recta es descendente de izquierda a derecha
	$m>0$	La línea recta es creciente de izquierda a derecha
b	$b=0$	La línea recta intercepta por el origen de coordenadas $(0,0)$
	$b>0$	La línea recta intercepta “ b ” unidades al eje “ y ” por encima del eje “ x ” en las coordenadas $(0, b)$
	$b<0$	La línea recta intercepta “ b ” unidades al eje “ y ” por debajo del eje “ x ” en las coordenadas $(0, b)$

a. Elementos de la teoría semiótica cognitiva: la representación y la necesidad de representar

Ante la que tiene el ser humano de dar a conocer lo que piensa y realiza, se ve en la necesidad de usar distintos medios para ejecutar dicha acción. Estos medios, motivados por la acción de comunicar, se ven obligados a la actividad de representar. Por ello, Duval [2] argumenta que “no hay conocimiento que un sujeto pueda movilizar sin una actividad de representación”. Esta actividad de orden cognitivo muestra la necesidad de poder comunicar algo que se desee exteriorizar, dado que él autor diferencia algunos tipos de representaciones entre los que sobresalen; las representaciones conscientes, las representaciones externas, y las representaciones mentales, entre otras. Por su parte, las representaciones conscientes son “aquellas que capturan de ipso-facto los elementos característicos de un objeto de estudio”, no obstante, genera la necesidad de hablar de representaciones no consciente, como aquellas que el sujeto realiza sin asociar ningún significado a lo representado. El pasaje de lo no consciente a lo consciente lo que el autor denomino objetivación, lo que traduce a la toma de consciencia sobre lo representado.

De igual forma Duval [2] destaca las representaciones mentales, como aquellas que moviliza un sujeto bajo la necesidad de comunicar algo, pero que, mediante las representaciones externas, se dan a conocer. Esto es, el conjunto de signos y símbolos que bien codificado intentan transmitir un mensaje, que bien tratado muestra el resultado esperado. Por tal razón, Duval [2] plantea que “la noción de representación resulta entonces esencial en tanto que forma bajo la cual una información puede describirse y tomarse en cuenta en un sistema de tratamiento... lo cual trata de una codificación de la información”. Este hecho que resulta de la vinculación de un conjunto de signos y símbolos que bien articulados intentan comunicar una idea, da la entrada a lo que Duval [1] denomino representaciones semióticas, donde de se admiten como expresiones fiables de las representaciones mentales, planteándose la hipótesis de una correspondencia directa entre lo mental y lo externo, es decir la comunicación representativa de lo que se piensa.

Se puede percatar entonces la relación que se establece entre las representaciones mentales y las externas. Sin embargo, es vital tener en cuenta que las representaciones semióticas son fundamentales para la producción y modificación de las representaciones mentales, pues el fundamento de estas se centra en la necesidad reflexionar sobre lo que se comunica y no únicamente en comunicar.

b. Elementos necesarios para generar comprensión de un objeto matemático

Duval [2], [3] plantea que no se puede confundir un objeto con su representación, y ante esta dificultad propone que es necesario disponer de otras representaciones semióticas del objeto representado y reconocerlas como una misma representación del objeto matemático presentada en otros registros. Es a esto a lo que él llama “registros semióticos de representación”, pues en el análisis de una función lineal se puede hacer uso de una información presentada en lengua natural (el costo de la asesoría de una clase de matemáticas tiene un valor de “m” pesos por hora y un costo fijo de “b” por el transporte). Esta información presentada en otro registro como el algebraico permite involucrar otros elementos como la designación, lo cual traduce a la etiquetación de los símbolos a tratar (sea x, el número de horas, c(x) el valor a pagar por las horas trabajadas, entonces $c(x) = m \cdot x + b$, es el costo a pagar).

Estas situaciones para Duval [3] esbozan la necesidad de coordinación interna que debe haber entre los registros, pues “el obstáculo mayor para la realización espontánea de esta coordinación es la importancia de los fenómenos de no-congruencia entre las representaciones producidas en los diferentes sistemas”. Este hecho genera la necesidad de involucrar una operación cognitiva que permita el cambio comprensible de un registro a otro. La operación es la de Conversión, dado que la especificidad de las representaciones semióticas consiste en que son relativas a un sistema particular de signos: el lenguaje, la escritura algebraica o los gráficos cartesianos, y en que pueden ser convertidas en representaciones “equivalentes” en otro sistema semiótico, pero pudiendo tomar significaciones diferentes para el sujeto que las utiliza. La noción de representaciones semióticas presupone, pues, la consideración de sistemas semióticos diferentes y una operación cognitiva de conversión de las representaciones de un sistema a otro. [2]

Esta actividad según Duval [3] presenta una gran dificultad en la enseñanza de las matemáticas, dado que “la conversión de representación semiótica aparece a menudo como un truco que no puede ser bien aprendido y que no es enseñado”. Esta dificultad se presenta puesto que no hay reglas que precise el proceso que se da a la hora de realizar la conversión. Sin embargo, este hecho es el que enriquece esta actividad cognitiva.

En este sentido, de acuerdo con Duval [3], se considera que para el aprendizaje de los objetos matemáticos es indispensable apelar a la noción de múltiples registros de representación semiótica, que a su vez presupone la consideración de tres

actividades cognitivas fundamentales. En primer lugar, la identificación de marcas perceptibles propias de un registro de representación, la segunda consiste en la transformación interna propia de un registro de representación (tratamiento) y la tercera consiste en el cambio de registro que se da de un sistema de representación a otro (conversión).

c. ¿Cómo acceder a la comprensión de un objeto matemático según la teoría semiótica cognitiva?

De acuerdo con Duval [2] La actividad cognitiva centra su atención en las formas de representación y comunicación que realiza un sujeto sobre algún objeto Matemático, nociones que, al intentar ser comunicadas, generan la necesidad de representar, siendo esa representación una vía para dar cuenta de lo que se habla. Ahora bien, Para dar cuenta de lo aprendido y no confundir el objeto con su representación se hace uso de distintos registros, y es a partir de la toma de conciencia de lo aprendido que podemos hablar de comprensión. Esto es.

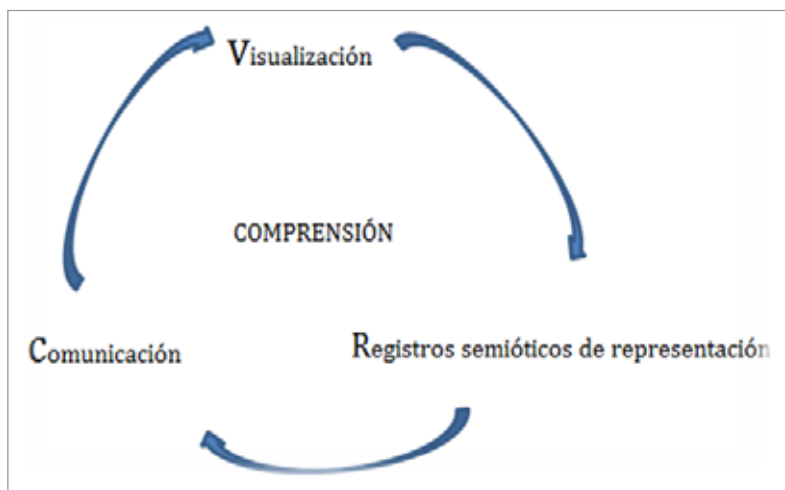


Figura 5: Elementos que median en la comprensión de un objeto matemático

Como se aprecia en la figura 5, la comprensión de un objeto matemático no es una actividad que resulta de un momento a otro, sin que antes se hayan alcanzado algunas competencias asociadas a lo que se ve, lo que se dice y lo que se representa. Por tanto, se hace indispensable que, a la hora de hablar de comunicación, se tenga en cuenta que es una actividad cognitiva que centra su atención en la forma como el sujeto presenta una determinada información a sus semejantes, la cual por el condicionamiento de entender lo que se plantea, debe ser lo más claro posible.

De igual forma, la visualización, que esta mediada por las aprehensiones centra su atención en la pertinencia y necesidad que tiene el sujeto de tomar y apropiarse de las características y propiedades de un objeto matemático, para lo cual, se hace necesario explicitar el conjunto de Marcas lingüísticas presentes en cada situación, teniendo en cuenta que esta son palabras claves que conducen a la respuesta esperada. No obstante, las representaciones semióticas resultan como un medio que permiten exteriorizar lo que se quiere comunicar.

Finalmente, se quiere dejar claro, que los elementos mencionados con anterioridad, no se efectúan de forma aislada, menos como un condicionamiento que de uno sigue otro, sino más bien que entre ellos debe existir una coordinación y articulación interna, que posibilite, que de la posibilidad de abordar un objeto matemático a partir de los tres elementos actúen en sinergia.

a. Elementos curriculares

El desarrollo teórico de las distintas situaciones abordadas en esta indagación, se toman en consideración algunos elementos, documentos e ideas propuestos por el Ministerio de Educación Nacional, tales como: Estándares Básicos de Competencias [5] y Lineamientos Curriculares de Matemáticas [4]; en los que se evidencia el nivel de competencia y desarrollo que deben alcanzar los estudiantes en un determinado grado.

En la estructuración del MEN [4], [5] tres ejes o aspectos importantes en el desarrollo del proceso educativo: Procesos Generales, Conocimientos Básicos, y el contexto.

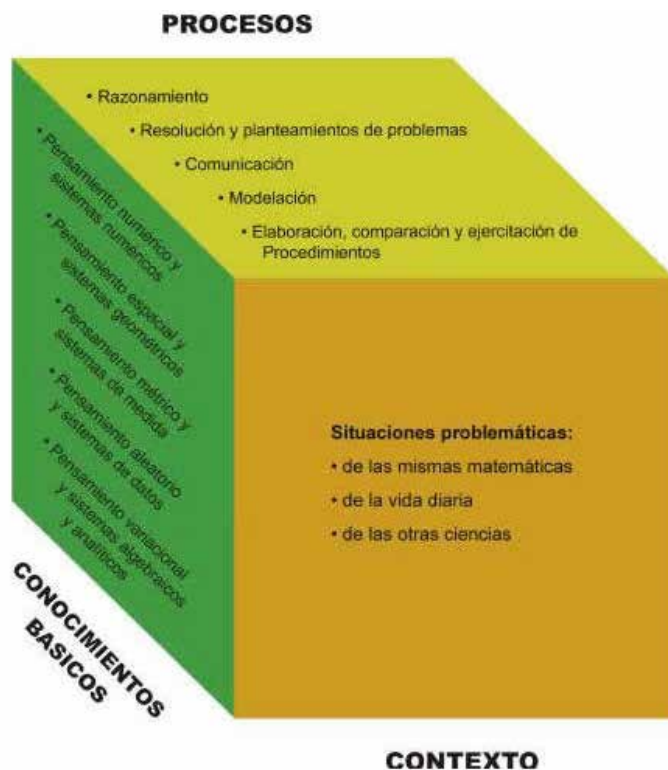


Figura 6: Elementos importantes dentro del proceso educativo.

Tomado de MEN [4].

i. Procesos Generales

Los procesos generales son las acciones de pensamiento que desarrollan los estudiantes en un ambiente propicio para aprender y desarrollar el conocimiento matemático; dentro de estos procesos se tienen: el razonamiento, resolución y planteamiento de problemas, la comunicación, la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos. Para efectos de este trabajo se ha considerado: la modelación, la resolución y planteamiento de problemas como los procesos fundamentales a desarrollar en los estudiantes mediante el trabajo con las actividades propuestas en una situación situada en el municipio de Buenaventura.

ii. Conocimientos Básicos

Hace referencia a las competencias que se consideran fundamentales y además permiten el desarrollo del pensamiento matemático. Estos tienen que ver con

los 5 tipos de pensamientos y los correspondientes sistemas. Cabe aclarar, que, aunque para el desarrollo del pensamiento matemático son necesarios los cinco tipos de pensamiento, solo se centrará la atención en el pensamiento variacional.

iii. El contexto

Se refiere al entorno, que le proporciona y ofrece al estudiante las posibilidades de trabajar teniendo en cuenta lo sociocultural, matemático y escolar en este caso se localiza: el contexto matemático y el sociocultural. El contexto matemático, es el ambiente por medio del cual los estudiantes acceden al conocimiento matemático, estos se incorporan a través de la formulación de los enunciados del problema provenientes de las mismas matemáticas, pero como un acercamiento a ellas; donde se evidencia el razonamiento, la lógica y las inferencias como procesos que realiza el estudiante para darle solución a una situación problema. Esto lo proporciona el contexto como espacio que propicia la interacción entre estudiante, saber matemático y el medio. Por otro lado, el contexto sociocultural proporciona los elementos significativos que se deben tener en cuenta para el desarrollo del acto educativo; ya que es el ambiente donde se desenvuelve el individuo, propiciando la familiaridad con los contenidos educativos. En este sentido el MEN [4] plantea que

Es útil recomendar o tener en cuenta que el contexto extraescolar o sociocultural para el diseño y planeación de las actividades y situaciones de clase no puede servir de excusa para no trabajar también situaciones problema relacionadas con el contexto escolar o institucional.

Este hecho, muestra la necesidad de situar los conocimientos que se abordan en clase, pues es una de las únicas posibilidades que se tiene de enriquecer la actividad matemática con situaciones argumentativas donde el estudiante pone de manifiesto distintas variables que quizás al inicio de una actividad planteada, no se había considerado.

IV. METODOLOGÍA

De acuerdo con Brousseau [7], se considera que las clases de matemáticas deben ser orientadas a través de cinco (5) clases de situaciones didácticas que permiten que, en clases, se construya conocimiento y a su vez generar una previa comprensión de los conceptos. Estas situaciones son: situación de acción, de formulación, de validación, devolución del problema e institucionalización.

Situación de acción: inicialmente de forma individual a cada estudiante se le planteara una situación, donde tendrá que poner en juego sus estrategias a utilizar frente al desarrollo del problema, a través de un medio matemático que lo llevara a poner en escena su conocimiento.

Situación de formulación: luego de haber planteado sus hipótesis frente al enunciado problema presentado, él estudiante deberá estar en la capacidad de formular hipótesis, plantearse nuevos problemas a partir del que se había propuesto, y así brindar resultados que den respuestas al problema planteado.

Situación de validación: en compañía de un compañero o compañeros, el estudiante tendrá que argumentar sobre lo que desarrollo de la situación abordada, para saber si el resultado hallado es correspondiente al problema planteado. Aquí se debe evaluar el hecho de abordar los enunciados problemas y actividades que permitan juzgar la pertinencia de los medios utilizados, de tal forma que, los planteamientos se han un acto social reconocido entre los estudiantes.

Devolución del problema: después que los estudiantes planteen, resuelvan y validen el problema, se les presentara otra situación en la cual verificaran si sus argumentos son pertinentes para cualquier situación, o en su defecto, si se hacía necesario corregirlos, o, si consideran que la respuesta encontrada se acomoda a algo muy particular de la situación planteada (deberán buscar una mejor estrategia que les permita dar cuenta de la generalidad de la situación planteada).

Situación de institucionalización: finalmente, el docente junto con los estudiantes se organizarán los argumentos que se habían planteados en el salón de clases, de tal manera que se pueda consolidar la concepción que tenían los estudiantes, buscando que quede claro para todas las consignas expuestas en la secuencia y en la que todos lleguen a un acuerdo, es decir, formalizar el conocimiento.

V. ANÁLISIS DE LAS SITUACIONES

Toda situación enmarcada dentro de un contexto particular, se recomienda que se analice teniendo en cuenta dos componentes: el semiótico y el disciplinar. Desde el marco teórico se hacen evidente algunos elementos propios de la teoría que enriquecen el diseño de las actividades, que de una u otra forma fortalecen componente disciplinar.

A. Análisis Semiótico

En este apartado se describen algunos elementos propios de la teoría semiótica cognitiva, que enriquecen el desarrollo de las situaciones, entre estos elementos se destaca la designación, la representación, marcas lingüísticas, entre otros.

1) La designación

En el diseño de las actividades se hace evidente la necesidad de designar o enunciar las variables constitutivas de cada situación, para poder comunicar al lector, lo que debe entender al momento de analizar los resultados. Este hecho se convierte en un elementos importantes, dado que permite poder exteriorizar lo que hasta el momento el sujeto asume como convención propia, convirtiéndose así en una actividad colectiva.

2) La conversión

En cada situación planteada se hace se le genera la necesidad a el estudiante de tener que presentar una determinada información en un registro de representación distinto, al que se presenta de forma anticipada, que guarde la congruencia en la información. Este hecho, conduce a tener que movilizar procesos cognitivos relacionados con la articulación y correspondencia entre unos datos iniciales presentados en un registro, y otros mostrados en su correspondiente.

3) Tratamiento

En cada registro de representación, se le genera la necesidad al estudiante de crear un conjunto de procesos que permitan particularizar momentos, que conduzcan a las generalidades de patrones de cambio y variación. Estos momentos permiten a los estudiantes poder realizar hallazgos significativos que posibilitan realizar análisis de la situación presentada.

4) La representación

A lo largo de todo el diseño de la secuencia, se hace evidente una de las actividades más importantes categorizadas por Duval [2]: la actividad de representar, dado que según esté, no hay conocimiento que un sujeto pueda movilizar sin la actividad de representar, siendo esta actividad cognitiva una constante necesidad que debe experimentar un sujeto a la hora de poder adquirir un determinado conocimiento, y, en la secuencia didáctica diseñada, se hace necesaria esta actividad para poder abordar y comprender los fenómenos asociados a la función lineal $y = mx + b$ en distintos registros de representación.

Según Duval [2], para que un objeto de conocimiento movilice algún tipo de aprendizaje significativo, debe ser representado al menos en dos registros de representación distintos. En concordancia con esto se muestra que, en cada actividad planteada dentro de una situación, se invita a los estudiantes a colocar en correspondencia por lo menos a dos registros distintos de representación, siendo el registro tabular, gráfico, lengua natural y expresión algebraica, los más comunes en desarrollo de las situaciones.

5) Marcas lingüísticas

Dentro de las representaciones escritas en lengua natural, se hace uso de un conjunto de términos que pueden ser considerados como indicadores que inducen al lector a dar una respuesta correspondiente a lo planteado, dado que al usar términos tales como: por cada, inversión total, utilidad, entre otros, genera un condicionamiento cognitivo asociado a la necesidad de interpretar cada uno de esos términos para poder responder a lo planteado. En este orden de ideas, el término por cada, invita al estudiante a tomar conciencia de hacer una suma generalizada de valores constantes que hacen que incrementen o disminuyan otras tales como el ingreso o utilidad. La inversión total, representa un costo generalizado que no aumenta ni disminuye los ingresos, afectando únicamente la utilidad, y la utilidad, se considera como el beneficio que muestra la ganancia o pérdida que dejan los productos comprados y vendidos, por tanto, se tiene que la utilidad se tiene como la diferencia entre los ingresos totales y los costos.

VI. RESULTADOS DE LA APLICACIÓN DE UNA SECUENCIA

Para el desarrollo del trabajo de indagación, se tomó como herramienta de uso la secuencia didáctica diseñada de Angulo y Celorio [12], la cual se adaptó e implementó a un grupo de 10 estudiantes del grado 8º, privilegiando de ella, lo relacionado con la situación pesquera del municipio de Buenaventura, y tomando como objeto de análisis lo asociado a las transformaciones de tratamiento y conversión para la comprensión de los parámetros m y b , de una función lineal $y = mx + b$. De la aplicación se obtuvieron los siguientes resultados.

A) Situación 1: Clasificando pescados y relacionando magnitudes

De los resultados encontrados en esta situación llama la atención algunos hallazgos evidenciados en algunos procesos que mostraron las estudiantes. Entre estos sobresalen los siguientes.

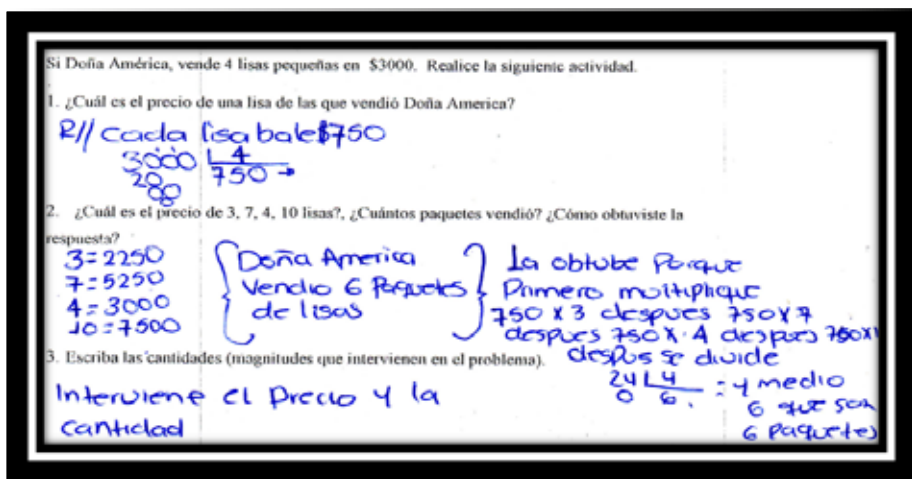


Figura 7: Analisis de la S1T123

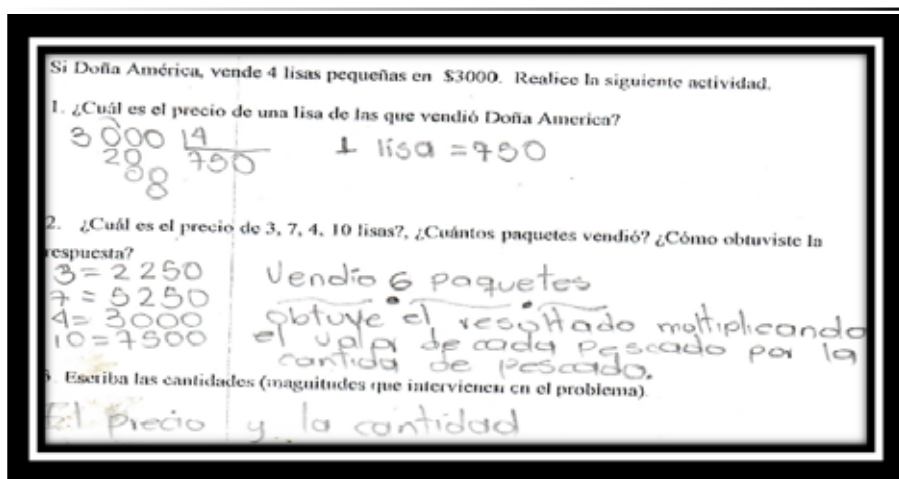


Figura 8: Análisis comparativo de la S1T123

Como se puede apreciar en ambas Figuras, se encuentran que ambas estudiantes responden de forma homologa la tarea 1 y 3. Sin embargo es significativo detallar lo plasmado en la tarea 2, dado que, por un lado, la Figura 1 privilegia la una respuesta que conduce a representar expresiones de forma algebraica, mientras que la Figura 2 muestra una respuesta presentada en lengua natural. Esto deja ver la importancia que tienen los registros de representación para poder dar cuenta de algún objeto de conocimiento, teniendo en cuenta que, para poder responder correctamente a lo planteado, se hizo uso de un reconocimiento de marcas lingüísticas, designaciones y un conjunto de tratamientos.

Por otro lado, en esta situación también se encontraron resultados asociados a conversiones, tratamientos, entre otros como se muestra a continuación.

4. ¿Cómo cambia el ingreso a medida que aumenta el número de lisas vendidas?

Puede cambiar el ingreso depende y si aumenta las lisas de valor y el ingreso va siendo el mayor porque aumenta la cantidad de lisa aumenta el precio

5. a. Realice una tabla que permita registrar el número de lisas vendidas y el ingreso.

CANTIDAD	PRECIO	INGRESO - valor
1	1250	1250
2	2500	2500
3	3750	3750

6. Justifique la validez de las siguientes afirmaciones (F=)

a. A mayor cantidad de peces vendidos, mayor es el ingreso. (V)

b. En algún momento el ingreso puede ser cero. (V)

c. El precio del paquete no varía, según lo vendido. (V)

Ya que si no vende ninguna lisa no tiene ingresos, no gana nada

7. Escriba una expresión que permita calcular el ingreso, según la cantidad de lisa.

211

$$Q \times (P) = I$$

|
|
|
 lisa(s) precio ingreso

Figura 9: Analisis de S1T456

4. ¿Cómo cambia el ingreso a medida que aumenta el número de lisas vendidas?

Cambia dependiendo la cantidad de lisas que vende, y el ingreso aumenta de 1250 en 1250.

5. a. Realice una tabla que permita registrar el número de lisas vendidas y el ingreso.

Cantidad	1	2	3	4	5
Precio	1250	2500	3750	4820	6250

6. Justifique la validez de las siguientes afirmaciones

a. A mayor cantidad de peces vendidos, mayor es el ingreso.
V. Porque el ingreso va aumentando de acuerdo a la cantidad de pescados vendidos.

b. En algún momento el ingreso puede ser cero.
V. Siempre y cuando no se vende nada.

c. El precio del paquete no varía, según lo vendido.
V. Porque el precio siempre va a ser el mismo por cada paquete vendido.

7. Escriba una expresión que permita calcular el ingreso, según la cantidad de lisa.

K x 10000 = Y
K = La cantidad de paquetes vendidos
Y = El ingreso.

Figura 10: Análisis comparativo de la S1T456

De acuerdo a las dos Figuras anteriores, se toman como elementos significativos los relacionados con la argumentación de la tarea 4, la justificación de la 6 y la expresión presentada en la 7. De esto sobre sale que, en ambas Figuras las estudiantes manifiestan que el ingreso aumenta en la media que cambia las unidades, de esta respuesta sobre sale lo expuesto en la Figura 4, donde sobre sale que hay una aproximación significativa del concepto razón de cambio. De igual forma, es importante analizar lo expuesto en la tarea 6, donde se aprecia que se responde correctamente a cada ítem presente en la actividad y además se muestran argumentos significativos y validos de los mismos. De todo lo ilustrado anteriormente, también llama la atención lo presente en la tarea 7, donde las estudiantes muestran una aproximación a una expresión algebraica a partir de un enunciado en lengua natural, lo cual privilegia la importancia de la conversión para la comprensión del objeto matemático.

1) Logros alcanzados en la situación 1.

Al finalizar la situación 1, las estudiantes presentaban dominio sobre lo siguiente.

- Realizaban operaciones con los números reales correctamente, para representar cantidades que reflejaban el ingreso del pescador, lo cual mostraba un dominio de la actividad cognitivas de procesos llamada tratamientos.
- Reconocían las variables implicadas en la actividad, lo cual permitió ir aproximándose conscientemente a la actividad de designación.
- Relacionaban de forma correcta cantidad con ingresos y de igual forma realizaban tablas que justificara dicha relación o correspondencia, lo cual permitió la aproximación a la actividad cognitiva de conversión.

B. Situación 2: Platoneras, Razón de Cambio y Registros de Representación

Al igual que en la situación 1, en esta sesión se muestran algunos de los resultados mas sobresalientes de esta situación, entre estos tenemos.



Figura 11: Análisis de la S2T7

Como se aprecia en la Figura descrita con anterioridad, las estudiantes describían los tratamientos usados para dar cuenta de la pendiente como razón de cambio, donde a partir de un conjunto de operaciones y algunas conclusiones o análisis las estudiantes mostraban una aproximación a la comprensión de la función lineal. De la Figura sobresale que, los estudiantes realizaron los tratamientos correctamente, pero no concluyeron como se esperaba alrededor de la pendiente.



Figura 12: Análisis de la S2T3P6

Como se muestra en la Figura anterior, se aprecia que hubo un aprendizaje significativo de las estudiantes en la designación, representación y análisis de la situación. Esto se dice porque, se muestra que, aunque en términos muy generales las estudiantes ya representaban de forma general expresiones algebraicas, realizando designaciones oportunas de cada término. De igual forma, sobre sale el hecho de que las estudiantes pudieron argumentar alrededor de los hallazgos encontrados asociados a la pendiente, lo cual muestra una comprensión parcial de la situación porque, se alcanzaron algunas de las actividades cognitivas importantes como lo son: la representación, la designación, tratamientos, conversión, argumentación, entre otras, que justifican la presentación de los procesos realizados.

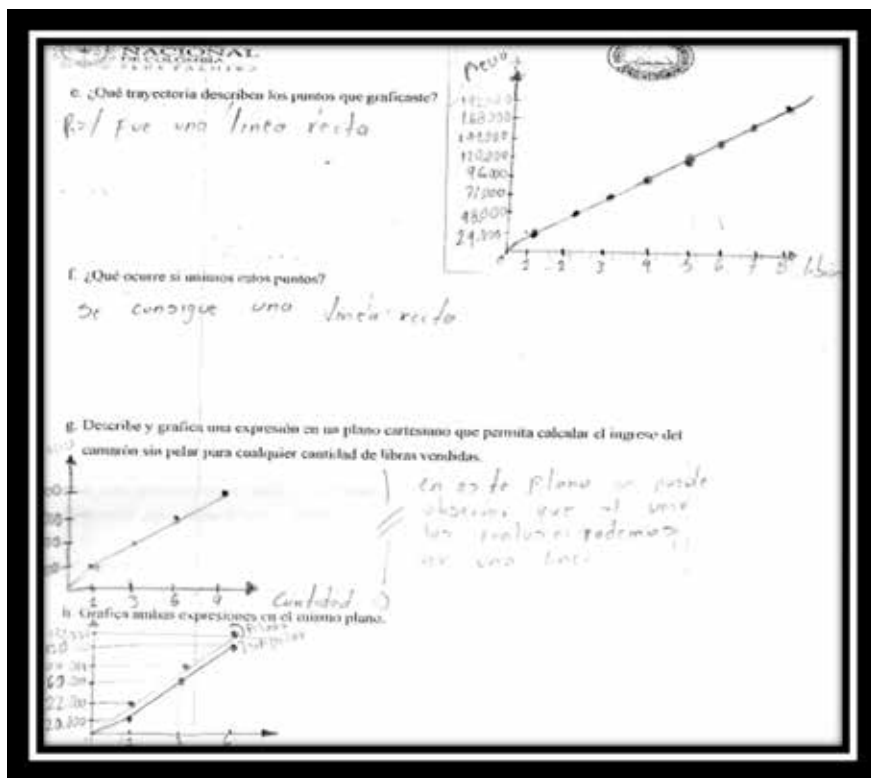


Figura 13: Análisis de la S2T3P8

Como se observa en la Figura anterior, las estudiantes en su mayoría presentaban dominio de la representación cartesiana para dar cuenta de ingresos de la venta de camarón. Esta situación permitió profundizar un poco más en el análisis significativo y funcional de la pendiente como razón de cambio, permitiendo observar así, la correlación directa entre la cantidad y el ingreso, que mediadas por un precio modelos patrones de variación lineal.

1) Logros alcanzados en la situación 2.

Al finalizar la situación 2, las estudiantes tenían dominio sobre lo siguiente.

- Representaban correctamente tablas, que mostrará información que se presentaba en lengua natural.
- Realizaban conversiones entre los registros algebraicos, lengua natural, tabular e introducción al cartesiano.
- Había una aproximación hacia un aprendizaje comprensivo de la pendiente

C. Situación 3: Fenómenos cotidianos y Función Lineal

Después de haber terminado la situación 3, se obtuvieron los siguientes resultados.



Figura 14: Analisis de la S3T1P567

Como se aprecia en la Figura anterior, en esta situación y actividad se privilegió la vinculación de todos los términos que conforman la función lineal, tomando como punto de partida el análisis del intercepto en y. De esto sobresalió que las estudiantes en su mayoría pudieron representar el costo en lengua natural, así

como también en forma cartesiana, manifestando que el “costo para una faena no variaría porque es una cantidad fija que se invierte y no tiene incremento ni disminución”, de lo cual se analiza que, si la empresa no vende, entraría en pérdidas, lo cual en términos funcionales obedecería a una cantidad negativa.

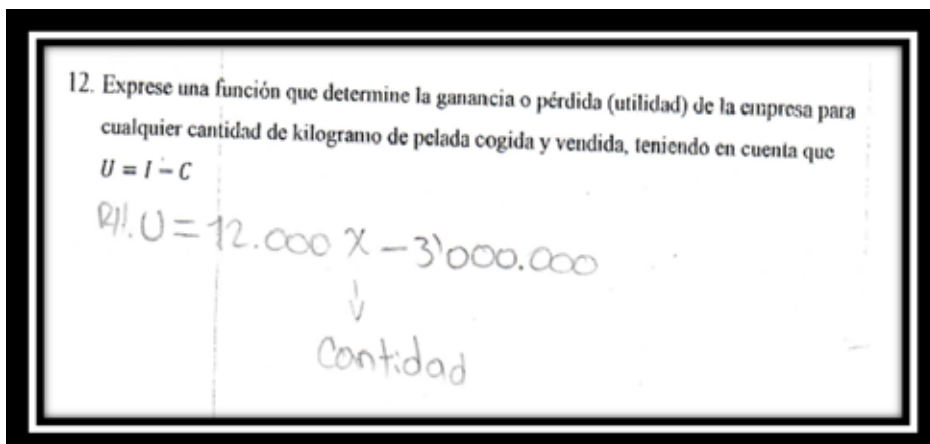


Figura 15: Análisis de la S3T3P12

Como se muestra en la Figura anterior, las estudiantes en esta etapa de la secuencia ya eran capaces de representar en términos generales una expresión algebraica. Dejando ver los términos de forma explícita que conforman dicha expresión.

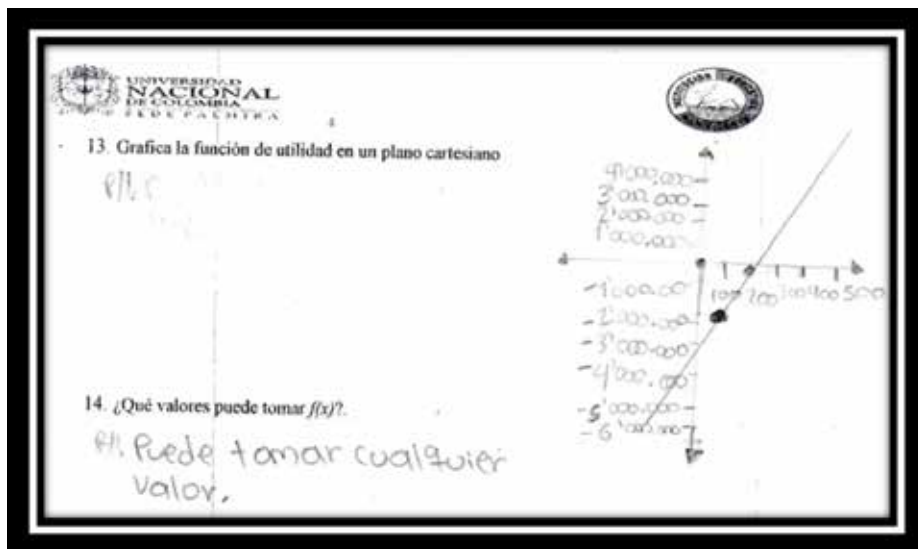


Figura 16: Análisis de la S3T3P13

Como se aprecia en la Figura anterior, las estudiantes representaban y sobre todo daban cuenta de cada uno de los términos de la función lineal. Dejando ver que el signo de la pendiente está directamente relacionado con la inclinación de la recta, y además que el costo total, al ser integrado en la expresión de utilidad, represento el intercepto en y.

Vale la pena destacar, que las estudiantes ya podían argumentar en lo que respecta al dominio y rango de la función, porque, aunque se sabe con son los números reales, no es fácil esa asimilación.

1) Logros alcanzados en la situación 3

- Al finalizar la situación 3, las estudiantes tenían dominio sobre lo siguiente.
- Reconocían todos los términos de la función lineal
- Realizaban conversiones entre los distintos registros de representación
- Comprendían y reconocían los términos de la función lineal en cada registro representado
- Argumentaban sobre cada elemento relacionado con la función.
-

VII. CONCLUSIONES

- La actividad de un docente no se debe centrar en la transmisión de contenidos descontextualizado, que él estudiante por autoridad debe aceptar. Sino más bien, se deben abordar elementos propios de la disciplina que obedezcan a un contexto particular que haga que lo transmitido cobre sentido y significado en la vida del educando, es decir, que tenga alguna funcionalidad. Porque un concepto al que no se le encuentre alguna función, tiende a ser un aprendizaje memorístico que con el tiempo se olvida. Ante esto se recomienda hacer uso de actividades propias del contexto local propio donde está inmerso el educado, dado que como lo plantea el MEN [4]:

"El acercamiento de los estudiantes a las matemáticas, a través de situaciones problemáticas procedentes de la vida diaria, de las matemáticas y de las otras ciencias es el contexto más propicio para poner en práctica el aprendizaje activo, la inmersión de las matemáticas en la cultura, el desarrollo de procesos de pensamiento y para contribuir significativamente tanto al sentido como a la utilidad de las matemáticas".

Lo anterior tiene sentido, en tanto el medio donde se desenvuelve el individuo contribuye en su proceso de formación educativa; ya que es allí, donde se pueden tomar situaciones del entorno y vincularlas en el desarrollo de las actividades matemáticas relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje, para luego pasar a un tratamiento en las matemáticas, y así determinar tanto las propiedades como las operaciones del objeto matemático.


- La secuencia didáctica como herramienta que permita la construcción de concepto y análisis de los mismos, resulta ser un dispositivo potente para este acercamiento, dado que a partir de los análisis, tratamientos y conversión de los conceptos que parecen ser muy sencillos, se logra la conceptualización de aquellos que se consideran como MACROS, que satisfacen los objetivos propuestos.
- El análisis de pensamiento variacional permite que tanto el educando como el docente tomen conciencia de las situaciones relacionadas con la vida, hecho que resulta importante porque permite ser un puente que posibilita la reflexión de información con otras áreas que desde las matemáticas se puedan explicar.
- El análisis de la teoría semiótica cognitiva de Raymond Duval, permite que el docente tenga un soporte teórico importante que permite que este lo use como un elemento didáctico consiente a la hora de implementar sus clases, dado que entre tantas cosas Duval dice: No hay conocimiento que un sujeto pueda movilizar, sin la actividad de representa, lo cual deja ver que aunque somos conscientes que todo ser posee algún tipo de información no se puede asegurar que este sea consiente de ella, sino es capaz de comunicar, y para ello, lo debe representar.
- La función lineal no puede seguir siendo trabajada de forma fraccionada o peor aún de forma mecánica, donde por un lado se observa que un concepto no se relaciona con otros o que siempre se hace lo mismo. La función lineal debe ser abordada en toda su dimensión, lo cual implica la relación de las operaciones con los números reales y su representación en un sistema multirregistro.

De todo lo anterior, se hace importante manifestar que, desde el diseño, ejecución y análisis de las actividades, es necesario e indispensable pensar y repensar lo que se hace, y sobre todo como se hace, dado que el fin último de la educación

es formar estudiantes competentes e íntegros, capaces tomar decisiones que contribuyan de manera decisiva a su formación y a la comunidad. Esto implica que se deben hacer unos análisis previos de las situaciones, que conduzcan a la toma de decisión sobre el material a usar, para que este así dinamice los procesos de aprendizaje.

VIII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Duval, R., “Gráficas y Ecuaciones: la articulación de dos registros”. En: E. Sánchez (ed.), *Antología en Educación Matemática*, pp. 125-139, México: Sección de Matemáticas Educativa del CINVESTAV-IPN, 1998.
- [2] Duval, R., *Semiosis y pensamiento humano, registros semióticos y aprendizajes intelectuales* (2º ed). Santiago de Cali: Peter Lang, 1999.
- [3] Duval, R., Un tema crucial en la educación matemática: la habilidad para cambiar el registro de representación. *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, pp. 143-168, 2006.
- [4] MEN, *Lineamientos curriculares de matemáticas*. Bogotá: Autor, 1998.
- [5] MEN, *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Bogotá: Autor, 2006.
- [6] Posada, F. y Villa, J., “Propuesta didáctica de aproximación al concepto de función lineal desde una perspectiva variacional”, tesis de maestría, Universidad de Antioquia- Medellín- Colombia, 2006.
- [7] Brousseau, G., *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires: Libros del Zorzal, 2007.
- [8] Pecharromán, C., *El aprendizaje y la comprensión de los objetos matemáticos desde una perspectiva ontológica*, 2014 [En línea] Disponible en: <http://www.redalyc.org/pdf/405/40532665005.pdf>
- [9] Bravo, G., Tavera, C. y Tibocho, G., Propuesta para explorar la comprensión de aspectos de la función lineal. *Revista Emma*, pp.166-170, 1999.
- [10] Ospina, D., “Las representaciones semióticas en el aprendizaje del concepto función lineal”, tesis de maestría, Universidad autónoma de Manizales: Manizales, 2012.
- [11] Valoyes, L. y Malagón, M. *Formación de pensamiento algebraico en la educación escolar*. Cali: Universidad del Valle, 2006.
- [12] Angulo, J. y Celorio, S., "Una secuencia didáctica como herramienta pedagógica para introducir el concepto de función lineal en grado 9º". En: G. Obando (ed.), *Memorias del 13er Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*, pp. 62-65, Medellín: Sello Editorial Universidad de Medellín, 2011.



EL MODELO COMPUTACIONAL- REPRESENTACIONAL DE LA MATEMÁTICA, LOS SISTEMAS COGNITIVOS ARTIFICIALES Y LOS PROCESOS DE ENSEÑANZA- APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS¹

The Computational-Representational Model
of Mathematics, Artificial Cognitive Systems
and the Teaching-Learning Processes of
Mathematics

L.A. Toro C.²

-
- 1 Producto derivado del proyecto de investigación “Incorporación de Nuevas Tecnologías en la Enseñanza de las Matemáticas, Fases I, II, III”. Presentado por el Grupo de Investigación Física y Matemáticas con Énfasis en la Formación de Ingenieros de la Universidad Autónoma de Manizales.
 - 2 L.A. Toro C. docencia en el Departamento de Física y Matemáticas, de la universidad Autónoma de Manizales, Manizales (Colombia); email: atoro@autonoma.edu.co. ; Departamento de Matemáticas y Estadística, de la Universidad Nacional de Colombia, Sede Manizales, Manizales (Colombia); email: latoroc@unal.edu.co.

Resumen

En la mente existen representaciones mentales análogas a las estructuras de datos y procesos computacionales semejantes a los algoritmos que usan las computadoras. El modelo computacional-representacional de la matemática considera que, desde el punto de vista interno de la matemática como ciencia, la matemática realiza cómputos con representaciones, cuyo objetivo final es la creación de estructuras abstractas. Dada la estrecha relación entre la mente y la matemática, el modelo computacional-representacional de la matemática y los sistemas cognitivos artificiales, se concluye que estos son aptos para ser usados en los procesos de enseñanza-aprendizaje de la matemática.

Palabras clave

computación, cognición, enseñanza de la matemática, estructura, sistemas cognitivos artificiales

Abstract

The computers process information means data and algorithms. The mind processes information. The computational-representational model of mind (CRMM) adopts the hypothesis to which in the mind exists representations analogous to data structures and computational processes like the algorithms that use the computers: mental representations plus computational processes produce the think. The Mathematics is the science of structures. It does extensive use of representations. The computational-representational model of mathematics (CRMMATH) considers that from internal mathematics point of view, the mathematics does computations with representations to create abstract structures. Given the closer relationship between mind, mathematics, computational-representational model of mathematics and artificial cognitive systems, it is concluded that last can be used in the teaching-learning processes of mathematics.

Keywords

computation, cognition, computational-representational model of mathematics, computational-representational of mind, artificial cognitive systems.

I. NOMENCLATURA

MCRM: Modelo computacional-representacional de la mente.

MCRMAT: Modelo computacional-representacional de la matemática.

PEAM: Enseñanza-aprendizaje de las matemáticas

SCA: Sistemas cognitivos artificiales.

II. INTRODUCCIÓN

Es bien conocido que las computadoras procesan información a través de programas computacionales. Los programas usan datos y algoritmos; los datos pueden ser numéricos y/o alfanuméricos, es decir, combinación de letras del alfabeto y números. Los algoritmos son procedimientos que indican la serie de pasos y decisiones que deben tomarse para la solución de un problema y operan sobre varias clases de estructuras.

La mente también procesa información. El modelo computacional-representacional de la mente (MCRM) [1] adopta la hipótesis según la cual en la mente existen representaciones semejantes a estructuras de datos y procesos computacionales semejantes a los algoritmos que usan las computadoras: representaciones mentales más procesos mentales producen el pensamiento.

La anterior analogía entre la mente y la computadora ha sido una guía importante en los estudios sobre el funcionamiento de la mente. Un punto de inflexión en los estudios de la mente se presentó cuando se introdujo otro elemento importante: el cerebro. Desde del conexionismo se propusieron ideas novedosas sobre las representaciones y los procesos computacionales. Las neuronas y sus conexiones se consideran como modelos de estructuras de datos. Las células nerviosas y la diseminación de la actividad neuronal se consideran como modelos de algoritmos. De esta forma, el MCRM derivó a una relación tripartita, vinculando el cerebro, la mente y la computadora. Los tres componentes por separado: mente, cerebro y computadora, les sirven a los investigadores de la mente para sugerir nuevas ideas referidas a los otros dos elementos restantes.

Las representaciones son fundamentales para el MCRM. Pero, ¿qué es una representación? Para los propósitos expositivos del presente trabajo, se considera que una representación es un símbolo o conjunto de símbolos que puede ser interpretado por la mente o una computadora, y de cuya interpretación emerge un significado.

Las representaciones mentales pueden clasificarse en cuatro categorías [1], [2]. Un concepto hace referencia una entidad o grupo de entidades. Las proposiciones son enunciados acerca del mundo. Las reglas especifican relaciones entre proposiciones. Las analogías permiten realizar comparaciones entre dos situaciones.

Las representaciones poseen cuatro características fundamentales [3]. Primera, “el portador de la representación”, tal como un ser humano o una computadora, debe comprender la representación. Segunda, una representación “debe tener un contenido”, lo cual significa que representa uno o más objetos. La cosa o cosas del mundo a que hace referencia la representación se denominan referentes. Tercera, una representación también debe estar “puesta a tierra”. Esto es, debe existir algún medio mediante el cual la representación y su referente están relacionados. Una representación debe ser interpretable por algún intérprete, bien sea por el portador de la representación o por alguien más.

Las representaciones son el primer componente clave del MCRM sobre los procesos mentales, pero son de escaso valor a menos que pueda hacerse algo con ellas. Teniendo el concepto de dinero no se puede hacer nada, a menos que se conozca cómo calcular el costo total de algunos artículos que se están comprando, por ejemplo. La segunda componente clave del MCRM es que la mente realiza cálculos con las representaciones, como las del tipo matemático, que se deben hacer para calcular el costo total de varios artículos que se compran.

¿Qué tipo de operaciones realiza la mente? Una lista de tales operaciones sería interminable. Como un ejemplo, se tiene la habilidad matemática. Si existiera una operación mental separada para cada etapa de un proceso matemático, se podría decir que la mente suma, resta, multiplica, divide y así sucesivamente. De igual forma, haciendo referencia al lenguaje, se podría decir que existen operaciones mentales separadas para hacer un plural, poner un verbo en tiempo futuro, construir una oración simple, etc. Para resolver este problema, es mejor pensar que las operaciones mentales están inmersas en amplias categorías, que se definen por el tipo de operación que es realizada por la mente o por el tipo de información sobre la que la mente actúa. Una lista de tales categorías incluye la percepción, sensación, atención, memoria, lenguaje, razonamiento matemático, razonamiento lógico, toma de decisiones y resolución de problemas.

III. DESARROLLO DEL ARTÍCULO

A. La matemática

Es posible trazar una línea del tiempo de lo que ha significado la matemática con el transcurso de la historia del pensamiento humano [4], [5].

- 1) Matemática prehelénica. Hasta aproximadamente el año 500 a.c., el período que puede denominarse de la matemática prehelénica, la matemática consistía en el estudio de los números, y fue dominada por los matemáticos egipcios y babilónicos.
- 2) Matemática griega. El período, denominado de la matemática griega se encuentra entre los años 500 a.c. y 300 d.c. Una de sus mayores innovaciones consiste en empezar a organizar en ciencia abstracta los conocimientos anteriores, casi exclusivamente empíricos y de orientación. Una de las ramas más antiguas de la matemática ha sido la geometría, la egipcia consistía especialmente en métodos para medir y separar los terrenos. Hasta Tales de Mileto no adquiere el carácter de una verdadera ciencia. Para los griegos, la matemática consistió en el estudio de los números y de la forma.
- 3) El descubrimiento del cálculo. No hubo ningún cambio de importancia en el carácter global de las matemáticas, ni ningún avance significativo en contenido hasta mediados del siglo XVII, cuando Newton en Inglaterra y Leibniz en Alemania inventaron, independientemente, el cálculo. El cálculo proporcionó finalmente el método buscado durante largo tiempo para investigar la continuidad en todas sus manifestaciones, en la ciencia o en la matemática pura. Después de la invención del cálculo, la matemática se convirtió en estudio de los números, de la forma, del movimiento, del cambio y del espacio.
- 4) La demostración formal. A partir de la segunda mitad del siglo XVIII surgió un interés cada vez más creciente por las matemáticas en sí mismas, y no solamente por sus poderosas aplicaciones para la comprensión de los fenómenos naturales. Los matemáticos comenzaron a estudiar lo que permanecía detrás de la enorme potencia que el cálculo proporcionaba a la humanidad. La antigua tradición griega de la demostración formal cobró inusitada importancia a medida que se desarrolló gran parte de las matemáticas puras de hoy día. Este proceso dio como resultado que a finales del siglo XIX, las matemáticas se habían convertido en el estudio del número,

de la forma, del movimiento, el cambio y el espacio, y de las herramientas matemáticas empleadas en su estudio.

- 5) La abstracción y la estructura. Una de las características que más impresionan de las matemáticas actuales es su poder de generalización y abstracción. Como un ejemplo, considérese el conjunto de todas las matrices del mismo tamaño; el de las funciones continuas de valor real y de una variable real, definidas en un intervalo cerrado y el los vectores n -dimensionales. Todos estos conjuntos de naturaleza totalmente distintos, pueden estudiarse conjuntamente bajo el nombre de una estructura abstracta (sin hacer referencia a la naturaleza del conjunto particular de objetos matemáticos) denominada espacio vectorial. La idea de estructura domina por completo la matemática de hoy día, y tal idea conduce a la definición moderna de la matemática: La matemática es la ciencia de las estructuras.

El matemático examina estructuras abstractas: numéricas, de formas, de movimiento; las estructuras con las que se repiten los sucesos aleatorios, las de simetría y regularidad, las del razonamiento, las estructuras fundamentales del universo, por citar algunas.

B. El caracter representacional de la matemática

La matemática es una ciencia eminentemente representacional y, por ende, abstracta. Ella hace uso extensivo de conceptos (definiciones), proposiciones (axiomas y teoremas), reglas (relaciones entre teoremas) y analogías (formas de razonamiento lógico) para poder explicarse, y permitir que sea usada para entender el mundo físico en que vivimos.

Las representaciones están en la base que se emplea para construir sistemas abstractos en matemáticas: palabras no definidas, palabras definidas, axiomas (enunciados que se aceptan como verdaderos) y teoremas (enunciados que han de probarse que son verdad). El ejemplo clásico de estructura matemática es la geometría euclidiana [6]. Las palabras punto y recta no se definen. Con base en las anteriores palabras se define por ejemplo segmento de recta: Porción de recta contenida entre dos puntos dados de una recta. Según esa noción, se define la palabra triángulo, y así sucesivamente. Luego, se cuenta con los cinco postulados de Euclides; después, teoremas tales como “la suma de los ángulos internos de un triángulo suman dos ángulos rectos”, cuya demostración hace uso del postulado de las paralelas, además de las definiciones de ángulo, ángulo recto

y ángulos alternos internos y del teorema sobre igualdad de los ángulos internos entre paralelas. De esta forma se construye toda la geometría euclidiana plana y del espacio. Desde el punto de vista que se analiza en este trabajo, la geometría Euclidiana es un vasto sistema representacional y abstracto.

C. El carácter computacional de la matemática

En la demostración del teorema sobre los ángulos internos de un triángulo no se ha realizado ningún cálculo en el sentido ordinario del término. Lo que se hace es relacionar algunas definiciones, el axioma de las paralelas, un teorema previo ya demostrado y obtener una conclusión, que es la prueba del teorema. Si se denotan por los ángulos interiores de un triángulo cualquiera de vértices, la conclusión que se obtiene, mediante un razonamiento lógico, es que, es decir, la suma de los ángulos interiores de un triángulo suma dos ángulos rectos: se llega a dos representaciones diferentes del mismo teorema, que son equivalentes. Este es el camino que se ha seguido para construir todo el edificio abstracto de la geometría euclidiana, lo mismo que en las demás ramas de la matemática: se hacen cómputos con representaciones para producir estructuras abstractas.

D. El modelo computacional -representacional de la matemática (MCRMAT)

El MCRMAT [7] adopta la hipótesis según la cual desde el punto de vista interno de la matemática como ciencia, la matemática realiza cómputos con representaciones, cuyo objetivo final es la creación de estructuras abstractas. Puede pensarse del MCRMAT como instrumento teórico que capta lo esencial de la matemática: su carácter abstracto, representacional y de estructura.

Al resaltar la importancia de las representaciones en la matemática, el MCRMAT se convierte en un instrumento teórico para los procesos de enseñanza-aprendizaje (PEAM) de las matemáticas, como se muestra en la Figura 1. Existe una relación tripartita entre el MCMAT, los PEAM y el MCRM. La mente hace cómputos con representaciones para producir el pensamiento, y ella es usada no solamente para enseñar matemáticas, sino también para aprenderlas. El MCRMAT hace énfasis en el carácter abstracto, representacional y de estructura que tiene la matemática.

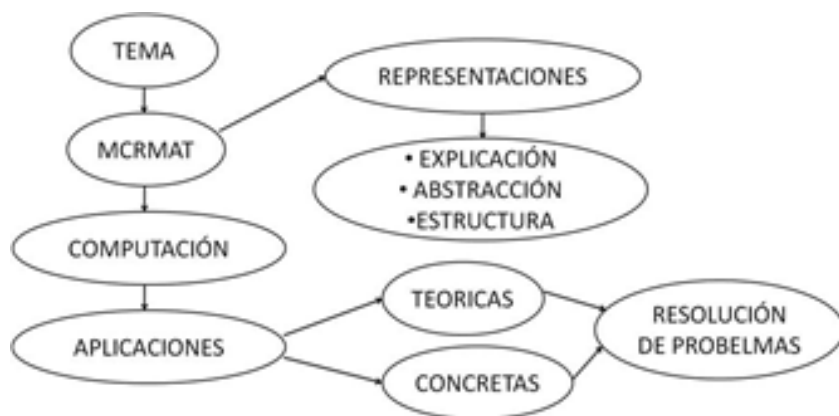


Figura 1. El MCRMAT y los PEAM

Un ejemplo específico ayuda a comprender la Figura 1. Suponer que se está enseñando ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs). En primer lugar, aparece el concepto de ecuación diferencial ordinaria (una representación). Luego, es necesario traducir tal concepto mediante símbolos (representaciones) y dar una adecuada explicación de los símbolos que se usan en tal representación, haciendo énfasis en su abstracción, es decir, que podemos cambiar los símbolos sin incidir en el concepto de ecuación diferencial ordinaria. Sean las expresiones:

$$\frac{dy}{dx} + (1-x)y = \text{sen}x, \quad \frac{df}{dz} + (1-z)f = \text{sen}z \quad (1)$$

Las ecuaciones (1) son dos representaciones de la misma ecuación diferencial de primer orden. En la primera, la función desconocida es y , la variable independiente es x ; mientras que en la segunda la función desconocida es f y la variable independiente es z . Las expresiones anteriores pueden escribirse en forma de una estructura simbólica general, pues en realidad tales expresiones son funciones de la forma:

$$F(\text{Derivada de la función desconocida, función desconocida, variable independiente})=0. \quad (2)$$

Aquí F (u otro símbolo adecuado) se utiliza para designar la relación funcional entre las variables que intervienen en la ecuación diferencial, que se revela al pasar los términos de los segundos miembros, en las ecuaciones (1), al primero. De acuerdo con lo anterior, las ecuaciones diferenciales (1) pueden escribirse de la siguiente forma:

$$F\left(\frac{dy}{dx}, y, x\right) = 0, \quad F\left(\frac{df}{dz}, f, z\right) = 0 \quad (3)$$

El anterior ejemplo, muestra la importancia de las representaciones en los PEAM. Hablar de representaciones equivale a hablar de conocimiento, significado, comprensión y modelización. Sin duda, estas nociones constituyen el núcleo central, no solo de las matemáticas, sino también de la epistemología, psicología y demás ciencias y tecnologías que se ocupan de la cognición humana, su naturaleza, origen y desarrollo [8], [9] [10], [11], [12].

E. El MCRMAT y los sistemas cognitivos artificiales

Lenguajes de programación como Matlab y Mathematica, incorporan, además de sistemas de representación numérico y gráfico, sistemas representacionales que permiten realizar cálculos simbólicos. Operaciones tales como factorización de polinomios, derivación e integración simbólica (en una, dos y tres dimensiones), simplificación de expresiones algebraicas y trigonométricas, cálculo simbólico de determinantes (orden dos y tres), operaciones con matrices simbólicas, descomposición en fracciones parciales, solución de algunas ecuaciones diferenciales ordinaria y parciales, por mencionar solamente unas pocas, son realizadas eficientemente en tales sistemas representacionales. Así, un tal sistema puede verse como un sistema cognitivo artificial inducido por el MCRMAT, pues revela no solamente el carácter computacional-representacional que tiene la matemática, sino también su acción a través de medios artificiales. Es cognitiva, porque tales sistemas representacionales realizan actividades semejantes a las cognitivas de la mente (memoria, análisis, computaciones, toma de decisiones, entre otras) y artificiales, porque son llevadas a cabo por un agente externo a la mente, la computadora. Como consecuencia de lo anterior, los procesos de enseñanza aprendizaje de la matemática pueden y deben ser mediados mediante el uso de los sistemas cognitivos artificiales (SCA). El uso de los SAC en los PEAM puede verse en [13], [14], [15].

No debe pensarse de los SCA como simples prótesis para la acción. Tales sistemas deben verse como reorganizadores de todo el funcionamiento cognitivo, y de hecho contribuyen al rediseño de estrategias en la resolución de problemas y a la reconceptualización mediante la sustitución de un sistema de representación en otro: numérico, simbólico, verbal y gráfico, por ejemplo.

Independientemente del grado de complejidad de los conceptos matemáticos a abordar en los cursos de matemática universitaria, el método de enseñanza

basado en la solución de problemas puede potenciarse en gran medida mediante el uso de los SAC. La comprensión de un problema implica que el estudiante está en capacidad de enunciar sus características más relevantes a través de diferentes representaciones, ya sean simbólicas, gráficas, tabulares y verbales, entre otras. Los SAC permiten el manejo y conversión entre diferentes tipos de representaciones, facilitando así el planteamiento de estrategias de solución de problemas desde diferentes puntos vista. Además, al tener disponibles estos registros, el estudiante podrá construir estructuras mentales con correlaciones más elaboradas entre ellos. A este respecto, en [16] se afirma que el punto fundamental en la actividad matemática no es la utilización necesaria de representaciones, sino la capacidad de pasar de un registro semiótico de representación a otro.

IV REFERENCIAS

- [1] P. Thagard, *La Mente. Introducción a las ciencias cognitivas.*, Buenos Aires: Katz Editores, 2006.
- [2] J. Fiedemberg y G. Silverman, *Cognitive Science: An introduction to the Study of Mind.*, London: Sage Publications, Inc., 2006.
- [3] C. Harstshorne, P. Weiss y A. (. Burks, *Collected papers of Charles Sanders Peirce.*, Cambridge: Harvard University Press, 1931-1958.
- [4] L. A. Toro-Carvajal, «Matemática, Ingeniería y computadora,» *Revista Educación en Ingeniería. ACOFI*, vol. No. 3, pp. 55-65, 2007.
- [5] K. Devlin, *El Lenguaje de las Matemáticas.*, Bogotá, D.C.: D'vinni Ltda., 2002.
- [6] A. A. (. Chaves, C. Álvarez, J. Hoyos y D. S.I., *Geometría, Manizales: Universidad Autónoma de Manizales*, 2015.
- [7] L. A. Toro-Carvajal, «Modelo Computacional-Representacional de la Matemática.,» *Ánfora*, vol. 17, nº 28, pp. 151-178, 2010.
- [8] G. Howard, *La nueva ciencia de la mente*, Barcelona: Paidós, 1996.
- [9] J. Godino, «Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática.,» *Recherches en Dedactique des Mathématiques.*, vol. 22, pp. 237-284, 2002.
- [10] J. Godino y S. Llinares, «El interaccionismo simbólico en educación matemática,» *Educación Matemática.*, vol. 12, pp. 70-92, 2000.
- [11] G. Goldin, «Representations and the psychology of mathematics,» *Journal of Mathematical Behaviour.*, vol. 17, nº 2, pp. 135-165, 1998.

- [12] G. Goldin y S. G., System of representations and the development of mathematical concepts. En A. Cuoco y FR. Curcio (Eds): The roles o representation in school mathematics., Reston: NCTM, 2001, pp. 1-23.
- [13] L. Toro-Carvajal, H. Ortiz-Álvarez, F. Jiménez-García y J. Agudelo-Calle, «Los sistemas cognitivos artificiales en la enseñanza de las matemáticas.,» Educ.Educ., vol. 15, n° 2, pp. 167-183, 2012.
- [14] L. Toro-Carvajal, H. Ortiz-Álvarez y F. Jiménes-García, «Solución de problemas complejos en ingeniería empleando sistemas cognitivos especializados como motivación en la enseñanza de matemáticas avanzadas para ingeniería.,» Revista Educación en ingeniería. Acofi, vol. 11, n° 22, pp. 31-38, 2016.
- [15] L. A. Toro-Carvajal, Cálculo Integral en una Variable con Matlab, Manizales: Universidad Autónoma de Manizales, 2012.
- [16] P. Duval, La conversión de representaciones: Uno de los procesos fundamentales del pensamiento., Grenoble: Editorial universitaria de Grenoble, 2008.

L.A. Toro-Carvajal, es Ingeniero Químico de la Universidad Nacional de Colombia - Sede Manizales (1979), Colombia, M.Sc. Ciencias Matemáticas de la Universidad del Valle, Colombia (2011), y Dr. en Ingeniería - Línea Automática de la Universidad Nacional de Colombia - Sede Manizales, Colombia (2014). Se vinculó a la Universidad Autónoma de Manizales en Junio de 1993, y desde 2014 es profesor titular de la misma Universidad en el Departamento de Física y Matemáticas, del cual fue Coordinador. Además, desde 2008 es profesor catedrático asociado de la Universidad Nacional de Colombia - Sede Manizales en el Departamento de Matemáticas y Estadística. Sus intereses investigativos incluyen: modelación y simulación en ingeniería, dinámica molecular, análisis funcional, método del elemento finito y el uso de los sistemas cognitivos artificiales (SCA) en la Enseñanza de las Matemáticas. Actualmente pertenece al Grupo de Investigación en Física y Matemática con Énfasis en la Formación de Ingenieros, el cual se encuentra en categoría B en COLCIENCIAS.
ORCID: 0000-0002-6706-8179.



ENSEÑANZA DE POLÍGONOS A TRAVÉS DE LAS TIC¹

Teaching polygons through TIC

Iveth Colorado²

-
- 1 Artículo derivado de una indagación realizada como requisito parcial para obtener el título de Mg. en la Enseñanza de las ciencias exactas naturales, derivado de charla que se sostuvieron con los docentes de la institución, en el mes de enero del año 2016
 - 2 Ingeniera Química, Universidad Nacional de Colombia, Especialista en Dirección de Producción, Maestría en Ingeniería Industrial.

Resumen

La investigación se basó en la implementación de un módulo interactivo con los estudiantes del grado cuarto de la Institución Escuela Normal Superior María Escolástica (IENSME), con el objetivo de afirmar el proceso cognitivo sobre polígonos a través de las TIC. Dentro de la construcción del módulo se consideraron aspectos como el desarrollo cognitivo geométrico, los modelos de enseñanza y el uso de las Tecnologías de Información y Comunicaciones (TIC), en búsqueda de potenciar los procesos de enseñanza y de aprendizaje. La investigación logró despertar destreza de los niños en el concepto de polígonos, la clasificación y su representación, la relevancia del concepto imagen, concepto definición y en la clasificación disyuntiva e inclusiva de figuras.

Palabras clave

cognición, módulo interactivo, polígonos, TIC

Abstract

The research was based on the implementation of an interactive module with the students of the fourth grade of the School Normal María Escolástica with the aim of affirming the cognitive process on polygons through ICT. Within the construction of the module, aspects such as geometric cognitive development, teaching models and the use of information and communication technologies (ICT) in order to enhance the teaching and learning processes were considered. It is thus, that the research achievement awaken children's dexterity in the concept of polygons, the classification and its representation, the relevance of the concept image, definition concept and in the disjunctive and inclusive classification of figures.

Keywords

cognition, interactive module, polygons, ICTs.

I. INTRODUCCIÓN

La investigación nace desde una escuela Normal, escuela dedicada a la formación de docentes, por parte de uno de sus grupos de investigación, denominado CEYN (Grupo de investigación para la enseñanza de las Ciencias exactas y Naturales). El grupo, conformado por docentes y estudiantes en formación para docencia, ha centrado las investigaciones en el análisis y búsqueda de la respuesta a necesidades detectadas desde dos disciplinas, las matemáticas y las ciencias naturales, que cuenta con dos ejes centrales: cognición y didáctica. Se pretendió dar respuesta a la siguiente pregunta de investigación: ¿Cuál es el avance cognitivo en los estudiantes de grado cuarto de la IENSME al aplicar un módulo interactivo para el estudio de los polígonos?

Partiendo de este cuestionamiento, el proyecto se planteó como objetivo la implementación de un módulo interactivo que permitiera analizar el nivel de comprensión de polígonos a través de las TIC, focalizando la investigación en los estudiantes del grado cuarto de primaria.

Para la construcción del módulo se tuvo en cuenta el modelo de enseñanza de Van Hiele, explicado y citado por Vargas y Gamboa [1], Jaime y Gutiérrez [2], y Castillo y Ramírez [3]. Para las etapas de Piaget sobre el desarrollo del conocimiento espacial se realizó basado en Carreño y Climent [4] y las actividades de aprendizaje fueron basadas en Godino [5].

Además, se estableció la construcción de una unidad didáctica siguiendo como objetivo de aprendizaje la identificación y justificación de relaciones de congruencia y semejanza entre figuras y modelos didácticos y tecnológicos [6].

El análisis y resultados del avance cognitivo fueron desarrollados a través de la unidad didáctica, siguiendo la estructura formal y evaluativa establecida por López Navarro [7].

II. IMPLEMENTACIÓN DE UN MÓDULO INTERACTIVO

A. Polígonos

La enseñanza de polígonos está inmersa en la enseñanza de las matemáticas, según la base para la estructura curricular colombiana, donde la geometría normalmente no se concibe dentro de las instituciones educativas actuales, como una asignatura independiente. La geometría forma parte de uno de los pensamientos matemáticos a desarrollar, establecido por los estándares de aprendizaje como pensamiento espacial y geométrico. Este último es definido como el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones materiales [8].

De acuerdo con la anterior definición, la enseñanza de polígonos permite desarrollar capacidades de comprensión espacial, enfocadas en este trabajo en específico a la comprensión de figuras planas cerradas, que tienen como característica principal estar constituidas por lados rectos (polígonos). Uno de los aspectos importantes en el estudio de polígonos es el de las relaciones entre figuras y su clasificación. En la geometría tradicional, dicho concepto se ha trabajado de manera memorística, pero según los Van Hiele, la memoria y la enseñanza de la geometría entorpecen el proceso.

De Villiers [9] ha señalado la diferencia de las clasificaciones como disjuntas (subrayan las diferencias entre las distintas clases) e inclusivas (destacan lo que tienen en común). Según Van Hiele [10], las clasificaciones inclusivas son más complejas que las disjuntas y requieren un mayor desarrollo intelectual. Para Piaget y García [11] y Vecino [12], el estudio de las características comunes a distintos tipos de figuras está relacionado con la geometría interfigural (estudio de relaciones entre diferentes figuras) e intrafigural (relaciones entre los elementos de una misma figura). Siguiendo estas observaciones y hallazgos, se propone para la enseñanza de polígonos en el grado 4° de la IENSME el esquema de la Figura 1, que muestra la selección y desarrollo de uno de los estándares básicos de aprendizaje: “Identifico y justifico relaciones de congruencia y semejanza entre figuras”.

Este esquema permitió identificar y trazar la estructura de enseñanza de la unidad didáctica desarrollada para la presente investigación, así como las consideraciones acerca del concepto imagen y concepto enunciado de Vinner [13] y el esquema de desarrollo del pensamiento geométrico, extraído de Van Hiele y Piaget, manejando las etapas para el módulo interactivo, señaladas en la Figura 2, las cuáles buscan la enseñanza a través de niveles de razonamiento.

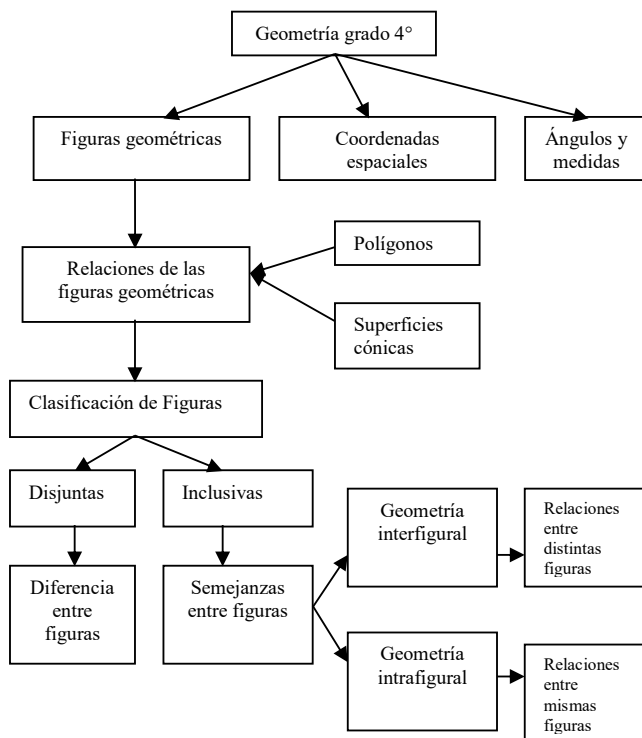


Figura 1. Estructura para la enseñanza de la clasificación de polígonos en grado 4° de Primaria

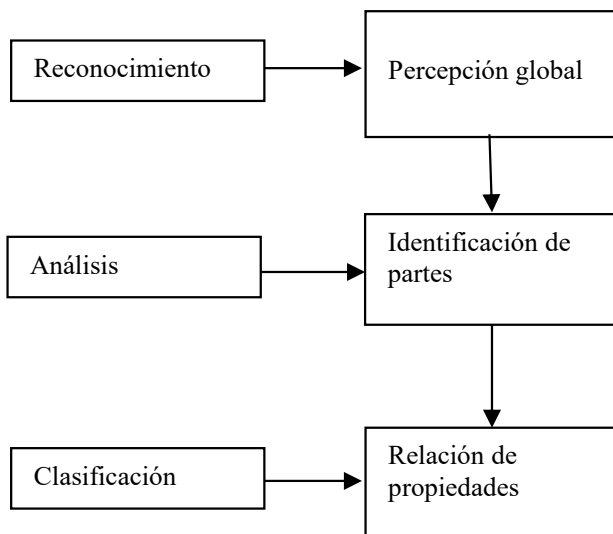


Figura 2. Esquema de desarrollo cognitivo para la enseñanza de la clasificación de polígonos

B. Ideas previas

Las ideas previas se definen como las concepciones o representaciones iniciales que tienen los educandos sobre los fenómenos del mundo donde se desenvuelven. A través de ellas, pueden comprender e interpretar los fenómenos naturales, las diferentes formas de relacionarse y, por lo tanto, plantear explicaciones.

Diferentes autores [14] explican que existen tres tipos de concepciones levemente diferenciadas, aunque en continua interacción. Las ideas previas son aquellos conceptos que traen los estudiantes antes de adquirir un conocimiento formal, entendido este último como el conocimiento que abarca el talento y comprensión de los conceptos científicos.

No se trata de establecer tres tipos diferenciados de ideas, ya que las cosas pueden ser bastante más complejas, al haber interacción entre esos factores. No obstante, pueden diferenciarse tres posibles orígenes para las ideas de los alumnos:

- a) **Origen sensorial:** las concepciones espontáneas. Se formarían en el intento de dar significado a las actividades cotidianas y se basarían esencialmente en el uso de reglas de inferencia causal aplicadas a datos recogidos en el caso del mundo natural mediante procesos sensoriales y perceptivos.

- b) **Origen social:** las concepciones inducidas. El origen de estas concepciones no estaría tanto dentro del alumno como en su entorno social, de cuyas ideas se impregnaría el alumno. La cultura es, entre otras muchas cosas, un conjunto de creencias compartidas por unos grupos sociales, de modo que la educación y la socialización tendrían entre sus metas prioritarias la asimilación de esas creencias por parte de los individuos. Dado que el sistema educativo no es hoy el único vehículo y a veces ni siquiera el más importante de transmisión cultural, los alumnos accederían a las aulas con creencias socialmente inducidas sobre numerosos hechos y fenómenos.
- c) **Origen analógico:** las concepciones análogas. A pesar de la ubicuidad de las concepciones alternativas, existen algunas áreas de conocimiento con respecto a las cuales los alumnos carecerían de ideas específicas, ya sea espontáneas o inducidas, por lo que para comprenderlas se verían obligados a activar, por analogía, una concepción potencialmente útil para dar significado a ese dominio. Cuanto menor sea la conexión de un dominio con la vida cotidiana mayor será la probabilidad de que el alumno carezca de ideas específicas al respecto. De esta forma, la comprensión debe basarse en la formación de analogías, ya sea generadas por los propios alumnos o sugeridas a través de la enseñanza.

Para esta investigación, en la institución educativa se realizó una encuesta sobre la concepción que tienen los estudiantes de grado cuarto sobre los polígonos; se buscó identificar el nivel de razonamiento propuesto por Van Hiele [10], de acuerdo con lo planteado por Pozo, Sanz, Gómez, y Limón [14].

A partir de las encuestas, pudimos observar que los estudiantes de grado cuarto se encuentran en el nivel I, ya que solo tienen una percepción global de los polígonos e identifican partes de polígonos con los que han tenido contacto en la vida cotidiana, como el triángulo y el cuadrado. De estas figuras, los estudiantes hacen reconocimiento por inferencia causal o por analogías orientadas desde sus primeros años escolares.

En el desarrollo de la encuesta de ideas previas se visualizó gran dificultad en la conceptualización de las propiedades de los polígonos, como también en la identificación de cada uno. Esto verifica la importancia de la implementación de la unidad didáctica interactiva para dar cumplimiento al estándar de competencia y DBA, que establece el MEN en búsqueda de mejorar las prácticas educativas.

C. Contexto de aula

Para la identificación del contexto de aula de esta investigación se aplicó una prueba diagnóstica en grado cuarto, conformado por 19 estudiantes que oscilan entre los 8 y los 15 años de edad. En la prueba se les preguntó sobre temas como la vivencia en la escuela, en la familia y el uso de las TIC.

Analizando el contexto de este grado escolar, se pudo observar diferentes tensiones que se viven entre los diferentes actores que convergen en ella, con una tensión alta entre los docentes y los estudiantes, como la falta de respeto; ellos expresan que existe matoneo y palabras de fuerte sentido. En el caso académico, la disciplina de enseñanza que más les gusta es matemáticas y español; específicamente en matemáticas han trabajado temas como operaciones básicas, fracciones, escalas y números romanos.

Esto nos abrió la puerta hacia el objetivo planteado con el desarrollo del módulo interactivo aplicado a la enseñanza de los polígonos, pues se encontró una falencia curricular e intensidad horaria dedicada a la geometría. También se detectó la necesidad que tenían los estudiantes de conocer esta área, especialmente el reconocimiento de los polígonos, dando así respuesta a lo planteado en las competencias planteadas por el MEN en los derechos básicos de aprendizaje.

En la familia, alto número de estudiantes viven en hogares monoparentales, perdiendo lazos de seguridad y frágiles fundamentos en valores, los cuales son fortalecidos en la institución educativa desde la interdisciplinariedad con el diseño de estructuras curriculares basados en las múltiples competencias científicas, ciudadanas y laborales.

En el manejo de las TIC, los estudiantes creen que solo se limita al uso de redes sociales, como Facebook, Whatsapp o YouTube, este último, para observar videos de programas de su interés. Ellos ven el internet como una herramienta para obtener información, sin ningún tipo de análisis y verificación de la verdad.

Desde el análisis del contexto escolar de la institución, se visualizó una dificultad en el desarrollo de las competencias matemáticas relacionadas con la geometría, tecnología y sociedad, específicamente en el concepto de polígonos y sus características, clasificación y uso, las cuales son evaluadas y analizadas en las pruebas externas.

D. Niveles de razonamiento

El razonamiento, entendido como la capacidad de reflexión de un concepto, idea o pensamiento que relaciona el entorno, variables y situaciones de influencia, implica un análisis de múltiples situaciones que brindan respuesta a un estado mental más evolucionado al tácito memorístico o mecánico. De manera interesante, Van Hiele [10] establece que la comprensión de un estudiante hacia las matemáticas está influenciada por la consideración del profesor hacia el nivel de razonamiento de su grupo de clase y se resalte así la importancia de la pregunta siempre necesaria en la didáctica:

¿Cómo enseñar?

Rosa Corberan y otros [10], en el estudio realizado para una propuesta curricular de la enseñanza de la geometría en educación media, relacionan cómo el proceso de razonamiento de los estudiantes fue afectado desde edades tempranas al dejar de considerar el desarrollo de los niveles de razonamiento, y reduce la dificultad de aprendizaje de la geometría en niveles de educación superior, debida a la aplicación de clases magistrales, memorísticas y escasas de material concreto en específico, para la enseñanza de la geometría en las primeras etapas de desarrollo cognitivo de los estudiantes, es decir, en la educación primaria.

El modelo de enseñanza de la geometría propuesto por Van Hiele [15] considera 5 niveles de razonamiento, partiendo desde el puramente visual (reconocimiento o visualización) propio de los niños de primaria, hasta el lógico formal (razonamiento de rigor) que desarrolla el matemático profesional. Cada nivel de razonamiento es secuencial y en general podría decirse que consta de una escalera de elementos, donde en el primero se visualiza, observa y reconoce los objetos geométricos, el siguiente maneja sus propiedades, pasa a la relación entre objetos y propiedades y finaliza con la demostración formal de relaciones.

De acuerdo con lo anterior, dentro de la constitución y planeación de nuestra unidad en el módulo adoptamos el esquema relacionado en la Figura 3, para la enseñanza de polígonos y el desarrollo de los niveles de razonamiento.

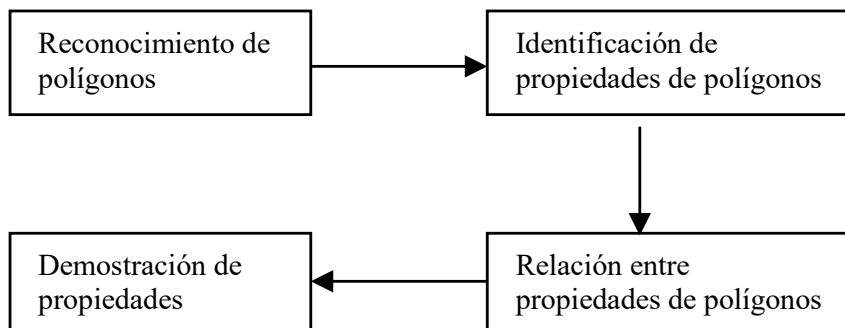


Figura 3. Niveles de razonamiento para la clasificación de polígonos

E. Estrategias Didácticas

La implementación de un módulo interactivo para la enseñanza de los polígonos, realizando uso de las TIC, fue constituida a partir de la planificación de cada uno de los momentos de clase, considerando en cada uno de ellos, las bases teóricas y los aportes de los integrantes del grupo, para responder creativamente a cada uno de las intenciones impuestas como objetivos de aprendizaje.

Fue así como se estructuró un plan de trabajo trasladado a una unidad didáctica, la cual tuvo en cuenta las siguientes consideraciones generales:

1. La enseñanza de polígonos fue enfocada al grado 4° de primaria, por lo que los temas de clase serían orientados al cumplimiento de objetivos de aprendizaje seleccionados según lo establecido por los DBA del Ministerio de Educación.
2. El trabajo de planificación de la clase inicio con el análisis del contexto de aula y el diagnóstico de pre saberes o conocimientos previos.
3. La fase de motivación debía considerar el razonamiento visual o fase inicial para la enseñanza de los polígonos y el manejo del concepto imagen. [13]
4. La fase de desarrollo estaría constituida, en su mayoría, por la interacción alumno-módulo y una menor parte interacción alumno-docente, así como el trabajo de concepto definición. [13]

5. La fase de evaluación sería consecuente con lo planeado para la enseñanza dentro del módulo, así como lo sugerido por los Van Hiele de recurrir poco a la memoria y más al desarrollo de la superación de niveles de razonamiento.

De esta manera surgieron dos encuestas: la primera correspondía al contexto de aula; la segunda, a la valoración de conocimientos previos. En el inicio de clase, con la fase información, el docente líder de aula les contó a los estudiantes de grado cuarto el tema a tratar, la metodología y materiales en general a trabajar. Un momento de motivación fue realizado con títeres y un cuento denominado “Poligonolandia”, que cumplió con tres objetivos 1) Razonamiento visual y concepto imagen y 2) Manipulación de material concreto 3) Transversalizar uno de los proyectos de investigación de nuestro Grupo de investigación CEYN, Desarrollo cognitivo a través de la enseñanza por medio de títeres. El desarrollo de clase involucró el software Powtoon, un programa de videos y presentaciones en el que se integró el concepto definición, reconocimiento visual de formas geométricas (polígonos) y una generación de actividades interactivas diseñadas en el software jclick. Cada una de ellas busco desarrollar la fase de relación de propiedades de las figuras geométricas (polígonos).

Posteriormente se realizó una fase de explicitación, con el fin de conocer la experiencia de clase de los estudiantes, reforzar el vocabulario y conceptos aprendidos antes del paso a la valoración e integración.

Pudo observarse la intención constante de la clase por llevar a la comprensión del concepto imagen a través de objetos del entorno y el reconocimiento a través del material concreto e interactivo, reforzando así lo establecido por Jaime y Gutiérrez [2], quienes sostienen que en la formación de la imagen de un concepto juega un papel básico la propia experiencia y los ejemplos mostrados o usados en los contextos escolar y extraescolar, así como el favorecimiento de conjeturas a través del uso adecuado de figuras.

III. CONCLUSIONES

Durante el proceso de enseñanza de polígonos mediada por las TIC se pudo percibir, aún en el primer momento de clase, el interés de los estudiantes, interpretándolo desde su curiosidad y manifestación de interrogantes. Es de resaltar la influencia de cada una de las combinaciones de estrategias y modelos en cada uno de los momentos, desde el análisis de contexto, la valoración de las

ideas previas, hasta el momento mismo de la enseñanza dentro del aula, pues cada una de las consideraciones hechas para la aplicación del módulo, mostraba su positiva respuesta de manera inmediata en los estudiantes del grado.

Es importante recordar, además, que las TIC son una herramienta didáctica de valor en el desempeño de una clase, solo si el maestro y el estudiante realizan un apropiado uso de ellas. Esta afirmación se apoya en la observación del primer día de clase, donde la maestra que realizó la explicación con el módulo la usó como una simple presentación que dejó vacíos durante el momento de énfasis de conceptos.

El módulo no debe concebirse como una actividad ni como una salida al aula de sistemas o la exploración de un software; por el contrario, debe entenderse como un todo, constituido para apoyar el desarrollo cognitivo de los estudiantes. Además, debe explotarse considerando las etapas de razonamiento, para que cada una de las partes diseñadas para la clase cumplan su fin y el estudiante pueda comprender esta pequeña parte de la geometría.

AGRADECIMIENTOS

El autor reconoce las contribuciones de los integrantes del grupo de Investigación CEYN de la Escuela Normal Superior María Escolástica, A. González, A. Buitrago, A. Duque, E. Ocampo, M. Quintero, V. Rivera, N. Henao, L. Grisales, al desarrollo de la unidad didáctica y las contribuciones al trabajo de investigación. Agradecen a A. López y F. Valencia por su ayuda en la utilización de herramientas tecnológicas y la colaboración hacia A. González, M. Quintero y L. Grisales en la elaboración de las presentaciones y actividades del módulo interactivo. También agradece a Y. Guerrero, por sus aportes y apoyo constante, su colaboración y guía en la elaboración de cada uno de los proyectos de investigación del grupo, y sus aportes para este trabajo en la elaboración de ideas previas y contexto de aula.

IV. REFERENCIAS

- [1] Vargas, G. y Gamboa, R., “El Modelo De Van Hiele Y La Enseñanza De La Geometría”, *Uniciencia*, 27(1), pp.74-94, 2013.
- [2] Jaime, A. y Gutiérrez, A., *Una propuesta de Fundamentación para la Enseñanza de la Geometría: El modelo de van Hiele*, Práctica en Educación Matemática. Sevilla: Ediciones Alfar, 1990.


- [3] Castillo, J. y Ramírez, D., Piaget y Van Hiele en la enseñanza y aprendizaje del desarrollo de la capacidad para hacer representaciones bidimensionales de cuerpos tridimensionales. Pereira: Facultad de ciencias de la educación, 2012.
- [4] Carreño, E. y Climent, N., Conocimiento Del Contenido Sobre Polígonos De Estudiantes Para Profesor De Matemáticas. PNA, pp.11-23, 2010.
- [5] Godino, J., Didáctica de las matemáticas para maestros. Granada: Gami, 2004.
- [6] García, F., "Los Modelos Didácticos Como Instrumento De Análisis Y De Intervención En La Realidad Educativa", Revista Bibliográfica de Geografía y Ciencias Sociales, 207, pp.1-12, 2002.
- [7] López Navarro, M., Modelo para la programación de una unidad didáctica, 2010 [En línea]. Disponible en: <https://www.edudactica.es/Docus/Recursos/Modelo%20Programar%20UD.pdf>
- [8] MEN, Lineamientos curriculares de matemáticas. Bogotá: Autor, 1998.
- [9] De Villiers, M., "The role and function of a hierarchical classification of quadrilaterals", For the learning of mathematics, pp.11,1994.
- [10] Corberan, R., Gutiérrez, A., Huerta, M., Jaime, A., Bautista, J., Peñas, A. y Ruíz, E., Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en enseñanza secundaria basada en el modelo de razonamiento de Van Hiele. Madrid: Din Impresores, 1994.
- [11] Piaget, J. y García, R., Psicogénesis e historia de la ciencia. México: Siglo XXI, 1984.
- [12] Vecino, F., Didáctica de la geometría en la educación primaria. Madrid: Pearson, 2003.
- [13] Vinner, S., "The role of definitions in the teaching and learning of mathematics". En: D. Tall (ed.), Advanced mathematical thinking The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1991.
- [14] Pozo, J., Sanz, A., Gómez, M. y Limón, M., "Las ideas de los alumnos sobre la ciencia: una interpretación desde la psicología cognitiva", Enseñanza de las ciencias: revista de investigaciones y experiencias didácticas, 9(1), pp.83-94, 1991.
- [15] Huerta, M., Los niveles de Van Hiele en relación con la taxonomía solo y los mapas conceptuales. España: Universidad de Valencia, 1999.

Iveth Colorado, nació en Dorada Caldas, el 21 de marzo de 1986. Se graduó en el año 2010 de Ingeniería Química en la Universidad Nacional de Colombia. Por su interés y campo de acción en la Industria de ese entonces, fue especialista en Dirección de Producción y Operaciones para el año 2012, título obtenido en



la misma Universidad en que realizó su pregrado. Obtuvo beca como estudiante sobresaliente de posgrado y fue así como realizó su maestría en Ingeniería Industrial, culminando en el año 2014; encontró allí, su primera experiencia como docente en la modalidad docente de apoyo de sus profesores de maestría.

Ejerció profesionalmente en la microempresa de molienda de Minerales, Pulverizar S.A y La Dirección Territorial de Salud de Caldas, donde sus intereses y campo de acción se fijaban en la coordinación de calidad y el medio ambiente. Posteriormente, ingresó a la Secretaría de Educación de Caldas, donde se desempeña como docente de aula en la actualidad.



RAZONAMIENTO
COVARIACIONAL A TRAVÉS
DEL SOFTWARE DINÁMICO.
EL CASO DE LA VARIACIÓN LINEAL
Y CUADRÁTICA¹

Covariational reasoning through
dynamic software. The case of linear
and quadratic variation

Piedad Ávila²

-
- 1 Producto derivado del trabajo de grado para optar al título de Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, en la Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín. Asesorado por el Doctor en Educación, Jhony Alexander Villa Ochoa.
- 2 P.E. Ávila docencia en la Institución Educativa San Agustín, Medellín (Colombia); email: piedad.avila@gmail.com.

Resumen

En este texto se discute una experiencia de aula basada en el razonamiento covariacional, a través del uso del software dinámico Geogebra, específicamente para el caso de las funciones lineal y cuadrática. Este estudio surgió debido a la debilidad que se observa dentro del aula a la hora de trabajar funciones, ya que se da mayor importancia a las definiciones, propiedades y representaciones gráficas, que a la necesidad de generar en el estudiante procesos que lo lleven al análisis e interpretación de los procesos de variación. Por medio de las actividades propuestas para los estudiantes, se observó la manera como ellos comprenden diversos problemas en los que se involucra el concepto de variación y el uso del razonamiento covariacional.

Palabras clave

Covariación, estudio de casos, función cuadrática, función lineal, Geogebra.

Abstract

In this text we discuss a classroom experience based on covariational reasoning, through the use of the Geogebra dynamic software, specifically for the case of linear and quadratic functions. This study arose due to the weakness that is observed in the classroom when working functions, since it gives greater importance to definitions, properties and graphic representations, than to the need to generate in the student processes that take it to the analysis and interpretation of variation processes. Through the activities proposed for the students, the way they understand various problems in which the concept of variation and the use of covariational reasoning is involved was observed.

Keywords

Covariation, case study, quadratic function, linear function, Geogebra, variational thought, variation.

I. INTRODUCCIÓN

El pensamiento variacional se ha convertido para muchos investigadores en una de las principales fuentes de estudio, debido a la importancia que tiene el estudio de la variación dentro de las matemáticas. Para el caso particular de este trabajo, se abordó el estudio de la variación asociada a las funciones lineal y cuadrática; para ello, se hizo uso del software dinámico Geogebra.

En la actualidad, las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) son reconocidas como una de las herramientas con mayores potencialidades para

ser utilizadas en el aula. El docente es quien debe darles un manejo adecuado a estas herramientas, para que su uso sea encaminado a promover el desarrollo de pensamiento matemático, teniendo claro el currículo académico y un correcto diseño de las actividades. Estas actividades deben permitir que el estudiante pueda encontrar allí una herramienta que se convierta en un apoyo para una mejor comprensión de los conceptos trabajados.

Aunque las TIC abarcan gran cantidad de instrumentos y materiales de apoyo, la experiencia que se reporta en este documento se centró específicamente en el uso del software dinámico Geogebra, como herramienta para el trabajo del razonamiento covariacional, particularmente en aspectos asociados a las funciones lineales y cuadráticas. De igual manera, se propone a través del uso de dichas herramientas estudiar las propiedades de las funciones lineales y cuadráticas y sus aplicaciones en los diferentes sistemas de representación (gráficas, cinemáticas y tabulares).

Este artículo retoma el marco conceptual propuesto por Carlson y sus colaboradores [1] para sistematizar y discutir una experiencia de aula y la forma como un estudiante afronta situaciones que involucran procesos de variación y el uso del razonamiento covariacional.

II. DESARROLLO DEL ARTÍCULO

A. Antecedentes

A partir de la experiencia como docente, ha sido posible observar una carencia en el tratamiento de los textos escolares respecto al trabajo con funciones en donde se resalten los aspectos variacionales que son inherentes.

En particular, en los temas asociados a las funciones lineales y las cuadráticas, algunos textos se limitan al estudio de los aspectos algebraicos y las características analíticas de los mismos, pero no se trabajan las relaciones de dependencia o covariación entre dos cantidades en las que interviene una tasa de variación constante; hace falta profundizar en el análisis de gráficas y hacer referencia a otras formas de trabajo con funciones, como es el caso del uso de software dinámicos. El tipo de actividades contextualizadas que allí se plantean llevan directamente al uso de las fórmulas. Estos elementos confirman los planteamientos de Villa-Ochoa [2] quien señala que:

[...]En general, el estudio de la función cuadrática en el salón de clases atiende a una definición formal, para luego estudiar algunas propiedades de la ecuación y la gráfica (vértice, crecimientos y decrecimientos...), y, por último, realizar algunas aplicaciones. Pocas veces el estudio inicial de la función cuadrática en el aula y los libros de texto incluye una interpretación de variación de su crecimiento y concavidades con situaciones [de variación] [traducción libre].

Asimismo, el autor señala que existen estudiantes que puedan comprender algunas características de las funciones lineal y cuadrática a partir de una aproximación variacional, proporcionando una base para un estudio posterior de los conceptos del cálculo.

A través de esta revisión se observa la necesidad de establecer actividades en el aula de clases, en las que se planteen alternativas escolares que promuevan el reconocimiento de la variación en situaciones en las cuales el concepto de función está presente.

B. Elementos teóricos

1) Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos y Analíticos

La experiencia que se reporta en este documento estuvo centrada teóricamente en las características del pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos que, como describe el Ministerio de Educación Nacional (MEN), puede considerarse como una de las metas a alcanzar dentro de los contenidos curriculares de matemáticas, con la variación como el eje central de dicho pensamiento. Este pensamiento involucra la adquisición paulatina de diversos patrones, relaciones y funciones, además de generar en los estudiantes la capacidad de análisis y la utilización de modelos matemáticos, que les permita desenvolverse en diversos contextos y reconocer y representar diversas relaciones, incluso desde las mismas ciencias [3].

Diversos autores han centrado su atención en el estudio del pensamiento variacional. A continuación, se muestran algunos de ellos.

Vasco [4] hace una aproximación al pensamiento variacional, describiéndolo como:

[...] una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad. Tiene pues un

momento de captación de lo que cambia y lo que permanece constante, y de los patrones que se repiten en ciertos procesos, como los cambios de temperatura durante el día y la noche, de los movimientos de caída libre o tiro parabólico; luego tiene un momento de producción de modelos mentales cuyas variables internas interactúan de manera que reproduzcan, con alguna aproximación, las covariaciones detectadas; luego tiene un momento de echar a andar o “correr” esos modelos mentales para ver qué resultados producen; otro de comparar esos resultados con lo que ocurre en el proceso que se trata de modelar; y, finalmente, el momento de revisar y refinar el modelo, o descartarlo y empezar de nuevo (p. 138).

Para Vasco [4], lo esencial dentro del pensamiento variacional hace referencia a la “covariación entre cantidades de magnitud, principalmente las variaciones de tiempo”. Busca específicamente modelar aquellos patrones que se generan mediante la covariación de este tipo de cantidades.

Otros trabajos que pueden encontrarse en relación con el pensamiento variacional son los de Cantoral y Farfán [5], quienes trabajan el pensamiento y el lenguaje variacional desde una perspectiva socioepistemológica. Desde esta perspectiva, la investigación y las prácticas escolares se articulan y se relacionan con el pensamiento y el lenguaje variacional y la didáctica.

Trabajar el pensamiento y el lenguaje variacional implica la comprensión de diversos conceptos matemáticos, algunos conceptos pre algebraicos y de algunos procesos matemáticos necesarios para tal fin. Implica la comprensión de las formas gráfica y no solamente de la visualización superficial de la forma.

En ese sentido, Cantoral y Farfán [5] definen el pensamiento y el lenguaje variacional como

Una línea de investigación que, ubicada al seno del acercamiento socioepistemológico, permite tratar con la articulación entre la investigación y las prácticas sociales que dan vida a la matemática de la variación y el cambio en los sistemas didácticos.

Con base en lo anterior, puede afirmarse que el tema de la variación es una herramienta necesaria en el aula de clase a la hora de trabajar las funciones y buscar que los estudiantes se apropien de manera correcta de este concepto. De ahí la importancia de experiencias como las que se reportan en este documento.

2) Razonamiento covariacional

El marco conceptual que se retomará para analizar la experiencia que se reporta en este documento será la propuesta de Carlson, Jacobs, Coe, Larsen y Hsu [1]. Estos autores desarrollaron un marco conceptual para describir el razonamiento covariacional y señalan que a partir de este se podrá realizar una observación directa y un análisis del modo en el que los estudiantes pueden comprender diversas situaciones en las que se involucra el concepto de variación, además de aquellos problemas que sugieren el uso del razonamiento covariacional.

Desde Carlson et al. [1], se define el razonamiento covariacional como “las actividades cognitivas implicadas en la coordinación de dos cantidades que varían mientras se atiende a las formas en que cada una de ellas cambia con respecto a la otra.

Este marco conceptual hace referencia a cinco acciones mentales que permiten describir la manera como los estudiantes razonan frente a diversas situaciones de variación y cinco niveles de desarrollo, que están estrechamente relacionados con las acciones mentales.

Estas acciones mentales y niveles de desarrollo están representados en la Tabla 1.

TABLA 1. ACCIONES MENTALES [1]

Acción mental	Descripción de la acción mental	Comportamiento
AM1	Coordinación del valor de una variable con los cambios en la otra.	Designación de los ejes con indicaciones verbales de coordinación de las dos variables (e.g., y cambia con cambios en x)
AM2	Coordinación de la dirección del cambio de una variable con los cambios en la otra variable.	Construcción de una línea recta creciente. Verbalización de la consciencia de la dirección del cambio del valor de salida mientras se consideran los cambios en el valor de entrada.
AM3	Coordinación de la cantidad de cambio de una variable con los cambios de la otra.	Localización de puntos/construcción de rectas secantes. Verbalización de la consciencia de la cantidad de cambio del valor de salida mientras se consideran los cambios en el valor de entrada.
AM4	Coordinación de la razón de cambio promedio de la función con los incrementos uniformes del cambio en la variable de entrada.	Construcción de rectas secantes contiguas para el dominio. Verbalización de la consciencia de la razón de cambio del valor de salida (con respecto al valor de entrada) mientras se consideran los incrementos uniformes del valor de entrada.
AM5	Coordinación de la razón de cambio instantánea de la función con los cambios continuos en la variable independiente para todo el dominio de la función.	Construcción de una curva suave con indicaciones claras de los cambios de concavidad. Verbalización de la consciencia de los cambios instantáneos en la razón de cambio para todo el dominio de la función (los puntos de inflexión y la dirección de las concavidades son correctos).

TABLA 2. NIVELES DE RAZONAMIENTO CARLSON ET AL. [1].

Niveles de razonamiento covariacional		
Nivel de Razonamiento	Nombre	Comportamiento
Nivel 1 (N1)	Coordinación	En el nivel de coordinación, las imágenes de covariación pueden sustentar a la acción mental de coordinar el cambio de una variable con cambios en la otra variable (AM1).
Nivel 2 (N2)	Dirección	En el nivel de dirección, las imágenes de la covariación pueden sustentar a las acciones mentales de coordinar la dirección del cambio de una de las variables con cambios en la otra. Las acciones mentales identificadas como AM1 y AM2, ambas son sustentadas por imágenes de N2.
Nivel 3 (N3)	Coordinación cuantitativa	En el nivel de la coordinación cuantitativa, las imágenes de la covariación pueden sustentar a las acciones mentales de coordinar la cantidad de cambio en una variable con cambios en la otra. Las acciones mentales identificadas como AM1, AM2 y AM3 son sustentadas por las imágenes N3.
Nivel 4 (N4)	Razón promedio	En el nivel de la razón promedio, las imágenes de covariación pueden sustentar a las acciones mentales de coordinar la razón de cambio promedio de una función con cambios uniformes en los valores de entrada de la variable. La razón de cambio promedio se puede descomponer para coordinar la cantidad de cambio de la variable resultante con los cambios en la variable de entrada. Las acciones mentales identificadas como AM1 hasta AM4 son sustentadas por imágenes N4.
Nivel 5 (N5)	Razón instantánea	En el nivel de la razón instantánea, las imágenes de covariación pueden sustentar a las acciones mentales de coordinar la razón de cambio instantánea de una función con cambios continuos en la variable entrada. Este nivel incluye una conciencia de que la razón de cambio instantánea resulta de refinamientos más y más pequeños en la razón de cambio promedio. También incluye la conciencia de que el punto de inflexión es aquel en el que la razón de cambio pasa de ser creciente a decreciente, o, al contrario. Las acciones mentales identificadas como AM1 a AM5 son sustentadas por las imágenes de N5.

La importancia de describir el razonamiento covariacional radica en que se hace énfasis específico en el desarrollo del pensamiento variacional, es decir, en la noción de variación en diferentes contextos. Esta noción de variación, tomada como una razón de cambio, implica directamente la covariación.

Por otro lado, como afirman Carlson et al. [1], este marco conceptual de covariación es importante ya que:

[..] Proporciona una herramienta analítica con la cual evaluar el pensamiento covariacional en un grado más fino de lo que ha sido posible en el pasado. Además, proporciona una estructura y un lenguaje para clasificar el pensamiento covariacional en el contexto de la respuesta de un estudiante a un problema específico, y para describir las habilidades generales de razonamiento covariacional de un estudiante.

C. Metodología

Como ya se mencionó anteriormente, este texto forma parte de un trabajo de indagación sobre el proceso de razonamiento covariacional asociado al concepto de función lineal y cuadrática, a través del uso del software dinámico Geogebra.

Aunque no se trató de un proyecto de corte investigativo, si se adoptaron algunas características del enfoque cualitativo.

Para el desarrollo de las actividades en el aula se seleccionaron dos estudiantes de grado décimo (14-15 años). Con ellos se hizo un seguimiento continuo en la manera como abordaron un conjunto de situaciones en las que intervenían fenómenos de covariación asociadas a funciones lineales y cuadráticas. Esta experiencia estuvo orientada a través de una base teórica del razonamiento covariacional, enfocando en la manera como el uso de software dinámico promueve dicho razonamiento. Para este documento tendremos en cuenta únicamente el caso de Juanito.

Se tuvo en cuenta, entonces, algunos aspectos importantes como fueron: el contexto en el que se abordaron los saberes previos a este trabajo y que son de gran utilidad para el mismo; los instrumentos utilizados para llevar a cabo las diversas actividades propuestas y la respectiva explicación detallada de ellas; el registro de la información y los instrumentos utilizados para hacer estos registros; y finalmente, los análisis de la información obtenida a través de la utilización de estos instrumentos.

1) Los instrumentos

Para la experiencia en general, se tuvo en cuenta la realización de tres guías de trabajo pensadas de una manera articulada con el fin de iniciar a los estudiantes del grado décimo en el estudio del concepto de función lineal y posterior a ello en el concepto de función cuadrática.

Para efectos del artículo, se retoma la primera guía de trabajo realizada sobre función lineal. Esta se dividió en cinco partes como se muestra a continuación: Asignación de consulta sobre diferentes planes de telefonía celular con el fin de seleccionar dos de ellos, justificando la selección. La consulta se realizó vía internet y fue libre con respecto a los operadores que debían seleccionar. El tema de la consulta era de interés para los estudiantes y se usó como motivación al momento de asignarla. Se buscaba entonces que los estudiantes analizaran cuál de los dos planes era más económico y por qué.

Socialización de las investigaciones. Cada estudiante reportó el resultado de sus selecciones presentando las consideraciones que tuvo en cuenta para hacerlas. Se buscaba que los estudiantes hicieran una relación costo/beneficio entre los precios

de los planes y los servicios que adquieren con ese plan. Además, se pretendió mirar matemáticamente de qué se valieron para tal actividad.

Asignación de la guía de trabajo y de la gráfica de Geogebra. Se les presentó a los estudiantes una actividad sobre dos planes de telefonía celular y se buscaba que, a través de una serie de preguntas orientadoras, los estudiantes llegaran a identificar qué plan resultaba más conveniente o económico; Además, que pudieran trabajar dentro de la actividad conceptos como función lineal.

TABLA 3. PLANES DE TELEFONÍA 1

Operador/plan	Tarifa fija mensual	Costo por minuto
(1) Plan prepago tarifa simple 3	\$ 0	\$ 229
(2) Plan pospago cargo básico	\$ 19 491	Plan \$ 219 Adicional \$ 330

Dentro de la guía se le presentó a los estudiantes un archivo adicional manipulable en el software Geogebra, con gráficas correspondientes a los dos planes de telefonía celular. Además, una de las gráficas con un punto arbitrario que podía manipularse para observar los cambios que generaba en ella. Dentro de la guía, los estudiantes podían encontrar una tabla con los valores para cada una de las gráficas y, como se mencionó anteriormente, una serie de preguntas orientadoras. La idea principal de todo este contenido era buscar en los estudiantes una aproximación al concepto de función, en donde ellos pudieran comparar los dos planes de telefonía a la luz de sus conocimientos previos en matemáticas. Debían llegar a generalizaciones algebraicas adecuadas que mostraran la manera como razonaban y generar, a partir de esta situación, otras en las que pudieran crear sus propias gráficas.

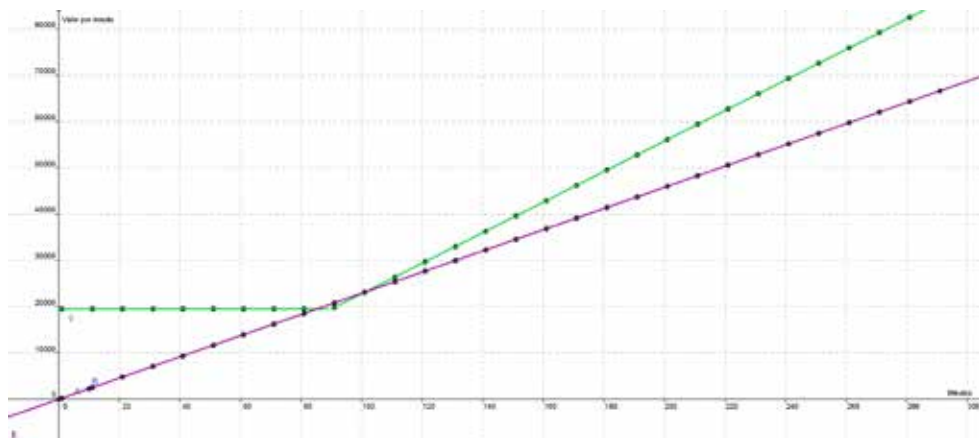


Figura 1. Gráfica perteneciente a la guía de trabajo 1

Socialización de los resultados del desarrollo de la guía. Teniendo claro que depende del plan y de los costos por minuto es el valor a pagar por el servicio, se pone en común la forma de desarrollar la guía por cada estudiante y el análisis de cada numeral.

Asignación de consulta sobre situaciones similares a las planteadas en la guía y generación de gráfica correspondiente. Posterior al trabajo con la guía, se les pidió a los estudiantes que encontraran relaciones adicionales de costo y consumo en diferentes situaciones cotidianas para ellos. A partir de estas situaciones, se les pidió hacer una relación algebraica y una posible solución gráfica para cada una de ellas.

2) El razonamiento covariacional.

Algunos resultados

a) El caso de Juanito

Juanito inicia con la realización de los momentos uno y dos de la actividad, pero antes hace una lectura rápida de toda la guía de trabajo.

Una de las preguntas orientadoras que se hacían en el tercer momento de la actividad pedía averiguar cuánto pagaría una persona por consumir 65 minutos y 100 minutos en cada uno de los dos planes. Para el primer plan, Juanito reconoce la relación de multiplicación que se establece entre el valor unitario del minuto (\$229) y la cantidad de minutos consumidos según la pregunta (65 y 100 minutos), para obtener un valor total de \$14 885 y \$22 900, respectivamente.

Este reconocimiento puede interpretarse como una acción mental uno, dentro del marco conceptual de Carlson y sus colaboradores [1], ya que el estudiante no solo está reconociendo una dependencia entre las cantidades “minutos consumidos” y “valor del consumo”, sino que también ha establecido las relaciones numéricas que entre ellas interviene, es decir, que se observa una coordinación del valor de una variable con los cambios de otra. Se observa la necesidad de que el estudiante reconozca que dichas cantidades son variables y, por tanto, las operaciones numéricas realizadas se presentan como una manera de observar la relación o covariación entre dichas variables.

Para el segundo plan, el estudiante reconoce que se paga un plan básico de \$19.491 por consumir hasta 89 minutos. De acuerdo con esto, responde que por 65 minutos en el plan debe pagar el mismo valor del plan básico, es decir \$19.491. Para la pregunta de cuánto paga por consumir 100 minutos, como no tiene una respuesta inmediata y se evidencia una dificultad para ello, la deja para el final. El alumno realiza el proceso adecuado gracias a la interacción entre Geogebra y los cálculos realizados en la calculadora del computador que le permitieron adquirir mayor seguridad y comprensión frente a los procedimientos que debía realizar para resolver la situación adecuadamente. A partir de la observación de la gráfica, el estudiante pudo calcular un valor aproximado y corroborarlo en la figura.

Cabe resaltar que inicialmente el estudiante no comprendía adecuadamente lo que pasaba con el plan (2); al realizarlo, inicialmente observaba la gráfica y la tabla de los valores dados en repetidas ocasiones, lo que generó en el estudiante una inquietud que no le permitió dar una respuesta de inmediato. Sin embargo, a lo largo de la realización de otros puntos de la guía, como llenar una tabla con diferentes valores para el plan (1) y (2), el estudiante consiguió tomar conciencia frente al reconocimiento de un valor fijo para cierta cantidad de minutos y que, cuando esta cantidad de minutos aumenta, el valor a pagar por cada uno de ellos cambia y varía dependiendo de la cantidad de más. El software juega un papel importante como mediador para el conocimiento; en este caso, le permitió al estudiante visualizar un valor aproximado para el total de minutos en el plan dos, utilizando las herramientas proporcionadas por el software, como la ubicación de un punto. De esta manera, pudo llegar a una respuesta más aproximada.

Después de responder las anteriores preguntas, el estudiante da un salto dejando para el final la realización de aquellas que tienen que ver más con visualización, manipulación y comprensión de las gráficas, y continúa trabajando con aquellas preguntas que tienen que ver estrictamente con la parte algebraica. Esto lo hace con el fin de continuar con la misma línea de trabajo y facilitar el trabajo que venía realizando. En el siguiente diálogo se observa una evidencia de este hecho:

Docente: *“¿Juanito, por qué te saltaste esas preguntas?”*

Juanito: *“Profe, es que es más fácil hacer las otras primero”*

Docente: *“¿y por qué es más fácil?”*

Juanito: *“ah, pues porque ya había empezado a resolver las preguntas donde tengo que hacer cálculos, entonces me parece mejor seguir con esas y luego hago las otras”*

Figura 2. Evidencia 2

Cuando se le da una cantidad determinada en el plan (1), para encontrar el total de minutos a los que corresponde, se observa facilidad en su solución. Esto muestra que el estudiante encuentra una correlación en términos de operaciones, relacionado con las cantidades numéricas allí involucradas.

El estudiante observa que los valores de una de las cantidades dependen de la otra y ha determinado el procedimiento que describe esa relación. Sin embargo, aún no ha establecido un parámetro general para que se evidencie cierto rango algebraico, es decir, que no reconoce los valores como variables; pero sí está pensando en términos aritméticos. En este caso, el estudiante estaría en un Nivel 1, ya que se observa coordinación por parte del estudiante en cuanto al valor que toma una variable, dependiendo de los cambios de otra, aunque estrictamente no lo trabaje como variable.

Para responder a la pregunta: ¿en qué momento las operadoras cobrarían el mismo valor?, el estudiante tiene en cuenta el punto de intersección de las gráficas en Geogebra. El alumno hace uso de lo visual y de la herramienta tecnológica que en este caso es el software Geogebra, para llegar a respuestas de tipo aritmético.

En su respuesta, el estudiante no hace referencia específica al plan que corresponde la cantidad de minutos encontrado que es 85, pero se entiende que para el plan (2) es el valor fijo que se paga y ese valor si se divide por 229, da un promedio del número de minutos que puede pagar con ese valor, pero en el plan (1), (esto por haberlo dividido por \$229 que es el valor del minuto en ese plan).

Pregunta: *¿En qué momento las operadoras cobrarían el mismo valor?*

Juanito: *Cuando se cobran \$19491, aproximadamente cuando se consumen los 85 minutos.*

Figura 3. Evidencia 3

Cabe resaltar que ese valor lo toma directamente por observación en la gráfica; sin embargo, omite que existe otro punto en el que se encuentran las gráficas, es decir, otro momento en el que las operadoras cobran el mismo valor.

En este caso, el estudiante deja a un lado la parte aritmética y hace uso de lo visual para llegar a una respuesta, aunque esa observación la centra más en una de las intersecciones de las dos gráficas, ya que muy próximo a esa intersección se encuentra un punto ubicado que llama la atención del estudiante, mientras que la otra intersección no es tan visible para él porque no existe un punto dado cercano. El razonamiento que el estudiante hace a partir de la observación en la gráfica y de un punto específico en ella ubican al estudiante en un nivel 2 de razonamiento, ya que sustenta las acciones mentales identificadas como AM1 y AM2 que hablan no solo de la coordinación del valor de una variable con los cambios de otra, sino que existe también una coordinación en la dirección de cambio.

El alumno continúa con la tabla que debe completar para los dos planes de telefonía. En esta tabla se le dan en algunos casos el número de minutos consumidos para que encuentre el valor total a pagar para los dos planes; en otras ocasiones, se le da el valor total a pagar para el plan (1) o para el plan (2) y se le pide que encuentre la cantidad de minutos consumidos.

Se observa que, sin ninguna dificultad, el estudiante encuentra los valores para el plan (1), multiplicando el número de minutos consumidos por el valor del minuto, (\$229); y en el caso en el que se le daba el valor del plan (1), dividiendo los valores dados por el valor del minuto, para obtener el total de minutos consumidos. Como se mencionó anteriormente, el estudiante establece una relación numérica entre dos cantidades, donde una de ellas depende estrictamente de la otra.

De acuerdo con lo anterior, se observa claridad por parte del estudiante en cuanto a la relación numérica entre las cantidades dadas, ya fuera una relación directa o inversa, haciendo uso de la multiplicación y la división como una

opción para responder a estas preguntas numéricas específicamente relacionadas con cantidades, además reconoce las cantidades “consumo” y “valor total” como variables, y un valor constante, que es el costo del minuto. Se observa entonces que Juanito coordina los cambios de una variable con los cambios de otra; según el marco conceptual de Carlson [1], este reconocimiento corresponde a la primera acción mental.

Para encontrar las cantidades correspondientes al plan (2), inicialmente busca los valores dentro de la tabla de puntos que tiene la guía y observa que hasta el minuto 89 una persona debe pagar el mismo cargo básico de \$19.491; por lo tanto, empieza por escribir el valor para aquellos minutos que están dentro del valor constante o cargo básico. Esto muestra que el estudiante reconoce que para el plan (2), el valor del cargo básico siempre será el mismo, siempre y cuando la cantidad de minutos consumidos sea igual o menor a 89. De acuerdo con esto, se asume entonces el cargo básico como una tasa de variación (razón de cambio) de tipo discreta y que dentro del marco conceptual se relaciona con una acción mental 3, ya que existe coordinación de las magnitudes relativas de cambio en las variables allí establecidas.

Las siguientes ilustraciones muestran la tabla de la guía en la que el estudiante se basó para encontrar algunos valores y la tabla completada por el estudiante, de acuerdo a los cálculos realizados, respectivamente.

(0, 19491)	(0, 0)
(89, 19491)	(5, 1145)
(101, 23121)	(10, 2290)
(111, 26421)	(15, 3435)
(121, 29721)	(20, 4580)
(131, 33021)	(25, 5725)
(141, 36321)	(30, 6870)
(151, 39621)	(35, 8015)
(161, 42921)	(40, 9160)
(171, 46221)	(45, 10305)
(181, 49521)	(50, 11450)
(191, 52821)	(60, 13740)
(201, 56121)	(70, 16030)
	(80, 18320)
	(90, 20610)
	(100, 22900)
	(110, 25190)
	(120, 27480)
	(130, 29770)
	(140, 32060)
	(150, 34350)
	(160, 36640)
	(170, 38930)
	(180, 41220)
	(190, 43510)
	(200, 45800)

Número de minutos consumidos	Valor Plan (1)	Valor Plan (2)
2	\$458	\$19.491
4	\$916	\$19.491
5	\$1145	\$19.491
6	\$1374	\$19.491
12	\$ 2.748	\$19.491
36	\$8.244	\$19.491
96	\$21.984	\$ 21.929
124	\$28.396	\$31.491
146	\$ 33.434	\$38.301
158	\$36.182	\$42.261
164	\$37.556	\$ 44.369
183	\$41.907	\$50.511

Figura 4. Evidencia 4

Para responder a las preguntas de qué pasa con la gráfica cuando el valor del minuto aumenta o disminuye, el estudiante le pide ayuda al docente y él le pide observar detenidamente la animación y mirar cómo un punto B arbitrario puede manipularse para ver los cambios que puede tener la gráfica. De esta manera, el estudiante deduce que, si el minuto aumenta su costo, la gráfica cambia su inclinación, apuntando más hacia arriba y que, por el contrario, cuando el minuto es más barato, la gráfica se inclina en forma opuesta, lo que lo ubica en una acción mental dos de coordinación de la variación en la dirección de cambio de una variable con los cambios de la otra.

La observación realizada por el estudiante, gracias a la manipulación del software, prueba que este es una herramienta para el análisis de la variación entre cantidades. De acuerdo con esta información, se puede decir que el estudiante se encuentra en un nivel 3, ya que se observa coordinación entre la cantidad de cambio de una variable y el cambio que se produce en la otra.

Cuando se le pregunta al estudiante por la relación entre el número de minutos consumidos en cada uno de los planes y el costo total del consumo, el estudiante define claramente para el plan (1) que:

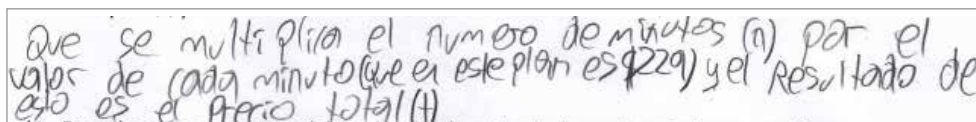


Figura 5. Evidencia 5

Algebraicamente, el estudiante está definiendo correctamente la función, comprendiendo que hay una dependencia entre dos cantidades que se relacionan con un valor constante, lo que lo lleva a mostrar evidencias de una acción mental 3.

Con respecto al plan (2), el estudiante afirma que:

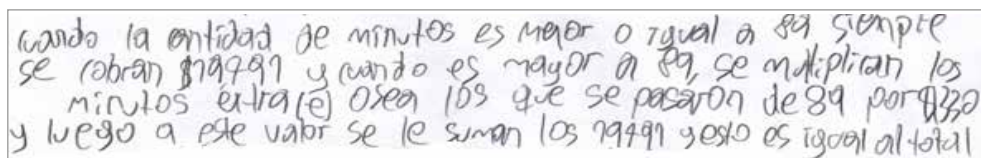


Figura 6. Evidencia 6

De esta manera, el estudiante muestra la comprensión de que existe un cargo básico hasta los 89 minutos del plan y que de ahí en adelante los minutos que se gastan tienen un cobro diferente, que se le debe agregar al cargo básico. Aunque el estudiante no ha trabajado el concepto de función por partes, implícitamente

lo está trabajando con la descripción realizada. Esto muestra bases dentro del pensamiento algebraico, ya que el estudiante puede reconocer y representar diversas relaciones entre las cantidades allí encontradas, además de la utilización de modelos matemáticos ya establecidos. En ese sentido, da cuenta de una acción mental 2, ya que reconoce los cambios de una variable con respecto a otra.

Teniendo claro esto, el estudiante define las siguientes dos “ecuaciones”, que son:

$$\begin{array}{ll} \text{Plan 1: } n \times 229 = t & (229n = t) \\ \text{Plan 2: } (e \times 330) + 19491 = t & (330e + 19.491 = t) \end{array}$$

Se reescriben las ecuaciones planteadas por el estudiante al frente de cada una, teniendo en cuenta la interpretación que se hace de los símbolos que el estudiante está usando, como la x para representar la multiplicación y el paréntesis para separar la multiplicación de la suma. Esto muestra que el estudiante da cuenta de una AM3 dentro del marco teórico y esto se debe a que está realizando una generalización de manera algebraica sobre su interpretación de las gráficas. Además, allí se muestra que el alumno comprende que existen cantidades que son variables y otras que son constantes, lo que lo lleva a establecer una relación de covariación entre las cantidades allí establecidas. Nuevamente se ubica al estudiante en un nivel 3, ya que sustenta las acciones mentales 1, 2 y 3.

Se reafirma entonces la comprensión del estudiante sobre la actividad realizada; sin embargo, falta en la primera ecuación, para que sea función, saber que el valor t depende directamente del valor n ; y en la segunda ecuación, falta clarificar que esta ecuación solo es válida cuando la variable e es mayor que 89 y que esos valores mayores que 89 deben ser tomados desde, es decir, para 90 minutos se hablaría de 1.

Con base en lo anterior, se observa la utilización del pensamiento algebraico, aunque existan todavía errores que deben ser clarificados ahondando más en los conceptos que allí se están manejando. Con respecto al concepto de función lineal, aunque es el primer acercamiento del estudiante con este concepto, se observa comprensión con base en lo realizado y profundización en los análisis y observaciones realizadas dentro de la guía.

Teniendo en cuenta todo el trabajo realizado dentro de la guía, el estudiante termina por concluir que el plan (1) en todos los casos resulta ser más económico, ya que la relación entre los minutos consumidos y el precio total siempre vale menos a comparación del plan (2). El estudiante no toma en cuenta lo que muestra la gráfica que en un pequeño intervalo el plan (2) es más económico y tampoco tiene en cuenta que en otros dos momentos los planes tienen el mismo

beneficio. Se podría decir entonces que el estudiante se queda en lo global de la gráfica y de la situación como tal, sin visualizar el pequeño intervalo. De esta manera, se observa que las expresiones algebraicas surgen aun sin tener un razonamiento covariacional muy avanzado, lo que implica que las variables adquieran un significado más por el lado de una generalización de números.

A partir de las acciones mentales, se hizo un resumen en el que se evidencia el comportamiento de Juanito en la realización de la guía de trabajo 1. Es importante aclarar que dentro de esta actividad no se tuvo ninguna aproximación a las acciones mentales 4 y 5.

TABLA 4. ACCIONES MENTALES. EL CASO DE JUANITO

Acción mental	Descripción de la acción mental	Comportamiento
AM1	Coordinación del valor de una variable con los cambios en la otra.	<ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Establecimiento de relaciones entre diferentes cantidades como “minutos consumidos” y “valor del consumo” y establecimiento de las relaciones numéricas que intervienen en esas cantidades. <input type="checkbox"/> Descripción de la gráfica de una función lineal, afirmando que si se incrementa o disminuye una de las variables, la gráfica puede subir o bajar, pero sigue siendo recta y se genera – para el caso de los planes de celulares – un nuevo plan en donde los minutos tienen un valor diferente. <input type="checkbox"/> En términos aritméticos, existe una relación numérica y un reconocimiento de que los valores de una de las variables que hacen parte del plan de telefonía, depende de otra y esa descripción la hace a partir de la utilización de símbolos.
AM2	Coordinación de la dirección del cambio de una variable con los cambios en la otra variable.	<ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Existe un reconocimiento de que hay un cargo fijo y un valor constante en los minutos adicionales cuando se habla de los planes de telefonía asumiendo en sus operaciones que el valor a pagar varía dependiendo de la cantidad de minutos de más que se consuman fuera del cargo fijo a pagar. <input type="checkbox"/> Se observó un manejo de las relaciones numéricas, tanto inversas como directas y un uso adecuado de las operaciones básicas para llegar a encontrar sus respectivas cantidades; además, se observó el reconocimiento de la dependencia de una cantidad con respecto a otra y la capacidad de determinar el proceso indicado para ello. <input type="checkbox"/> Se reconocen aumentos y disminuciones cuando se cambia uno de los valores dentro de una gráfica lineal.
AM3	Coordinación de la cantidad de cambio de una variable con los cambios de la otra.	<ul style="list-style-type: none"> <input type="checkbox"/> Se toma en cuenta que existe un valor constante, lo que implica una estimación de la tasa de variación, teniendo en cuenta ese valor constante. <input type="checkbox"/> A partir de las ecuaciones planteadas, se tiene en cuenta la interpretación que se hace de los símbolos que se están usando, como la x para representar la multiplicación y el paréntesis para separar la multiplicación de la suma. esto se debe a que se está realizando una generalización de manera algebraica sobre su la interpretación de las gráficas, además allí se vio comprensión en el sentido en que existen cantidades que son variables y otras que son constantes, lo que lo lleva a establecer una relación de covariación entre las cantidades allí establecidas.

III. ALGUNAS CONCLUSIONES

A. De las funciones y el software dinámico

- Dentro de los antecedentes se habló de la forma como enseñan los conceptos de función lineal y función cuadrática. El trabajo dejó ver que este tipo de actividades son más significativas para los estudiantes porque les permite construir el conocimiento a partir de la propia práctica.
- La actividad mostrada permitió que el estudiante usara todo tipo de herramientas: conceptos y temáticas previamente trabajadas, la intuición y diversas formas de razonar y reflexionar con base en lo que pueden observar, manipular y operar, con el fin de trabajar de manera intuitiva los conceptos de función lineal y función cuadrática.
- El esquema de la actividad y el tipo de preguntas iba encaminando y promoviendo en el estudiante la evolución del razonamiento, familiarizándolo con los conceptos a trabajar y esto se hacía evidente en muchos momentos de las actividades, específicamente cuando realizaba gráficas, cuando generaba expresiones algebraicas en las que utilizaba cantidades variables y cantidades constantes, y en el lenguaje que utilizaba para dar respuesta a diferentes preguntas.
- A partir de esta experiencia, podría afirmarse que el estudio de las funciones (lineal y cuadrática) debe ser abordado desde la noción de variación y es posible dejar a un lado la enseñanza “tradicional” sobre este concepto. Características de las funciones como lo son crecimientos, decrecimientos, concavidades, puntos de inflexión, puntos máximos o mínimos, carecen de sentido cuando son trabajadas de manera tradicional, en cambio, se hacen más significativas para los estudiantes a través de sus propias vivencias.
- Finalmente, se espera que este tipo de actividades y los resultados obtenidos a partir de ellas, puedan ser de utilidad para los maestros en cuanto al diseño de nuevas situaciones para la enseñanza de conceptos como función lineal y función cuadrática, basados en la variación.

B. Del pensamiento covariacional

- Es importante resaltar que los diálogos logrados a través de las preguntas formuladas dentro y fuera de las actividades formaron parte fundamental del razonamiento del estudiante, ya que les permitió reflexionar sobre sus

propias ideas, confrontarse con sus respuestas y buscar argumentos para poder validarlas.

- Durante la actividad, el estudiante dio cuenta principalmente de características de nivel 3, ya que la mayor parte del análisis se observó la exteriorización de comportamientos que mostraban la coordinación en la dirección de cambio y la cantidad de cambio de una variable que es dependiente con los cambios de otra que se conoce como variable independiente. Además, en los momentos que debía construir gráficas, la mayor parte del tiempo se observó un razonamiento lineal y la ubicación de puntos y segmentos entre esos puntos. Estos rasgos dan cuenta explícitamente de AM1, AM2 y AM3.
- No se observó la aplicación de acciones mentales 4, aunque sí hubo algunas aproximaciones en el sentido en que se mostraron comportamientos que hacían dudar en cuanto al razonamiento, que tenía que ver directamente con la verbalización de la conciencia de la razón de cambio del valor de salida, mientras se consideran incrementos uniformes del valor de entrada. Por esta razón, el estudiante no estuvo ubicado en ninguno de los momentos de la actividad en los niveles 4 y 5.

IV. REFERENCIAS


- [1] Carlson, M., Jacobs, S., Coe, E., Larsen, S., & Eric, H., “Razonamiento Covariacional Aplicado a la Modelación de Eventos Dinámicos: Un Marco Conceptual y un Estudio”, EMA, 8(2), pp.121-156, 2003.
- [2] Ochoa, J. A., “Raciocínio “covariacional”: O caso da função quadrática”, Anais da XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática, 2011.
- [3] MEN, M. d., Lineamientos Curriculares de Matemáticas. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional, 1998.
- [4] Vasco, C. E., Didáctica de las matemáticas: Artículos selectos. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional, 2006.
- [5] Cantoral, R., & Farfán, R. M., “Pensamiento y lenguaje variacional en la introducción al análisis”, Epsilon: Revista de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales" (42), pp.353-369, 1998.

Piedad Ávila, nació en Barbosa, Antioquia, el 7 de abril de 1982. Estudió la Licenciatura en Educación Básica Matemáticas en la Universidad de Antioquia, obteniendo el título en el año 2006 y se graduó de la Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales en la Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín, en 2012.



Ejerció profesionalmente en la Universidad de Antioquia como docente de los semilleros de matemáticas y como docente del programa formador de formadores, en el Vermont School Medellín como docente de matemáticas y áreas afín y en la Institución Educativa San Agustín.

Entre sus campos de interés se encuentra el estudio de la geometría y la estadística y los diferentes espacios de aprendizaje.



ANÁLISIS COMPARATIVO
ENTRE LAS VARIABLES DE pH,
CONDUCTIVIDAD ELÉCTRICA (CE)
Y TEXTURA PARA UN BOSQUE
SECUNDARIO Y UN
SUELO DEGRADADO

Comparative analysis between
the variables of pH, electrical
conductivity (EC) and texture for
a secondary forest and a soil degraded

*Mariana Yohely Giraldo López¹, Gloria Andrea Restrepo Jaramillo²,
Iliana María Ramírez Velásquez³, Adriana Guerrero Peña⁴*

-
- 1 Ingeniera Industrial de la Universidad Autónoma Latinoamericana, especialista en Logística Internacional de la Institución Universitaria ESUMER.
 - 2 Ingeniera Industrial de la Universidad Autónoma Latinoamericana, especialista en Logística Internacional de la Institución Universitaria ESUMER.
 - 3 Física, Magíster en automatización y control industrial, docente titular en la Institución Universitaria ITM.
 - 4 Estadística, Magíster en Administración (MBA). Especialista en Sistemas de Información.

Resumen

Este trabajo trata sobre la comparación de las variables pH, conductividad eléctrica (CE) y textura del suelo en dos parcelas de 50 m² cada una, una de ellas degradada por agricultura como también por la ganadería y que ha sido sometida a un proceso de agricultura orgánica mineralizada; la otra, una parcela con condiciones de bosque secundario. El objetivo es determinar si existe diferencia significativa entre los suelos con respecto a cada variable. Para ello, se realizó una prueba de hipótesis para muestras independientes. El análisis arrojó como resultado que no existe diferencia en el pH de ambos suelos, ni en la conductividad eléctrica (CE); asimismo, para la textura del suelo existe variación de los limos y las arcillas en los dos suelos, mientras que las arenas no presentan variación.

Palabras clave

prueba t-Student, prueba de hipótesis, pH, conductividad eléctrica, textura del suelo.

Abstract

This work deals the comparison variables pH, electrical conductivity (EC) and soil texture in two plots of 50m² of area each one, one of them is degraded by agriculture as well as cattle raising and it has been submitted to a process of mineralized organic agriculture; the other one, a plot with secondary forest conditions. The objective is to determine if the significant difference between soils with respect to each variable exists. For this, a hypothesis test for independent samples was done. The analysis showed as result that there is no difference in the pH of both soils, nor in the electrical conductivity (EC); besides, for the soil's texture a variation of the silts an clays in the soils exists, while the sands don't present variation.

Keywords

Student test t, hypothesis test, pH, electric conductivity, plot texture.

I. INTRODUCCIÓN

Una de las aplicaciones de la estadística es hacer inferencias en poblaciones a partir del estudio de muestras, con la pretensión de deducir sus características [1]. Un aspecto importante que permite hacer la inferencia es determinar si existe o no diferencia significativa entre diferentes variables; para ello se parte de hipótesis y se aplican pruebas estadísticas que permiten contrastar la veracidad o falsedad de estas [2].

Además de ese aspecto, esta investigación contiene una revisión bibliográfica de las variables a analizar, como lo son pH, conductividad eléctrica (CE) y textura del suelo; asimismo el concepto de agricultura orgánica mineralizada.

II. DESARROLLO DEL ARTÍCULO

A. Revisión de términos

La prueba t de Student

Es una prueba estadística paramétrica que sirve para evaluar si dos grupos difieren entre sí de manera significativa respecto a sus promedios en una variable [1]. Según el tipo de contraste planteado se divide en prueba t de Student para una muestra, para dos muestras independientes y para dos relacionadas. En este estudio es de interés la t de Student para dos muestras independientes, la cual compara las medias de una variable para dos grupos de caso [2]

Textura del suelo

Posiblemente, la textura es la característica física del suelo más importante, ya que permanece en el tiempo y afecta a todas las propiedades físicas y a muchas químicas y biológicas. Según las fracciones que predominen en el suelo se dice que se trata de uno arenoso, limoso o arcilloso, y de esta forma se designa su textura. Como en los suelos pueden darse todas las combinaciones posibles respecto a las proporciones de estas tres fracciones, estos pueden tener otros muchos tipos de textura; por ejemplo: areno-limosa, areno-arcillosa, limo-arenosa, limo-arcillosa, etc. [3].

Según Villarroel [4], las características básicas de las texturas del suelo son:

Arena: es un suelo que varía de 85 a 100 % de arena, 0 a 15 % de limo y 0 a 10 % de arcilla. Son suelos sueltos, de baja capacidad de retención de humedad, pobres en elementos nutritivos; su productividad en general es baja.

Limo: presentan arena que varía de 0 a 20 %, limo de 80 a 100 % y arcilla de 0 a 12 %.

Estos suelos pueden presentar problemas físicos si se observa un predominio de partículas semifinas, que con el riego tienden a la formación de costras superficiales. Son suelos de elevada fertilidad y requieren un manejo adecuado del agua de riego.

Arcilla: la proporción de arena en estos suelos varía entre 0 y 45 %, de limo entre 0 y 40% y de arcilla entre 40 y 100%. Son suelos muy fértiles; su manejo resulta difícil por el elevado contenido de arcilla que contiene.

Suelo Franco arenoso: estos suelos contienen arena entre 43 y 80%, limo entre 0 y 50% y arcilla entre 0 a 20%. Sus características agrícolas en general son adecuadas para toda clase de plantas y son muy productivos si se les maneja correctamente.

Conductividad eléctrica

La conductividad eléctrica (CE) es la medida de la capacidad de un suelo para conducir la corriente eléctrica; el valor será más alto cuanto más fácil se mueve la corriente a través del mismo. Esto significa que, a mayor CE, mayor es la concentración de sales. Una CE baja facilita el manejo de la fertilización y se evitan problemas por fitotoxicidad en el cultivo [5]. La medición de la CE es de suma importancia, ya que refleja el estado actual del suelo con relación a la salinidad. Este parámetro se expresa en dS/m (decisiemens por metro).

pH

La disponibilidad de todos los nutrientes de la planta está controlada por el pH del suelo. El pH es uno de los parámetros que mejor refleja las propiedades químicas de cualquier suelo. Es un factor que determina la disponibilidad de muchos de los elementos necesarios para el crecimiento de las plantas [6]. El término pH se emplea universalmente para expresar el contenido de iones hidrógeno que se encuentran en forma activa en una solución o en una suspensión de cualquier material. Los valores de pH del suelo varían de acuerdo con las condiciones de humedad; cuanto más diluida sea la suspensión de un suelo más alto será el valor del pH hallado [4].

Degradación de los suelos

La degradación de los suelos se entiende como: “la pérdida total o parcial de la productividad cualitativa y/o cuantitativa de los suelos debida a procesos como: erosión, salinización, inundación, desertización y contaminación” [3].

Bosque secundario

Según Henao [7]:

Finegan (1997) hace referencia que un bosque secundario es la vegetación leñosa que crece en un terreno abandonado luego de que la vegetación original fuera devastada para el uso agrícola y ganadero principalmente. Estos bosques tienen gran potencial y ya han sido estudiados por numerosos autores. Sin embargo, no es posible asegurar que todas las sucesiones secundarias tengan un potencial similar ya que, en cada proceso de sucesión, la estructura y composición varían con las condiciones de clima y suelo, intensidad y tiempo del uso anterior, cercanía a fuentes de semilla, capacidad de regeneración natural y desarrollo de las especies de interés económico.

Tratamiento de agricultura orgánica mineralizada

Mineralización realizada a un suelo degradado mediante la aplicación de los siguientes productos en su respectivo orden: cascarilla de arroz, harina de rocas, carbón vegetal, gallinaza, bocashi o enmienda orgánica, microorganismos de montaña en fase sólida y por último siembra de maíz. Estos productos son incorporados al suelo mediante un arado de profundidad.

En este estudio se pretende comparar las medias de las variables pH, conductividad eléctrica (CE) y textura del suelo en dos parcelas de 50 m² cada una. Una de ellas está degradada por la ganadería y ha sido sometida a un proceso de agricultura orgánica mineralizada; la otra es una parcela con condiciones de bosque secundario, ubicada en el corregimiento de Santa Elena. El objetivo es calcular la diferencia entre las variables y contrastar si la misma variable difiere en suelos distintos.

B. Materiales y métodos

1) Muestreo

El muestreo de este estudio se realizó en una parcela del corregimiento de Santa Elena, localizado en la zona centro y nororiental del Municipio de Medellín; presenta un relieve de pendientes fuertes, colinas suaves y pequeñas mesetas. Los suelos, según la clasificación del Instituto Geográfico Agustín Codazzi (IGAC), son clase III, IV, VI, VII y VIII de moderada a altas limitaciones. Predomina la actividad agrícola con baja productividad, con carácter de minifundios con cultivos de papa y mora, zanahoria, fríjol, arveja, tomate de árbol, hortalizas y maíz, aunque va perdiendo importancia en relación con la actividad pecuaria y con otras actividades y usos del suelo (8).

Se delimitaron dos terrenos: uno experimental (suelo degradado y tratado con agricultura orgánica mineralizada) y otro de bosque (bosque secundario), con un área de 50 m² cada uno de donde se tomó de forma aleatoria 10 muestras por cada terreno. Las tomas de muestras se realizaron el 20 de abril de 2017; cada punto fue georreferenciado utilizando un GPS Garmin. Se tomó aproximadamente 200 g de suelo a una profundidad de 20 cm por cada punto y se reservó en bolsas herméticas debidamente rotuladas.

Del protocolo experimental validado para la medición de pH y conductividad eléctrica en una matriz de suelo se tomaron los valores de la media y de desviación estándar, para proceder a calcular la muestra de este trabajo a un nivel de confianza del 95%, y con un error de muestreo de 0,22 unidades de pH.

$$Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = Z_{0,975} = \text{valor de la normal estandar}$$

con un 97,5% de probabilidad = 1.96

$$n = \left(\frac{Z_{1-\alpha/2} \sigma}{e} \right)^2$$

$$n = \left(\frac{1,96 * 0,3532}{0,22} \right)^2 \cong 10$$

Por consiguiente, se procedió a realizar la toma de 10 muestras en el corregimiento de Santa Elena, para su posterior análisis. Las variables de estudio fueron pH, conductividad eléctrica y textura del suelo; asimismo, las respectivas mediciones se llevaron a cabo en las instalaciones del laboratorio de química de la Institución Universitaria ITM Campus Fraternidad.

II) Determinación de la textura del suelo

Para la textura del suelo se tomó aproximadamente 100 g de suelo por cada muestra y se depositó cada una en un recipiente de vidrio adicionándole 250 ml de agua destilada; se cerró el recipiente; se agitó y se dejó reposar durante 48 horas, para que las partículas mayores se sedimentaran. El resultado fue en el fondo una capa de arena, en el centro una capa de limo y en la parte superior una capa de arcilla. Se procedió a medir la proporción de la arena, el limo y la arcilla por cada muestra según el método de la botella, reportado en la página de la Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura- FAO [9]. Posteriormente, se llevó a la clasificación de la textura del suelo mediante el gráfico para la denominación de los suelos según la textura.

III) Determinación de pH y conductividad eléctrica

Para la medición de pH y conductividad eléctrica, cada muestra se secó en horno a una temperatura de 40°C por un periodo de 24 horas; luego se pasó a través de un tamiz de 2 mm de abertura. Después se pesó 20 g de cada muestra, se depositó en beakers y se le adicionó un volumen de 100 ml de agua destilada en una relación de 1:5 (peso/volumen). Se agitó la suspensión con el equipo de agitación durante 30 minutos y se procedió a dejar en reposo por 30 minutos cada muestra.

Se calibró el medidor de pH y conductividad eléctrica de acuerdo con lo establecido en el manual del equipo, utilizando las soluciones buffer que se tienen para este efecto cercano al pH y conductividad eléctrica esperada.

Pasados 30 minutos se procedió a medir pH midiendo la temperatura y pH de la suspensión cuando estuvo estable, reportándose el pH con dos cifras decimales. Luego se tomó la suspensión, se llevó al equipo de filtración empleando papel de filtro. Una vez filtrada la suspensión se depositó en un beaker y se realizó la respectiva medición reportando la conductividad eléctrica con una cifra decimal expresado en $\mu\text{S}/\text{cm}$.

Las mediciones de pH y conductividad eléctrica se realizaron de acuerdo con las normas NTC 5264 (Determinación del pH) y NTC 5596 (Determinación de la conductividad eléctrica).

Para el pH se realizó la clasificación tomando como referencia el pH promedio y se clasificó de acuerdo con lo propuesto por Cochrane en Villarroel [4].

Clasificación	pH
Muy fuertemente ácido	Menor de 4.5
Fuertemente ácido.....	4.6 - 5.2
Moderadamente ácido.....	5.3 - 5.9
Débilmente ácido.....	6.0 - 6.5
Neutro.....	6.6 - 7.0
Débilmente alcalino.....	7.1 - 7.5
Moderadamente alcalino.....	7.6 - 8.0
Fuertemente alcalino.....	8.1 - 9.0
Muy fuertemente alcalino.....	Mayor de 9.0

Clasificación de pH propuesto por Cochrane (1971 citado por Villarroel, 1988)

IV) Análisis estadístico

Se realizó mediante el software estadístico SPSS v. 24 con licencia para la Institución Universitaria ITM; se determinaron los estadísticos descriptivos, las

medidas de tendencia central, medidas de variabilidad y medidas de forma de las variables estudiadas, para apreciar su comportamiento y distribución. Además, se utilizó la prueba paramétrica t de Student para muestras independientes y se aplicó prueba de normalidad.

C. Resultados y discusión

Los resultados obtenidos a partir del análisis de las texturas del suelo demuestran que la textura en ambos suelos es franco-arenosa, es decir, sus características agrícolas en general son adecuadas para toda clase de plantas y son muy productivas si se les maneja correctamente. A su vez, se realizó la prueba de normalidad y la prueba t de Student para muestras independientes, la cual dio como resultado que el porcentaje de los limos y las arcillas de los suelos bosque y degradado difieren significativamente, mientras que el porcentaje de las arenas no difiere significativamente de un suelo a otro.

Para el pH y la CE, se realizó un contraste de hipótesis y una prueba de normalidad de Shapiro-Wilk (Tabla 1), de donde se obtuvo que la distribución de los datos de cada una de las variables analizadas es normal.

TABLA 1. PRUEBA DE NORMALIDAD REALIZADA EN SPSS

Shapiro-Wilk		
Estadístico	gl	Sig.
0,93	10	0,447
0,916	10	0,322
0,875	10	0,116
0,919	10	0,352

Si se tiene que la probabilidad mínima de rechazo valor p Sig. > 0,05, entonces se concluye que la muestra tiene una distribución normal.

Para contrastar la hipótesis acerca de los promedios de los dos suelos, se debe tener en cuenta primero si las varianzas son iguales. Para ello, la prueba de razón de varianza de Levene muestra que las varianzas son iguales a un nivel de significancia del 5%.

Por otra parte, la prueba t de Student para muestras independientes (Tabla 2), realizada al pH, arrojó como resultado que no existe diferencia significativa en

el pH de los suelos degradado y bosque, dado que la probabilidad mínima de rechazo fue de $0.1015 > 0,05$.

Tomando como referencia que el pH promedio del suelo degradado es de 5,52 se clasifica como moderadamente ácido y el de suelo bosque de 4,48 se clasifica como fuertemente ácido.

Tabla 2. Prueba t de Student para muestras independientes realizada en SPSS

Prueba de muestras independientes									
Prueba de Levene de		prueba t para la igualdad de medias							
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia Inferior Superior
Se asumen varianzas iguales		2,98	0,1	-6,96	18	0,1015	-1,033	0,14851	-1,345 -0,721

A su vez, la prueba realizada a la CE reportó que no existe diferencia significativa en la conductividad eléctrica de cada suelo, dado que la probabilidad mínima de rechazo fue de $0.480 > 0,05$. (Tabla 3)

Tabla 3. Prueba t de Student para muestras independientes realizada en SPSS

Prueba de muestras independientes									
Prueba de Levene de		prueba t para la igualdad de medias							
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia Inferior Superior
Se asumen varianzas iguales		1,65	0,22	-0,72	18	0,48	-6,48	8,97647	-25,33886 12,37886

III. CONCLUSIONES

A modo de conclusión, después de realizadas las diferentes pruebas estadísticas se evidencia que un suelo degradado por agricultura y ganadería y que posteriormente ha sido cultivado con un tratamiento de agricultura orgánica mineralizada alcanza características de suelo muy productivo y con condiciones muy similares a las de un suelo de bosque secundario. Estas condiciones son muy apropiadas para todo tipo de plantas y para garantizar la seguridad alimentaria; evidentemente,

la agricultura orgánica mineralizada compensa, conserva y mejora la pérdida de fertilidad de los suelos.

La agricultura orgánica puede representar una interesante oportunidad para muchos productores y convertirse en una herramienta importante para mejorar su calidad de vida y sus ingresos, al mismo tiempo que está en armonía con el ambiente.

IV. REFERENCIAS

- [1] Devore, J., Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias (9 ed.). México: Cengage learning Editores, 2016.
- [2] Rubio, M. & Berlanga, V., “Cómo aplicar las pruebas paramétricas bivariadas t de Student y ANOVA en SPSS. Caso práctico.”, REIRE, 5(2), pp.83-100, 2012. DOI:10.1344/reire2012.5.2527
- [3] Juárez, M., Sánchez, J. & Sánchez, A., Química del suelo y medio ambiente. San Vicente del Raspeig: Publicaciones de la Universidad de Alicante, 2006.
- [4] Villarroel, J., Manual práctico para la interpretación de análisis de suelos en laboratorio, 1988. [En línea]. Disponible en: <http://atlas.umss.edu.bo:8080/xmlui/bitstream/handle/123456789/142/MANUAL%20PRACTICO%20ST10.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- [5] Barbaro, L., Karlanian, M. & Mata, D.,” Importancia del pH y la conductividad eléctrica (CE) en los sustratos para plantas”, Documento, 2014 [En línea]. Disponible en: Recuperado de <https://inta.gob.ar/documentos/importancia-del-ph-y-la-conductividad-electrica-ce-en-los-sustratos-para-plantas>
- [6] McKean, S.J., Manual de análisis de suelos y tejido vegetal. Una guía teórica y práctica de metodologías, 1993 [En línea]. Disponible en: http://ciatlibrary.ciat.cgiar.org/Articulos_Ciat/Digital/S593.M2_Manual_de_an%C3%A1lisis_de_suelos_y_tejido_vegetal_Una_gu%C3%ADa_de_t%C3%A9cnica_y_pr%C3%A1ctica_de_metodologia.pdf
- [7] Henao, E., Ordoñez, Y., de Camino, R., Villalobos, R. & Carrera, F., “El bosque secundario en Centroamérica. Un recurso potencial de uso limitado por procedimientos y normativas inadecuadas”, Documento, 2015 [En línea]. Disponible en: http://repositorio.bibliotecaorton.catie.ac.cr/bitstream/handle/11554/7242/el_bosque_secundario_en_ca.pdf?sequence=3&isAllowed=y

- [8] Municipio de Medellín, Documento Técnico de Soporte POT (Acuerdo 46 de 2006), 2006 [En línea]. Disponible en: <https://www.medellin.gov.co/irj/go/km/docs/documents/ServiciosLinea/PlaneacionMunicipal/ObservatorioPoliticPublicas/resultadosSeguimiento/docs/pot/Documentos/usosDelSueloRural.pdf>
- [9] Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura – FAO, “Clasificación textura, 2017 [En línea]. Disponible en: ftp://ftp.fao.org/fi/CDrom/FAO_training/FAO_training/general/x6706s/x6706s06.htm

V. AUTORES

Mariana Yohely Giraldo López, Ingeniera Industrial de la Universidad Autónoma Latinoamericana, especialista en Logística Internacional de la Institución Universitaria ESUMER. Actualmente, estudiante de Maestría en ciencias: Innovación en educación en la Institución Universitaria ITM, joven investigador en la Institución Universitaria ITM. Además, desarrolla la tesis de investigación en sistematización de experiencias de una campaña de educación ambiental en El Carmen de Atrato – Chocó, orientada a la difusión de una experiencia de recuperación de suelo.


Gloria Andrea Restrepo Jaramillo, Ingeniera Industrial de la Universidad Autónoma Latinoamericana, especialista en Logística Internacional de la Institución Universitaria ESUMER. Actualmente, estudiante de Maestría en ciencias: Innovación en educación en la Institución Universitaria ITM, joven investigador en la Institución Universitaria ITM. Además, desarrolla la tesis de investigación en sistematización de experiencias de una campaña de educación ambiental en El Carmen de Atrato – Chocó, orientada a la difusión de una experiencia de recuperación de suelo.

Iliana María Ramírez Velásquez, Física, Magíster en automatización y control industrial, docente titular en la Institución Universitaria ITM. Con publicaciones de artículos, capítulos de libro y ponencias en diferentes eventos académicos nacionales e internacionales. Experiencia en docencia e investigación. Asesora de trabajos de posgrado.

Adriana Guerrero Peña, Estadística, Magíster en Administración (MBA). Especialista en Sistemas de Información. Ha participado como líder del grupo de investigación Didáctica y modelamiento en Ciencias (Da Vinci) de la Institución



Universitaria ITM, con publicaciones de artículos y ponencias en eventos académicos nacionales e internacionales. Publicaciones de textos académicos del área de estadística. Experiencia en docencia, investigación y extensión. Asesora de trabajos de pregrado y posgrado.



DESARROLLO DE LA
COMPETENCIA CIENTÍFICA
MEDIANTE ACTIVIDADES LÚDICAS
Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN
LA CLASE DE QUÍMICA DEL GRADO
DÉCIMO, EN LA I.E.D. ENRIQUE
OLAYA HERRERA¹

Development of scientific competence
through play activities and problem solving
in chemistry class of the tenth grade, in the
I.E.D. Enrique Olaya Herrera

*Sebastián Romero Franco*²

-
- 1 Producto derivado del proyecto de práctica pedagógica y didáctica: “Desarrollo de la competencia científica mediante la implementación de prácticas experimentales y resolución de problemas en la clase de química del grado décimo, en la I.E.D Enrique Olaya Herrera”, de la Universidad Pedagógica Nacional
- 2 S. Romero: estudiante departamento de Química de la Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá (Colombia); e-mail: sebasromerof@gmail.com

Resumen

El objetivo de esta experiencia fue desarrollar la competencia científica en estudiantes de grado décimo de la I.E.D Enrique Olaya Herrera, en la ciudad de Bogotá. Para ello, se diseñaron dos instrumentos, el primero enfocado en un test de actitudes hacia las ciencias; el segundo, basado en resolución de problemas, permitió establecer los niveles alcanzados en la competencia científica por los estudiantes al aplicar dichas actividades. Estos resultados fueron positivos en su mayoría, sobre todo a nivel de descripción de diferentes fenómenos naturales y físicos presentes en su contexto. Este trabajo permite integrar la lúdica y a fomentar la creación de actividades que rompan con el esquema tradicional durante una clase de química.

Palabras clave

Actividades lúdicas, competencia científica, contexto inmediato, prácticas experimentales, práctica pedagógica

Abstract

The objective about this experience was to develop the scientific competency in students of grade tenth of the I.E.D Enrique Olaya Herrera in the city of Bogotá. For it, two instruments were designed, the first one focused in a test of attitudes toward the sciences, the second instrument based on problem solving allowed to establish the levels reached in the scientific competency by the students when applying these activities, these results were positive in its majority mainly to level of description of different natural phenomena and physiqes presents in their context. This work allows to integrate the leisure and foment the creation of activities that break up with the traditional outline during a chemistry class.

Keywords

Leisure activities, scientific competency, immediate context, laboratory practices, preservice pedagogical practice

I. INTRODUCCIÓN

Este trabajo da cuenta de la implementación del proyecto de práctica pedagógica y didáctica durante el semestre 2016-1 en la IED Enrique Olaya Herrera, durante la clase de química en grado décimo, en el curso 1002 de la jornada mañana.

La implementación de un currículo se rige por determinados estándares para la promoción de habilidades que permiten dar cuenta de destrezas adquiridas por los estudiantes en todas las áreas. Obedece a lineamientos implementados por el MEN (Ministerio de Educación Nacional), de acuerdo con los planes de la OCDE, en la búsqueda de implementar un sistema evaluativo que permita reconocer dichas habilidades. Dentro de ese marco de competencias que forman parte del currículo en el área de química encontramos la competencia científica, que reúne un conjunto de habilidades para describir fenómenos naturales, resolver situaciones cotidianas, entre otras.

Según [1], en la educación básica secundaria son reducidos los esfuerzos para el fomento de procesos investigativos que permitan desarrollar en los estudiantes capacidades como la curiosidad, el deseo de conocer, plantearse preguntas, observar, criticar, reflexionar, argumentar, experimentar y solucionar problemas; esto ha dificultado el desarrollo de competencias científicas en los estudiantes.

Teniendo en cuenta estos factores, es posible evidenciar que incluso en la educación media siguen existiendo dificultades en cuanto al desarrollo de esta competencia, sobre todo porque los cursos, además de ser numerosos, también son muy dispersos. Haciendo referencia a lo observado en la primera parte de la práctica, se realizaron dos instrumentos para responder la siguiente pregunta: ¿Cómo desarrollar la competencia científica en una población diversa de estudiantes de grado décimo en la clase de química?

Según los resultados arrojados por la prueba piloto planteada el semestre 2015-2, la preferencia de los estudiantes frente a la asignatura de química mostró una tendencia favorable en cuanto a que sugirieron una clase más dinámica y empírica; no obstante, hay que tener en cuenta que las condiciones del colegio hicieron replantear las actividades propuestas. Sin embargo fue posible involucrar a los estudiantes con la cotidianidad, no solo desde la parte experimental si no también mediante la lúdica.

II. LAS COMPETENCIAS CIENTÍFICAS

Cuando se habla de “competencias científicas” [2] se hace referencia a la capacidad de establecer un cierto tipo de relación con las ciencias. La relación que los científicos de profesión tienen con las ciencias no es la misma que establecen con ellas quienes no están directamente comprometidos con la producción de los conocimientos sobre la naturaleza o la sociedad. Desde el punto de vista educativo, los estudiantes no están relacionados con las cuestiones sociales y científicas que afectan su contexto; es por eso se hace una distinción entre la persona que directamente está involucrada en la producción de conocimiento científico y aquella que lo concibe mediante el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Pruebas como SABER y PISA evalúan las diferentes competencias; dentro de este contexto, hablando en particular la evaluación de la competencia científica, depende de las diferentes dimensiones que la comprenden y que, según [3], desarrollan un cierto grado en:

- El nivel de construcción de los aprendizajes básicos de ciencias.
- El grado de desarrollo de cada una de las capacidades científicas.
- El grado de integración de estas.
- El grado de funcionalidad de la competencia científica global en contextos específicos.

La competencia científica comprende cuatro dimensiones, estructuradas de la siguiente manera según [3]:

- A. Dimensión conceptual. Abarca los conceptos previos que tienen los estudiantes para predecir fenómenos naturales y analizar problemas.
- B. Dimensión metodológica. Es el paso a paso para conseguir la respuesta a una pregunta o un problema planteado; se toma en cuenta las hipótesis que el estudiante pueda plantear.
- C. Dimensión actitudinal. Es el proceso reflexivo en el cual el estudiante desarrolla actitudes críticas frente a la información procesada.
- D. Dimensión integrada. Es la que reúne todo lo que comprende las demás dimensiones y se resume en la actuación del estudiante.

Según [3], para evaluar la competencia científica se debe partir de un contexto específico que acerque al estudiante con su cotidianidad; para esto, plantean que debe ser estudiada desde el aprendizaje basado en la comprensión.

Así pues, se establecen tres factores importantes en los que se debe centrar la evaluación:

1. El nivel SIF de sus aprendizajes.
2. El grado de desarrollo de cada una de las capacidades definitorias de la competencia científica.
3. El grado de competencia científica global que posea.
Para esto, se propone que no es recomendable evaluar con un solo instrumento, sino tener en cuenta las diversas tareas que al estudiante se le asignen.

III. TEST DE ACTITUDES

Tomando como referencia el trabajo realizado por [4] que es una prueba de actitudes en las cuales solo caractericé cuatro de ellas.



TABLA I
TEST LIKERT SOBRE ACTITUDES

ITEMS	MD	D	I	A	MA
1. Me cuesta aprender los temas relacionados con la clase.					
2. Considero que los talleres que deja la profesora son difíciles.					
3. Pienso que los talleres que deja la profesora se pueden resolver fácilmente en la clase.					
4. Aprender ciencias es bastante interesante.					
5. Aprender ciencias es aburrido.					
6. Prefiero hacer experimentos en la clase que resolver talleres.					
7. Prefiero resolver talleres que realizar experimentos en clase.					
8. Creo que las clases deberían ser más prácticas.					
9. Generalmente, me aburro en clase.					
10. No creo que en el colegio se aprendan cosas interesantes.					
11. No me gusta aprender cosas nuevas.					
12. Siento que lo que aprendo no me sirve en un futuro.					

Donde MD: Muy en desacuerdo D: Desacuerdo I: Indeciso A: Acuerdo y MA: Muy de acuerdo.

Categorías e ítems según Tabla I que pertenecen a cada una, según [4]:

1. Autoconcepto académico: Ítems: 1, 2 y 3.
2. Actitud hacia el aprendizaje de la ciencia: Ítems: 4 y 5.
3. Actitud hacia la institucionalidad escolar: Ítems: 6, 7, 8 y 9.
4. Actitud hacia el aprendizaje escolar: Ítems: 10, 11 y 12.

La prueba representada en la Tabla I arrojó como resultado lo siguiente:

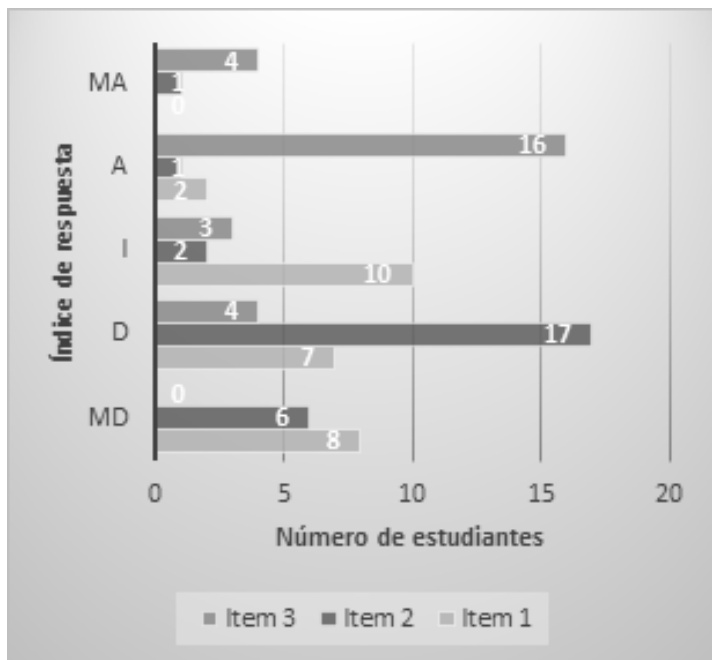


Figura 1. Resultados de respuesta al nivel 1 correspondiente al Auto concepto académico

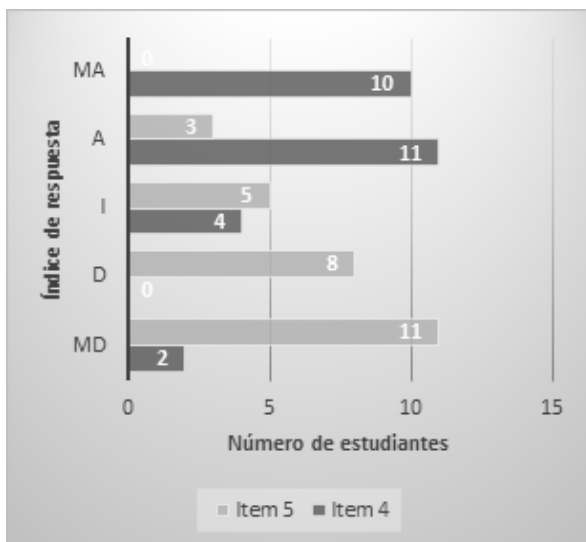


Figura 2. Resultados de respuesta al nivel 2 correspondiente a Actitud hacia el aprendizaje de la ciencia

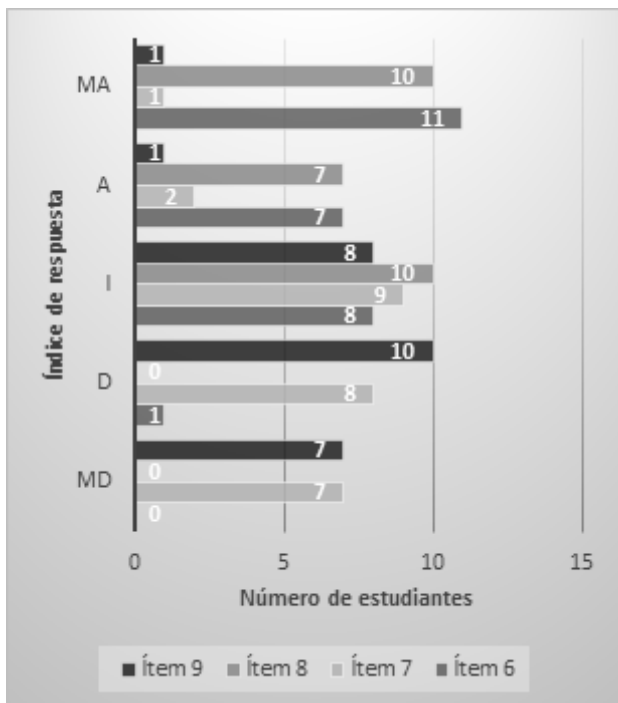


Figura 3. Resultados de respuesta al nivel 3 correspondiente a la actitud hacia la institucionalidad escolar

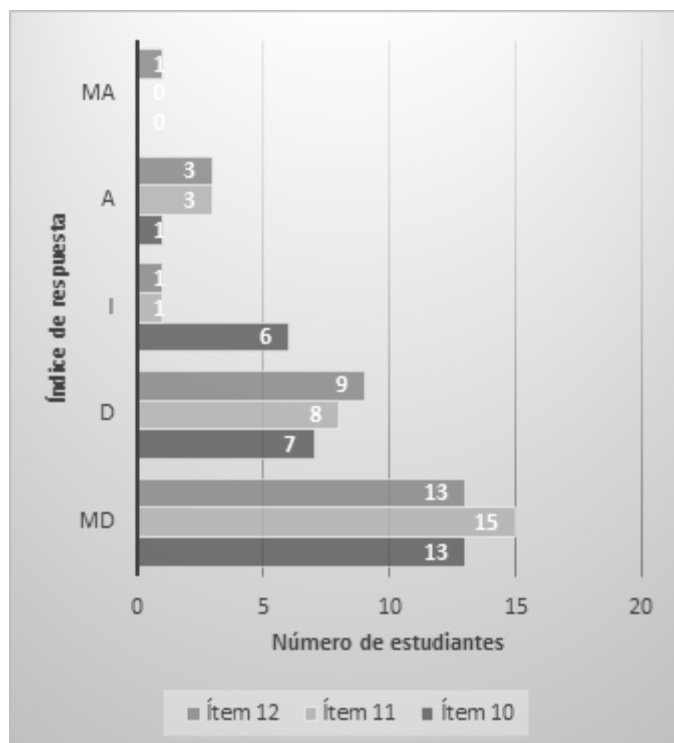


Figura 4. Resultados de respuesta al nivel 4 correspondiente a la Actitud hacia el aprendizaje escolar

Según la Figura 1, la cantidad de estudiantes indecisos en cuanto a las dificultades para aprender los temas marca un pico alto; igualmente, se observa que ellos consideran que los talleres trabajados por la docente son fáciles.

En la Figura 2, los estudiantes consideraron que aprender ciencias es bastante interesante.

En la Figura 3, los estudiantes prefieren que las clases sean más prácticas; también prefieren realizar prácticas de laboratorio reemplazando a los talleres escritos.

En la Figura 4, los estudiantes marcan una tendencia alta al estar en desacuerdo con el contenido de los ítems, dado que consideran que en el colegio se dan las bases para su futuro.

IV. ACTIVIDADES EN EL AULA

A. Póker químico

En esta actividad se realizó un juego de cartas con diferentes configuraciones electrónicas y siguiendo las reglas del juego de póker los estudiantes armaban pares, tríos y escaleras, de acuerdo con las propiedades periódicas que presentaban esos elementos.

Diseñar una actividad lúdica con la cual enseñar un tema que tiende a ser complejo permitió no solo una mejor repuesta por parte de los estudiantes, sino además concebir la lúdica como la mejor herramienta didáctica.

Se cabe recalcar que, según lo expuesto por [6], la implementación de actividades lúdicas favorece significativamente un cambio en los conceptos previos que el estudiante posee.

B. ¿Qué equipo tiene la respuesta?

Los estudiantes del curso 1002 se organizaron en dos equipos; cada cual tuvo asignado un color específico y un dado. Al azar, un estudiante participante de cada equipo lanzó un dado: si la suma de ambos dados tenía como resultado un número par, los estudiantes debían dar respuesta a la pregunta propuesta en el tablero; si la suma de ambos dados tenía como resultado un número impar, los estudiantes debían argumentar su respuesta de forma oral.

Las preguntas elaboradas estuvieron enfocadas en resolver problemas matemáticos relacionados con los conceptos de masa, volumen y densidad. Asimismo, para definir conceptos tales como materia, sus propiedades, masa, volumen y escalas de temperatura.

Proponer actividades relacionadas al debate en el curso aumenta el foco de participación de los estudiantes. Esto permite determinar líderes en el curso y tomar en cuenta las posibles dificultades en la argumentación de cada estudiante.

Las actividades lúdicas favorecieron la participación de los estudiantes en la clase de química y los motivaron en su aprendizaje. Varios estudios en enseñanza de las ciencias, en general [5], evidencian que el uso de estrategias lúdicas favorece un mejor rendimiento académico en los estudiantes, pues estos son partícipes centrales de las actividades y generan un estímulo positivo por el deseo de competir con su conocimiento.

Particularmente en la enseñanza de la química, encontramos el estudio de [6], quien propone que el uso del juego facilita la comprensión de los estudiantes respecto a las diferentes temáticas que se puedan abordar en la asignatura de química.

C. Práctica de laboratorio

Se planteó una práctica experimental que permite recoger los conceptos referentes a las diferentes propiedades de la materia, mediante la implementación de métodos de separación de mezclas.

Los estudiantes demuestran un interés alto por el aprendizaje de los distintos métodos de separación de sustancias; asimismo, identificaron propiedades como color, densidad y masa de diferentes sustancias empleadas en la práctica.

La implementación de prácticas experimentales facilita la comprensión de temas y la construcción de nuevos conocimientos a partir de ideas previas; también permite la inclusión de los estudiantes como protagonistas del trabajo práctico.

V. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Se diseñó un instrumento tomando en cuenta lo propuesto por [3] en cuanto a la evaluación de la competencia científica, mediante la implementación de situaciones problema en el contexto cotidiano de los estudiantes, para determinar las descripciones realizadas por los estudiantes.

TABLA II. SITUACIONES PROBLEMA PROPUESTAS

Situaciones-problema	Descripción
Número 1	Una llanta de un automóvil soporta una presión cuando este acelera. Si suponemos que el auto es muy pesado, ¿qué propiedad de la materia permite soportar el peso de este? Dibuje el proceso mediante el cual dicha propiedad actúa en el automóvil.
Número 2	Clasifica las siguientes mezclas entre homogéneas y heterogéneas: - Chocolito - Agua oxigenada - Jugo de naranja - Zumo de limón - Bon Yurt - Sancocho - Leche - Masa para galletas - Pan
Número 3	Se tienen agua, aceite, jugo de lulo, alcohol, aserrín, limadura de hierro; todas estas sustancias mezcladas en una bolsa. El gerente de aseo pide a sus trabajadores separar estas sustancias en tres bolsas diferentes. ¿Cuál método de separación emplearías? Describe un procedimiento para separar estas sustancias justificando lo que harían.

La situación- problema 1 de la Tabla II, estaba enfocada en la dimensión conceptual; según [3], el estudiante posee capacidades para describir los fenómenos naturales presentes. Los estudiantes respondieron que le atribuían la propiedad de la elasticidad y la resistencia del material del cual compone a la llanta para soportar el peso del carro, así como algunos pensaron que depende también de los amortiguadores. Pero se evidencia dificultad para el uso de modelos científicos al momento de analizar problemas.

En la situación- problema 2 de la Tabla II se pone a prueba la dimensión conceptual también en cuanto a la clasificación de sustancias cotidianas en diferentes tipos de mezcla. Si bien todos pueden clasificar el tipo de mezcla existente, solo dos parejas tuvieron problema para describir las sustancias que la componían.

En la situación-problema 3 se determinó la dimensión metodológica y la integrada, en cuanto a la formulación de hipótesis que, según Cañal [3], permiten diferenciar la ciencia de otras interpretaciones de la realidad; asimismo, la capacidad de procesar la información recibida de acuerdo con la toma de apuntes. En tanto que la dimensión integrada se evaluó en la toma de acciones de cada pareja para resolver la problemática de separar las sustancias en bolsas diferentes, se evidenció que no todas las parejas tuvieron dificultades al desarrollar la dimensión integrada, pero que poseían inconvenientes al establecer un método para darle solución al problema.

Según [1], involucrar la concepción de competencia en la educación ha llevado a cambios en la enseñanza de las ciencias naturales que sustituyen las prácticas tradicionales por formas de enseñanza centradas en el contacto directo con los fenómenos naturales y en la participación explícita y consciente de los alumnos en la producción de sus conocimientos. Es decir, el estudiante se preocupa más por darle una respuesta a todo sin tomarse el tiempo para analizar la forma más efectiva de responder a esa problemática.

VI. AGRADECIMIENTOS

A la I.E.D Enrique Olaya Herrera, por prestar sus instalaciones para esta práctica pedagógica y didáctica; también por contribuir al desarrollo de este proyecto; a los estudiantes por ser partícipes de la investigación; a la Universidad Pedagógica Nacional, por establecer el espacio académico de práctica pedagógica y didáctica por período de dos semestres.


VII. REFERENCIAS

- [1] Castro, A., Ramírez, R.(2011). Enseñanza de las ciencias naturales para el desarrollo de las competencias científicas. *Amazonía Investiga*, 2(3),30-53.
- [2] Hernández, C.(Octubre de 2005). ¿Qué son las competencias científicas? Foro Educativo Nacional. Conferencia llevada a cabo en el Foro Educativo Nacional, Bogotá, Colombia.
- [3] Cañal, P. (2012). Saber ciencias no equivale a tener competencia profesional para enseñar ciencias. En: E. Pedrinacci, A. Caamaño y P. Cañal, 11 ideas clave. El desarrollo de la competencia científica (pp. 220-267). Barcelona: Graó.

- [4] Hernández, V., Gómez, E., Maltes, L., Quintana, M., Muñoz, F., Toledo, H.,... Pérez, E. (2011). La actitud hacia la enseñanza y aprendizaje de la ciencia en alumnos de Enseñanza Básica y Media de la Provincia de Llanquihue, Región de los Lagos- Chile. *Estudios Pedagógicos XXXVII* (1) pp, 71-83.
- [5] Acosta, A. (2012). Estrategias lúdico pedagógicas para la enseñanza de las ciencias naturales y educación ambiental a partir de los ejes articuladores en los estudiantes del grado tercero en la institución educativa técnica agroindustrial general santander . Tolima: Universidad del Tolima.
- [6] Bohórquez Marulanda, L. d. (2013). Propuesta de una metodología para enseñar el concepto de enlace químico. Medellín: Universidad Nacional de Colombia.



Sebastián Romero Franco, nació en Bogotá, Colombia, el 16 de julio de 1992. Se graduó en la Escuela Tecnológica Instituto Técnico Central La Salle como bachiller técnico en Mecánica Automotriz y actualmente estudia en la Universidad Pedagógica Nacional el pregrado en Licenciatura en Química. Entre sus campos de interés están la epistemología de las ciencias, la didáctica de las ciencias naturales y el análisis instrumental en la enseñanza de la química.



UNIDADES DIDÁCTICAS EN
QUÍMICA: UNA HERRAMIENTA
MOTIVADORA PARA EL PROCESO
DE ENSEÑANZA – APRENDIZAJE
DEL CONCEPTO MEZCLAS Y
DISOLUCIONES

Didactic units in chemistry: a motivating
tool for the teaching - learning process of
the concept of mixtures and dissolutions

E. Albornoz Cardona¹

¹ E. Albornoz Cardona, Magíster en Formación, Universidad Nacional de Colombia, sede Manizales (Colombia);
e-mail: ealbornozc@unal.edu.co - edalco89@hotmail.com

Resumen

El presente trabajo está orientado al diseño e implementación de una unidad didáctica para facilitar la apropiación del concepto de mezclas y disoluciones químicas, en estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa San Antonio del Pescado. Para ello, se ha partido de las ideas previas que poseen los estudiantes, recolectadas a través del instrumento exploratorio, el desarrollo histórico epistemológico y los obstáculos epistemológicos que presentan los estudiantes relacionados con dichos conceptos. La secuencia de actividades, fue elaborada y organizada según lo propuesto por Jorba y Sanmartí [1], como estrategia para inducir al cambio conceptual y aplicación de los aprendizajes en la cotidianidad.

Palabras clave

Mezclas, disoluciones químicas, unidad didáctica, ideas previas, obstáculos epistemológicos.

Abstract

The present work is oriented to the design and implementation of a didactic unit to facilitate the appropriation of the concept of mixtures and chemical dissolutions, in students of the tenth grade of the Educational Institution San Antonio del Pescado. For this, it has started from the previous ideas that students have, collected through the exploratory instrument, the historical epistemological development and the epistemological obstacles presented by the students related to these concepts. The sequence of activities was elaborated and organized as proposed by Jorba and Sanmartí (1994), as a strategy to induce conceptual change and application of learning in everyday life.

Keywords

Mixtures, chemical solutions, didactic unit, previous ideas, epistemological obstacles.

I. INTRODUCCIÓN

La evolución del conocimiento científico sobre la naturaleza de la materia, las mezclas y sobre las disoluciones constituye un ejemplo de cómo, en ciencia, el avance en un área contribuye al de muchas otras [2]. Considerar la educación en Ciencias como una ciencia en proceso de consolidación plantea exigencias tanto teóricas como metodológicas [3].

En este sentido, diseñar una unidad didáctica para llevarla a la práctica es la actividad más importante que realizan los enseñantes, ya que a través de ella se concretan sus ideas y sus intenciones educativas [4]. Esto permite regular la intervención del tema a través de diferentes momentos o secuencias, potencializando el desempeño y competencias de los estudiantes.

II. PROBLEMÁTICA

Al pasar los años se ha visto que los estudiantes no aplican los conceptos que aprenden en las aulas de clase en la vida cotidiana; esto quiere decir que la metodología empleada por parte de los docentes no contextualiza, ni mucho menos busca que los jóvenes desarrollen competencias científicas, sociales y actitudinales. En este sentido, la investigación responderá la pregunta: ¿Se puede lograr aprendizajes significativos y mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje a través del diseño e implementación de unidades didácticas?

III. METODOLOGÍA

Con el fin de alcanzar los objetivos planteados y mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje de los conceptos objeto de estudio, se siguen estas fases: Diagnóstica, diseño, aplicación y evaluación.

FASE 1: diagnóstica

Se realiza un estudio de campo con el fin de caracterizar el contexto educativo. A partir del diagnóstico del contexto educativo, se identifican los problemas objetos de esta investigación, planteándose una posible solución para minimizar el impacto dentro del contexto escolar educativo.

Con base en los problemas identificados y planteados, se establecen los objetivos del trabajo y finalmente se diseña una metodología a seguir para alcanzar las metas propuestas.

Fase 2: diseño

Se realiza una revisión bibliográfica de antecedentes, donde se estudien casos similares, como el contexto, situación-problema, metodología y estrategias empleadas para superar los obstáculos epistemológicos encontrados. Posteriormente, se elabora un cuestionario para identificar las ideas previas u obstáculos epistemológicos que poseen los estudiantes, relacionados con los conceptos de mezclas y disoluciones químicas.

Finalmente, se determinan las actividades a ejecutar y se diseña la unidad didáctica para facilitar la apropiación del concepto, en estudiantes del grado décimo de la Institución Educativa San Antonio del Pescado. El trabajo se enmarca en el ciclo didáctico propuesto por Jorba y Sanmartí [1]; los criterios de selección de actividades se basan en las unidades didácticas de Sanmartí [4], con las recomendaciones y secuencias a desarrollar.

Fase 3: aplicación

Se aplica un cuestionario inicial (pretest) para identificar las ideas previas que poseen los estudiantes, relacionadas con los conceptos objeto de estudio; seguidamente, se ejecuta la intervención didáctica para minimizar los obstáculos o dificultades que están impidiendo la apropiación del concepto mezclas y disoluciones químicas. Finalmente, se aplica un cuestionario con el objetivo de evaluar la evolución conceptual de los estudiantes frente al concepto de mezclas y disoluciones y de la unidad didáctica en sí.

Fase 4: evaluación

En esta fase se realiza la recopilación de los datos obtenidos en los diferentes momentos de esta investigación, para luego tabular la información tributada y finalmente emitir unas conclusiones y recomendaciones, producto de este estudio investigativo.

IV. RESULTADOS ESPERADOS

Al finalizar la intervención didáctica se espera:

1. Reestructurar las ideas previas que poseen los estudiantes sobre los conceptos mezclas y disoluciones químicas.
2. Fortalecer los procesos de enseñanza – aprendizaje de las ciencias, en especial de los conceptos mezclas y disoluciones químicas.

3. Que los estudiantes solucionen problemas cotidianos aplicando los conceptos reestructurados en la intervención didáctica.
4. Contribuir a las investigaciones futuras mediante la elaboración y publicación de un artículo producto de este trabajo de investigación.
5. Divulgar los resultados de este trabajo en diferentes encuentros nacionales e internacionales relacionados con la enseñanza de las ciencias.

V. BIBLIOGRAFÍA

- [1] Jorba, J. y Sanmartí, N., Enseñar, aprender y evaluar: un proceso de regulación continua: Propuestas didácticas para las áreas de Ciencias de la Naturaleza y Matemáticas. Bogotá: Ministerio de Educación, 1996.
- [2] López, Á., Ruiz, L. y Prieto, T., "El desarrollo histórico del conocimiento sobre las disoluciones y su relación con la Teoría Cinético-Molecular. Implicaciones didácticas", Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas, 28(3), pp.447-458, 2010
- [3] Alzate, Ó. y Orrego, M., "Aportes de la naturaleza de la ciencia y del contenido pedagógico del conocimiento para el campo conceptual de la educación en ciencias", Revista educación y Pedagogía, 17(43), pp. 9-25, 2009.
- [4] Sanmartí, N., El diseño de unidades didácticas. En: Didáctica de las ciencias experimentales, pp. 239-276, 2009.



LA MODELACIÓN EN LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LOS MODELOS ATÓMICOS¹

Modeling in the teaching and learning of atomic models

*Carlos Arlex Molina Díaz², Jorge Eduardo Giraldo Arbeláez³,
Héctor Jairo Osorio Zuluaga⁴*

-
- 1 Producto derivado del proyecto de investigación “La modelación una competencia para la enseñanza y aprendizaje de los modelos atómicos en los estudiantes de grado séptimo”, presentado para optar por el título de Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Colombia, Sede Manizales.
 - 2 M.g. Carlos Arlex Molina Díaz, profesor de Ciencias Naturales-Química en la Institución Educativa Sagrada Familia, de Apía: camolinad@unal.edu.co
 - 3 M.Sc., Profesor Asociado del departamento de Física y Química de la Universidad Nacional de Colombia, sede Manizales. Contacto: jegiraldoarb@unal.edu.co
 - 4 Dr.Sc., profesor Asociado del departamento de Física y Química de la Universidad Nacional de Colombia, sede Manizales. Contacto: hjosoriozu@unal.edu.co

Resumen

El trabajo realizado con estudiantes de grado séptimo de la Institución Educativa Sagrada Familia de Apía (Risardalda) busca mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje del concepto modelos atómicos. Se elaboró y se aplicó la unidad didáctica interactiva para lograr la modelización como una habilidad de aprendizaje. Con los resultados obtenidos se ejecutó la unidad didáctica interactiva, finalizando con una prueba para verificar la apropiación del aprendizaje. El tipo de metodología fue cuantitativa cuasi-experimental. Al aplicar el software didáctico, cada estudiante logró el desarrollo propio de su aprendizaje con claridad en los saberes adquiridos.

Palabras clave

modelación, modelos atómicos, TIC, unidad didáctica interactiva.

Abstract

The work carried out with seventh grade students of the Institución Educativa Sagrada Familia of Apía (Risardalda) seeks to improve the teaching and learning process of the atomic models concept. The interactive teaching unit was developed and applied to achieve modeling as a learning ability. With the obtained results the interactive didactic unit was executed, finalizing with a test to verify the appropriation of the learning. The type of methodology was quasi-experimental quantitative. When applying the didactic software, each student achieved their own learning development with clarity in the acquired knowledge.

Keywords

modeling, atomics models, TIC, interactive teaching unit.

I. INTRODUCCIÓN

los últimos años se han utilizado las tecnologías de la información y comunicación “TIC” en la educación para mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje. En la actualidad, existen programas informáticos que modelan laboratorios, programas interactivos en libros de física y química, entornos virtuales de aprendizaje (EVA), objetos virtuales de aprendizaje (OVA), ambientes virtuales de aprendizaje (AVA), simulaciones de fenómenos naturales disponibles en la web, etc.

Sin embargo, aún es incipiente el uso de programas como herramientas didácticas; por esta razón, es importante comenzar una línea de investigación sobre la aplicabilidad de unidades didácticas interactivas para la enseñanza y aprendizaje de las Ciencias Naturales y Educación Ambiental. La información y la tecnología no se pueden

separar; por esta situación, debemos tener muy en cuenta como docentes que la didáctica debe estar acorde con el desarrollo tecnológico, y además, utilizarlo en la práctica diaria. El interés y la motivación que tienen los niños, niñas y jóvenes en el manejo de las TIC se deben tener en cuenta; es importante aprovechar estos recursos e incluirlos dentro del aula de clase.

Con la aplicación de la unidad didáctica interactiva se pretende mejorar la enseñanza y aprendizaje del concepto de modelo atómico de la materia, utilizando para ello la modelización como una habilidad de aprendizaje a partir de la identificación de las ideas previas. Estas se utilizan como referente para la elaboración del software interactivo, que es la herramienta de transposición didáctica aplicada en el aula. Se finaliza con la evaluación de la herramienta didáctica y las habilidades relacionadas con la modelización.

II. DESARROLLO DEL ARTÍCULO

El trabajo en el aula de clase siempre ha estado influido por representaciones que se le explican al estudiante; el docente supone que el estudiante tiene la claridad suficiente para interpretar estos símbolos. Al transcurrir el ciclo de enseñanza, el estudiante utiliza representaciones más complejas; por ejemplo, los niños en los primeros grados de su educación básica aprenden a utilizar el símbolo de las letras para identificar palabras escritas en los textos o en el tablero; después utilizan este aprendizaje para relacionarlo con objetos de su entorno; y a medida que progresa en el nivel educativo aprende otros símbolos: por ejemplo, en el aprendizaje de matemáticas hace uso de símbolos para la suma, resta, multiplicación y división en niveles educativos básicos. Finalmente, llega a utilizar símbolos más complejos, como las ecuaciones, el plano cartesiano o las integrales simples.

La modelación aplicada como una competencia se hace necesaria, ya que el estudiante, al conocer que las diferentes representaciones son una explicación de una parte de la realidad, reconoce la necesidad de utilizar otras representaciones para crear una mejor explicación o tal vez creando otras representaciones que se podrían convertir en nuevos campos de investigación. Pero si el estudiante desde el inicio del aprendizaje de sus saberes no tiene la claridad suficiente acerca de la interpretación de su entorno, se estará limitando su capacidad de imaginar la realidad ya que tendría un obstáculo en el aprendizaje relacionado con la dificultad de creer que solo existe una explicación del fenómeno, debido a la falta de claridad del concepto modelación.

Este trabajo tiene en cuenta diferentes aspectos relacionados con la enseñanza y aprendizaje en las ciencias de la naturaleza: la epistemología en la didáctica de la enseñanza de las ciencias de la naturaleza, el constructivismo y su relación con las tecnologías de la información y comunicación, los modelos científicos, las habilidades del siglo XXI y las competencias que se podrían relacionar con la modelación.

A. Didáctica de las ciencias de la naturaleza

En la educación se ha percibido un cambio en el aspecto de la didáctica de las ciencias de la naturaleza. Antes de la década de los setenta, predominaba la clase magistral, el modelo de enseñanza era de transmisión-recepción, la ciencia era transmisión de conocimientos, el estudiante acumulaba toda esa información y el docente era el poseedor del conocimiento que lo depositaba en los alumnos [1]. En la década de los ochenta se innovó con el uso del laboratorio; actividades que eran influenciadas por corrientes innovadoras surgidas en Europa [2]. En la actualidad se han generado preguntas claves en cuanto al proceso de aprendizaje de los estudiantes. [2] afirma: “cuestiones como ¿aprenden nuestros estudiantes? o, más concretamente, ¿llegan a dominar los conceptos científicos?, son objeto de constante preocupación por parte de los profesores del área de ciencias” (p.383).

La didáctica de las ciencias de la naturaleza debe tener en cuenta los problemas de enseñanza y aprendizaje específico de las ciencias experimentales, entre estos problemas se encuentra la persistencia de las ideas alternativas en la interpretación de fenómenos. Como indica [2], “el modelo constructivista ha producido un amplio consenso entre los investigadores de didáctica en las ciencias. Es un modelo cognitivo, ya que se basa en el estudio y desarrollo de los procesos mentales de los estudiantes”. El empirismo, como generador de conocimiento, ha sido uno de los pilares de las ciencias de la naturaleza; surgió con la revolución científica del Renacimiento y se reafirmó por el positivismo lógico del siglo XX.

Actualmente, el método científico es bastante utilizado para la enseñanza de muchos conceptos; sin embargo, como indica [2], un cambio en el concepto de carácter de verdad fue planteado por Popper, ya que una hipótesis puede ser falsable por observaciones posteriores y su validez radica en la interpretación de la realidad. El autor también menciona la importancia de las nuevas explicaciones en las ciencias de la naturaleza, ya que como indica Khun [2], “una teoría no se abandona al ser superada, sino que es sustituida por un nuevo paradigma (modelos y concepciones teóricas admitidas y compartidas por los científicos)”.

Lo anterior se ratifica con lo propuesto por Lakatos [2]: el avance de la ciencia proviene de “la calidad de los programas de investigación que compiten entre sí, de entre los cuales alguno se revela como más útil para hacer predicciones.

Cualquier didáctica de las ciencias debe tener en cuenta transmitir la idea de provisionalidad de las teorías científicas y de su naturaleza dinámico-evolutiva, junto con su carácter acumulativo; tomar en cuenta la influencia de su entorno (aspectos ideológicos y sociológicos) y de las aplicaciones tecnológicas en la determinación de los temas más importantes de investigación y en el desarrollo de la ciencia; desarrollar el espíritu crítico y cuestionar la validez de la observación, intentando que tanto la percepción de los datos como las interpretaciones sean lo más objetivas posible; y finalmente, cuidar el lenguaje utilizado para transmitir la imagen fiel de los conceptos, evitando visiones excesivamente simplistas o erróneas de las construcciones científicas. (p.388)

En la actualidad se reconocen los grandes avances en la tecnología y su importancia en la sociedad, además de la gran influencia de la tecnología para la didáctica en el aula, ya que se mejora el proceso enseñanza y aprendizaje debido a que facilita la transposición didáctica de conceptos abstractos, transformándose en herramientas que generan en el estudiante motivación para el aprendizaje. Según Zapata [3], “los objetivos, métodos, contenidos, condiciones de aprendizaje, evaluación y recursos constituyen las dimensiones comúnmente aceptadas del currículo”. Los recursos didácticos deben propiciar el aprendizaje en el estudiante.

Como indica Jiménez [3], “los entornos de aprendizaje virtual propician diseños fundamentados en teorías constructivistas del aprendizaje, puesto que éstos hacen énfasis en el alumno como centro de los procesos cognitivos y, por tanto, en los procesos de enseñanza y aprendizaje”. En el mismo sentido, Zapata [3] indica que, “en este contexto, la intervención del profesor se centrará en crear condiciones favorables para el cambio que se produce en el material cognitivo del alumno, cambio que se produce entre la situación previa y posterior al aprendizaje”. Las TIC, como instrumento de formación (enfoque se centra más en el alumno), deben ser un entorno de aprendizaje con una función pedagógica (actividades de aprendizaje), la tecnología apropiada y aspectos organizativos, considerando los procesos de enseñanza en entornos virtuales como un proceso de innovación pedagógica [4].

B. Constructivismo y las tecnologías de información y comunicación TIC

La práctica docente en las ciencias naturales está influenciada por la perspectiva constructivista. Los Lineamientos curriculares en Ciencias Naturales y Educación Ambiental, elaborados por el Ministerio de Educación Nacional [5] dan un indicio de la perspectiva constructivista ya que mencionan la pregunta como un momento de desequilibrio. Cuando las representaciones sobre un sector del mundo no concuerdan con él, es necesario modificar las representaciones; cuando se logra una representación concordante se tiene un nuevo equilibrio hasta el momento en que nuevos conocimientos pongan en conflicto las representaciones estables hasta el momento.

Como indica González [6], las clases constructivistas son un modelo basado en la planificación del aula metacognitiva, de visión lineal ya que conservan una organización y ejecución de pensamiento lineal, pues consisten en la introducción, el cuerpo teórico de la clase y un cierre a manera de conclusión, orientando al estudiante a la construcción de conocimiento y priorizando la metacognición.

La práctica docente en la actualidad debe enfocarse en los avances tecnológicos y valerse de ellos como una ayuda en el aula, utilizando entornos virtuales de aprendizaje; por lo tanto, es necesario crear herramientas que, además de ser apoyo para el docente, motiven a los estudiantes, ya que la tecnología está inmersa en su cotidianidad. Como afirma Requena [7], se busca cambiar el esquema tradicional del aula, donde el papel y el lápiz tienen el protagonismo principal, y establecer un nuevo estilo en el que se encuentren presentes las mismas herramientas, pero añadiéndoles las aplicaciones de las nuevas tecnologías, aporta una nueva manera de aprender, que crea en los estudiantes una experiencia única para la construcción de su conocimiento.

Se deben incorporar los avances tecnológicos en el aula de clase, ya que posibilitan la mejor comprensión de algunos conceptos como la representación de la materia, desde el ámbito del mundo submicroscópico.

C. Habilidades del siglo XXI y competencias relacionadas con los modelos científicos

Como indican Toro, Blandón, Martínez, Castelblanco y Granés [8], las competencias generales básicas en ciencias naturales y educación ambiental son: interpretar, argumentar y proponer. Entre las competencias específicas en

ciencias naturales y educación ambiental que se relacionan con la modelación científica, se encuentran:

- Identificar: capacidad para reconocer y diferenciar fenómenos, representaciones y preguntas pertinentes sobre estos fenómenos
- Explicar: capacidad para construir y comprender argumentos, representaciones o modelos que den razón a fenómenos
- Disposición para reconocer la naturaleza abierta, parcial y cambiante del conocimiento.

Para los niños, niñas y jóvenes en Colombia, el MEN y la Asociación Colombiana de Facultades de Educación realizaron un documento en 2004 en el cual indican los estándares básicos de competencias en ciencias naturales y ciencias sociales. Estos son criterios que establecen un punto de referencia en el saber y saber hacer; este documento se denomina “Guía 7. Formar en ciencias: ¡el desafío!”.

Para el concepto abstracto de los modelos atómicos de la materia, se menciona que al finalizar el grado séptimo los estudiantes deben establecer relaciones entre las características macroscópicas y microscópicas de la materia y las propiedades físicas y químicas de las sustancias que la constituyen. Este saber y saber hacer lo logran con el manejo de conocimientos propios acerca de las ciencias naturales.

En el entorno físico, se establece que el estudiante describe el desarrollo de modelos que explican la estructura de la materia con conocimientos, en la ciencia, tecnología y sociedad, para ser capaz de indagar sobre los adelantos científicos y tecnológicos que han hecho posible la exploración del universo. En el desarrollo de compromisos personales y sociales, reconoce que los modelos de la ciencia cambian con el tiempo y que varios pueden ser válidos simultáneamente [9].

En la actualidad, la sociedad está inmersa en la cultura digital. Es necesario que las ciencias de la naturaleza incluyan los avances tecnológicos en el aula de clase como recurso didáctico, ya que posibilitan un mejor aprendizaje en el estudiante.

La Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) ha clasificado el buen uso de las tecnologías de las TIC en habilidades funcionales y habilidades para aprender; estas “habilidades del siglo XXI” se pueden agrupar en tres competencias: el uso interactivo de las herramientas, la interacción entre grupos heterogéneos y actuar de forma autónoma [10].

D. Modelos científicos

El término “modelo” comúnmente se usa para referir una situación u objeto como guía para reproducir algo igual. Desde el ámbito de las ciencias de la naturaleza, Chamizo [11] afirma que: “Los modelos (m) son representaciones, basadas generalmente en analogías, que se construyen contextualizando cierta porción del mundo (M), con un objetivo específico”. Idea que refuerza más adelante el autor, afirmando que: de acuerdo a su contexto pueden ser a su vez didácticos o científicos dependiendo de la comunidad que los justifique y el uso que se les dé. Aquí es muy importante el momento histórico en el que los modelos son construidos. Puede decirse, en general, que los modelos más sencillos son los más antiguos.

Gallego, Gallego y Pérez [12] afirman: “la profesora Lombardi explicita que los modelos científicos de la física se apoyan en el sistema axiomático de la matemática; apoyo este que hace que tales sistemas adquieran connotación semántica”. También Gallego et al. [12] indican que un modelo científico no es la realidad en sí sino una representación de la misma, clasificándose en icónicos o gráficos, analógicos y simbólicos; además afirman a partir de un modelo atómico, su carácter científico:

El modelo atómico de Dalton, que fue objeto de modificaciones sucesivas, en especial con la introducción del concepto de valencia y el de estereoisomería, hasta su abandono definitivo a comienzo del siglo XX. Este ejemplo muestra igualmente, que los modelos icónicos o gráficos son de carácter conceptual y metodológico; metodológico en el sentido hipotético-deductivo. (p.108)

Como indica Chamizo [13], los modelos icónicos materiales son imágenes, diagramas o modelos a escala. Como ejemplo en la construcción de modelos icónicos materiales en tres dimensiones, a comienzos del siglo XIX, Dalton construye su modelo atómico en madera.

Los modelos se pueden clasificar como icónicos, analógicos y teóricos o simbólicos.

Los modelos icónicos “son aquellas representaciones del sistema en forma visual mediante imágenes de figuras o representaciones físicas, a escala sobre la base de un objeto. Entre algunos ejemplos que se pueden citar están; las fotografías, las maquetas y los mapas” [14]. Torrecillas [14] afirma que los modelos analógicos:

[...]tienen en cuenta una serie de cualidades, propiedades y características que pueden ser de distinta naturaleza al representar el objeto de estudio. Resultan muy apropiados para representar o expresar relaciones cuantitativas del objeto o proceso original. Son ejemplos de estos modelos; los diagramas de flujo de un proceso en una fábrica y las representaciones de la curva de distribución en la estadística.

El mismo autor indica que los modelos teóricos:

[...]se utilizan los símbolos o signos para designar los elementos y propiedades del objeto de estudio, es por eso que muchas veces se les denomina modelos simbólicos. Se pueden citar como ejemplos en este caso los modelos matemáticos y entre estos los modelos económicos matemáticos. Aquí se utilizan los símbolos o signos matemáticos para describir y explicar el proceso modelado. Pero también cuando se utilizan conceptos o teorías para la explicación del objeto de estudio. [14]

E. Obstáculos en la enseñanza y aprendizaje del concepto sobre modelo atómico

Astolfi [15] menciona las características de los obstáculos: su positividad (saturación de conocimientos previos), su facilidad (razonamiento de manera sencilla), su interioridad (el obstáculo está en el pensamiento mismo, en el inconsciente), su ambigüedad (el uso de representaciones que no son adecuadas para solucionar un problema), su polimorfismo (no se limita al campo racional, extendiéndose a otros planos como el afectivo, emocional) y su recursividad (el obstáculo se vuelve sobre sí mismo para juzgarse). El autor también indica que los obstáculos en las representaciones que tienen los estudiantes se pueden convertir en un punto nodal de las concepciones. Astolfi [15] presenta algunos obstáculos muy frecuentes en las representaciones de los conceptos: primacía de la percepción sobre lo conceptualizado, uso del pensamiento por pares que permite proceder a alternativas binarias simples.

En el proceso de enseñanza y aprendizaje de los modelos atómicos han existido diferentes obstáculos para el aprendizaje de estos conceptos: confundir las propiedades submicroscópicas con las propiedades macroscópicas de la materia; conceptos acerca de modelos atómicos muy abstractos, difíciles de utilizar en la explicación de los fenómenos que ocurren en su entorno; según Harrison & Treagust [16], los estudiantes piensan que los modelos son juguetes o pequeñas copias incompletas de objetos; por esta razón, no identifican ideas o buscan

propósitos en la forma del modelo. Las concepciones alternativas, con explicaciones simplistas y erróneas de los fenómenos naturales, o explicaciones tomadas de familiares, dibujos animados, películas. Profesores que tienen conceptos erróneos con respecto a conocimientos científicos y modelos [16], algunos profesores conciben los modelos científicos en términos mecánicos y creen que los modelos son verdaderas imágenes de fenómenos e ideas no observables. Por último, la manera en que los profesores se mueven entre las representaciones microscópicas y simbólicas de sustancias y procesos [17].

Bodner y Domin [16] distinguen entre representaciones internas (información almacenada en el cerebro) y representaciones externas (manifestaciones físicas de la información). Las primeras pueden ser muy similares a las representaciones externas en algunos individuos, si el docente escribe símbolos que representan la realidad, muy a menudo los estudiantes escriben letras, números o líneas que no tienen significado alguno para ellos.

El modelo de enseñanza por transmisión-recepción es un obstáculo de aprendizaje, ya que concibe la ciencia como una acumulación de conocimientos, sin reconocer su desarrollo histórico y epistemológico. Estos aspectos son necesarios para comprenderla; el docente transmite el texto guía enseñando de manera inductiva conocimientos cerrados o definitivos, considerando al estudiante como una página en blanco y sin tener en cuenta su contexto sociocultural [1].

Como indica Johnstone [16], la materia puede ser representada por niveles: el macroscópico (fenómeno físico), el submicroscópico (partículas) y el nivel simbólico (lenguaje químico y modelos matemáticos). Si no existe claridad acerca de la modelación pueden ocurrir diferentes conflictos cognitivos, ya que los docentes utilizan estos niveles saltando de uno a otro en el proceso de enseñanza, y los estudiantes interpretan de formas diferentes cada nivel, confundiendo con demasiada facilidad [16].

F. Metodología

El enfoque metodológico de este trabajo es de tipo cuantitativo [18] con cuestionarios para obtener resultados.

El tipo de metodología cuantitativa es cuasi-experimental, cuya validez radica en la representatividad de los datos obtenidos; se mide el impacto de la aplicación de

una unidad didáctica interactiva con diseño de grupos no equivalentes (grupos no asignados de forma aleatoria).

La unidad didáctica interactiva fue desarrollada en la Institución Educativa Sagrada Familia, de Apía (Risaralda). La institución se encuentra ubicada en la zona urbana del municipio; además, tiene sedes en el sector rural. El municipio forma parte del denominado Eje cafetero; su principal actividad económica es la caficultura.

Se trabajó con dos grupos de grado séptimo de la Institución Educativa Sagrada Familia.

El grupo experimental es el grado 7B, conformado por 24 estudiantes: 12 niños y 12 niñas de con edades entre los 12 y 14 años; la mayoría vive en la zona urbana, 6 niños viven en la zona rural. El grupo control es el grado 7A, conformado por 24 estudiantes: 16 niños y 8 niñas de con edades entre los 12 y 14 años; la mayoría vive en la zona urbana, 7 niños en la zona rural.

En la fase inicial del trabajo de investigación se identificó un problema recurrente, relacionado con la explicación del concepto abstracto de átomo y modelo atómico. Esto creó la necesidad de facilitar la transposición didáctica para mejorar el aprendizaje del concepto de modelo atómico. Al establecer el problema al que se deseaba dar solución se plantearon los objetivos, identificando inicialmente las ideas previas que prevalecían en los estudiantes. Se identificaron las competencias a desarrollar y se planteó la creación de un software que mejore el proceso enseñanza-aprendizaje del concepto de modelo atómico de la materia.

En la fase de diseño se realizó una búsqueda bibliográfica sobre antecedentes de las preguntas a resolver; se encontró que aún no existen artículos con el objetivo general del presente trabajo. Se continuó con la elaboración del cuestionario de ideas previas.

La siguiente fase fue el diseño para la selección de la herramienta virtual a trabajar en el pretest-postest y la unidad didáctica interactiva. Se inició con la opción de creación del programa en Java; después, con Visual Basic. Ninguno de estos lenguajes de programación se utilizó, debido a diferentes restricciones en los equipos de cómputo de la institución educativa. Finalmente, se realizó en lenguaje C con interface WYSIWYG y motor de scripting LUA, ya que permitía incluir de manera más sencilla los archivos multimedia, utilizando el programa AutoPlay

Media Studio 8.5 (versión de prueba), para crear los programas interactivos del pretest-postest y la unidad didáctica interactiva.

La fase de aplicación de la unidad didáctica interactiva software, denominado “Modelos atómicos”, se realizó en la sala de informática de la Institución Educativa Sagrada Familia, de Apía (Risaralda). La aplicación se realizó desde la última semana del mes de agosto hasta la última de septiembre, finalizando la aplicación con el cuestionario postest. La unidad didáctica se desarrolló durante 9 sesiones de clase (cada clase de 50 minutos), aplicando 2 sesiones de clase en el concepto de modelación, 1 sesión de clase sobre concepto átomo, 5 sesiones de clase sobre concepto modelos atómicos y 1 sesión de clase en actividades finales.

La fase de evaluación se realizó con el análisis de los resultados para verificar la apropiación de conceptos desarrollados. Se realizó una “lluvia de ideas” acerca del trabajo con la unidad didáctica interactiva; se notó la interiorización de conceptos de modelización, ya que los estudiantes explicaban diferentes situaciones en términos de modelos icónicos, analógicos y teóricos; también describían claramente los modelos atómicos y mencionaban el contexto en el cual surgieron.

G. Resultados

Para el pretest y postest se utilizaron preguntas de opción múltiple. Se realizaron comparaciones del porcentaje de las respuestas mayoritarias y se calculó el nivel de dificultad de la pregunta [19], la ganancia intrínseca entre el pretest y el postest [20] y el factor de concentración y medición de la discrepancia [21], para el grupo experimental y el grupo control.

- Para medir el nivel de dificultad de las preguntas, se tuvo en cuenta “la proporción de personas que responden correctamente dentro del total de examinados, que es inversamente proporcional a la dificultad”, donde “p” es el índice de dificultad de la pregunta, “A” es el número de aciertos y “N” es el número de aciertos más el número de errores de la pregunta, como se muestra en la ecuación (Carrazana, Salas y Ruiz, 2011):

$$p=A/N$$

Según Carrazana, Salas y Ruiz (2011), los valores obtenidos se pueden clasificar como: Altamente difícil (<0,32); Medianamente difícil (0,32 - 0,52); Dificultad media (0,53 - 0,73); Medianamente fácil (0,74 - 0,86); Altamente fácil (> 0,86).

- Como indica Hake [20], para pruebas de opción múltiple con una respuesta se puede comparar la prueba inicial y final para determinar la ganancia en el aprendizaje infiriendo con este valor el grado de eficiencia del aprendizaje frente al estado inicial del estudiante. Se puede calcular la ganancia normalizada como la razón del porcentaje de la ganancia real y el porcentaje máximo de ganancia posible:

$$g = \frac{\%ganancia\ actual}{\%ganancia\ máxima} = \frac{\%postest - \%pretest}{100 - \%pretest}$$

- Según Barbosa, Mora, Talero y Organista [21], en una prueba de opción múltiple con única respuesta se puede construir una medida que indique la distribución de las respuestas. Este valor se denomina “factor de concentración o factor C”, que es función de las respuestas de los estudiantes y está dado por:

$$C = \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{m} - 1} \times \left(\frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n n_i^2}}{N} - \frac{1}{\sqrt{m}} \right)$$

donde m representa el número de opciones para una pregunta en particular, N es el número de estudiantes, n_i es el número de estudiantes que han escogido una respuesta i^{1} de la pregunta, el nivel de discrepancia es “bajo, B” ($C < 0,2$), “medio, M” ($0,2 < C < 0,5$) y “alto, A” ($0,5 < C < 1,0$). El valor del nivel de discrepancia bajo indica las respuestas con tendencia al azar; el nivel de discrepancia medio indica que la población tiene dos escogencias en las respuestas; y el nivel de discrepancia alto indica una alta concentración de escogencia de la misma respuesta (no necesariamente la correcta) (Bao & Redish, 2001).

La percepción del estudiante acerca de la funcionalidad del software “Modelos atómicos” se realizó por medio de la escala de Likert, del 1 al 5, con valores de “Totalmente en Descuerdo”, “En Descuerdo”, “Indiferente”, “De Acuerdo” y “Totalmente de Acuerdo”, respectivamente. Según Zulma (2000), la evaluación de un software educativo debe tener criterios de utilidad y aspectos pedagógicos. Las preguntas que se presentaron a los estudiantes fueron las siguientes:

- Considera que el programa es interactivo
- Es de fácil manejo
- Despierta el interés en usted
- Le facilitó la comprensión del tema “Modelación”

El grupo experimental tuvo para todas las respuestas del pretest valores entre el 65% y el 95% en las repuestas correctas, mientras que en el grupo control el rango estuvo entre el 37% y el 91%. Para el grupo experimental, el nivel de dificultad (Carrazana et al., 2011) de las preguntas acerca de modelación fue de “Altamente fácil” para una pregunta y “Medianamente fácil” para las demás preguntas (en el pretest, todas las preguntas se clasificaron en el nivel “Altamente difíciles”). En las preguntas acerca de partículas submicroscópicas se obtuvo “Altamente fácil” para una pregunta y “Medianamente fácil” para las demás preguntas (en el pretest, todas las preguntas se clasificaron en el nivel “Altamente difíciles”). En las preguntas acerca de modelos atómicos de la materia se obtuvo “Altamente fácil” para 4 preguntas y “Medianamente fácil” para las demás preguntas (en el pretest, todas las preguntas se clasificaron en el nivel “Altamente difíciles”).

El promedio de ganancia normalizada de Hake [20] para el grupo experimental fue 0,79, según el autor, es una ganancia alta que indica un avance importante en el aprendizaje. El promedio de ganancia normalizada de Hake en el grupo control fue 0,48 clasificada como ganancia media; la ganancia de Hake en el grupo experimental fue 1,6 veces mayor que en el grupo control.

El grupo experimental tuvo el valor del factor de concentración [21] para todas las preguntas en nivel alto, es decir, se concentraron los intentos de respuesta en una sola opción, a diferencia del pretest, en el que se ubicaron todas las preguntas en nivel de concentración bajo (tendencia de escogencia de respuestas al azar). El patrón de respuesta en el postest para el grupo experimental se clasificó como “AA” en todas las preguntas, lo que indica que las respuestas se concentraron en la repuesta correcta (Bao & Redish, 2001), a diferencia del grupo control, que tuvo 13 preguntas en la situación “MM”, 6 preguntas en la situación “AA”, 1 pregunta en la situación “BM”. Lo anterior indica que la mayoría de respuestas se concentraron en 2 opciones de respuesta, incluyendo la respuesta correcta.

III. CONCLUSIONES

La unidad didáctica interactiva permitió solucionar las preguntas que se planteaban: ¿cómo mejorar la enseñanza y aprendizaje de los modelos atómicos?, ¿la modelación es una competencia que podría mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje de los modelos atómicos?, ¿son las tecnologías de información y comunicación “TIC” una estrategia didáctica que permite mejorar la enseñanza y aprendizaje del concepto modelo atómico de la materia?

Con el análisis de resultados se evidencia que a través del uso de representaciones con la aplicación de la unidad didáctica interactiva se logra una variación apreciable del pretest con respecto al postest. Esto indica un cambio conceptual en los estudiantes; en consecuencia, se mejoró notablemente el proceso de enseñanza y aprendizaje del concepto de modelo atómico de la materia, para los estudiantes de grado séptimo en la Institución Educativa Sagrada Familia de Apía (Risaralda). Con la aplicación del pretest se identificaron las ideas previas y los obstáculos de los estudiantes referidos a conceptos de modelación, partículas submicroscópicas y modelos atómicos de la materia. El objeto virtual de aprendizaje [4] implicó al estudiante como responsable de su aprendizaje de manera autónoma y autorregulada, ya que para las diferentes sesiones de clase cada uno trabajó al ritmo de aprendizaje propio.

IV. REFERENCIAS


Periodicals (Artículos de revista):

- [1] Ruiz Ortega, Francisco Javier, “Modelos didácticos para la enseñanza de las ciencias naturales”, Revista Latinoamericana de Estudios Educativos (Colombia), Julio-diciembre, pp.41-60, 2007.
- [2] Aja, J.M., Manual de la educación. Barcelona: Editorial Océano, 2000.
- [3] Jiménez, J. M. R., “Algunas teorías para el diseño instructivo de unidades didácticas Unidad didáctica: “El alfabeto griego””, Revista de Educación a Distancia, (20), 2008.
- [4] Salinas, J., “Cambios metodológicos con las TIC. Estrategias didácticas y entornos virtuales de enseñanza-aprendizaje. Bordón”, 56(3-4), pp.469-481, 2004.
- [5] MEN, M., Lineamientos Curriculares Ciencias Naturales y Educación Ambiental, Ministerio de Educación Nacional, 1998.

- [6] González Velasco, J. M., “El bucle educativo: Aprendizaje, pensamiento complejo y transdisciplinariedad. Modelos de planificaciones de aula metacomplejas”, *Revista Integra Educativa*, 2(2), pp.83-101, 2009.
- [7] Requena, S. R. H., “El modelo constructivista con las nuevas tecnologías, aplicado en el proceso de aprendizaje”, *RUSC. Universities and Knowledge Society Journal*, 5(2), p. 6, 2008.
- [8] Toro, J., Blandon, C., Martinez, R., Castelblanco, Y., Cardenas, F., & Granés, J., *Fundamentación Conceptual Área de Ciencias Naturales*, 2007.
- [9] MEN, M., *Estándares básicos de competencias en ciencias naturales y ciencias sociales*, 2004.
- [10] Ananiadou, K., & Claro, M., *Habilidades y competencias del siglo XXI para los aprendices del nuevo milenio en los países de la OCDE*. Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico, 2010 [En línea]. Disponible en: http://recursostic.educacion.es/blogs/europa/media/blogs/europa/informes/Habilidades_y_competencias_siglo21_OCDE.pdf.
- [11] Chamizo, J. A., “Una tipología de los modelos para la enseñanza de las ciencias”, *Revista Eureka sobre enseñanza y divulgación de las ciencias*, 7(1), 2011.
- [12] Gallego Torres, A. P., Gallego Badillo, R., & Pérez Miranda, R., “¿Qué versión de ciencia se enseña en el aula?: Sobre los modelos científicos y la didáctica de la modelación”, *Educación y educadores*, 9(1), pp.105-116, 2006.
- [13] Chamizo, J. A., “A new definition of models and modeling in chemistry’s teaching”, *Science & Education*, 22(7), pp.1613-1632, 2013.
- [14] Torrecilla, A. M. B., “La modelación y los modelos teóricos en la ciencia. Una concreción en la auditoria interna con enfoque de riesgo”, *Contribuciones a la Economía*, 2009.
- [15] Astolfi, J. P., “El tratamiento didáctico de los obstáculos epistemológicos. *Revista educación y Pedagogía*”, 11(25), pp. 149-171, 2009 [En línea]. Disponible en: <http://aprendeonline.udea.edu.co/revistas/index.php/revistaeypp/article/viewFile/5863/5276>
- [16] Nahum, T. L., Hofstein, A., Mamlok-Naaman, R., & Ziva, B. D. (2004). ¿Can final examinations amplify students’ misconceptions in chemistry? *Chemistry Education Research and Practice*, 5(3), 301-325.
- [17] Chamizo, J. A. & García A. (Eds.), *Modelos y modelaje en la enseñanza de las ciencias naturales*. Universidad Nacional Autónoma de México, 2010 [En línea]. Disponible en: <http://www.modelosymodelajecientifico.com/>



- [18] Rodríguez Gómez, David y Valdeoriola Roquet, Jordi. (2009). Metodología de la investigación. Universidad Oberta de Catalunya. Cataluña, España.
- [19] Carrazana Lee, A., Salas Perea, R. S., & Ruiz Salvador, A. K., “Nivel de dificultad y poder de discriminación del examen diagnóstico de la asignatura Morfofisiología Humana I”, Educación Médica Superior, 25(1), pp.103-114, 2011.
- [20] Hake, R. R., “Interactive-engagement versus traditional methods: A six-thousand-student survey of mechanics test data for introductory physics courses”, American journal of Physics, 66(1), pp.64-74, 1998.
- [21] Barbosa, L. H., Mora, C. E., Talero, P. H., & Organista, J. O, “El Soplador mágico: un experimento discrepante en el aprendizaje de la ley de presión hidrodinámica de Bernoulli”, Revista Brasileira de Ensino de Física, 33(4), pp.4309, 2011.



LOS SISTEMAS DE DATOS EN LA BÁSICA PRIMARIA: UNA PROPUESTA ALTERNATIVA QUE VINCULA PROCESOS, PENSAMIENTOS Y SISTEMAS MATEMÁTICOS¹

Data systems in the elementary school: an
alternative proposal that links processes,
thoughts and mathematical systems

Gabriel Jaime Castaño Uribe

¹ Trabajo derivado de las reflexiones propias del quehacer docente en el grupo cuatro del grado tercero de la sección Escuela Epifanio Mejía, Institución Educativa Monseñor Francisco Cristóbal Toro de la ciudad de Medellín (Antioquia, Colombia).

G. J. Castaño. Docente en la Institución Educativa Monseñor Francisco Cristóbal Toro de la ciudad de Medellín;
email: gabojatkd@gmail.com
Página web: <http://el-profe-gabriel.webnode.com.co>

Resumen

Este artículo presenta las relaciones que pueden establecerse entre los procesos, pensamientos y sistemas propuestos en los Lineamientos curriculares del área de matemáticas, por medio del trabajo con situaciones intramatemáticas y/o extramatemáticas derivadas de los sistemas de datos o la estadística. El manejo de los datos y su búsqueda permite involucrar a los sujetos de manera directa con su contexto, potenciando así mejores procesos de lectura y comprensión de las situaciones por medio de diferentes tipos y niveles de lectura. El texto expone el análisis de situaciones presentadas en pruebas estandarizadas y algunas actividades escolares desarrolladas en el grado tercero, en una institución educativa de la ciudad de Medellín, Antioquia (Colombia), grado en el que la lectura y la escritura están consolidándose. Se espera que con este tipo de propuestas se relacionen integralmente el lenguaje y las matemáticas.

Palabras clave

pensamientos matemáticos, comprensión de lectura, análisis de gráficos, referentes de calidad.

Abstract

This paper shows the relationships that can be established between the processes, thoughts and systems proposed in the curriculum guidelines in the area of mathematics, by means of the work with intramathematics and/or extramathematics derived from the data systems or the statistics, as is the data management and search which will allow individuals to engage directly with their context, promoting in this way better processes of reading and comprehension of the situations by means of different types and levels of reading. The text exhibits also the analysis of situations presented in standardized tests and some school activities developed in the third degree in an educational institution of the city of Medellin, Antioquia-Colombia, degree in which the reading and writing are not consolidated and it is expected that with this type of proposals there could be a link between the language and the mathematics in a more integral way.

Descriptors

Mathematical thoughts, reading comprehension, graph analysis, quality references, graphs, tables and data.

I. Introducción

Este documento proporciona algunas reflexiones de corte pedagógico y disciplinar sobre los procesos de escritura y, lectura, buscando establecer vínculos entre esos procesos, pensamientos y sistemas matemáticos. Se utilizan actividades en las que el elemento central es el manejo de la información, por medio de diversas representaciones y tipos de datos, además de promover la lectura desde los niveles literal, inferencial y crítico-intertextual. Las actividades desarrolladas se llevaron a cabo en el grado tercero, en el que el proceso de lectura y escritura se va consolidando. La propuesta de trabajo está centrada en que con el manejo de los datos y sus variadas representaciones se puede llegar a determinar el nivel de comprensión de los estudiantes frente a una determinada situación.

II. Desarrollo del artículo

La primera sección expone los antecedentes de la propuesta y lo que como educador me motivó a desarrollarla; la segunda hace referencia a la importancia de la formación de ciudadanos matemática y estadísticamente competentes en la sociedad actual; un tercer eje está referido al proceso de comprensión de lectura y las habilidades que se requieren para avanzar en dicho proceso; un cuarto aspecto a considerar es el del análisis de las diversas representaciones y/o situaciones matemáticas que aparecen en las pruebas SABER¹ (pruebas estandarizadas realizadas por el ministerio de educación de Colombia–MEN-) en las que los gráficos (de columnas y otras) poseen sentido en relación con el desarrollo del pensamiento matemático, en particular para el aleatorio y los sistemas de datos; al final se exponen las actividades realizadas en el grupo cuatro del grado tercero de la Institución Educativa Monseñor Francisco Cristóbal Toro de la ciudad de Medellín. Las actividades están relacionadas con los ejes mencionados antes, a la vez que se comenta cómo este tipo de actividades escolares se van relacionando con los diferentes referentes de calidad como los Lineamientos curriculares de matemáticas (1998), los Estándares básicos de competencias (2006) y los Derechos básicos de aprendizaje, en su versión número dos tanto en el área de matemáticas como en la de lenguaje (2017). Para cerrar, se encuentra el bloque de las conclusiones a las que se ha llegado con el desarrollo de este texto.

A. Antecedentes

La propuesta surge como una alternativa para orientar las clases de matemática de grado 3° en la Institución Educativa Monseñor Francisco Cristóbal Toro.

1 Cuadernillos liberados por el ICFES (Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior) para su análisis y aprovechamiento escolar.

En 2016 se identificaron varios aspectos relevantes sobre comprensión de lectura, interpretación de información, relación de los contextos con las situaciones problemáticas; entre otros. Fue así como a la hora de resolver problemas matemáticos (intramatemáticos y extramatemáticos), se intentó relacionar los niveles de lectura con las partes esenciales en las que se puede descomponer un problema (Figura 1):

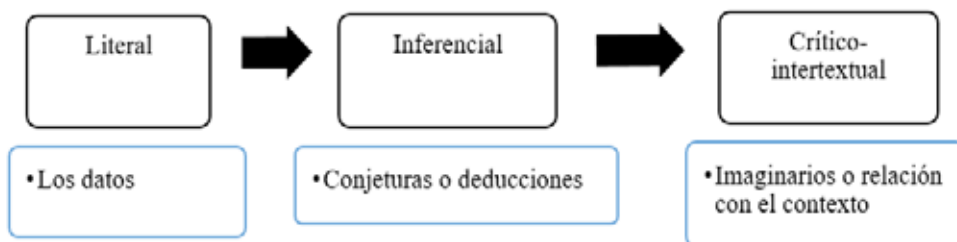


Figura 1. relación de los niveles de lectura con las partes esenciales de un problema matemático

Se trabajó por medio de los sistemas de datos o de información. Las situaciones que pueden encontrarse en la estadística son valiosas porque logran relacionar a los sujetos de manera mucho más directa con sus contextos; basta con recuperar los datos, analizarlos y concluir, para luego establecer planes que apunten a mejorar una situación o intervenirla, encontrando nuevamente otro conjunto de datos diferentes de lo que fue una situación en dos momentos, antes y después.

La propuesta con los sistemas de datos buscó favorecer mejores procesos de comprensión de un evento o fenómeno por medio de los diferentes niveles de lectura. Sumado a esto, las diversas representaciones que de él podemos hacer se convierten en un instrumento que sirve para determinar la comprensión o no del problema o situación llevada al aula.

B. Formación de ciudadanos matemática y estadísticamente competentes

En la actualidad, la información abunda y es fundamental que los sujetos podamos al menos decodificarla y si es posible comprenderla. Esta comprensión de la información puede contribuir de manera importante en la toma de las decisiones del día a día, es por esto que:

...La alfabetización estadística es un elemento primordial para los individuos de la sociedad moderna. El ciudadano común necesita formación estadística esencial

para entender el entorno en el que se desempeña, para evaluar críticamente la información estadística relacionada con contextos sociales en los cuales se está inmerso y para tomar decisiones informadas. [1]

Con base en lo anterior, habría que preguntarse qué está haciendo la escuela para favorecer este proceso de comprensión del mundo, cuando el campo de la estadística asociado a las matemáticas, se ve pormenorizado o relegado a un segundo plano. Son varias las causas que provocan esto, como la poca preparación de los docentes, el seguimiento de los libros de texto que ubican esta temática en la última unidad a desarrollar y que por cuestiones de tiempo y planificación escolar no alcanza a ser desarrollada, y un aspecto no menos importante es el reduccionismo a ecuaciones o fórmulas sin tener presente el valor didáctico y pedagógico de la consecución de los datos y la riqueza misma de los contextos y situaciones problemáticas.

Es así como la formación de ciudadanos matemática y estadísticamente competentes implica el desarrollo de habilidades del pensamiento como “interpretar, organizar, evaluar de manera crítica y apreciar información relacionada con contextos sociales en los cuales se está inmerso” [1, pp. 237-238]. La formación de los docentes para orientar el área de las matemáticas debe tener un enfoque mucho más integral en el que se puedan relacionar, por medio de diferentes situaciones problemáticas, diferentes pensamientos matemáticos y sus respectivos sistemas, como se propone en los Lineamientos curriculares del área (1998). Esto es un factor determinante a la hora de generar una conciencia matemática y estadística, que sería posible desarrollar si [1, p. 238] se elaboran las preguntas apropiadas, se diseñan los experimentos pertinentes, se recogen los datos acertados y lo más importante, se sacan las conclusiones más importantes y útiles.

C. Algunas consideraciones sobre la comprensión de lectura

La comprensión de los textos², relaciona varias de las habilidades mencionadas antes. Según Isabel Solé:

...un lector activo procesa la información en varios sentidos aportándole sus conocimientos y experiencia, sus hipótesis y su capacidad de inferencia, un lector que se mantiene alerta a lo largo del proceso, construyendo una interpretación y que si es objetivo, será capaz de recopilar, resumir, ampliar la información obtenida y transferirla a nuevas situaciones de aprendizaje.

2 Entiéndase por texto todo aquello que puede ser leído y que aporta sentido y significado al lector (textos orales y escritos)

De ahí, que la lectura sea un proceso dinámico-participativo donde el sujeto/lector entiende, comprende e interpreta un texto escrito en correspondencia con la propia dinámica del texto en su contexto [2, p. 105]

El contexto es fundamental a la hora de comprender una situación, ya que es este el que empieza a configurar las concepciones de los sujetos en relación con determinados conceptos. Por ejemplo, en los primeros niveles educativos las preconcepciones de los estudiantes están dadas por lo que ven, lo que escuchan, lo que en sus vidas tienen y lo que en ocasiones los maestros enseñamos de manera incorrecta. Para ilustrar lo anterior está el siguiente caso: se les propuso a los estudiantes una gráfica en la que se relacionaban las preferencias deportivas de los estudiantes de un grado, para intentar contextualizar la situación; este grupo se denominó 3^o4³. Algunos de los estudiantes omitieron columnas de los deportes, por no ser de su conocimiento o estar familiarizados con el deporte.

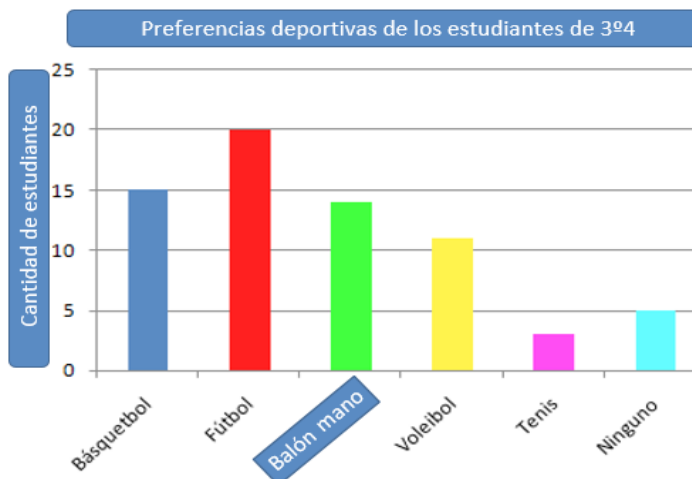


Figura 2. Gráfica propuesta a los estudiantes del grupo 3^o4

3 Grupo y grado en el que se desarrolló la propuesta

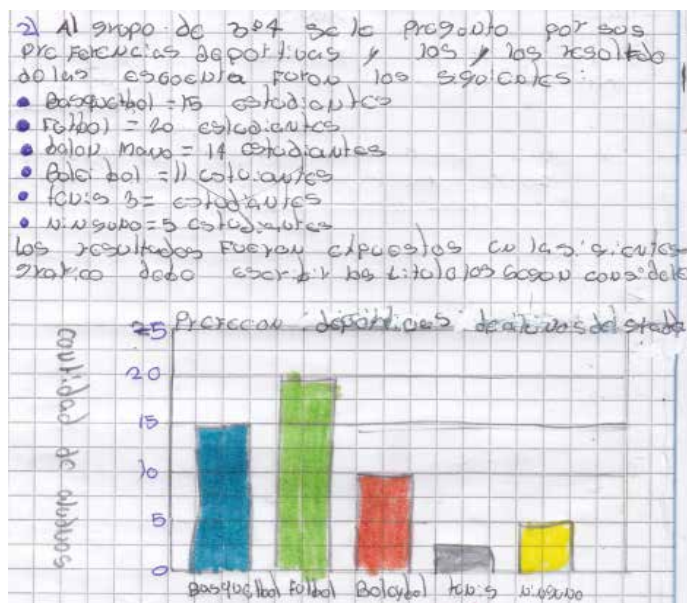


Figura 3. Gráfica elaborada por un estudiante del grupo 3^o4

Los estudiantes manifestaron que ese no era el grupo, ya que para la fecha estaba conformado por 40 estudiantes y al realizar la suma de los encuestados, la cifra era superior. Si se va a proponer una situación, no es suficiente con hacer mención a algo familiar; debe ser muy similar a la realidad que los estudiantes viven y más aún en los niveles iniciales en los que nada es obvio y lo literal predomina.

Abordamos la comprensión como un proceso que tiene en cuenta diversos factores que van desde el mismo contexto, pasando luego por el desarrollo de habilidades fundamentales desde el propio lenguaje en relación con el código escrito y terminando con la interacción de todos o varios de estos elementos. Para R. Antich, (1986: 291), la comprensión se efectúa cuando se leen ideas, no en palabras. La comprensión es un proceso, y como tal, se debe guiar de un paso a otro”. Y para I. Collado y JA. García (1997: 88) “comprender un texto es crear una representación de la situación o mundo que el texto evoca [2, p. 106].

La interacción con el mundo y lo que esto aporta al sujeto va a ser determinante, pero lo interesante del asunto es que como proceso, se debe guiar de un paso a otro, lo no se lleva a cabo en el proceso de enseñanza-aprendizaje, pues como se mencionó antes, un elemento que puede influir de manera significativa en ello es la falta de preparación de nosotros los maestros para orientar el proceso. En complemento,

...el significado se puede taxonomizar en dos categorías: significado denotativo y significado connotativo. El primero es el significado de la palabra proporcionado por el diccionario y es integral al funcionamiento esencial de la lengua. El segundo es el valor comunicativo de una expresión por virtud de lo que se refiere. Refleja la experiencia real de la cual uno asocia una expresión.

En la estructura profunda, el significado también se puede taxonomizar en dos categorías: el significado contextual y el significado pragmático. El primero se subdivide en: significación literal, complementaria, e inferencial; a diferencia del significado de superficie de una palabra, el significado contextual se lleva a cabo en el texto en su contexto. Este tipo de significado no lo determina la palabra, sino el texto en su contexto como máxima unidad lingüística de sentido completo. En el significado pragmático se expresa en los sentimientos y actitudes del escritor, en la intencionalidad. En el proceso de lectura, la comprensión de este tipo de significado es de conspicua importancia, por cuanto se encuentra fuera de la organización del lenguaje. No se puede deducir desde el sistema lingüístico solamente, se lleva a cabo en el nivel funcional. Ambos significados: contextualizado y pragmático, requieren de habilidades cognitivas y socio-culturales por parte del lector. [2, p. 107]

La reflexión que al respecto debe hacerse desde lo pedagógico y disciplinar se centra en que en la escuela este proceso de significación y sentido presenta grandes deficiencias debido a que la parte gramatical y lo relativo a la decodificación viene con falencias. Los procesos de lectura y escritura no están bien afianzados en los primeros niveles de la educación y los estudiantes son promovidos de un grado a otro sin los saberes fundamentales para avanzar.

El proceso de lectura dirigido a la comprensión debe considerar, entre otros, los siguientes elementos:

- a) Reconocimiento o recordatorio de detalles: identificar o recordar personajes principales, hora, lugar, escenario o incidente que describe el texto.
- b) Reconocimiento o recordatorio de la clave semántica: localización, identificación o producción de la memoria una formulación explícita o la clave semántica.
- c) Reconocimiento o identificación de secuencia: recordar el orden de los incidentes o acciones expresadas explícitamente.
- d) Reconocimiento o recordatorio de descripciones: identificar algunas similitudes o diferencias que describe el autor explícitamente.

- e) Reconocimiento o recordatorio de la relación causa-efecto: identificar acciones por ciertos incidentes, eventos o acciones de los personajes expresados explícitamente [2].

Lo anterior hace referencia a lo literal y si desde el área de matemáticas se enfoca, podría estarse hablando de los datos que el problema o situación brinda para intentar comprender mejor el problema; en términos de Pólya [3], sería leer bien el problema para luego comprenderlo. Es así como la importancia de reconocer en el problema el código y luego la intención por medio de detalles, como lugares, personajes y hechos, es de vital importancia para un adecuado planteamiento de la solución al problema o situación.

...Por tanto, se deben considerar las tareas:

- 1) Inferir detalles de apoyo: inferir hechos adicionales que el autor podría haber incluido que lo haría más informativo, interesante o apelativo.
- 2) Inferir la clave semántica: determinar la idea central, el tema, la moraleja que no está explícita.
- 3) Inferir consecuencia: predecir lo que sucederá en la relación causa-efecto, o hipotetizar acerca de comienzos alternativos para el texto, si el autor no hubiese proporcionado uno, o predecir el final del texto antes de leerlo.
- 4) Inferir relación causa-efecto: inferir que provocó determinado evento y explicación racional.
- 5) Inferir características de los personajes: hipotetizar acerca de la naturaleza de los personajes sobre la base de las pistas explícitas presentes en el texto.
- 6) Inferir lenguaje figurativo: diferenciar el significado literal del significado figurativo empleado por el autor.

Lo anteriormente expuesto presupone un proceso de evaluación donde los estudiantes/lectores demuestran evaluación cuando realiza juicios acerca del contenido del texto al compararlo con otra información. La evaluación requiere de parte del estudiante la realización de juicios acerca del contenido del texto sustentado en la exactitud, aceptabilidad, valor, deseabilidad, cabalidad, calidad, veracidad y probabilidad de exactitud. [2, p. 108]

En relación con las tareas que se proponen, estamos entrando en el campo de las preguntas que el problema o situación nos demanda, bien sea para orientarnos en la solución o para llegar a las respuestas que se requieren. Es en esta parte

de la situación en la que el sujeto pone en escena su saber y lo relaciona con sus experiencias y su propio contexto. Dos cuestiones interesantes en las tareas son la de inferir hechos adicionales y la de inferir qué provocó el evento y una explicación racional. La primera de ellas puede ser un obstáculo a la hora de resolver el problema por lo dicho antes respecto a los imaginarios que circulan en la mente de los estudiantes; la segunda se convierte en un elemento trascendente para la solución del problema, ya que la verificación de la respuesta, en palabras de Pólya, sería la confrontación o posibilidad de que esa respuesta se ajuste a la realidad del momento y del problema. En ocasiones, las respuestas a las que los estudiantes llegan no pasan por este filtro y encontramos soluciones completamente desarticuladas de la realidad, todo por el desarrollo inadecuado de algoritmos o inconvenientes en la lectura desde lo sintáctico o lo semántico, como se ha expresado antes.

D. Análisis de gráficos de las pruebas SABER y su relación con los procesos, pensamientos y sistemas matemáticos

En esta parte del documento se analizarán algunas de las gráficas extraídas de los cuadernillos de las pruebas SABER grado tercero liberados por el ICFES, para el estudio y preparación de los estudiantes.

7. Rosana le preguntó a sus amigos cuántos hermanos tenían y obtuvo los siguientes datos:

0, 4, 4, 2, 2, 1, 3

La lista que muestra los datos obtenidos por Rosana, ordenados de menor a mayor, es:

A.

0
4
4
2
2
1
3

B.

1
2
2
3
4
4

C.

1
2
3
4

D.

0
1
2
2
3
4
4

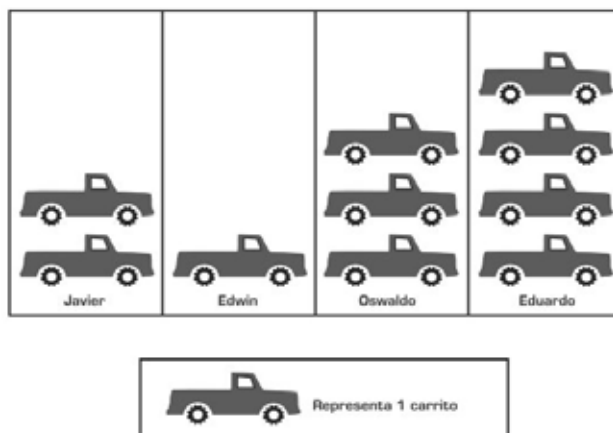
Competencia	Comunicación, representación y modelación
Componente	Aleatorio
Afirmación	Clasificar y ordenar datos.
Respuesta correcta	D
Para responder acertadamente este tipo de preguntas, el estudiante debe ordenar los datos obtenidos de acuerdo con algún criterio asociado al ordenamiento. En este caso, debe ordenar los datos de menor a mayor, teniendo en cuenta la cantidad de veces que se repite cada dato e incluir esta información en el ordenamiento.	
Nivel	Satisfactorio

Figura 3. Ordenar datos de menor a mayor

En esta situación lo que se pide al estudiante es que organice datos de menor a mayor. Ahora bien, si el estudiante revisa la cantidad de datos que tiene en la lista y los compara con los recuadros que podrían representarla, va a encontrar

que las opciones B y C se descartan por tener menor cantidad, quedando solo las respuestas A y D como posibles, pero viene luego la condición que es la de menor a mayor y es esta condición la que lo llevaría a escoger la opción D. Se ve en este análisis que poder relacionar cantidad de datos y condiciones son los factores clave para dar solución; todo esto es un proceso que pasa por la comprensión, primero del enunciado, luego por la observación y el conteo de los datos en las tarjetas con la lista y, por último, con la apropiación de un saber que, para este caso particular, sería el de la relación de orden *menor que*.

16. Observa la cantidad de carritos que tienen cuatro niños.



¿Quién tiene menos carritos?

- A. Javier.
- B. Edwin.
- C. Oswaldo.
- D. Eduardo.

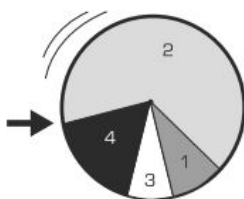
Figura 4. Pictogramas

Al analizar la gráfica puede verse que se usan representaciones o dibujos, a los cuales se les asigna un valor numérico; en este caso, el valor asociado al dibujo es el de uno, cada dibujo representa un carro. Ahora la pregunta limita el uso o provecho que de la imagen podría hacerse con preguntas como: ¿cuál es la diferencia entre el que tiene más carros y el que tiene menos? La pregunta anterior es más compleja en la medida en que involucra otro pensamiento que es el numérico y los sistemas numéricos, y lo hace a través de la comparación entre las diferentes columnas de carros y luego lleva al estudiante a leer los nombres de los cuatro niños; pero la solución requiere que el estudiante, además de leer el código, debe contar con unos saberes disciplinares como son el reconocimiento

de los términos básicos de la operación sustracción. Al respecto, los Lineamientos curriculares sostienen que: [3, p. 26] “hablar del pensamiento numérico como un concepto más general que sentido numérico, el cual incluye no solo este, sino el sentido operacional, las habilidades y destrezas numéricas, las comparaciones, las estimaciones, los órdenes de magnitud, etcétera”.

El objetivo al exponer la figura anterior es mostrar cómo desde los mismos sistemas de datos se pueden ir relacionando otros sistemas y pensamientos, intentando romper a la vez con la discusión que se plantea: la de la separación de la estadística y las matemáticas en asignaturas para ser orientadas en los planes de área de los currículos escolares. La discusión empieza a resolverse cuando el saber disciplinar se va haciendo más prolijo.

40. Eduardo gana un premio si escoge un número de la ruleta y luego de girarla, la flecha señala este número.



¿Qué número debería escoger Eduardo si quiere ganar más fácil?

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

Figura 5. Probabilidad de ocurrencia de un evento

Haciendo el análisis de la gráfica encontramos que su objetivo es calcular cuál de los dos números que hay como posibles respuestas tiene mayor probabilidad o posibilidad de ser el ganador. La respuesta parecería obvia, el número dos, ya que el sector circular que abarca este número es mayor que el del cuatro, pero si se hace un análisis minucioso, podría decirse que al estar en la frontera, tan probable es el número dos como el número cuatro.

Desde otra perspectiva y usando el mismo recurso gráfico, podríamos relacionar otros sistemas y pensamientos como el geométrico y el espacial, por medio de actividades o preguntas que tengan que ver con el manejo de los sectores circulares usando el compás o el transportador para sus cálculos, a la vez que el pensamiento numérico emerge de nuevo con las estimaciones o cálculos mentales por medio de las proporciones y relaciones. Algunas preguntas que pueden orientar lo dicho

son: ¿qué porcentaje aproximado de la ruleta ocupa cada número? ¿Cuántas veces aproximadamente cabría el sector circular negro en el sector del número dos? Preguntas de este tipo implican saber los términos con los que se pregunta: sector circular, porcentaje y aproximación. Ahora estos cálculos se vuelven mucho más aproximados si se recurre al uso de los ángulos y la geometría misma.

• **Pregunta 14.**

Observa la cantidad de paletas, según el sabor, que se vendió en una heladería.

Sabor	Cantidad
Limón	15
Fresa	10
Chocolate	20

si ☐ representa 10 paletas y ☐ representa 5 paletas, ¿Cuál gráfica muestra la cantidad de paletas vendidas según el sabor?

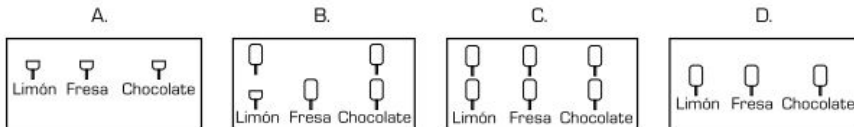
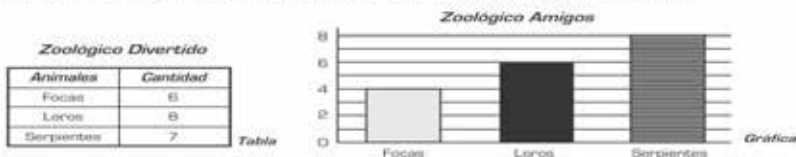


Figura 6. Pictogramas

Analizando esta gráfica, puede verse que el nivel de complejidad es un poco mayor para el lector, dado que se deben hacer correspondencias de los valores de la tabla con la de las representaciones que aparecen en el enunciado, para luego interpretar las posibles respuestas que se proponen. Este tipo de preguntas o situaciones favorecen varios aspectos: el pensamiento numérico, la lectura de imágenes y las relaciones entre datos, números, tablas y gráficos.

• **Pregunta 22.**

Observa en la tabla y la gráfica, la cantidad de animales que hay en dos zoológicos.



¿Cuántos loros faltan en el zoológico Amigos para tener igual cantidad que en el zoológico Divertido?

- A. 2
- B. 6
- C. 14
- D. 18

Figura 7. Comparación de datos (tablas y gráficos)

Este tipo de situaciones son interesantes ya que permiten a los estudiantes potenciar, por medio de datos, otro tipo de pensamientos como el numérico. Puede verse cómo la pregunta de cuántos loros faltan lleva al lector a que pueda relacionar ambos tipos de representaciones (tabla y gráfica) y haga así diferentes lecturas de un mismo evento. Otro tipo de actividades complementarias a esta situación podrían ser: pedirle al estudiante que realice el proceso complementario, es decir, que elabore la gráfica y la tabla de cada una respectivamente; o que realice los cálculos de cada zoológico para determinar la cantidad de animales de cada especie y así haga uso de razonamientos que lo conduzcan a potenciar su pensamiento numérico y su respectivo sistema asociado.

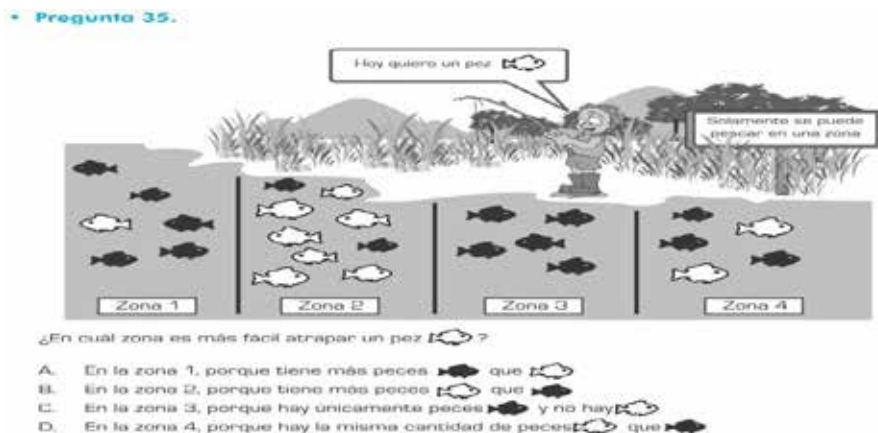


Figura 8. Probabilidad

Si de abordar el tema de la probabilidad de que un evento ocurra se trata, este tipo de situación es mucho más pertinente que la situación propuesta en la figura 5, que parece ser un poco ambigua. La situación aquí propuesta es atractiva y de gran valor ya que maneja colores, cantidades, diálogos en la misma imagen, todos estos elementos y las diferentes relaciones que entre ellos se pueden establecer es lo que en las aulas debe buscarse para potenciar diferentes pensamientos matemáticos como se ha intentado resaltar al comentar las figuras anteriores.

Un ejemplo que puede ilustrar lo que hasta el momento se ha dicho sería observar la zona tres y discutir con los estudiantes la pregunta; este tipo de discusiones en el grupo sirven para fortalecer una de las competencias generales que es la argumentación. Sumado a ello, se tiene que la expresión oral se ve fortalecida con la fuerza de los argumentos. Ahora bien, si se amplía el nivel escolar para que la situación tenga más valor, podría abordarse el tema de las proporciones, los porcentajes y las relaciones.

Para cerrar esta sección del texto, es importante hacer énfasis en que las situaciones que se presenten en el aula deben ser mucho más integrales, es decir, deben procurar por involucrar varios tipos de procesos, pensamientos y sistemas.

E. Actividades desarrolladas en el grupo y su relación con los referentes de calidad y el fomento de procesos de comprensión lectora y oralidad

En esta parte del escrito se expone la propuesta de trabajo con los datos desarrollada en el grado tercero, en el cual se evidenció que el proceso de lectura y escritura estaba afianzándose, razón por la cual se pensó que al proponer situaciones relacionadas con el contexto o con los intereses de los estudiantes podría llevarlos a involucrarse de manera más significativa y a leer e intentar comprender la situación. Esta comprensión a la que hago referencia es la del modo en que los datos se representan y cómo estos se convierten en un instrumento que da cuenta de ello. En adición a esto se involucran los DBA de las áreas de lenguaje y matemáticas, en un intento por mostrar que son aprendizajes básicos que ya deberían estar afianzados y que la realidad vivida en este grupo del grado tercero muestra otros resultados. Al cierre del grado tercero se espera que el proceso lector y escritor tenga sus bases fundamentales con el desarrollo de ciertas habilidades comentadas en secciones anteriores.

Para el desarrollo de esta propuesta se van a traer a escena tres situaciones y los resultados o respuestas encontradas de varias que fueron propuestas en la clase de matemáticas.

1) *El problema de la cantidad de animales*: en esta actividad se presentaba una gráfica y a partir de ella se hacían varias preguntas en diferentes (Figura 10)

2. Observo y respondo

- ¿Cuántos hay de cada animal?
- ¿De cuál animal hay más?
- ¿Qué hay más, conejos o ardillas? ¿Cuántos más?
- ¿Cuántos venados más que tigres hay?
- Dibujo la tabla y usando un color diferente la completo según corresponde

Figura 10. Lectura de imágenes y niveles de lectura

En la actividad se observa que el paso a paso del que se habló en secciones anteriores se orienta por medio de las preguntas de nivel literal, con el objetivo además de separar los datos del problema para luego operar con ellos. Así se va dando todo el tejido de esta urdimbre que es la gráfica, los datos y las preguntas, a la vez que se involucran varios tipos de pensamientos matemáticos y habilidades propias de los sujetos respecto al lenguaje. El refuerzo o complemento a esta idea se encuentra con la declaración de los DBA que se relacionan con la actividad desde las áreas en cuestión y estos son: DBA de lenguaje (3-2º; 2,6-3º)⁴; DBA de matemáticas (10-3º)

Cabe añadir que una parte de la actividad pedía que se completara la tabla que se muestra en la Figura 11:

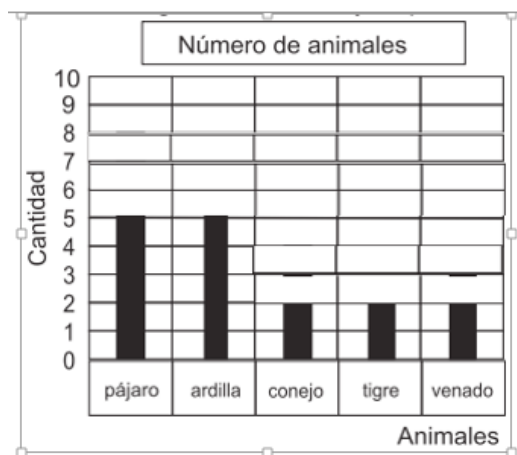


Figura 11. Completar la gráfica según la información extraída de la imagen

Las preguntas de orden literal logran pasar la prueba de comprensión y así lo demuestran los resultados en pruebas SABER, incluso las mismas prácticas escolares; pero la elaboración de la gráfica implica pasar por un proceso más complejo que involucra el nivel anterior (lo literal) y da el paso siguiente, que tiene que ver con la comprensión misma del enunciado y las preguntas que lo orientan.

⁴ El número solo indica el DBA asociado y el número acompañado del superíndice de grado indica el grado.



Figura 12. Representaciones de los estudiantes

En estas representaciones se observan varias cuestiones que dan cuenta del nivel de comprensión de la imagen y las preguntas que se hicieron, que tratan de manera directa el pensamiento numérico. Puede verse además que en la gráfica de la derecha el proceso de escritura omite sílabas y letras, no hay presencia de etiquetas o títulos como si se observan en la gráfica de la izquierda, la cual sigue la orientación dada, que era completar la gráfica⁵ usando un color diferente para notar el cambio de lo representado con lo que en la imagen de los animales se indicaba. Si bien la imagen de la derecha tiene su escala al lado izquierdo, elemento que no aparece en la de la izquierda, en la que se supone que cada cuadrícula representa el valor de 1 y es una de las abstracciones que el estudiante hace a la hora de representar.

2) *El problema de los pictogramas y las escalas (la granja)*: la actividad se plantea en el escenario de una granja, en donde usando la estrategia de trabajo colaborativo se asignan roles a cada uno de los integrantes. Estos roles están en función de las tareas que en una granja podrían presentarse, como son el granjero, el recolector, el repartidor y el administrador; la granja se encarga de producir algunas frutas, como manzanas, naranjas y mandarinas, y se da en la situación el total de cada una de estas al terminar la cosecha, es de anotar que se relacionó también el área de inglés al dar los roles y usar los nombres de las frutas. La tarea consistía en que a cada equipo de trabajo se le entregaba todo el material necesario para realizar el gráfico de columnas que la situación requería a modo de rompecabeza; el objetivo era que pudieran construir el gráfico de manera acertada, identificando las etiquetas, la escala respectiva en el eje vertical y sobre todo la equivalencia para cada una de las frutas (Figura 13):

⁵ Se pedía completar un gráfico de columnas y no una tabla, como aparece en la Figura 13. La orientación fue corregida y aclarada.



Figura 13. Tarjetas de roles para el equipo y muestra de frutas para pegar sobre cada una de las columnas correspondientes

Después de esbozar la situación, se presentan los resultados de la actividad desarrollada por los estudiantes y se hacen algunas observaciones al respecto.

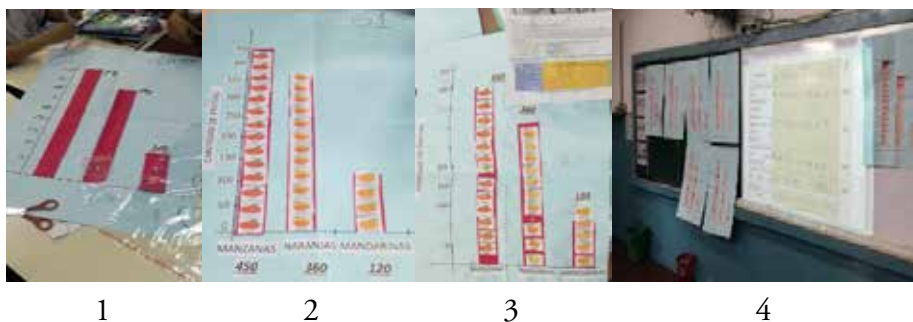


Figura 16. Representaciones de los estudiantes

En la imagen 1 de la Figura 16 puede verse que la escala está mal puesta; si bien se inicia con el cero, no se ubica en la intersección de los ejes, este fue un

elemento que se presentó en varios grupos, razón por la cual hubo que hacer la aclaración y aun así el error persistió. La imagen 2 llamó la atención por la manera en la que la etiqueta de los totales se puso en la parte inferior y no superior como se acostumbra a hacerlo. En la imagen 3 se observa que el grupo no diligenció la tabla de control de datos y además no asignó la cantidad de frutas que correspondía a cada columna, este fue otro elemento que les costó a algunos de los grupos, poder establecer la correspondencia numérica para las frutas. Y en la imagen 4 se observa el trabajo de cada grupo y la tabla de control en el que se hizo el proceso de realimentación de manera grupal asignando puntos a los aciertos para determinar así al ganador, que fueron tres grupos.

Algunas de las conclusiones de la actividad están centradas en la manera en que los chicos representaron, es decir, algunos de ellos solo pegaron frutas sobre las columnas sin lograr identificar el valor para cada una de ellas; otros no manejaron la escala de manera adecuada y otros solo respondieron las preguntas de tipo literal, pero no llevaron el control de las respuestas de los otros equipos.

3) *El problema de los accidentes de tránsito:* en esta actividad se hicieron varias cosas, como ocultar etiquetas o rótulos en la gráfica, para determinar así el nivel de comprensión de la situación *por parte de los estudiantes*. Algunos valores de la escala fueron dejados como guía, para que el resto pudiera ser deducido como puede verse en la imagen, pero el trabajo interesante estaba en la posibilidad de relacionar el pensamiento numérico buscando las diferentes opciones para algunas de las preguntas como era determinar igualdades entre meses, ya fuese por sumas o restas.

Los estudiantes se mostraron muy participativos en su desarrollo y fue con ayuda de ellos que se logró resolver usando convenciones o símbolos para organizar las diferentes parejas que cumplían con las condiciones de suma o de resta, para representar la cantidad de accidentes ocurridos en determinado mes. Respecto a este trabajo, los DBA que mejor se relacionan son el 1 y el 9 del 2º; y el 1, 3 y 10 del 3º

Tratando el desarrollo de la actividad en clase, puede decirse que fue satisfactorio, pero a la hora de revisar los cuadernos para ver los resultados escritos y no los orales, pocos estudiantes fueron los que culminaron la tarea. Además, se seguían presentando dificultades a la hora de elaborar las gráficas y estas dificultades se manifestaron en la escala o asignación de valores para el eje Y o eje vertical.

III. CONCLUSIONES

Es importante fortalecer el saber disciplinar, con el objetivo fundamental de relacionar de manera más directa la estadística o el manejo de la información o de los datos con otros aspectos propios de las matemáticas, como son la geometría, los números y las variaciones.

Es fundamental que el proceso de lectura y escritura en los niveles iniciales se desarrolle y potencie integrando diferentes áreas del saber: las ciencias, las humanidades y el arte. Esta integración permite que los sujetos podamos leer el mundo de manera más integral y en consecuencia lo intentemos comprender mejor.

Asimismo, es importante que como docentes podamos acceder a las evaluaciones externas, con el objetivo de relacionar diferentes pensamientos, sistemas y procesos matemáticos, pero además está la imperiosa necesidad de que cada situación elegida pueda ser aprovechada de la mejor manera posible, relacionando a los estudiantes con sus contextos, sus problemáticas y sus gustos.

La realidad muestra aspectos que difieren considerablemente con el ideal que aparece en los referentes de calidad, pues el proceso de aprendizaje de gran parte del grupo va a otro ritmo, a veces, uno más lento del que se espera. Sin embargo, por medio del registro de las actividades que se desarrollan y de la pertinencia de las actividades, los maestros logramos tomar conciencia de lo que se hace en las aulas y esto permite transformar el espacio escolar. Esta tarea no es fácil; requiere compromiso, preparación y reflexión permanente.

Referencias

[1]	L. Zapata, «¿Cómo contribuir a la alfabetización estadística?,» <i>Revista virtual Universidad Católica del Norte</i> , nº 33, pp. 234-247, 2011.
[2]	E. Santiesteban y K. Velázquez, «LA COMPRENSIÓN LECTORA DESDE UNA CONCEPCIÓN DIDÁCTICO-COGNITIVA,» <i>Didasc@lia: Didáctica y Educación</i> , vol. III, nº 1, pp. 103-110, 2012.
[3]	G. Pólya, <i>Cómo plantear y resolver problemas</i> , 1965.
[4]	MEN, <i>Serie Lineamientos Curriculares Matemáticas</i> , Bogotá, 1998.

[5]	Red colombiana para la transformación docente en lenguaje, Sobre los aprendizajes fundamentales, Bogotá: Kimpres S.A.S, 2016.
[6]	http://www.icfes.gov.co , 20 Marzo 2016. [En línea]. Available: http://www.icfes.gov.co/estudiantes-y-padres/pruebas-saber-3-5-y-9-estudiantes/ejemplos-de-preguntas-saber-3-5-y-9 .
[7]	MEN, Derechos Básicos de Aprendizaje V2 Matemáticas, Bogotá: Panamericana Formas e impresos, 2017.
[8]	MEN, Derechos Básicos de Aprendizaje V2 Lenguaje, Bogotá: Panamericana formas e impresos, 2017.



Gabriel J Castaño U: Medellín, Antioquia, Colombia 21 de noviembre de 1981. Graduado como Normalista Superior en Lengua Castellana de la Normal Superior de Medellín, en 2001. Licenciado en Matemáticas y física de la Universidad de Antioquia en el año 2012 y Magister en enseñanza de las Ciencias exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín, en el año 2015.

Fue docente tutor del Programa Todos a Aprender (PTA). Programa para la excelencia docente y académica del Ministerio de Educación Nacional de Colombia, desde el 2013 hasta el 2015. Actualmente es docente vinculado a la Secretaria de educación del municipio de Medellín en la Institución Educativa Monseñor Francisco Cristóbal Toro. Se ha desempeñado como formador de niños para las Olimpiadas del conocimiento de la ciudad en las áreas de matemáticas y lenguaje; ha participado en eventos de tipo nacional e internacional en las áreas de lenguaje y matemáticas. Es miembro activo de la Red Colombiana para la transformación docente en lenguaje.

NUESTROS REPOSITORIOS INSTITUCIONALES

1. RIBUC: Repositorio Institucional Biblioteca Universidad Católica de Pereira
2. OJS: Open Journal System (Sistema de Publicaciones Periódicas de la UCP)

Los repositorios institucionales (RIBUC/OJS) son un conjunto de servicios que pretenden proporcionar el almacenamiento y hacer accesible en formato digital, el material producto del quehacer académico de la UCP y su comunidad.

La Universidad Católica de Pereira, por medio de su biblioteca, viene trabajando en su construcción desde el año 2009 y desde el año 2011 fueron puestos a disposición de los usuarios.

¿Qué es el Repositorio RIBUC y/o OJS?

Es la plataforma orientada a la web, que permite almacenar, gestionar, buscar y recuperar la producción académica y científica de la Universidad Católica de Pereira.

La importancia de los repositorios RIBUC y/o OJS:

- Aumentan la visibilidad de la producción académica y científica de la Universidad
- Reúnen en un solo sitio el conocimiento producido en la Universidad
- Permiten el acceso abierto
- Preservan la producción institucional

En nuestros repositorios se podrá encontrar productos como:

- Informes de investigación
- Objetos de aprendizaje
- Las revistas institucionales UCP en texto completo
- Ponencias
- Tesis de maestría
- Artículos de investigación y otros

RIBUC y/o OJS:

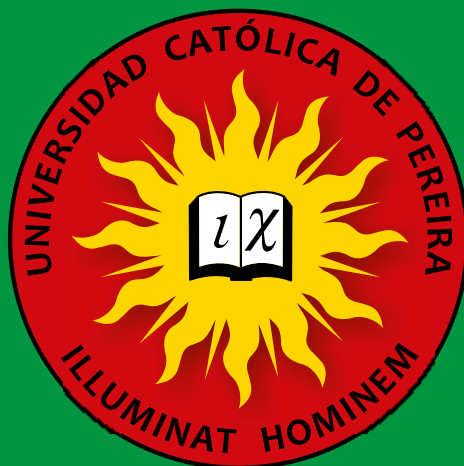
Una estrategia para la visibilidad y gestión del conocimiento

<http://ribuc.ucp.edu.co:8080/jspui/>

<http://biblioteca.ucp.edu.co/OJS/>

Videos educativos

- Poster
- Producción bibliográfica de la Universidad
- Monografías de grado
- Informes de prácticas académica



UNIVERSIDAD CATÓLICA DE PEREIRA

El escudo de la Universidad está constituido por un círculo en cuyo centro hay un sol que tiene en el interior un libro con dos letras griegas.

El sol tradicionalmente representa a Jesucristo. Él es la luz que alumbr a todo hombre, concretamente al hombre de hoy con sus preocupaciones, proyectos y expectativas. La Universidad quiere ser un instrumento eficaz al servicio de la luz de Cristo que ilumina al hombre.

“Para vosotros se alzar á un sol de justicia que traerá en sus alas la salud”
(*Malaquías 4,2*)

“Por la entrañable misericordia de nuestro Dios nos visitará el sol que nace de lo alto para iluminar a los que viven en tinieblas y en sombras de muerte, para guiar nuestros pasos por el camino de la paz” (*Lc. 1,79*)

El libro representa la Universidad; en las páginas están grabadas dos letras griegas, que son las iniciales del nombre de Jesucristo: la iota de Iesous (ι) y la Ji de Christós (χ), porque la comunidad universitaria quiere ir al hombre para darle la luz recibida de Cristo.

“La Palabra (Cristo) era la luz verdadera que alumbr a todo hombre”
(*Juan 1,9*)

Las palabras latinas “illuminat hominem” (“ilumina al hombre”) recogen el sentido de la misión de la UCP. Por tanto su razón de ser es la de ofrecer a cada bachiller el APOYO para que llegue a Ser Gente, Gente de Bien, Profesionalmente capaz, y esto como realización de su proyecto personal de vida, que lo hará “instrumento eficaz al servicio de la luz de Cristo que ilumina al hombre”.

ISBN ELECTRÓNICO
978-958-8487-39-7