CR 2. PLANTEO Y EXPLORACIÓN DE PROBLEMAS CON NUEVAS HERRAMIENTAS

Liliana M. Saidón
Profesora e Ingeniera Especializada en Recursos Informáticos para la Enseñanza y Aprendizaje de Matemáticas.
Directora del Centro Babbage y del Instituto GeoGebra de Argentina
Centro de Investigación Babbage – IG Argentina (Instituto GeoGebra de Argentina)
Departamento de Ingeniería
Universidad Nacional de La Matanza (UNLaM)
San Justo, Provincia de Buenos Aires, Argentina
lms@centrobabbage.com
centrobabbage@geogebra.at
centrobabbage@geogebra.at
www.geogebra.org

Julio C. Bertúa
Departamento de Ingeniería,
Universidad Nacional de La Matanza (UNLaM)
San Justo, Provincia de Buenos Aires, Argentina
jcbertua@unlam.edu.ar
Graciela Negro
Centro de Investigación Babbage
IG Argentina (Instituto GeoGebra de Argentina)
Ciudad de Buenos Aires, Argentina
centrobabbage@geogebra.at
jbertua@hotmail.com

RESUMEN: Enfrentaremos una serie de problemas para disfrutar de los recursos como facilitadores heurísticos y experimentar la modificación cualitativa que implica el empleo de este tipo de útiles para la representación, construcción dinámica y operación simbólica.

Tras experimentar en la resolución con utilitarios - sobre todo los de geometría dinámica, en particular, GeoGebra -, reflexionaremos sobre el rol propiciador de estudio sobre la distinción del trazado de representaciones que nos permiten este tipo de herramientas gráfico-simbólicas... más allá de la mera facilitación para la construcción.

En tanto devienen "observables" como objeto... las representaciones de los objetos, podemos acceder a un nivel de "meta-análisis".

La versatilidad de los recursos, nos permite desarrollar diferentes estrategias de resolución... al punto que incluso los planteos son susceptibles de reformulación, cambiando así, el cariz de las preguntas y no sólo el encuentro con las respuestas.

Trabajaremos en sendos momentos a lo largo de todo el taller:

- en pequeños grupos, enfrentando vivencialmente los problemas planteados para encarar soluciones con recursos informáticos
- en la puesta en común para la elaboración conceptual e institucionalización de lo "puesto en juego" a lo largo de la situación presentada

Presentamos propuestas tomadas de un curso de capacitación docente y de la guía de ingreso a ingeniería en la UNLaM, para recorrerlas, analizarlas, registrar lo que se pone en juego al resolverlas y, eventualmente, reformularlas y/o diseñar alternativas.
El ámbito que ofrece un utilitario libre en cuyo desarrollo venimos trabajando, permite darle a los objetos un tratamiento según propósitos prácticos, sin la exigencia de formalización o formulación analítica, que suele inmovilizar a muchos de los estudiantes.
La elaboración de una regla de acción (que entraña una conjetura) resulta a posteriori de sucesivos esfuerzos prácticos por alcanzar un resultado o lograr mayor efectividad en una operación.

Al relacionar y condicionar lo que se pretende hacer con lo que se logra, al contrastar lo planeado con los resultados, se apela al utilitario para resolver el problema con una metodología ***proyectual*** que permite plantear la reflexión sobre algo que, simultáneamente, se está creando (en la interacción entre el estudiante y el objeto) y controlando, dinámicamente.

Palabras Claves: Utilitarios para el Diseño de Escenarios Dinámicos de Problemas

Replanteando Problemas

Cualquier indagación relacionada con recursos disciplinares-didácticos plantea la necesidad de recrear problemas en esos entornos, de índole de tratamiento específico.
Así como se ha desarrollado una geometría vinculada a útiles geométricos, desafíos de construcción y demostraciones teóricas (imposibilidades, precisiones, etc.), incursionar en útiles dinámicos, de representación y/o operación simbólica, requiere propuestas coherentes con la metáfora de trabajo y consistentes con sus potencialidad. Según nuestra experiencia en desarrollo (soft, aplicaciones, utilitarios, documentos y materiales) y capacitación, es preciso abrir un ámbito matemático, para el diseño didáctico de *buenos problemas con nuevos recursos*[15].
Solíamos decir que nadie está obligado a adoptar nuevos recursos pero actualmente, en términos prácticos, nadie parece tener poder de decisión al respecto porque allí están, con una ubicuidad que nos desborda y una tácita demanda que simultáneamente convoca y excluye. Sin embargo, no

[15] El cine argumental evolucionó del puro "teatro filmado" al desarrollo de un lenguaje propio de comunicación y estética específica.

alcanza con contar con utilitarios, dominar su operatoria, plantear y resolver clásicos problemas, no basta con recorrer ese trayecto. Es necesario pero no suficiente. Se requiere estudiar, evaluando el proceso, para vincularlos efectivamente a situaciones de clase y a los contenidos, repensando concepciones y recreando prácticas.
Un rasgo de los problemas es que los útiles disponibles para su resolución, conforman desde su lectura y modelización al control de resultados (pasando por el razonamiento mediado, las estrategias abordadas, el planteo propuesto, el método adoptado y los mecanismos, técnicas y procedimientos desarrollados).

Los problemas a diseñar con el instrumental dinámico, podrían implicar:

- deformar o repetir trazados, transformándolos, sea para indagar sobre el modo de “funcionar” que deviene de las relaciones establecidas en un bocetos, sea más específicamente… con un propósito
- trazar representaciones de constructos geométricos en base a sus características propiedades generales (que perdurarán dinámicamente con cada cambio) en lugar de remitir a medidas particulares.
- establecer relaciones entre elementos, más que fijar dimensiones, para estudiar sus dinámicas consecuencias
- explorar, manipulando construcciones, constatando relaciones estables y variables
- vincular las relaciones establecidas en las construcciones a los modelos algebraicos que se plasman en los bocetos, para ampliar el rango de unos y otros en un ir y venir por tal recorrido.

En resumen, propiciar procesos en que se pase por las tareas propias de: **explorar (libre o encauzadamente), diseñar, modelizar, conjeturar, definir, argumentar** y **demostrar**. Con el recurso disponible, el desafío es buscar problemas que lo activen.

Recordemos que podrían no ser precisamente los problemas habituales en los textos. Aunque partiéramos de los más tradicionales, a medida que nos adentremos, daremos con variaciones, ampliaciones, generalizaciones o hasta hallazgos más o menos inéditos. Acaso porque el tratamiento dinámico y las representaciones que puede desencadenar, escasea a nivel escolar y no se presenta con tal estilo.

Entonces... ¿qué utilidad tendría una herramienta ideal para resolver lo no observable? ¿Problemas en los que no se piensa, académica o escolarmente inexistentes?
Recíprocamente, puestos en el brete de tener que “aplicar” una herramienta nueva, de un estilo no transitado, ¿qué problemas vamos a seleccionar, reformular o inventar?
Tanto con lápiz y papel como con computadora, identificar la misma técnica (en situaciones que no siempre evidencian tener algo en común); distinguir los conceptos que aparecen en el camino (o derivados de herramientas situadas), propiciar la pericia para modelizar y analizar planteos,

pueden difuminarse en medio de las preocupaciones sobre dominios operativos, cuestiones de estilo o formulación, etc.

En definitiva, a la hora de la hora, uno sigue preguntándose si se logró comprensión, aprendizaje del conocimiento en juego (que además se evidencie en el desempeño en situaciones de examen e incluso más allá de este requisito) o se propició un acatamiento formal que difícilmente se cuestione y actualice cuando, en otros contextos, se requiera similar representación gráfica, geométrica, algebraica.

Qué Cambia, Qué Permanece

Al replantear actividades tradicionales apelando a estas no tan nuevas herramientas, pueden desencadenarse preguntas emergentes de la articulación de la situación y de la internalización de posibilidades de estos útiles. Pero esto no es fatal: es dable emplearlos para llegar por otro medio a reencontrar los mismos mecanismos hacia las respuestas de interrogantes idénticos. Nadie decide, voluntaria e individualmente, establecerse en una u otra posición y, en la práctica, los límites entre una y otra no son ni tan rígidos, ni tan perpetuos.

Si al propiciarse cambios, emerge resistencia, no parece aplicada tanto a las novedades técnico-instrumentales como a la pretensión de convenir disturbios en ámbitos en que los grados de libertad están sumamente acotados por la presión de preparar, en tiempos récords, a un grupo de estudiantes con conocimientos dispares y en general precarios, para el buen desempeño en un examen decisorio. O en introducir alteraciones a mecanismos que prefieren pensarse cerrados en sus propias razones y sin necesidad de legitimación de instituciones exteriores a las educativas.

Por otro parte, ya reza el lugar común que "todo cambio es difícil[16]": involucra la complejidad propia de las prácticas y es multidimensional. Se desarrolla en el tiempo, requiere estudiar el abordaje disciplinar (más que el exclusivamente didáctico) y el correlato o impacto en instituciones que dan razón de ser al ajuste de tareas, técnicas, tecnologías y teorías. Las de producción de los saberes en juego, de aplicación (desde economía, ingeniería, estadísticas...) y/o de las que son insumo.

Anotaciones sobre Nuevos Recursos y Herramientas

En fases en que se pretende ilustrar y pasar a ***rutiinizar*** técnicas, se apela a ejercicios.

Por algún extraño motivo, la sana práctica y ejercitación tienen mala prensa (¿moda o lema pedagógico *incuestionable?*), se evita la descalificación llamando problemas a los ejercicios.

Se falsea así, la identidad de ambos y se obvian los problemas que apuntan a tareas que dan razón de ser tanto a técnicas como a útiles y a su selección como objeto de estudio.

Como los utilitarios no se correlacionan directamente con el repertorio habitual de técnicas a aprender, difícilmente se presentan planteos que les den entidad como recursos.

[16] "Diícil de imaginar, de planificar, de implementar, manejar, administrar, observar, mensurar, determinar y controlar"

Interrogantes de Partida para Empezar a Dar Vueltas

Elegimos empezar por plantear, no necesariamente en orden, una serie de interrogantes que vinculan útiles, tipos de problemas, contenidos, conocimientos y técnicas que se replantean a partir de actualizaciones en las tecnologías de respaldo:

- ¿Planteamos numerosos problemas vinculados a la función lineal y a cuadráticas porque sus algoritmos son de resolución sencilla con lápiz y papel o los desarrollamos para contar con una herramienta económica para resolver una numerosa variedad de situaciones?
- ¿Los planteamos porque queremos que los alumnos logren dominar ciertas técnicas e identifiquen los problemas que desencadenan ciertos tipos de tareas que admiten similares mecanismo de resolución... ¿O porque son sencillos de presentar, administrar y calificar en los típicos contextos educativos?
- ¿Dejamos de enseñar logaritmos porque eran "pesados y difíciles" o porque se han popularizado y difundido a bajo costo las calculadoras que permiten resolver fácilmente lo que antes se simplificaba empleándolos?
- Si la planilla de cálculos fuera una herramienta cotidiana, accesible en cualquier lugar y situación (sino como el lápiz y papel, al menos como la calculadora), ¿inventaríamos y presentaríamos problemas de "fórmula con copia relativa", incrementaríamos los de resolución por tanteo e iteración, como los de ajuste funcional, por ejemplo?
- De contar con utilitarios geométricos, de representación gráfica y/o operación simbólica, ¿cambiaría el abordaje de contenidos de geometría, cálculo, álgebra?
- ¿Adecuaríamos los problemas a entornos que facilitan la exploración? ¿O el análisis de procedimientos implícitos en construcciones? ¿Relacionados a la experimentación para poner a prueba hipótesis, en relevamientos de resultados como primer control de conjeturas? ¿Idearíamos formas de plantear desafíos hacia el establecimiento de relaciones y/o modelos algebraicos más que en la representación según datos?

En cuanto al ámbito de tácticas decisiones en que operan mudas, las representaciones circulantes de los lemas didácticos, nos vemos en el brete de contrabalancearlas con la persistencia de las que derivan de la sensata responsabilidad de preparar directamente para los requerimientos del examen, sin pérdidas de tiempo en reformulaciones, cuestionamientos o explicaciones extendidas en desvaríos "creativos". Para los que habrá oportunidad más adelante, en todo caso, cuando algunos de estos alumnos se hayan establecido como estudiantes universitarios plenos.

Sin embargo, algo en esta postergación nos deja en sensación de deuda y además de procurar saldarla en la de medida de lo posible, en cada resquicio de las urgencias, convenimos en encontrar espacios alternativos para ofrecer renovadas instancias de estudio, acaso contando con las posibilidades de los recursos informáticos libres que pueden compartirse, dejando disponibles propuestas abiertas en estilo y acceso.

Revisando Mandatos

Para cuestionar desde una posición documentada lo que se suele acatar o desestimar, acaso a mala conciencia, vale explicitar algunos de los lemas a los que nos hemos referido, desde la perspectiva del mismo autor al que se le atribuye la mayor parte de estas aseveraciones sobre-generalizadas sobre un virtual espectro de aplicación que, de tan amplio, desborda el ilimitado e incuestionable contexto de las creencias.

Intentamos registrar y compartir el coro de mandatos que podrían estar timoneando la producción, lemas que se cruzan en una malla de demandas casi inmovilizante.

Cristalizadas representaciones sociales de racionalidad trastornada en su divulgación. Brousseau[17], nos facilitó la identificación de las más frecuentes disposiciones pedagógicas formales (no didácticas), destinadas a limitar o combatir una de las numerosas "malas tendencias" de los profesores, como tendencias a....

- hablar: lo que impide al alumno hacerlo él mismo
- hacer hablar al alumno en vez de hacerlo actuar,
- enseñar en vez de dejar al niño evolucionar de acuerdo con su desarrollo espontáneo
- seleccionar contenidos según la cultura en vez de dejar al niño construir su "saber" en toda creatividad, novedad e inventiva
- concentrar sobre uno mismo la atención del alumno en vez de devolverlo a la influencia beneficiosa de pequeños grupos que trabajan libremente
- proponer temas escolares en vez de tomarlos del rico ámbito de actividades técnicas y sociales del entorno "natural" del alumno
- preferir tópicos tradicionales y aburridos a empleos lúdicos atractivos y por lo tanto, educativos
- elegir temas teóricos y en consecuencia inútiles en lugar de los prácticos, por eso inteligibles, útiles
- descuidar la relación entre la producción espontánea de cada alumno y el proyecto curricular
- desanimar a los alumnos al establecer entre ellos diferencias o al no distinguirlas, individualizando sus peculiaridades…

El mismo autor nos libera de mayores cavilaciones al indicar que estas reprobaciones tienen la fastidiosa propensión a disuadir al docente de hacer su labor: provenientes de otras disciplinas

[17] *Introducción al estudio de la enseñanza del razonamiento y la prueba: paradojas* (Julio del 2004- "International Newsletter on the Teaching and Learning of Mathematical Proof") de Guy Brousseau.

parecen imponerse, sin notar la dimensión y circunstancias didácticas, con un rigor prescriptivo que no permite la crítica: Ninguna de estas prescripciones es válida absolutamente, aplicable a cualquier saber a enseñar sin conversión didáctica que tome en cuenta su naturaleza y especificidad.

En nuestra experiencia, el (¿"iatrogénico"?) efecto paralizante o, acaso peor, de invisible impostura de este tipo de demandas se neutraliza al inspeccionarlas con colegas, sobre todo si el diálogo genuino sale al cruce a beneficio de inventario. Consensuamos, en estas condiciones, nuestros intentos.

Anotaciones y Bocetos al Margen

Nuestras elecciones se juegan dentro del complejo margen de maniobra en que conviven populosos mandatos emblemáticos, requerimientos disciplinares y didácticos; prácticas; usos y costumbres que hasta piensan por nosotros, *habitus* mediante; el más formal, tradicional o modernista análisis de la matemática en cuestión y las relaciones con el conjunto diverso de destinatarios cuya cultura del esfuerzo sospechamos, cada vez más depreciada.

Procuramos adoptar un enfoque más realista que pesimista, del comportamiento y vida de los grupos de cursantes y decidimos migrar a bocetos, en primera instancia, algunos de los planteos clásicos de las guías de ingreso y dejarlos como alternativa optativa para quienes quieran visitarlos desde la computadora usual (incluyendo la del locutorio, sin ir más lejos).

Las propuestas iniciales son las que ganan cuando se las replantea en un escenario dinámico de modelos algebraicos representados por construcciones, más que las "de geometría" específicamente. Además, en el revés de cada diseño, nos cuestionamos porque, máxime en los primeros intentos, suele ocurrir que se:

- Sobre-estime el poder del recurso como "evidenciador", depositando la expectativa en ganar eficiencia expositiva.
    - ✓ Desestime la índole particular de la exploración dinámica que el recurso permite y sólo se lo destine a ilustrar con mayor prolijidad y color lo que habitualmente muestran los textos.
    - ✓ Considere que las posibilidades de exploración del recurso en sí mismas van a bastar para que el alumno descubra y construya, confiando en tal **acción** o **interacción** sin anticipar intervenciones contingentes de institucionalización formal.
    - ✓ Limite el uso a una de las facetas sin contemplar la posibilidad de guiar la exploración por caminos alternativos.
    - ✓ Escamotee la potencia de exploración, intentando "controlar" posibles desvíos del "buen camino" al concepto que una presentación ritualizada parece asegurar.
    - ✓ Omita la posibilidad de restaurar un boceto fuera de control para volver a contar con el original

- ✓ Paute la actividad con demasiado celo, con ansiedad por que el alumno presente respuestas específicas, más allá de la atribución de sentido de los resultados obtenidos.
- ✓ Promueva una libertad de movimientos que desoriente por desentendimiento de los propósitos.
- ✓ Proponga una actividad que esté por encima de las posibilidades de comprensión de los alumnos y los desaliente, reaccionando en un renovado requerimiento de "recetas"
- ✓ Evada la necesidad de consolidar los resultados de las propuestas, dejando todo descubrimiento librado a la interpretación del alumno y los buenos oficios del utilitario.
- ✓ Atribuya aprendizaje a los "resultados" que devinieron de la mera facilidad de trazado del recurso.

Algunos de estos son obstáculos habituales en el diseño de clase. El recurso los evidencia, actualiza y potencia, no sólo porque se trata de una novedad sino porque ofrece todo un repertorio diferente (modelo, útiles, abordaje, resultados...). Así, nos trae nuevos problemas en tanto obliga a repensar el planteo de los contenidos, las prácticas naturalizadas, las expectativas de trabajo autónomo, las alternativas de la dinámica de la propuesta, la recuperación de la tarea independiente en términos de lo que se revisa en clase…

Reconociendo que lo que este tipo de alternativa exige una tarea de diseño, distinción de intentos, realimentación desde la interpretación de resultados y aceptación de lo que debe reformularse, nos proponemos inicios modestos y delimitados

Empezamos, entonces, por ofrecer aplicaciones vinculadas explícitamente a los ejercicios que, como mínimo, los ilustran. En el mejor de los casos, los incluyen como uno de los modelos de un conjunto (¿o familia?) de problemas y, medianamente, los representan sumándoles la oportunidad de una exploración conceptual que es el eje y propósito central del diseño de cada ejemplo.

Comentarios sobre las Propuestas

Presentamos algunas propuestas para indagarlas en común. Tomemos en cuenta que por evidente que aparezca a ojos del docente, es poco probable que el estudiante elabore conjetura alguna por observación de un boceto o representación. Porque no emana de visualizaciones o *datos*, sino vía propuestas que desencadenen actividad matemática. La conjetura surge de contrastar resultados de tentativas de resolución en acción efectiva o internalizada. Es más factible que se despierten sospechas metódicas a partir de un patrón de resultados de acciones con una finalidad, es decir, que se proponen para alcanzar un objetivo, resolver un problema[18].

Las acciones en situaciones determinadas dan claves. Acciones que funcionan como vías adecuadas más o menos implícitas (respondiendo a sucesivos *¿cómo...?*) antes de distinguirse, identificarse, nominarse y re-emplearse concientemente en una formulación.

El ámbito que ofrece el utilitario permite darle a los objetos un tratamiento organizado para propósitos prácticos, sin la exigencia de formalización o formulación analítica previa, que suele inmovilizar a muchos de los estudiantes.

La elaboración de una regla de acción (que entraña una conjetura) resulta a posteriori de sucesivos esfuerzos prácticos por alcanzar un resultado o lograr mayor efectividad en una operación.

¿Cómo Harían para Lograr que... ?

Como es frecuente que los alumnos diestros para encontrar la vuelta operante, funcional al problema, mantengan tácito el procedimiento al no lograr articularlo rápida y completamente, conviene diseñar la necesidad de un logro y la de comunicar el modo de alcanzarlo en interpelaciones de, por ejemplo: este estilo: ***¿cómo harían para lograr que... ?***

Mediando actividad matemática personal y grupal, se pasa de:

- Simples exploraciones de elementos para ver qué sucede (búsqueda de significaciones relativas a propiedades generales y otras, más ocasionales, vinculadas a posibilidades respecto de los objetivos). Con simultánea comprensión de lo que habría que hacer e incomprensión de relaciones que permitirían hacerlo.
- Nivel en que están claros los fines pero el empleo de medios vinculado a ensayos con logros parciales o fracasos no siempre comprendido,
- Postura instrumental que presenta anticipaciones y programas de acciones

La conjetura aparece como ***técnica codificada*** antes que como producto de visualización. Con utilitarios, se puede llegar a conjeturas vía el orden que impone el "habilidoso" a sus acciones al correlacionarlas con resultados prácticos, más allá de las habituales apelaciones al examen analítico en que lo formal es prerrequisito.

Conclusiones

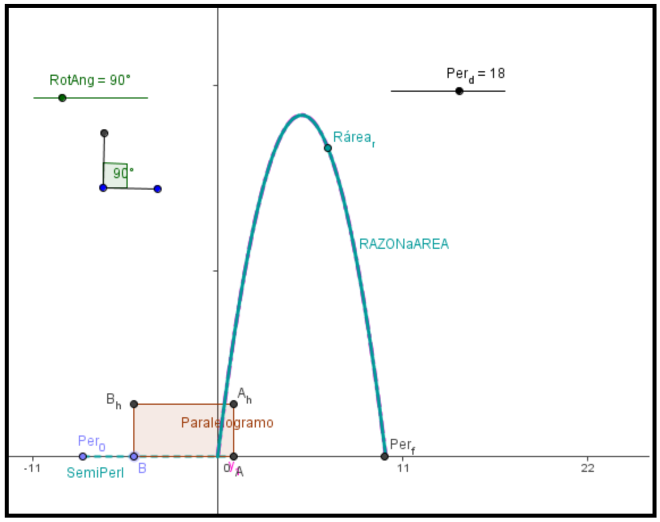
Al diseñar algunas de las propuestas de trabajo, se intenta plantear buenas preguntas que desencadenen acción, preparar la situación para que en el camino de resolución o de búsqueda de una buena estrategia aparezca un contenido a enseñar, distribuir el tiempo para que el dominio operativo no se extienda a expensas del conocimiento matemático en cuestión y ofrecer "puertas de entrada" alternativas a los estudiantes que pueden indagar cómo "funciona" el boceto de

[18] Propiciar la adquisición de repertorios de acción eficaces para resolver problemas antes de quedar atrapados por teorías precipitadas, no es sino una transposición del consejo de Ramón y Cajal: Años en el cómo antes del por qué

representación dinámica que se explora en un ámbito que podríamos considerar, tal como anticipamos, empírico-conceptual.

Esta es, de este modo, nada más que una alternativa, nada más que una oportunidad. Nada menos.

ANEXO – De las propuestas de la Guía a los bocetos susceptibles de exploración con GeoGebra



Ejemplo de uno de los Ejercicios de la Guía

Un rectángulo tiene un perímetro de 20 metros. Expresa el área del rectángulo en función de uno de sus lados

En el replanteo dinámico, se introducen las siguientes variables:

- El boceto pasa a formular, más que un problema, un conjunto de problemas porque tanto el perímetro del que se dispone (no necesariamente de 20 unidades) como el tipo de paralelogramo con el que se opera (no exclusivamente un rectángulo), pueden variarse.
- Se procura establecer, no sólo las condiciones para que el área del rectángulo sea máxima, por ejemplo, sino que resulte de distintas proporciones respecto de esa, óptima.
- La distribución del semiperímetro entre sendos lados consecutivos, se puede expresar como una proporción más que como un valor expresado en unidades de medida, lo que nos acerca al álgebra y a la modelización algebraica desde el terreno firme en que las representaciones se exploran a medida que se intentan cambios.
- Es posible analizar el impacto en el (de)crecimiento del área cubierta en relación al cambio proporcional de la distribución de los lados consecutivos
- Se puede volver a la situación geométrica, generalizándola: si el cuadrado es el rectángulo de mayor área de entre todos los que tienen igual perímetro, ¿cuál será el que cumpla esta condición de entre todos los paralelogramos del mismo perímetro?
- Cobra entidad la tarea de atribuirle generalidad y sentido al dibujo que representa a la “figura de análisis” del problema
- La relación entre los cambios, su proporción y (de)crecimiento, y los resultados puede estudiarse dinámicamente.
- La indagación del “funcionamiento” del boceto, permite registrar la viabilidad de ciertos propósitos y la distinción de lo que influye o no tiene incumbencia para cada logro.

La variedad de problemas que los mismos alumnos pueden legar a plantearse irá evidenciando las ventajas de la dedicación persistente y consistente, saldando la supuesta brecha entre ejercitación / esfuerzo y logros “creativos” / divertidos, tan apasionantes como esporádicos.

El boceto se presta para reutilizaciones y no sólo para encontrar respuestas que pueden validarse con autonomía sino para formularse renovadas preguntas, cambiando así el rol del estudiante frente al problema. Recíprocamente, algunas de estas formulaciones pueden presentarse al docente que se verá obligado a desarrollar el camino para la búsqueda de las respuestas, resolviendo frente a los estudiantes e incluso con ellos, más allá de modelizar al automático proveedor de resultados.

En síntesis, integrando lo analizado, algunas de las cuestiones que este inocente pero dinámico boceto es susceptible de desencadenar (según el dispar nivel de conocimientos, estilos y dedicación de los “exploradores”, cabe reconocer), hasta podrían dar razón de ser al estudio de ciertos temas (teorema del coseno, por ejemplo), modificando el papel del problema que no sólo es una “aplicación” de lo estudiado sino el motor, motivador de temas de estudio.

Este mismo boceto, pese a la dedicación exhaustiva que requiere para un adecuado diseño, puede visitarse nuevamente en ocasión de estudio de distintas cuestiones matemáticas, procedimientos y contenidos. Contextualmente rico en tal sentido, puede traerse a colación en el encuentro de los alumnos que lo exploraron y establecerse como mojón de referencia compartida, en el sentido de memoria didáctica, de clase pese a que pudiera haber sido indagado como parte de la “tarea para el hogar” (¿o “para el locutorio”?).

Esperamos ir completando este tipo de bocetos a medida que sea posible controlar la reacción de los estudiantes y realimentar así, este incipiente proyecto.

Otra propuesta de la Guía a los bocetos susceptibles de exploración con *GeoGebra*

Productos Notables: Demuestra que son ciertas cada una de las igualdades indicadas

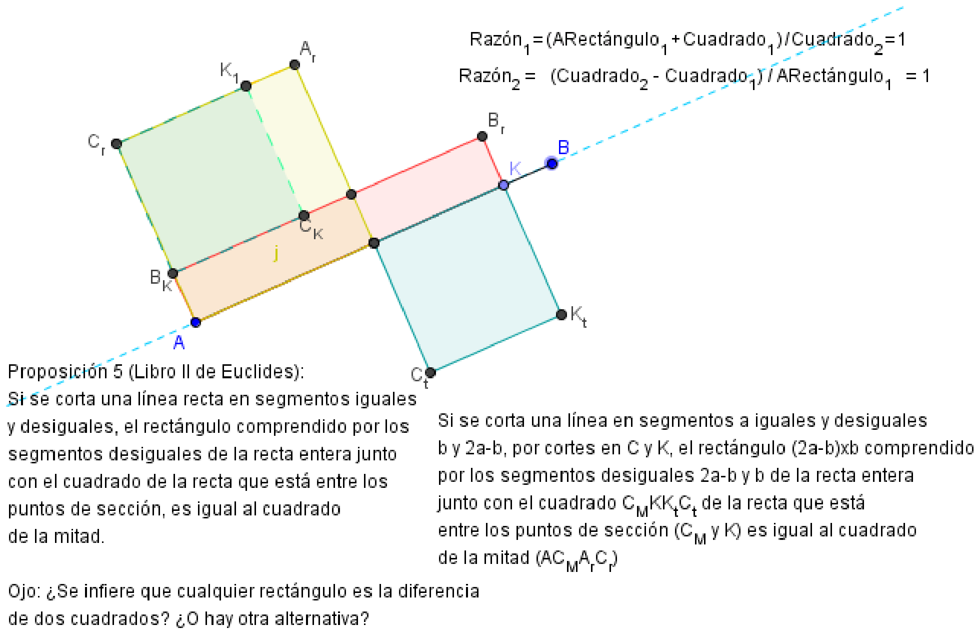
$a)\ (a+b)(a-b)=a^2-b^2$ Diferencia de cuadrados

$b)\ (a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ Cuadrado perfecto de una suma

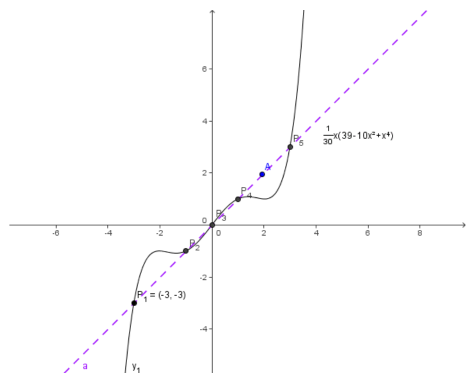
$c)\ (a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ Cuadrado perfecto de una diferencia.

$d)\ \left(a+b\right)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ Cubo perfecto de una suma

$e)\ \left(a-b\right)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$ Cubo perfecto de una diferencia



Ejemplo dada la función $y = \frac{1}{30}x\left(39 - 10x^2 + x^4\right)$ determina las ordenadas correspondientes a las abscisas dadas:(-3 ; ...) (-1 ; ...) (0 ; ...) (1 ; ...) y (3 ; ...), a continuación grafica esos cinco puntos: ¿qué podrías concluir en un primer instante acerca de la posible gráfica? ¿si graficas para otros cinco puntos que tú eliges, podrías seguir pensando que tu conclusión inicial fue acertada? Explica.



Referencias

1. Simon, Herbert (1973), "Ciencias de lo Artificial", Barcelona: A.T.E.
2. Artigue, M. (1995), "Ingeniería didáctica en Educación Matemática", Grupo Editorial Iberoamericano.
3. Brousseau, G. (1988). "Le contrat didactique: le milieu". RDM
4. Filloux, Janine (1974). «Du contrat pédagogique». Dunod. París.
5. Bourdieu, Pierre (1972), "Estructuras, habitus y prácticas", en Esquisse d 'une theorie de la practique, L. Droz- París.
6. Godino, J. (2004) "Implicaciones Metodológicas de un Enfoque. Semiotico-Antropológico para la Investigación" en "Didáctica de las Matemáticas" Granada
7. Brousseau, G. (2004) "Introducción al estudio de enseñanza del razonamiento y prueba: paradojas" en "Proof./Preuve Int. Newsletter"

8. Young, Robert (1993), “Teoría crítica de la educación”, Editorial Paidós
9. Chevallard, Y, Bosch, M. et Gascon, J. (1997): “Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje”. Barcelona: ICE/Horsori.
10. Legrand M. (1993).“Débat scientifique en cours ”, Repères IREM. Paris.
11. Saidon, L (2001) “Enseñanza con Utilitarios” – Ficha de Cátedra de Centro Babbage del curso Resolución de Problemas con Utilitarios.
12. Saidon. L. (2001-2009) “Manual Oficial del GeoGebra” – www.geogebra.org
13. Douady, R. (1986). “Jeux de cadres et dialectique outil-objet” RDM.. París
14. Piaget, J; García R. (1989), “Hacia una lógica de significaciones” Barcelona. Gedisa
15. Brousseau, G. (2002), “Cobayes et microbes”. Traducción tomada de textos de un Proyecto de Investigación (2003-2007) del Centro de Investigación Babbage.
16. García, Rolando (1996) “Sistemas Complejos” Editorial Gedisa.
17. Brousseau, G (1994) «Perspectives pour didactique des mathématiques. Vingt ans de Didactique des Mathématiques». Hommage a Brousseau et Vergnaud. Pensée Sauvage
18. Brousseau, G (1994) “Los diferentes roles del maestro” en Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones Paidós Buenos Aires.