
CR. 14 ENSEÑANZA DEL ÁLGEBRA POR MÉTODOS NO CONVENCIONALES**Egidio Esteban Clavijo Gañan**

Docente

Universidad Pontificia Bolivariana

Seminario- taller

egidio.clavijo@upb.edu.co; estebanclavijo@une.net.co

Resumen: Uno de los aspectos fundamentales en la enseñanza de las matemáticas, en la básica secundaria, consiste en lograr que los alumnos interioricen, de manera significativa, el álgebra como una potente herramienta para la modelación de diversas situaciones de cuantificación y fenómenos de variación y cambio.

En las instituciones educativas son pocos los problemas matemáticos que invitan a la experimentación y la reflexión; además de las dificultades cognitivas que los alumnos presentan durante el proceso y el mecanicismo rutinario del maestro; son pocos los currículos que han logrado integrar una metodología que le permita a los alumnos comprender de manera efectiva los procesos de variación y su aplicación a situaciones problema. Se ha comprobado que gran parte de los fracasos matemáticos de los estudiantes se deben a un inadecuado manejo de los conceptos matemáticos por parte del maestro, pues en la mayoría de los casos, el trabajo en matemáticas se reduce a la transmisión de formulas sin ningún contexto y a la mecanización de ejercicios. Esta problemática no debe pasar desapercibida si se tiene en cuenta que el cambio y velocidad de la vida actual exigen una renovación permanente del quehacer pedagógico, del ambiente escolar y de los procesos de enseñanza y aprendizaje que permitan la formación de un alumno capaz de enfrentarse a las exigencias de la sociedad actual.

Investigaciones recientes²¹ afirman que una de las tendencias generales mas difundidas hoy consiste en hacer énfasis en los procesos de pensamiento propios de las matemáticas mas que en la mera transferencia de contenidos. Los enfoques cognitivos actuales recomiendan la importancia de transmitir estrategias heurísticas adecuadas para la resolución de problemas, mas que la mera transmisión de fórmulas, tanto en el marco de las matemáticas como de cualquier ciencia en general. Al respecto Miguel de Guzmán dice: “La matemática hoy es, ante todo, saber hacer. La matemática es una ciencia en la que el método claramente predomina sobre el contenido.

²¹ De Guzmán, Miguel. Tendencias Generales actuales. Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. Matemática. Organización de los Estados Americanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura.

Al respecto, Howard Gardner²² considera que la inteligencia espacial es esencial para el pensamiento científico ya que es usada para representar y manipular la información en el aprendizaje y en la resolución de problemas. Los procesos cognitivos que se desarrollan en el pensamiento espacial, tales como dibujar, construir y manipular los objetos en el espacio son muy útiles al momento de demostrar las regularidades y patrones que se originan en el sistema algebraico. Las regiones geométricas, como los rectángulos y los cuadrados entre otros, sirven para la modelación de expresiones algebraicas. Con ellas podemos:

- Descubrir regularidades
- Encontrar relaciones
- Representar una relación con una fórmula
- Probar y demostrar regularidades
- Refinar y ajustar modelos
- Utilizar diferentes modelos
- Combinar e integrar modelos
- Formular un concepto matemático nuevo
- Y generalizar.

La educación matemática en su búsqueda permanente por constituirse en disciplina con características propias, ha permitido en los últimos años una integración de teorías y métodos que permitan la optimización de los procesos de enseñanza – aprendizaje en las instituciones educativas. Una de estas propuestas es considerar el proceso de enseñanza - aprendizaje como una "Situación Didáctica" donde todo concepto matemático se elabora a partir de la interacción con un conjunto de situaciones problemáticas que les da sentido; esta conceptualización se construye a partir de los estudios del francés Guy Brousseau.

En la Teoría de las Situaciones Didácticas, Brousseau busca crear, consolidar y relacionar un conjunto de conceptos tales que su utilización permita el estudio de los fenómenos involucrados en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Su propósito es, entre otros, abordar la problemática de la enseñanza de la Matemática, para lo cual es imprescindible que se reproduzca en el aula un funcionamiento parecido a una investigación científica, donde los conocimientos que se vayan adquiriendo no les sirvan a los estudiantes sólo para repetirlos, sino para actuar, tomar decisiones, hablar de ellos, poder comunicarlos y poder validarlos.

Una Situación Didáctica es una cadena de actividades (o tareas para el alumno) que apuntan al aprendizaje de conocimientos nuevos. Dicha cadena de actividades debe estar organizada de tal modo que le permita al alumno reforzar los conocimientos ya adquiridos, ajustar un vocabulario matemático adecuado y descubrir nuevas técnicas para abordar las tareas o preguntas que se plantean durante el trabajo.

²² Lineamientos Curriculares. Matemáticas. Áreas Obligatorias y Complementarias. Ministerio de Educación nacional. Cooperativa editorial. Magisterio. Santa Fe de Bogotá. Julio de 1998. Pág. 56.

Durante esta cadena de actividades, el aprendizaje del conocimiento nuevo al que se apunta aparece como una “necesidad”, convirtiéndose ésta en el motor que impulsa la cadena de actividades que se proponen. Es esencial que durante el proceso de construcción del conocimiento matemático, el alumno constatare “la necesidad de aprender” para tener éxito en sus respuestas, y convertir la información en un conocimiento significativo para él y para las matemáticas que está estudiando.

Características de una Situación Didáctica

1. Una Situación Didáctica es una cadena o secuencia de actividades cuyo motor o hilo conductor es un (o unos) conocimiento (s) nuevo (s).
2. Este conocimiento nuevo debe ser relevante y por ello su aprendizaje debe ser “necesario” y durable.
3. En las actividades es esencial el trabajo del alumno, por ello debe cuidarse la redacción de dichas actividades de modo que queden explícitas las tareas de búsqueda individual o colectiva (de caminos propios, estrategias personales...), el intercambio con sus pares (ajuste del lenguaje para una comunicación fluida); la exigencia de pruebas, argumentaciones o explicaciones de las acciones o decisiones tomadas.
4. Las actividades que constituyen una Situación Didáctica tiene tres objetivos diferentes pero no independientes :
 - a. Actuar: son las acciones que se solicitan al alumno para que trabaje. Se refieren al hacer.
 - b. Comunicar: describir y explicar lo que hace.
 - c. Probar: argumentar y justificar sus porqués

Una guía de intervención pedagógica puede consistir en una secuencia de actividades que toman en cuenta uno de los tres objetivos señalados. El profesor es quién organiza la guía de intervención en forma individual o en equipo, pero indudablemente lo mas importante es la elección del conocimiento nuevo (para el alumno) y el escenario para hacerlo emerger.

Preparar una guía de intervención pedagógica es un trabajo de Ingeniería Didáctica, esto es, preparar un objeto de enseñanza para lograr un aprendizaje eficaz.

Un trabajo de Ingeniería Didáctica tiene 5 etapas fundamentales :

1. Concebir la Situación Didáctica (el diseño)
2. El análisis a priori de cada actividad que compone la Situación Didáctica (Verificar si los objetivos cumplen su fin)
3. La experiencia (realización en clases)
4. El análisis a posteriori
5. La confrontación de los análisis a priori y a posteriori.

Las guías de intervención pedagógicas bien concebidas permiten que los alumnos aumenten de forma significativa:

- o Su razonamiento lógico

- Su capacidad para enfrentarse a situaciones problemáticas nuevas con confianza y seguridad y
- Su capacidad para hacerse a una técnica propia y particular que les permita inferir y abstraer en situaciones que así lo requieran.

El mundo actual exige que la educación desarrolle en el estudiante un pensamiento reflexivo, crítico y creativo, con capacidad para detectar situaciones propicias para una modelización de la realidad, utilizando los recursos matemáticos apropiados para su análisis. La tendencia actual es hacer énfasis en los procesos de pensamiento, más que en los contenidos. Dicha disposición marca como punto esencial de toda actividad matemática el desarrollo de los procesos de pensamiento a partir de la resolución de problemas.

Miguel de Guzmán propone una educación matemática basa en la resolución de problemas. Para él, el objetivo primordial de la enseñanza básica y media “no consiste en embutir en la mente del niño un amasijo de información que, se piensa, le va a ser muy necesaria como ciudadano; el objetivo fundamental debe consistir en ayudarle a desarrollar su mente y sus potencialidades intelectuales, sensitivas, afectivas, físicas, de modo armónico y por sobre todo proporcionarle, a través de las matemáticas, la posibilidad de hacerse con hábitos de pensamiento adecuados para la resolución de problemas matemáticos y no matemáticos”²³.

La elaboración de un plan de actividades matemáticos, basado en el espíritu de la resolución de problemas, debe proceder así²⁴:

- Propuesta de la situación problema de la que surge el tema. (basado en la historia, las aplicaciones, los modelos o juegos)
- Manipulación autónoma por los estudiantes.
- Familiarización con la situación y sus dificultades
- Elaboración de estrategias posibles
- Ensayos diversos por los estudiantes
- Herramientas elaboradas a lo largo de la historia (contenidos motivados)
- Elección de estrategias
- Ataque y resolución de problemas
- Recorrido crítico (reflexión sobre el proceso)
- Afianzamiento Formalizado
- Generalización
- Nuevos problemas.

²³ De Guzmán, Miguel. La Heurística en la enseñanza de la matemática. Cambios en los Principios Metodológicos. Enseñanza de las ciencias y la Matemática. Matemática. Organización de los Estados Americanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura

²⁴ Ibid.

- Posibles transferencias de resultados, de métodos, de ideas.

Al respecto de la utilización de la geometría como campo operacional para que el alumno vislumbre los procesos matemáticos relacionados con el álgebra, Miguel de Guzmán resalta la importancia de la visualización²⁵ en las matemáticas. Para él la imagen es²⁶:

- Matriz de la que surgen los conceptos y métodos mismos de la matemática.
- Estimuladora de problemas de interés relacionados con los objetos de la teoría.
- Sugeridora de relación de otra forma un tanto ocultas capaces de conducir de forma fiable hacia la resolución de los problemas y hacia la construcción de la teoría.
- Auxiliar potente para la retención de forma unitaria y sintética de los contextos que surgen recurrentemente en el trabajo.
- Vehículo eficaz de transmisión rápida de ideas.
- Ayuda poderosa en la actividad subconsciente en torno a los problemas complicados de la teoría.

METODOLOGÍA

Para cumplir con la visión humanista y constructivista propuesta en esta investigación, la elaboración de guías de intervención pedagógicas debe contener unos aspectos metodológicos específicos con el fin de orientar efectivamente la labor docente hacia el logro de un aprendizaje significativo por parte del alumno. Dichos aspectos se hacen esenciales, pues, determinan el enfoque y el grado de profundidad con que los temas serán tratados, de igual forma determinan lo que el alumno aprenderá durante el proceso. Si las actividades propuestas no se desarrollan bajo el espíritu del aprendizaje activo, dichas actividades no producirán los resultados esperados.

La metodología que se utiliza en el conjunto de Guías de Intervención Pedagógicas “Exploración de los sistemas algebraicos desde la geometría” cumple con tres características esenciales: es activa, heurística y diferenciada²⁷.

Es activa porque basa el proceso de enseñanza en:

- La experimentación por parte del alumno sobre los objetos de su entorno.
- El uso de materiales didácticos apropiados.
- Las actividades de aula “preparadas al efecto” y

²⁵ En esta oportunidad, la visualización es mas que la simple visión de las cosas, es la interpretación de las relaciones que subyacen en las imágenes y su relación con los procesos matemáticos.

²⁶ De Guzmán, Miguel. Capítulo 0: El Papel de la Visualización. El Rincón de la Pizarra. Editorial Pirámide. Madrid. 1996.

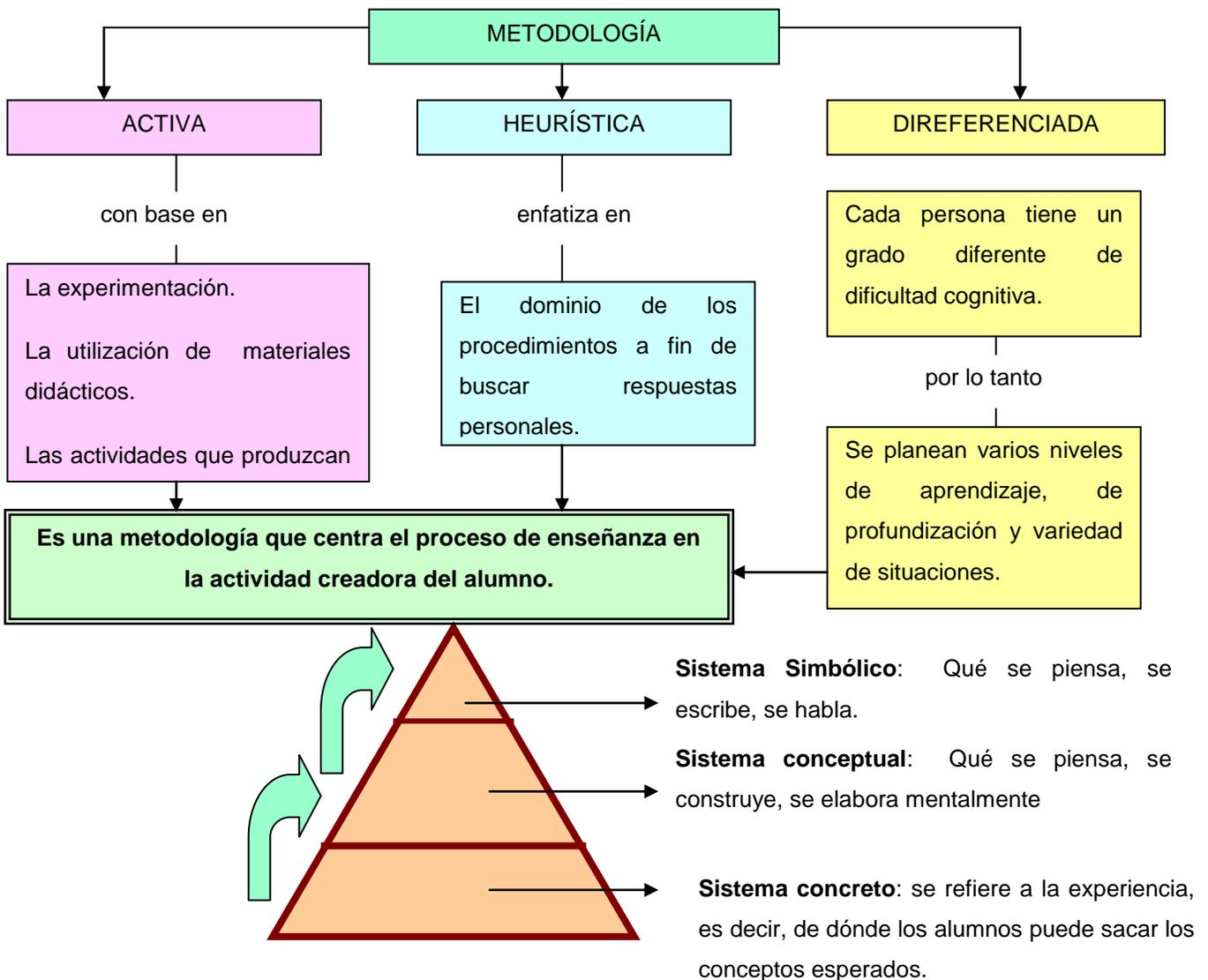
²⁷ Propuesto por Guy Brousseau en su Teoría de las Situaciones Didácticas.

- En la preparación de situaciones didácticas que llevan al alumno a realiza un aprendizaje por descubrimiento.

Es heurística porque ponen el acento en el dominio de los procedimientos y operaciones que pueden realizarse con los contenidos a fin de buscar respuestas personales a los problemas surgidos.

Es diferenciada porque tiene en cuenta que las dificultades para el aprendizaje son muy distintas en cada alumno y por lo tanto:

- Está planificada con varios niveles de aprendizaje y en estos, varios grados de profundización y dedicación.
- Esta planificada para presentar contenidos desde una gran variedad de situaciones y enfoques de manera que el alumno tenga muchas posibilidades para alcanzar un conocimiento significativo.
- Y utiliza una gran diversidad de mediadores didácticos para facilitar el aprendizaje .



Esta metodología es coherente con el enfoque sistémico propuesto por Carlos Vasco para la enseñanza de las matemáticas.

La propuesta pedagógica del presente trabajo se enfatiza en el sistema concreto, pues el trabajo constante en este sistema permite al alumno desarrollar los conceptos que se desea que ellos construyan. Además el sistema concreto es la base de la pirámide, es la portadora de la experiencia y por lo tanto la que ayuda al desarrollo del conocimiento significativo. una vez que el alumno maneja los conceptos en forma de modelos mentales se procede a trabajar con los sistemas símbolos propios del lenguaje matemático. Si el alumno hace este recorrido, de los sistemas concretos a los sistemas simbólicos, se puede asegurar un aprendizaje significativo tanto desde el saber como desde la experiencia.

PARA EL MAESTRO

Diseñar y ejecutar una guía de intervención didáctica requiere de dos aspectos fundamentales en el maestro: el conocimiento académico y la oportunidad del “dejar hacer”. Es fundamental que el maestro sea académicamente competente para coordinar las actividades propuestas pero, teniendo en cuenta los ambientes de aprendizaje significativo, es esencial que el maestro le permita al alumno realizar sus propias búsquedas, exploraciones e indagaciones de manera libre y espontánea.

Si nuestra labor educativa contempla la oportunidad de dejar que el alumno construya matemáticas desde el saber y desde la cotidianidad, los maestros tenemos que aprender a ser flexibles y permitir que el alumno se apropie de los conceptos matemáticos sin imponer nuestros criterios, propiciando así un ambiente cooperativo que favorezca acuerdos en el plano académico y personal.

Referencias

1. MESA, Orlando. Criterios y estrategias para la enseñanza de las Matemáticas. Editorial Enlace Gráfico. Medellín. 1994
2. VASCO, Carlos y otros. Programas curriculares del Ministerio de Educación Nacional. Matemáticas 8º grado. Bogotá. MEN. 1989.
3. VASCO, Carlos. Un Nuevo Enfoque para la Didáctica de las Matemáticas. Editorial Jotamar Ltda. Bogotá. 1994.
4. DE GUZMÁN, Miguel. Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. Organización de los Estados Americanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura. 1993.
5. DE GUZMÁN, Miguel. Capítulo 0: El papel de la Visualización. El Rincón de la Pizarra. Editorial Pirámide. Madrid. 1996.

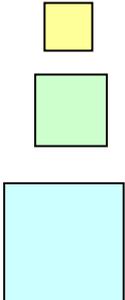
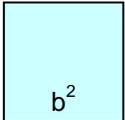
6. Lineamientos Curriculares. Matemáticas. Áreas obligatorias y Complementarias. MEN. Cooperativa Editorial. Bogotá. Julio de 1998.
7. Enfoques Curriculares, principios y Modelos Pedagógicos. Diseños Didácticos. SEDUCA-FAES. 1994
8. CAMARA OLALLA, Jesús. Geometría, Álgebra, y Fórmulas Notables. 1 Colegio Rural Agrupado “Sierra de Pinares”. España. Jcamara-arroba-roble.pntic.mec.es

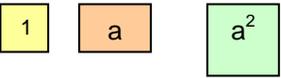
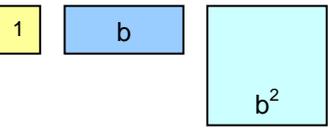
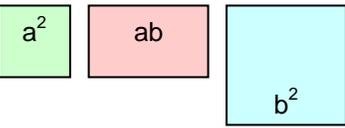
ANEXO

PREPARACIÓN DEL MATERIAL DIDÁCTICO

El material didáctico para el desarrollo de las guías de intervención pedagógicas se puede construir en forme, madera ó cartón los cuales son materiales durables. Sin embargo, conociendo las restricciones económicas de la mayoría de los niños en nuestras escuelas, se recomienda construir el material didáctico con cartulina de diferentes colores.

Para construir el material didáctico se deben seguir las siguientes instrucciones.

	<p>Construye tres cuadrados:</p> <p>Ninguno de los cuadrados puede caber exactamente en los otros.</p> <p>Los tres cuadrados deben de ser de color diferente.</p> <p>En una de sus caras debes poner el signo (-) para indicar que la región es negativa.</p> <p>Construye 150 cuadrados pequeños, 20 cuadrados medianos y 20 cuadrados grandes.</p>
	<p>El cuadrado pequeño representa a la unidad, por lo tanto cada lado mide 1, de tal forma que su área es : $A = 1^2 = 1$</p>
	<p>El cuadrado mediano: Como la unidad, es decir, el cuadrado pequeño, no cabe exactamente en el cuadrado mediano, ningún número de veces, desconocemos el valor del lado. Llamémoslo entonces a^2, de tal forma que su área: $A = a \times a = a^2$</p>
	<p>El cuadrado grande: como ninguno de los cuadrados ($1^2, a^2$) caben exactamente en el cuadrado grande, desconocemos el valor del lado. Llamémoslo b^2, así su área es:</p> <p>$A = b \times b = b^2$</p>

	<p>Construye tres prototipos de rectángulos de la siguiente manera:</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Primer rectángulo: utiliza el cuadrado pequeño para medir el ancho y el cuadrado mediano para medir el largo, de tal forma que <ul style="list-style-type: none"> ○ $A = a \times 1 = a$
	<p>Segundo rectángulo: Utiliza el cuadrado pequeño para medir el ancho y el cuadrado grande para medir el largo, de tal forma que</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ $A = b \times 1 = b$
	<p>Tercer rectángulo: utiliza el cuadrado mediano para medir el ancho y el cuadrado grande para medir el largo de tal forma que</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ $A = a \times b = ab$ <p>Construye 50 de cada uno de los rectángulos.</p>

GUÍAS DE INTERVENCIÓN DIDÁCTICA. RESUMEN.

GUÍA No. 1: ÁREA Y PERÍMETRO: Esta guía es un taller de sensibilización cuya finalidad es la revisión de los conocimientos previos de los alumnos. El taller área y perímetro propone de manera lúdica el desarrollo de los conceptos de área y perímetro partiendo de una unidad de medida preestablecida o desconocida.

GUÍA No. 2: ACOPLAMIENTOS: Esta guía es un taller de sensibilización cuya finalidad es la revisión de los conocimientos previos de los estudiantes. El taller Acoplamiento propone de manera lúdica el desarrollo de los conceptos de acoplamiento partiendo de figuras geométricas y tangrams de diferente tipo.

GUÍA No. 3: EL COEFICIENTE Y LA VARIABLE: Este taller es una introducción al concepto de expresión algebraica. El alumno, mediante representaciones geométricas expresa el valor del área o del perímetro a través de una expresión algebraica. Esta actividad le permitirá distinguir plenamente las diferencias entre coeficiente y variable.

GUÍA No. 4: OPERACIONES ALGEBRAICAS DE SUMA Y RESTA: Este taller es una introducción al concepto de suma y resta de expresiones algebraicas. El alumno, mediante los procesos de acoplamiento expresa la suma y/o resta de áreas geométricas, formulando dichos valores en forma algebraica. Esta actividad le permite al alumno encontrar los primeros patrones

de regularidad en las expresiones algebraicas al hallar términos que son semejantes y que por lo tanto se pueden enunciar de forma conjunta en una expresión algebraica.

GUÍA No. 5: OPERACIONES ALGEBRAICAS DISCRIMINADAS DE SUMAS Y RESTAS.

ACOPLAMIENTOS NO PERFECTOS: En este taller el alumno empieza a identificar los acoplamientos no perfectos y es capaz de representarlos por medio de operaciones discriminadas, es decir, primero realiza las operaciones de los términos que son semejantes y luego para aquellos términos que no son semejantes. En una segunda parte, debido a la habilidad que ya ha adquirido el alumno acoplando regiones, se le propone una serie de ejercicios donde él tiene que deducir la conformación de regiones utilizando el lenguaje algebraico para expresar la superficie de las figuras geométricas en función de ciertas longitudes. Además de la representación geométrica de la expresión geométrica también se ejercita el uso del geoplano.

GUÍA No. 6: AREAS RECTANGULARES: ACOPLAMIENTOS PERFECTOS. PRIMERA PARTE:

Durante este taller, el alumno representa geoméricamente las expresiones algebraicas cuyo acoplamiento es perfecto, es decir, aquellas figuras que tienen lados congruentes y que al unirse forman regiones rectangulares perfectas. Durante este taller el alumno aprende que factorizar es hallar el área de un rectángulo.

GUÍA No. 7: AREAS RECTANGULARES: ACOPLAMIENTOS PERFECTOS. SEGUNDA

PARTE: durante este taller, el alumno representa geoméricamente los patrones de factorización llamados productos notables. Ellos son:

- El cuadrado de la suma de dos números cualesquiera: $(a + b)^2$
- El cuadrado de la diferencia de dos números cualesquiera: $(a - b)^2$
- Trinomios de la forma $x^2 + bx + c$
- Trinomios de la forma $ax^2 + bx + c$
- El cuadrado de la suma de varios números: ej: $(a + b + c)^2$
- La diferencia de cuadrados: $(a^2 - b^2)$.

También se propone el trabajo con el triángulo de Pascal y el Binomio de Newton.

Desde la Guía No. 1 hasta la No. 7 la geometría es un recurso fundamental para:

- Pasar del lenguaje matemático geométrico al algebraico
- Pasar del lenguaje algebraico al geométrico
- Realizar demostraciones tangibles
- Y verificar los errores cometidos con mayor frecuencia y evitar confusiones.