
**PO14. LA MODELACIÓN EN MATEMÁTICA EDUCATIVA: UNA PRÁCTICA PARA EL
TRABAJO DE AULA EN INGENIERÍA¹**

Francisco Javier Córdoba Gómez

Maestría en Educación

Estudiante de Maestría en Matemática Educativa

Ingeniero de Minas y Metalurgia

Docente Auxiliar Instituto Tecnológico Metropolitano

Grupo de Investigación Gnomon

franciscocordoba@itm.edu.co

Resumen. En este artículo se esboza de manera general un avance de investigación sobre la práctica de Modelación en Matemática Educativa, y tiene que ver básicamente con una revisión bibliográfica de las diferentes perspectivas de la Modelación para el trabajo en el aula con estudiantes de todos los niveles y específicamente en el nivel superior. Esta revisión sirve como base para el desarrollo de la parte práctica que se hará con estudiantes de ecuaciones diferenciales.

Descriptor: modelación, modelo, matemática educativa, socioepistemología

Abstract. *In this article it is presented a preliminary advance of research on modeling in Mathematics Education and is related basically with a broad review of literature on this topic and the different perspectives on modeling in order to implement this practice in all levels of education, especially in higher education. This review serves as base of practical part that will be carry on with a group of students in differential equations course.*

Descriptors: modeling, model, mathematics education, socioepistemology

1. INTRODUCCIÓN

Una dificultad mayor que se tiene en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas tiene que ver con la modelación matemática de situaciones o problemas en el aula. Aunque estas situaciones o problemas sean tomados de la vida real, para los estudiantes es difícil comprenderlos e interpretarlos. Un análisis del proceso de modelación en el aula permitirá identificar aquellos aspectos que lo caracterizan y las principales dificultades que presentan los estudiantes.

Para este trabajo de investigación el fenómeno didáctico que se problematiza es el de la modelación en matemática educativa y específicamente la modelación en el aula con estudiantes de ingeniería para identificar y caracterizar las interacciones que emergen frente a una situación de modelación en la construcción de conocimiento matemático. Interesa básicamente lo que sucede

alrededor de la práctica de modelación, las interacciones que se presentan y la dinámica de trabajo que emerge frente a una práctica de modelación.

Para el matemático holandés Freudenthal (1977) (citado por van den Heuvel-Panhuizen) sobre la idea de que las matemáticas –si han de tener valor humano– deben guardar relación con la realidad y ser relevantes para la sociedad, en este sentido es que las prácticas de modelación adquieren valor y significado en el ámbito escolar.

En la actualidad existe una demanda creciente de la sociedad hacia una utilidad y si se quiere, practicidad, de aquello que se enseña en la escuela para que el conocimiento construido en las aulas no se encuentre alejado de la realidad y no sea obsoleto en términos de que el conocimiento académico sirva efectivamente para resolver o plantear alternativas de solución a problemas reales y actuales.

Esta situación se hace más evidente según lo que plantea el presidente actual de ICTMA (International Community of Teachers of Modelling and Applications) Gabriele Kaiser (2010, p.1) en el libro *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies*:

Applications and modeling and their learning and teaching in school and university have become a prominent topic in the last decades in view of the growing worldwide importance of the usage of mathematics science, technology and every day life. Given the worldwide impending shortage of youngsters who are interested in mathematics and science it is highly necessary to discuss possibilities to change mathematics education in school and tertiary education towards the inclusion of real world examples and the competencies to use mathematics to solve real world problems

Una situación que se presenta con frecuencia en los programas de ingeniería y que es una de las motivaciones para este trabajo, tiene que ver con la desvinculación que existe entre los cursos de matemáticas y los cursos propios de la ingeniería puesto que no hay una conexión real y significativa entre unos y otros. Camarena (2001, p. 468) lo expone de forma directa cuando afirma que la modelación es uno de los elementos que al parecer no es competencia de los profesores ni de los cursos de matemáticas ni de los propios de ingeniería:

“... ya que por un lado no existe ninguna asignatura de la ingeniería que los trabaje, y por otro, resulta los profesores de matemáticas sienten que este punto compete a los profesores de los cursos propios de la ingeniería, mientras que estos últimos presuponen que los maestros de matemáticas son quienes deben enseñar al estudiantes a modelar fenómenos de la ingeniería a través del modelaje de diversos problemas que éste debe plantearle a los alumnos durante la enseñanza de las matemáticas”

Esta situación sin lugar a dudas repercute en el desempeño futuro del ingeniero y puede generar alguna dificultad frente a la solución de determinados problemas en su campo laboral:

Más aún, la matematización de los fenómenos y problemas que se presentan en el campo laboral del futuro ingeniero es un punto de conflicto para el ingeniero⁴, ya que éste recibió sus cursos de

matemáticas por un lado y los de la ingeniería por otro lado, de forma tal que en el momento de hacer uso de las dos áreas del conocimiento sus estructuras cognitivas están desvinculadas y él debe integrarlas para poder matematizar el problema que tiene enfrente. (Camarena, 2001, p.469)

Así las cosas, asumir la modelación como una práctica social en la que intervienen docentes y estudiantes para construir conocimiento matemático funcional mediante la interacción entre unos y otros, desde una perspectiva socioepistemológica, se constituye en el enfoque bajo el cual se orientará la investigación. La modelación matemática, asumida como una estrategia didáctica, se convierte en una alternativa de trabajo en el aula que permite no solo la construcción de conocimiento matemático sino también la vinculación del mundo real al ambiente escolar.

2. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

En este trabajo el foco de interés y atención no está dado por la práctica de modelación como contenido a enseñar ni como una estrategia de investigación sino que la modelación como práctica social se constituye en el eje alrededor del cual emergen otras prácticas y es en el reconocimiento de estas prácticas y de las interacciones y la dinámica de trabajo alrededor de una práctica de modelación en particular que se construye y comprende conocimiento matemático. El problema de investigación está dado en los siguientes términos:

¿Cómo se construye el conocimiento matemático en un curso de ecuaciones diferenciales a partir de la práctica social de modelación del fenómeno de enfriamiento y qué tipo de interacciones emergen en este proceso?

Otras preguntas que de manera preliminar pueden guiar el desarrollo del trabajo son:

¿Cuál es la concepción de modelación que tienen los profesores de Matemáticas?

¿Qué importancia le confieren a las prácticas de modelación en el aula?

¿Qué herramientas, conocimientos previos se movilizan en una situación de modelación?

¿Qué tipo de interacciones emergen en una situación de modelación?

¿Qué caracteriza el discurso del profesor en una situación de modelación?

¿Por qué en cursos avanzados no se utiliza la práctica de modelación como mecanismo de interacción y construcción de conocimiento matemático?

¿Por qué los profesores son resistentes a incluir prácticas de modelación reales o supuestas en sus cursos?

¿Será posible fomentar la práctica de modelación desde cursos iniciales en programas de ingeniería?

¿Han recibido los profesores algún curso de modelación matemática?, ¿en cuáles asignaturas creen que trabajaron la modelación?

3. BOSQUEJO DEL MARCO TEÓRICO

El marco teórico de referencia será el enfoque socioepistemológico ya que permite estudiar y comprender la construcción de conocimiento matemático considerando las variables no solo

epistemológicas, cognitivas y didácticas sino ante todo las variables sociales situadas que influyen en esta construcción. En el aspecto metodológico el enfoque será la investigación cualitativa y la ingeniería didáctica.

Antes de presentar algunos de los trabajos anteriores sobre la modelación desde un enfoque sociopistemológico es conveniente situarnos en otras perspectivas para entender lo que significa la modelación para diferentes autores.

Es importante hacer una claridad con respecto al término. En España y otros países latinoamericanos no suele emplearse el término modelación sino modelización.

Una explicación de la diferencia la dan Bassanezi y Biembengut (1997, p.14) al afirmar que modelación es una “contracción” de los términos Modelización (que para los autores es el proceso que utiliza conceptos y técnicas, esencialmente matemáticas, para el análisis de situaciones reales) y Educación, en otras palabras establecen la siguiente ecuación gramatical: Modelación= Modelización + Educación.

Para estos autores la modelación matemática es el método de enseñanza-aprendizaje que utiliza el proceso de modelación en cursos regulares.

Existen otros autores que asumen la modelación como una parte de un proceso más general de la solución de problemas: La modelación matemática es un proceso que tiene su esencia en la construcción de modelos matemáticos abstractos. En este eslabón del proceso de solución de problemas el sujeto expresa en un lenguaje matemático los elementos e interrelaciones del problema dado, aplicando los conocimientos adquiridos; lo cual facilita encontrar el método para llegar a la solución, una vez captadas sus particularidades (Diéguez y otros, 2003, p.7) y para quienes un modelo es una representación simplificada del objeto o proceso que se analiza teniendo en cuenta que refleja sólo algunas características que son esenciales en el fenómeno estudiado.

En este mismo sentido Villa (2007, p.70) establece que la modelización está más inserta en la actividad del científico y la modelación se da al llevar la modelización al aula, tal como lo plantea al afirmar: se entiende por *modelación matemática* la actividad que se realiza en la clase de matemáticas cuya *naturaleza* se deriva de la actividad científica de la modelización matemática. La modelación matemática, más que una herramienta para construir conceptos, se convierte en una estrategia que posibilita el entendimiento de un concepto matemático inmerso en un “micromundo” (contexto dotado de relaciones y significados) que prepara al estudiante para ir desarrollando una actitud diferente de preguntarse y abordar los problemas de un contexto real.

Según Kaiser y Maaß (2007) la modelación es un proceso en el cual un problema no matemático es resuelto a través de la aplicación de las matemáticas (Modelling and Applications in Mathematics Education, The 14th International Commission on Mathematical Instruction, 2007)

En cuanto a los usos de la modelación, también se encuentran diversas posturas.

Según el trabajo realizado por Biembengut y Hein (¿) han encontrado que en la literatura hay dos posturas con respecto al modelaje (que para ellos es el proceso involucrado en la obtención de un

modelo): una que considera que a través del modelaje no se puede enseñar nuevos conceptos matemáticos y otra que la considera un método para enseñar matemática.

Estos mismos autores en otro trabajo (2006, p.4) defienden la modelación matemática como método de enseñanza y de investigación el cual se vale de la esencia de la modelización que consiste en el arte de traducir un fenómeno determinado o problemas de la realidad en un lenguaje matemático: el modelo matemático (2006, p.1)

Para Bosch y otros (2006, p.44) el problema de la modelización se puede abordar desde dos perspectivas:

- **Tomar de la matemática sabia los procesos de modelización como una herramienta “valiosa” desde el punto de vista didáctico y plantean la siguiente pregunta ¿cómo podrían los procesos de modelización mejorar la enseñanza de las matemáticas y la comprensión de los conceptos matemáticos?**
- **La necesidad, en determinadas instituciones, de enseñar explícitamente la modelización como un contenido más, por lo general restringida a la relación de las matemáticas con alguna disciplina concreta, al servicio de un determinado campo profesional o de una formación científica especializada, en este caso la pregunta sería: ¿cómo conseguir que los alumnos desarrollen competencias de modelización en relación con su campo científico o profesional de especialización?**

Para algunos autores como Castro y Castro (2000, p.110) la modelización matemática es una forma de resolución de problemas de la vida real en la que no solo se tiene en cuenta la solución del mismo sino que exige la utilización de un gran número de habilidades matemáticas y no llega solo a una respuesta específica sino a un rango de respuestas que describen la conducta del fenómeno considerado y da al resolutor sentido de participación y control en los procesos de solución. Esto hace que la modelización matemática sea un poderoso instrumento de aprendizaje significativo, a tener en cuenta para trabajar en el aula.

Para Sadovsky (2005, p. 27) un proceso de modelización supone en primer lugar recortar una cierta problemática frente a una realidad generalmente compleja en la que intervienen muchos más elementos de los que uno va a considerar, identificar un conjunto de variables sobre dicha problemática, producir relaciones pertinentes entre las variables tomadas en cuenta y transformar esas relaciones utilizando algún sistema teórico-matemático, con el objetivo de producir conocimientos nuevos sobre la problemática que se estudia.

Desde el punto de vista sociopistemológico se han encontrado las siguientes referencias:

Para Ferrari y Farfán (2008, p.324-325) la modelación es una práctica social como generadora de herramientas y representaciones sociales, que nos permite generar conocimiento y construirnos modificándolas y modificándonos.

La modelación también se ha asumido como una construcción social de conocimiento matemático y no como una simple aplicación del conocimiento matemático, tal como lo proponen Cordero y

otros (2009, p.1717-1718): Una de las creencias frecuentes en las prácticas de enseñanza de la matemática consiste en que la modelación es una aplicación de la matemática. Ello conlleva enseñar matemáticas y después buscar la aplicación de tal conocimiento, para este grupo de investigación la modelación es, en sí misma, una construcción social del conocimiento matemático. Otro tipo de construcción es el que propone Suárez (2008, p.11) cuando afirma en su investigación que la modelación es una construcción teórica que un individuo realiza al enfrentar una tarea matemática en la que pone en juego sus conocimientos. Se supone en este caso que son conocimientos previos, es decir, la modelación para que pueda ser significativa debe estar apoyada en ciertos conocimientos que permitan nuevas construcciones. Para esta autora, la hipótesis es que las matemáticas que se construyen con las actividades de modelación cobran un nuevo sentido (Suárez, 2008,p.24)

Para Arrieta (2003, p. 100) la modelación se constituye en un proceso de matematización en el aula de actividades que desarrollan interactivamente docentes y alumnos usando las matemáticas para interpretar y transformar un fenómeno de la naturaleza confrontando y argumentando diferentes versiones.

Es una práctica social en el sentido de comprender y transformar la naturaleza y es fuente que desarrolla procesos de matematización, donde el alumno construye argumentos, significados, herramientas y nociones relacionados con las matemáticas en la intervención con los fenómenos de la naturaleza (Arrieta, 2003, p. 112)

Cordero (2006, p.7) va más allá de lo didáctico en la modelación y afirma que la modelación no significa una “herramienta didáctica” que ayuda o facilita a construir el concepto..., sino es una actividad que trasciende y se resignifica, que transforma al objeto en cuestión. Tal práctica es la que se tendrá que desarrollar en el sistema educativo, según este autor.

Pero más allá de enseñar la modelación como un contenido específico de los programas de curso, se pretende estudiar los fenómenos que acontecen alrededor de las prácticas de modelación, las interacciones que emergen de las discusiones frente a un problema de modelación, de los saberes previos y actuales que circulan en el aula cuando se presentan este tipo de situaciones, de los diferentes caminos o alternativas de solución propuestas por los estudiantes, de sus argumentos y justificaciones, de sus ejemplificaciones, de sus supuestos y certezas, de sus necesidades de aprendizaje y de las estrategias que buscan para suplir esas necesidades, de las orientaciones del profesor, de su discurso y del manejo de la situación, de la forma de institucionalización del DME, de todo aquello que confluye en la situación de modelación y de las razones que justifican las actuaciones de los otros. Las prácticas de modelación en sí mismas son el pretexto que permite identificar y descubrir otros elementos consustanciales a la construcción del conocimiento matemático y su carácter funcional.

En palabras de *Marja van den Heuvel-Panhuizen* “*En términos más precisos, no son los modelos en sí lo que hacen posible el crecimiento de la comprensión matemática, sino las actividades de*

modelización de los estudiantes”, en esta afirmación se resume buena parte de lo que se pretende con la investigación.

Modelar no es simplemente plantear en símbolos matemáticos un fenómeno extra matemático, es también al mismo tiempo un proceso de descubrimiento de debilidades de aprendizaje, de formas de relacionarse con el conocimiento, con los otros y con el entorno, es si se quiere, la cara funcional de las matemáticas escolares pero funcional en el sentido de que promueve otras formas de interacción y de construcción colectiva.

Plantear una situación a modelar no es una escogencia sencilla, puesto que gran parte de las interacciones en clase se dan a partir de problemas que sean de interés general y ello exige que las situaciones o fenómenos a modelar estén en lo que podría llamarse el espectro de intereses de los estudiantes para de esta forma captar una mayor atención y promover que las interacciones sean más ricas. Esto exige por lo mismo una posible diversificación del trabajo en el aula cuando se trate de grupos heterogéneos de tal forma que los problemas seleccionados sean motivantes para los estudiantes.

Este interés estará cruzado por las formas en que se asuman los contextos, ya que no es posible desvincular las construcciones matemáticas de ellos. Esta situación también se ve reflejada en la dificultad que puede tener el estudiante en el aprendizaje de las matemáticas y que según Cordero (2001, p.629), específicamente con los problemas matemáticos, tiene como una posible causa no sólo el carácter abstracto y formal de la propia disciplina, sino con la didáctica y la forma de enseñanza con que se proponen dicho problemas, a veces tan alejados de los contextos de uso de las actividades cotidianas.

Para este fin Cordero (2001, p. 630) propone los siguientes ámbitos para diferentes contextos en los que se pueden insertar los problemas susceptibles de modelarse:

- **Real: un contexto es real si se produce efectivamente en la realidad y compromete el accionar del estudiante.**
- **Realista: un contexto es realista si es susceptible de producirse realmente. Se trata de una simulación de la realidad o de una parte de ella.**
- **Fantasista: un contexto es fantasista si es fruto de la imaginación y está sin fundamento en la realidad.**
- **Puramente matemático: un contexto es puramente matemático si hace referencia exclusivamente a objetos matemáticos: números, relaciones y operaciones aritméticas, figuras geométricas, etc.**

3.

4. CONCLUSIONES

La selección de uno u otro contexto o de varios al mismo tiempo, dependerá de la intencionalidad que se tenga en una situación particular pero considerando en todo momento que el contexto será más apropiado en la medida que promueva y estimule no solo los intereses de los estudiantes sino

también las interacciones entre ellos, tal como lo expresa Cordero (2001, p.629) “Contextualizar el conocimiento matemático no significa simplemente simularlo en el aula con cualquier actividad cotidiana, sino conocer las representaciones que de ese conocimiento se hacen los estudiantes y conocer el significado de sus concepciones, además de ver cómo las hacen funcionar en el ámbito elegido”

La práctica de modelación como práctica social surge a partir de cierta intencionalidad que además de buscar dar solución o transformar un estado de cosas lo que pretende es generar interacciones e intercambio de significados entre los sujetos involucrados para así construir socialmente conocimiento matemático o llegar a una mejor comprensión de una situación y de las relaciones matemáticas que involucra.

Referencias

1. Arrieta, J. (2003). Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula. Tesis de Doctorado no publicada del Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN.
2. Bassanezi, R. y Biembengut, M. (1997). Modelación matemática: Una antigua forma de investigación-un nuevo método de enseñanza. *Números*, 32, 13-25
3. Biembengut, M. y Hein, N. (2006). Modelaje matemático como método de investigación en clase de matemáticas. V Festival de Internacional de Matemática de Costa a Costa Matemática para interpretar nuestro entorno. Celebrado del 29 al 31 de marzo, disponible en www.cientec.or.cr/matematica.
4. Biembengut, M. y Hein, N. (s.f.). Modelo, Modelación y Modelaje: Métodos de la enseñanza de las matemáticas. Departamento de Matemática CCEN, Universidad Regional de Blumeau. Brasil. Recuperado en http://matesup.atalca.cl/modelos/articulos/modelacion_mate2.pdf
5. Bosch, M., García, F., Gascón, J. y Ruiz, L. (2006). La modelización matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar. Una propuesta desde la teoría antropológica de lo didáctico. *Educación Matemática*, 18 (002), 37-74.
6. Camarena, P. (2001). Modelos Matemáticos y su Clasificación para la Ingeniería. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 14, 468-473. México: Grupo Editorial Iberoamericana.
7. Castro, E. y Castro E. (2000). Representaciones y modelización. En: La educación matemática en la enseñanza secundaria. Instituto de Ciencias de la Educación. Universidad de Barcelona. Luis Rico (Coord.)
8. Cordero, F. (2006b). La modellazione e la rappresentazione grafica nell'insegnamento/apprendimento della matematica. *La Matematica e la sua Didattica*, 20, 1, 59-79.
9. Cordero, F. y otros. (2009). La modelación y la tecnología en las prácticas de enseñanza de las matemáticas. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, Vol. 22. Colegio Mexicano de Matemática Educativa, México. Lestón, P. (Ed.).

10. Cordero, F. y otros (2001). El Papel de la Sociocultura en la Didáctica de la Matemática. En G. Beitía (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 14, 628-635. México: Grupo Editorial Iberoamericana.
11. Diéguez, R., García, F., Server, P., y Álvarez, I. (2003). Aplicación del enfoque holístico al estudio del proceso de solución de problemas matemáticos contextualizados en la matemática básica para la carrera de agronomía. *Revista Iberoamericana de Educación*
12. Ferrari, M. y Farfán, R. (2008). Un estudio socioepistemológico de lo logarítmico: la construcción de una red de modelos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 11(2), 309-354
13. Kaiser y Maaß (2007) .Modelling and Applications in Mathematics Education, The 14th International Commission on Mathematical Instruction.
14. Lesh, R. (2010). *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies*. Springer, New York.
15. Sadovsky, P. (2005). *Enseñar matemática hoy: Miradas, sentidos y desafíos*. Libros del Zorzal. 1 edición. Buenos Aires.
16. Suárez, L. (2008). *Modelación- Graficación, una categoría para la matemática escolar*. Resultado de un estudio socioepistemológico. Tesis doctoral no publicada, Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav-IPN, México.
17. Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2003). El uso didáctico de modelos en la Educación Matemática Realista: Ejemplo de una trayectoria longitudinal sobre porcentaje. Disponible en:
18. <http://www.correodelmaestro.com/anteriores/2009/septiembre/incert160.htm>
19. Villa, J. A. (2007). La modelación como proceso en el aula de matemáticas. Un marco de referencia y un ejemplo. *Tecno Lógicas*, 63-85