UCP
UNIVERSIDAD CATÓLICA DE PEREIRA

# 1er Encuentro Internacional sobre la enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

"Las ciencias básicas como eje articulador del conocimiento"

Septiembre 1 y 2 2011

Tercer Encuentro Nacional
Pereira - Risaralda

# MEMORIAS

Primer Encuentro Internacional sobre la Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, (2 : 2011 sep. 1-2 Pereira)

Memorias: Primer Encuentro Internacional sobre la Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales: Las ciencias básicas como eje articulador del conocimiento / compilación de Mónica María Gómez Hermida, James Andrés Barrera Moncada, Álvaro Ignacio Morales González. -- 1a. ed. -- Colombia: Pereira: Universidad Católica de Pereira, 2011.

Evento auspiciado por la Gobernación de Risaralda y la Alcaldía de Pereira.
ISBN: 978-958-8487-09-0

1. ENSEÑANZA 2.CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES 3.DIDACTICA. 4. RESOLUCION DE PROBLEMAS. 5. TÉCNICAS DE ESTUDIO. I. Arboleda, Adrián Alonso. II. Albarracín Mantilla, Adriana Alexandra. III. Guerrero Peña, Adriana. IV. Soto Zuluaga, Adriana María. V. Cardona Naranjo, Alexander. VI. Pinzón Gonzales, Andrés David. VII. González Villa, Ángela Andrea. VIII. Muñoz Loaiza, Aníbal. IX. Mosquera Machado, Beatriz Eugenia. X. Villalba Baza, Carlos Abraham. XI. Marín, Carlos Andrés. XII. Restrepo Restrepo, Carlos. XIII. Hernández Hernández, Carola. XIV. Londoño Calderón, Cesar Leandro. XV. Posada Gamboa, Daniel. XVI. Londoño Duque, Diana Marcela. XVII. Arias Mateus, Diego Fernando. XVIII. González Gómez, Difariney. XIX. Castrillón Jiménez, Elkin Alberto. XX. Murcia Londoño, Euclides. XXI. Morales González, Álvaro Ignacio. XXII. Betancourt Valencia, Fabio Andrés. XXIII. Córdoba Gómez, Francisco Javier. XXIV. Jiménez García, Francy Nelly. XXV. Preciado Muñoz, Geovanny. XXVI. Olivar Tost, Gerard. XXVII. Villalobos Nieto, Gustavo. XXVIII. Villegas Sepúlveda, Marino. XXIX. Herrera Mejía, Héctor. XXX. Reyes Pineda, Henry. XXXI. Pardo, Hugo Fernando. XXXII. Ramírez Velásquez, Iliana María. XXXIII. Castrillón Gómez, Ismael. XXXIV. Agudelo Marín, Yaneth Milena. XXXV. Agudelo Calle, Jairo de Jesús. XXXVI. Barrera Moncada, James Andrés. XXXVII. García Mora, John Jairo. XXXVIII. Hincapié Correa, Jorge Andrés. XXXIX. Agudelo Quiceno, Jorge E. XL. López, Jorge Hernán. XLI. Figueroa, Jorge Hernando. XLII. Usma Gutiérrez, Jorge Iván. XLIII. Zuleta Acevedo, José Alfonso. XLIV. Bedoya Sánchez, José Rubiel. XLV. Castillo P., Juan C. XLVI. Henao López, Juan Carlos. XLVII. Molina García, Juan Carlos. XLVIII. Arango Arango, Juan Guillermo. IL. Paniagua Castrillón, Juan Guillermo. L. Arias Vargas, Juan Luis. LI. García Castro, Ligia Inés. LII. López, Luis Eduardo. LIII. Ortiz Hernández, Eloy. LIV. Osorio Mansilla, Luz Elena. LV. Ruz Varela, Maria Teresa. LVI. Rivero Dones, Jorge. LVII. González Mazuelo, María Cristina. LVIII. Curieses P., María de Los Ángeles. LIX. Buitrago Cardona, María V. LX. Restrepo Triviño, Maribel. LXI. Tejos Rebolledo, Marisol. LXII. Gil Garzón, Miriam Janet. LXIII. Gómez Hermida, Mónica María. LXV. Gutiérrez Flórez, Omar Darío. LXVI. García Jaimes, Orlando. LXVII. Giraldo Osorio, Oscar Hernán. LXIX. Ardila Rojo, Pablo Felipe. LXX. Esteban Duarte, Pedro Vicente. LXXI. Amaya, Sebastián. LXXII. Alarcón Vasco, Sergio. LXXIII. Layton Jaramillo, Soraya Elena. LXXIV. Pérez Herranza, Valentín. LXXV. Bonilla Vente, Vicky Rocío. LXXVI. Álvarez Ríos, Yolanda. LXXVII. Betancourt, José A. Universidad Católica de Pereira.

Memorias: Primer Encuentro Internacional sobre la Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales: Las ciencias básicas como eje articulador del conocimiento.



Carrera 21 No. 49-95 Pereira
Teléfono 312 77 22
ucp@ucp.edu.co www.ucp.edu.co

Adriana Alexandra Albarracín Mantilla-Colombiana
Adriana Guerrero Peña –Colombiana
Adriana María Soto Zuluaga-Colombiana
Álvaro Ignacio Morales González-Colombiano
Andrés David Pinzón Gonzales-Colombiano
Ángela Andrea González Villa-Colombiana
Aníbal Muñoz Loaiza-Colombiano
Beatriz Eugenia Mosquera Machado-Colombiana
Carlos Abraham Villalba Baza-Colombiano
Carlos Andrés Marín-Colombiano
Carlos Restrepo Restrepo-Colombiano
Carola Hernández Hernández-Colombiana
Cesar Leandro Londoño Calderón-Colombiano
Daniel Posada Gamboa-Colombiano
Diana Marcela Londoño Duque-Colombiana
Diego Fernando Arias Mateus-Colombiano
Difariney González Gómez-Colombiana
Elkin Alberto Castrillón Jiménez-Colombiano
Eloy Ortiz Hernández-Cubano
Euclides Murcia Londoño-Colombiano
Fabio Andrés Betancourt Valencia-Colombiano
Francisco Javier Córdoba Gómez-Colombiano
Francy Nelly Jiménez García-Colombiana
Geovanny Preciado Muñoz-Colombiano
Gerard Olivar Tost-Español
Gustavo Villalobos Nieto-Colombiano
Héctor Herrera Mejía-Colombiano
Henry Reyes Pineda-Colombiano
Hugo Fernando Pardo-Colombiano
Iliana María Ramírez Velásquez-Colombiana
Ismael Castrillón Gómez-Colombiano
Jairo de Jesús Agudelo Calle-Colombiano
James Andrés Barrera Moncada-Colombiano
John Jairo García Mora-Colombiano
Jorge Andrés Hincapié Correa-Colombiano
Jorge E. Agudelo Quiceno-Colombiano
Jorge Hernán López –Colombiano
Jorge Hernando Figueroa –Colombiano
Jorge Rivero Dones-Cubano
Jorge Iván Usma Gutiérrez-Colombiano
José A. Betancourt-Cubano
José Alfonso Zuleta Acevedo-Colombiano

José Rubiel Bedoya Sánchez-Colombiano
Juan C. Castillo P. –Colombiano
Juan Carlos Henao López-Colombiano
Juan Carlos Molina García-Colombiano
Juan Guillermo Arango Arango-Colombiano
Juan Guillermo Paniagua Castrillón-Colombiano
Juan Luis Arias Vargas-Colombiano
Ligia Inés García Castro-Colombiana
Luis Eduardo López-Colombiano
Luz Elena Osorio Mansilla-Colombiana
Maria Teresa Ruz Varela-Colombiana
María Cristina González Mazuelo-Colombiana
María de Los Ángeles Curieses P. –Colombiana
María V. Buitrago Cardona-Colombiana
Maribel Restrepo Triviño-Colombiana
Marino Villegas Sepulveda-Colombiano
Marisol Tejos Rebolledo-Chilena
Miriam Janet Gil Garzón-Colombiana
Mónica  María Gómez Hermida-Colombiana
Omar Darío Gutiérrez Flórez –Colombiano
Orlando García Jaimes  -Colombiano
Oscar Hernán Giraldo Osorio-Colombiano
Pablo Felipe Ardila Rojo-Colombiano
Pedro Vicente Esteban Duarte-Colombiano
Sebastián Amaya –Colombiano
Sergio Alarcón Vasco-Colombiano
Soraya Elena Layton Jaramillo-Colombiana
Valentín Pérez Herranz-Colombiano
Vicky Rocío Bonilla Vente-Colombiana
Yaneth Milena Agudelo Marín-Colombiana
Yolanda Álvarez Ríos-Colombiana

Compiladores:

Mónica María Gómez Hermida
monica.gomez@ucp.edu.co

James Andrés Barrera Moncada
james.barrera@ucp.edu.co

Álvaro Ignacio Morales González
alvaro.morales@ucp.edu.co

Diseño de portada:

Raúl Aricapa García

Primera edición 2011

ISBN 978-958-8487-09-0

# TABLA DE CONTENIDO

# MEMORIAS

## PRIMER ENCUENTRO INTERNACIONAL SOBRE LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

**UNIVERSIDAD CATÓLICA DE PEREIRA**

**Septiembre 1 y 2 de 2011. Pereira – Colombia**

## PRESENTACIÓN

El Departamento de Ciencias Básicas de la Universidad Católica de Pereira, continuando con su labor de propiciar un espacio para la reflexión en la Enseñanza y la aplicación de las Ciencia Exactas y Naturales ha realizado este año el Primer Encuentro de carácter Internacional sobre la Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, con el objetivo principal de compartir experiencias del proceso de enseñanza de las ciencias básicas, llevadas a cabo por los docentes del sistema educativo nacional e internacional que han contribuido a la construcción de aprendizajes significativos en sus estudiantes; así como en la mejora del proceso enseñanza-aprendizaje de dichas ciencias desde el punto de vista de la aplicación e investigación en estas áreas.

Este encuentro se dirigió a docentes vinculados a las áreas de ciencias exactas y naturales de todos los niveles de educación desde el preescolar, pasando por la básica y media, hasta la superior, de instituciones públicas y privadas del país, investigadores en la áreas de ciencias exactas y naturales y estudiantes de educación básica, media y superior con intereses relacionados con estas disciplinas.

La programación del evento contó con la participación de 63 trabajos distribuidos entre conferencias, ponencias y cursillos de carácter nacional e internacional en los que se mostraron técnicas y experiencias significativas, uso de software especializado para el mejoramiento de procesos de enseñanza, investigaciones y aplicaciones en áreas de las Ciencias Básicas.

Se contó con la participación de especialistas provenientes de diferentes instituciones y países quienes compartieron el resultado de sus trabajos investigativos, experiencias, información actualizada y pertinente y metodologías de enseñanza y aprendizaje.

Como conferencistas Internacionales nos acompañaron el Dr. Mario Enrique Rodríguez García del Centro de Física Aplicada y Tecnología Avanzada de la Universidad Nacional Autónoma de México y la Dra. Marisol Tejos Rebolledo del Departamento de Química y Bioquímica de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Valparaíso de Chile.

Se contó también con la participación de dos conferencias en la modalidad de Videoconferencia ofrecidas por el Dr, Cesar Muñoz quien trabaja en el área de investigación de sistemas aerospaciales críticos en la NASA y la candidata a Doctora Carola Hernández, Magister en Educación y actualmente vinculada al Departamento de Enseñanza y Filosofía de la Universidad de Aalborg (Dinamarca) y al Centro de Investigación y Formación en Educación (CIFE) de la Universidad de los Andes.

En el ámbito nacional se contó con la participación del Dr. Oscar Hernán Giraldo Osorio del Laboratorio de Materiales Nanoestructurados y Funcionales de la Universidad Nacional de Colombia sede Manizales y la participación del ingeniero Ramiro Cubides Franco de la editorial Pearson Educación Colombia y quien compartió sus desarrollos en la construcción de laboratorios virtuales para la enseñanza de las ciencias exactas y naturales.

Las ponencias y cursillos contaron con un alto nivel académico, siendo muchos de ellos subproductos de proyectos de investigación en curso y otros ya finalizados y en etapa de implementación.

Estas memorias tratan de resumir el aporte de los conferencistas, cursillistas y ponentes que con su participación avivan el desarrollo de la enseñanza, aplicación e investigación en las ciencias básicas.

Estos buenos resultados son posibles gracias a la colaboración de personas, instituciones y empresas comprometidas con la educación y el avance de las ciencias como lo son la Secretaría de Educación del Departamento de Risaralda, la Secretaría de Educación del Municipio de Pereira, la Editorial Díaz de Santos, Universidad EAFIT, ECOE Ediciones, Editorial Mc Graw Hill, Pearson Educación Colombia y PEPSICO.

**MSc. MONICA MARIA GOMEZ HERMIDA**
**Ing. JAMES ANDRES BARRERA MONCADA**
**MSc. ALVARO IGNACIO MORALES GONZALEZ**

**MIEMBROS DEL COMITÉ ORGANIZADOR**

# CONFERENCIAS

## EXPERIENCIA DE UN CIENTÍFICO EN LA CONTEXTUALIZACIÓN Y ALFABETIZACIÓN CIENTÍFICA EN LA ENSEÑANZA DE LA QUÍMICA

**Marisol Tejos Rebolledo**
Doctora en Ciencias, mención Química
Universidad de Valparaíso-CHILE
marisol.tejos@uv.cl

**RESUMEN**

En este trabajo se analizarán percepciones sobre la química que traen consigo los estudiantes al ingresar a la universidad. Algunas de éstas, erradas, analizado desde la perspectiva de un químico e investigador científico, serían las posibles causantes de los bajos rendimientos y rechazo a la química.
Por lo general, los profesionales dedicados a las ciencias, no poseen formación pedagógica, paradójicamente son ellos los encargados de enseñar y formar los futuros profesionales en la educación superior.

El bajo interés de los jóvenes por estudiar las ciencias químicas y carreras afines, han llevado a cuestionar los métodos de enseñanza de ésta, en especial en la enseñanza media, para lo cual se han desarrollado diferentes estrategias, que a la vista de los resultados, no han sido suficientemente exitosas para remontar las cifras negativas.

La enseñanza de la química requiere de cambios urgentes y es un problema de todos quienes vivimos y disfrutamos de ella.

**Key words**: Ciencia, Química, Alfabetización científica.

**ABSTRACT**

Perceptions about chemistry held by students that accede to the university are analysed in this work. Some of them, wrong, from the perspective of a researcher in chemistry, might be the possible causes of low academic yield and rejection to chemistry.
In general, the professionals dedicated to science do not have a pedagogical training, paradoxically, those in charge to teach and form the professionals of the future.
The low interest of the young people in chemistry and related professions has taken to question the teaching methods of chemistry, especially regarding the school one. Different strategies have been tested, but, at the light of the results, they have been unsuccessful and negative numbers persist.
The teaching of chemistry requires urgent changes and it is a responsibility of all of us which in one way or another, work in the discipline and enjoy it.

**Key words:** Science, chemistry, scientific alphabetization.

**Introducción**

El bajo interés de los jóvenes universitarios por estudiar química o carreras con una gran componente de esta disciplina, los altos niveles de reprobación y el bajo interés por tomar asignaturas relacionadas, es un fenómeno que genera gran preocupación en las autoridades universitarias a nivel mundial. Si bien, la problemática de cómo enseñar química en todos los niveles de la instrucción formal, es un cuestionamiento muy antiguo, en las últimas décadas, esta situación ha cobrado mayor protagonismo, debido a que nunca antes en la historia de la humanidad, se había necesitado de profesionales altamente calificados, con conocimientos sólidos, transversales y avanzados para responder y satisfacer los requerimientos de una sociedad altamente tecnologizada que exige respuestas.

Siendo la química, la ciencia vinculante entre las demás ciencias básicas, se hace necesario buscar estrategias, no solo para entregar conocimientos, sino ir más allá, hacer que éstos sean asimilados, dominados y aplicados de manera rigurosa, pero con la mística y el encanto que produce comprender el mundo que nos rodea.

Una de las curiosidades históricas relacionadas con el conocimiento científico, es que la química como disciplina científica, fue reconocida en la universidad solo en el transcurso del siglo XIX. Sorprendente por decir lo menos, considerando que esta área del conocimiento ha sido y es el pilar fundamental y transversal de las otras ciencias básicas y aplicadas, desde que el hombre comenzó a transformar la materia.

La química fue una de las primeras actividades practicadas por el hombre en la Edad de Piedra. A esos hombres que formaron los primeros clanes y que se establecieron en algún lugar del planeta, no les pasó desapercibido el hecho que las frutas que recogían para alimentarse, al pasar unos días ya no tenían el mismo gusto, y pese a que las encontraría un poco agrias, les gustó la sensación que le generaba, posiblemente lo relajaba y lo colocaba un poco más alegre. Este hombre volvió a reproducir esta acción y en ese mismo momento comenzó hacer química, por cierto, él no lo supo. Lo que sí nos debe preocupar y nos debe llevar a reaccionar, que en pleno siglo XXI nuestros alumnos tampoco lo sepan.

Han transcurrido miles de años y cuesta entender que con todos los medios y tecnologías a nuestra disposición, los pobladores de este planeta, no sientan la curiosidad ni el interés por saber el proceso por el cual las frutas se transforman generando esa bebida que al hombre de Neandertal le hacía sentir tan bien.

Cabe preguntarse entonces, si esta actitud de falta de curiosidad y de pasar por la vida sin querer saber y entender que nos rodea, de qué está hecha la materia, cómo transformarla o cómo y por qué ocurre una reacción, es una postura propia de los jóvenes de estos últimos 50 años, o es un fenómeno que ha ocurrido durante toda historia de la humanidad y que ahora, por un efecto de la inmediatez de las comunicaciones, se ha hecho más patente como un fenómeno masivo.

Debemos recordar que desde la época de la antigua Grecia, los filósofos, nuestros antepasados científicos, siempre fueron un grupo pequeño y selecto, como también lo fueron posteriormente los alquimistas. Por otro lado, debemos recordar que en la Edad Media, muchos de los hombres que se cuestionaron algunos fenómenos naturales terminaron en una hoguera, así que por mucho tiempo fue más cómodo no preguntarse nada y atribuir todo lo que sucediera bajo los cielos y fuera de ellos, al estado anímico de los dioses.

Entonces nos repreguntamos, que nos molesta, el bajo interés por la química, los malos resultados de los jóvenes o nuestra propia frustración de sentir que no lo hemos hecho bien, si al parecer la historia porfiadamente nos está indicando los mismos resultados, las ciencias y en especial la química, no son actividades de un gusto masivo. Entonces, debemos reconocer que si queremos cambiar las estadísticas, debemos recurrir a estrategias superiores, y no quedarnos en repetir recetas solo porque están de moda. Tenemos que tener siempre presente, que cualquiera que sea la disciplina científica que queramos enseñar, posee una base de conocimientos, que debe ser dominado por aquel que enseña, para poder entregar el mejor y el más entretenido "relato" y mostrar al mago que llevamos dentro.

**Estrategias usadas para mejorar la enseñanza de la Química.**

Desde antes de la década de los 70, ya se reconocía de la existencia de un problema general en la enseñanza de la química. Se realizaron cambios en la malla curricular en la educación secundaria de la mayoría de los países, donde se pasó de una química puramente descriptiva a la mirada conceptual, lo que se denominó descubrimiento orientado. En la década de los 80 y parte de los 90 se introdujo el concepto constructivista del aprendizaje, donde el objetivo era la ciencia-tecnología-sociedad y se valoraron los conocimientos y las ideas previas de los estudiantes. A finales de los 90 y comienzos del 2000 se introdujo el concepto de la química constructivista, incorporando un currículum contextualizado a nivel de Bachillerato. Avanzada la primera década del 2000 aparece el enfoque basado en la adquisición de competencias y formación científica, denominada "alfabetización científica," donde se utilizaba la capacidad de la ciencia para explicar los fenómenos naturales y la actividad humana. (Caamaño, A. 2007).

Superada la primera década del siglo XXI podemos observar en nuestras aulas, que las estadísticas relacionadas con la aceptación de la química y el rendimiento no es mejor que en los años 70 u 80, donde la enseñanza de la química era obligatoria en el ciclo medio, incluso es más, se podría decir que ha empeorado, dado que antes no se tenía los medios ni al acceso a tanta información como hoy. Pareciera que con tantas reformas en estos últimos 50 años, hasta los académicos han quedado confundidos, tratando de entender teorías y lenguajes más bien propios del mundo de la sicología del aprendizaje (De Jong, O. 1996) que de las teorías y lenguaje propio del cual se nutre la química. De Jong, O. (2007) define muy bien esta situación, se ha creado "un distanciamiento entre la investigación y la educación química". En todo este escenario pareciera que los educadores de las ciencias químicas han perdido el objetivo principal, enseñar química en toda su maravillosa extensión, siendo los estudiantes los más perjudicados.

Gerbiez P.J. (2002) en su trabajo de titulación realizó una encuesta muy ejemplarizadora a alumnos del Ciclo Básico de la Universidad de Buenos Aires, tomada en octubre del 2000 a 409 encuestados, cuyos resultados podrían extrapolarse a cualquier universidad de cualquier país. Una de las preguntas realizadas fue: ¿Cuáles crees son las causas del elevado porcentaje de fracaso en Química? Un 76% contestó: "el secundario no prepara para la Universidad". Otra de las preguntas fue. ¿Si tuvieras poder de decisión en cuanto a la organización de la materia en el secundario y dada tu perspectiva actual desde la Universidad, cuál o cuáles de las siguientes medidas te parecen más apropiadas? La respuesta fue "Enseñar a razonar" con un 41%. De esta encuesta se resume, que los jóvenes en primer año de universidad no se sienten preparados, porque perciben que no se les ha enseñado a razonar.

Las respuestas son decidoras, todas las estrategias desde los años 70 que se han realizado, al parecer no han generado los cambios deseados. Cabe entonces preguntarse, qué estamos haciendo mal, pese a todos los esfuerzos y recursos colocados en revertir estos resultados.

**Conceptos erróneos que traen los estudiantes de secundaria en su primer año de universidad. Sugerencias de cómo cambiarlos.**

De la encuesta anterior se desprendió que los alumnos solicitaban que se les enseñara a razonar, de hecho, es muy común escuchar a los jóvenes, “me sé de memoria esta fórmula química, pero no entiendo su significado” ( De Jong, O. 1996). Curiosamente a los profesores nos parece aberrante esta situación, aunque sabemos que es una verdad innegable.

**Primera situación.** Por lo general existe una predisposición negativa por parte de los alumnos a todo lo relacionado a la química y esto abarca incluso al profesor, para ellos la química es sinónimo de aburrido y aprender de memoria. Cuando se le pregunta a un adolecente de educación media cómo le va en su curso de química, contesta frecuentemente, “me tengo que aprender de memoria todos los elementos de la Tabla Periódica (T.P.) y sus respectivos símbolos”. A simple vista, parece tener cierta lógica aprender los elementos y sus símbolos para manejarse en el lenguaje de la química, la pregunta pertinente que deberíamos hacernos ¿es necesario aprenderse de memoria 118 elementos con sus respectivos símbolos, sus constantes y propiedades? La respuesta es simplemente no, porque no es necesario y no tiene ningún sentido. Los profesores sabemos que hay muchos elementos en la T.P. que son sintéticos y que se forman por fusión atómica en un laboratorio y que su vida media ni siquiera llega muchas veces a los segundos, además, se generan en una cantidad tan mínima, que simplemente no tiene ninguna una utilidad en la vida cotidiana, ni siquiera para un investigador, a no ser que éste estudie la Química Nuclear u otra especialidad.

**Medida a tomar:** Aprender de memoria solo los elementos más abundantes y representativos de la vida cotidiana. Esto reduce de 118 a no más de 40 elementos y sus símbolos. Enseñarlos de manera contextualizada, por ejemplo cuán importante es, donde los encontramos, para qué sirve y lo más importante, explicar científicamente con palabras simples, de manera muy didáctica e incluso como un juego, el por qué de sus propiedades a nivel atómico. Buscar ejemplos simples y cercanos, como el carbono grafito de su lápiz y explicar la diferencia con el diamante. Otro ejemplo, Silicio, componente principal de la arena y su utilidad como semi conductor en la fabricación de su computador y de sus equipos electrónicos.

**Segunda situación:** En una clase de química general, se enseñaba a comprender el por qué se formaba las moléculas y los tipos de enlaces existentes. El ejemplo fue la molécula del $CS_2$. Con Tabla Periódica en mano, se preguntó a los alumnos de Bachillerato en Ciencias, qué tipo de enlace se formaba y cuál era el estado de oxidación del azufre y el carbono en esta molécula en particular. De 100 alumnos, no más de cinco levantaron la mano, y automáticamente contestaron de memoria todos los estados de oxidación designados a estos elementos. Nuevamente se insistió en la pregunta por si no habían escuchado bien. Los estudiantes se miraron unos a otros y su expresión fue clara, no entendían por qué los átomos presentes en una molécula, poseían solo un valor y no todos los valores de estado de oxidación.

**Medida a tomar:** Explicar que dependiendo de la electronegatividad (enseñar el concepto previamente) de los átomos que se están uniendo, será la "conducta" que asumirá en la molécula final. Se debe aprender el valor de la electronegatividad de memoria? la respuesta es **no, ni se debe exigir**, basta que los estudiantes sepan ubicar los elementos en la T.P. y analizar su disposición con respecto a los halógenos, esto nos indicará cuál de los elementos que formará la molécula, asumirá la carga negativa. El valor de la carga negativa, se obtendrá, de cuantos electrones debe ganar del elemento para asumir la configuración del gas noble más cercano ($ns^2p^6$). Los estudiantes deben tener muy claro que electronegatividad aumenta de izquierda a derecha y de abajo hacia arriba en la T.P., siendo el elemento más electronegativo el Fluor ( F) 4.0. El azufre está más a la derecha que el carbono en la T. P., por lo tanto es el más electronegativo y le faltan solo 2 electrones para asumir configuración de gas noble, luego el estado de oxidación del azufre es -2. En la fórmula el S aparece multiplicado por 2, por lo que da -4, asumiendo la neutralidad en una molécula el C necesariamente debe ser +4. En ningún momento se usó la memoria, solo se razonó.

**Tercera situación**: El profesor debe tener las precauciones y controlar lo aprendido de forma independiente por los alumnos. Suele suceder que los alumnos confían de la información entregada por la web, libros u otros documentos sin cuestionar nada, lo que puede acarrear muchos errores. Un ejemplo de esto lo encontramos en la T.P. , el carbono aparece solo con tres estados de oxidación( +4, +2, -4), cuando en realidad éste posee nueve, que van desde el -4 hasta el +4. De no aclararse esta situación, no se podrá entender en la dimensión correcta cómo se oxida o se reduce la materia orgánica ni los procesos bioquímicos.

**Medida a tomar:** Explicar estas situaciones y enseñar correctamente**.** Se debe analizar qué elementos están enlazados al carbono y luego asignarle un valor dependiendo si estos están enlazados de forma simple o múltiple. Si los elementos unidos al carbono son más electronegativos se le asignará un valor -1 si es está unido de forma simple, si es doble -2 y si es triple -3. Si el elemento es más electropositivo se le asignará un valor de +1, si está unido en forma doble será +2 y si es triple es +3. Si el carbono está unido a otro carbono este será cero. Ahora se puede comprender químicamente cuando se dice que el vino se oxidó o avinagró. $CH_3C^*H_2OH$ (C*= -1) → $CH_3C^*OH$(C*= +1) → CH3C*OOH(C*= +3) → $CO_2$( C*= +4).

**Cuarta situación.** Los estudiantes no saben diferenciar entre un cambio físico y uno químico, tal vez reciten una definición, pero no saben distinguir que tipos de enlaces se rompen. Para los alumnos, cuando un líquido se evapora o un sólido funde, se rompen los enlaces ¿Cuáles?. Se debe enseñar los cuatro tipos de enlaces primarios; iónico, covalente, metálico y covalente dativo y los enlaces secundarios; puente de hidrógeno, London, ión-dipolo y dipolo-dipolo.

**Medida a tomar:** A parte de enseñar las definiciones, se deben dar las características de éstos y entender cabalmente las consecuencias que generarán la formación de estos. Ejemplo, los enlaces iónicos no son direccionales, por ende se enlazan en todas las direcciones, es muy fuerte y a pesar de estar formado de por iones, no hay conducción de electricidad, porque las cargas opuestas no permiten el movimiento de los iones. Sin embargo, si puede conducir electricidad en estado fundido y en solución, pues en esta condición se podrán mover los iones. Por otro lado, los enlaces covalentes son direccionales, sin embargo cuando existen enlaces conjugados (simple-doble-simple) se genera movimientos de carga, hay conducción (ej. Grafito). Los enlaces secundarios son fundamentales para explicar las propiedades físico químicas de todo lo que nos rodea, ya que son los causantes de la unión o rompimiento en un cambio físico.

**Quinta situación.** Concepto de hibridación. Aparte de entender que es un reordenamiento de orbitales atómicos, poseen una forma y energía completamente diferente de los orbitales que le dieron el origen, es necesario saber que este concepto explica la geometría de las moléculas. Un científico debe dar explicación a la naturaleza y la hibridación es una muy buena teoría, para explicar la existencia de las moléculas y su geometría.

**Medidas a tomar:** Por lo general los estudiantes actúan como si las moléculas fueran planas y no relacionan el concepto de hibridación con la geometría molecular. También es muy común que los estudiantes relacionen una hibridación con una geometría, pero no entiendan de cómo se origina, ni cómo se aplica. Es normal escuchar de los estudiantes, que el agua es una molécula angular, pero lo que no saben, es que el oxígeno posee una hibridación $sp^3$ y es la causante de la geometría del agua. Lo que deberían manejar los estudiantes, es que los pares de electrones enlazantes y no enlazantes deben distribuirse en el espacio, **no en el plano**, lo más alejado posible, de tal manera, de minimizar repulsiones entre ellos. Una vez distribuidos todos los pares de electrones en el espacio, la geometría de la molécula será la distribución espacial generada por los átomos, excluyendo los pares de electrones no enlazantes. Nuevamente, no ha sido necesario memorizar nada.

**Conclusiones**

Los cambios en la enseñanza, pasan por aprender un área del conocimiento, para luego enseñarlo. La enseñanza de la química se ha distorsionado con conceptos de disciplinas externas a la química y no ha sido acompañada del conocimiento propio de esta área del conocimiento.

Aprender química no tiene por qué ser algo aburrido, se puede entregar el conocimiento con un lenguaje cercano, didáctico y contextualizado. Lo anterior se logrará con el dominio de tema por parte del profesor, ya sea maestro o investigador.

Utilizar conocimiento teórico para responder los fenómenos que nos rodean, desde los más simples, a los más complejos. Cuando se maneja la teoría y se aplica para responder todas nuestras interrogantes, la vida y todo a nuestro alrededor, tiene un nuevo significado.

Ser profesor de ciencias implica tener vocación, pues no es fácil aprender ni enseñar conceptos a veces muy abstractos, que solo se supera colocando la mística necesaria para salir triunfantes.

Muchos creen que aprender ciencias es memorizar teorías complejas, sin embargo esto concepto es muy lejano a lo que debe ser, para dominar un tema se debe profundizar en él, es decir se debe comprender el conocimiento y no temerle.

Luego de todos los cambios realizados a la malla curricular de química en la enseñanza media, desde la década de los 70, no se han observado mayores cambios en el nivel de aprendizaje, ni se ha logrado superar el rechazo a la química. Sería entonces pertinente recomendar revisar las mallas de las carreras de pedagogías. Más que saber enseñar, se debe dominar el contenido de lo que se requiere entregar. Más química y menos sicología.

"Un profesor que no maneja bien las materias, nunca entusiasmará a los niños" La experta sueca Inger Enqvist.

**Bibliografía**

Caamaño, A. (2007) Investigar en la enseñanza de la química. Nuevos horizontes: contextualizar y modelizar. Universitat Autònoma de Barcelona Cerdanyola del Vallès. Pag.19-38

De Jong, O. (1996.) La investigación activa como herramienta para mejorar la enseñanza de la química: nuevos enfoques. Enseñanza de las ciencias. 14 (3). Pag. 279-288

De Jong, O. (2007) Investigar en la enseñanza de la química Nuevos horizontes: contextualizar y modelizar. Universitat Autònoma de Barcelona Cerdanyola del Vallès. Cap. 7. Pag. 165-172

Gerbiez, PJ. (10 de octubre de 2002). “Una buena química”. Trabajo final de la carrera “Licenciatura en Enseñanza de la Química”. Universidad CAECE. 22 de agosto de 2011. http://www.alipso.com/monografias/buena_quimica/

# QUÍMICA SUPRAMOLECULAR EN DOS DIMENSIONES

**Dr. Oscar Hernán Giraldo Osorio**
Departamento de Física y Química
Laboratorio de Materiales Nanoestructurados y Funcionales
Universidad Nacional de Colombia, Carrera 27 No. 64-60, Manizales, Colombia
Teléfono: +57-6-8879300. Extensión 50219; fax +57-6-8879300. Extensión 50338
Correo electronico: ohgiraldoo@unal.edu.co

## RESUMEN

Las moléculas son creadas mediante uniones covalentes entre átomos y aunque en muchas ocasiones un gran número de átomos las conforman, cada molécula se comporta como una sola entidad. Actualmente se conocen una enorme cantidad de moléculas sintéticas y naturales de diferentes tamaños, estructuras, funcionalidad y complejidad. Todos los organismos vivos, minerales naturales y materiales artificiales, son una combinación de miles, o incluso, millones de moléculas, cuyas estructuras y propiedades no son posibles de entender completamente en forma directa a partir de aproximaciones moleculares individuales [1].

Aunque un amplio campo de la química se basa en enlaces covalentes, hay una área referida a las atracciones intermoleculares (no covalentes), conocido como química supramolecular, que ha sido definida por Jean-Marie Lehn, premio Nobel de química de 1987, como la "*química más allá de las moléculas*" [2]. El objetivo de la química supramolecular, es comprender e investigar las entidades supramoleculares que poseen rasgos tan bien definidos como los de las moléculas mismas. La química supramolecular es un campo de la ciencia altamente interdisciplinario que involucra la química, la física y las características biológicas de especies químicas de alta complejidad que mantienen su organización por interacciones intermoleculares no covalentes, como las de tipo electrostático, enlaces de hidrógeno y de van der Waals entre otras [2,3].

Por otro lado, en los últimos años los conceptos desarrollados en química supramolecular están siendo empleados en el campo de los nanomateriales, estado sólido, coloides y superficies, con el fin de crear ensambles y estructuras con diferentes grados de organización y funcionalidad [3,4]. Dentro de la variada gama de formas y estructuras que pueden ser ensambladas, existen materiales como los sólidos porosos que permiten hacer química supramolecular del tipo anfitrión-huésped [5]. Dentro de los materiales porosos, los sólidos inorgánicos laminares, con estructura bidimensional, que son capaces de intercalar o intercambiar especies moleculares neutras o iones tanto orgánicos como inorgánicos entre sus láminas, son importantes debido a su uso como materiales de partida para la creación de estructuras híbridas supramoleculares tipo anfitrión-huésped; en donde el sólido laminar se considera como el anfitrión, en tanto que la especie molecular que se encuentra entre las láminas se le considera como el huésped. Mediante la incorporación de especies huéspedes dentro de materiales laminares, en muchos casos es posible diseñar nuevos sólidos con propiedades fisicoquímicas superiores al material precursor. Dichos sistemas han sido estudiados para aplicaciones potenciales en catálisis heterogénea, almacenamiento de energía, inmovilización de proteínas, sensores, liberación controlada de sustancias bioactivas y sistemas de reconocimiento molecular, entre otros.

En estos materiales de tipo laminar, las unidades constructoras interaccionan, formando principalmente octaedros, que en la mayoría de las ocasiones se unen compartiendo los bordes o las esquinas formando las láminas. Lo interesante de estos materiales es que pueden tener exceso de carga negativa en las láminas, como sucede en los filosilicatos (arcillas de tipo catiónico) y los filomanganatos (óxidos de manganeso laminares) [6,7], ó exceso de carga positiva, como en las arcillas del tipo aniónico [8]; la compensación de carga en estos materiales surge cuando cationes (en el caso de las arcillas catiónicas) ó aniones ( en el caso de las arcillas aniónicas tipo hidrotalcita y tipo hidroxisales) y moléculas de agua, se ubican entre dos láminas formando lo que se denomina región interlaminar. Esta característica permite entonces modular el tipo de ión huésped en la estructura y las propiedades del material.

En esta charla se discutirán brevemente varios ejemplos de la literatura y algunos desarrollados en nuestro grupo de investigación, que muestran cómo mediante la incorporación de diversas especies moleculares o coloidales dentro de materiales laminares, y su interacción con la superficie interna de dichos materiales, se pueden crear sistemas supramoleculares que permiten aplicaciones prácticas en diversos campos tecnológicos.

**Referencias**

[1] K. Ariga and T. Kunitake. **Supramolecular Chemistry: Fundamentals and Applications**. Springer. *2006*.

[2] Jean-Marie Lehn, **Science.** 260 (*1993*) 1762.

[3] Jean-Marie Lehn, **Reports on Progress in Physics** 67 (*2004*) 249.

[4] G. A. Ozin and A. C. Arsenault. **Nanochemistry: A Chemical Approach to Nanomaterials**. RSC Publishing. *2005*.

[5] J. W. Steed, D. R. Turner and K. J. Wallace. **Core Concepts in Supramolecular Chemistry and Nanochemistry**. Wiley. *2007*.

[6] S. L. Brock, N. Duan, Z.R. Tian, O. H. Giraldo, H. Zhou, S. L. Suib. **Chemistry of Materials**. *1998*. 2619 – 2628.

[7] J. P. Durand, J. C. Villegas, S. Gomez-Mower, O. H. Giraldo, and S. L. Suib, **Journal of Inorganic and Organometallic Polymers and Materials.** 17 (*2007*) 259.

[8] J. C. Villegas, O. H. Giraldo, K. Laubernds, and S. L. Suib, **Inorganic Chemistry.** 42 (*2003*) 5621.

# RETOS EN LA ENSEÑANZA DE CURSOS DE FÍSICA PARA NO-FÍSICOS EN LA UNIVERSIDAD

**Carola Hernández Hernández**
Candidato a Doctor en Ciencias, Aalborg University
Master en Física y Master en Educación
c-hernan@uniandes.edu.co, chernan@learning.aau.dk

## RESUMEN

La gran mayoría de estudiantes de cursos de física universitaria no son estudiantes de física, sin embargo el currículo que cursan está diseñado para la siguiente generación de físicos. Este documento explora cómo se desarrolló este currículo, y que grandes retos surgen para estos cursos de no-físicos en el marco de los cambios actuales en la Universidad como la interdisciplinariedad, la generación de nuevos conocimientos y el trabajo en equipos.

**Palabras Clave: Educación superior, cursos de física, retos en educación superior.**

## Introducción

Esta presentación surge como una manera de socializar parte de la reflexión teórica que el autor está desarrollando en su doctorado. Tiene como propósito presentar algunos retos para la enseñanza de física a nivel universitario para estudiantes de diferentes disciplinas y que no desean convertirse en físicos. Y a la vez poner un foco de atención sobre los cambios que se están dando actualmente en la Universidad como institución.

Este documento contiene tres partes. Empieza por contextualizar la Universidad y su cambios en este siglo. Luego, presenta el desarrollo de los currículos de física a nivel universitario, realizando un análisis crítico desde lo pedagógico de estos documentos. Finalmente discute los retos de los cursos de física para no-físicos a la luz del contexto anterior.

## Sobre la Universidad del Siglo XXI

La Universidad aparece como entidad en el siglo XIII, tomando la posición de ser el bastión de ideas, el espacio para la generación de nuevo conocimiento. Es el lugar para la formación de intelectuales y profesionales, tales como teólogos y doctores en leyes (Summerlee and Chistensen, 2010). En el siglo XVIII la Universidad Alemana se convirtió en uno de los mecanismos para construir una nueva nación, haciendo más visible la investigación científica que se daba a su interior, y su modelo fue seguido por muchos otros países (Krogh, 2009; Summerlee and Chistensen, 2010). Una de sus características más importantes es que se generó la idea que los académicos son investigadores y que la docencia a nivel universitario esta orientada a formar nuevas generaciones de ellos. Como consecuencia se generó una educación profesional para elites, con una libertad amplia para definir por parte de los profesores las áreas de estudio de sus estudiantes.

Con desarrollo de nuevo conocimiento y su acumulación poco a poco los primeros años universitarios fueron volviéndose más rígidos, dado que se hizo necesario que los nuevos estudiantes se apropiaran de este conocimiento disciplinar. Así, los estudios de post grado aparecieron como el espacio para que los nuevos académicos realmente pudieran desarrollarse como investigadores (Krogh, 2009).

Sin embargo, durante los últimos treinta a cuarenta años la Universidad ha cambiado nuevamente, en especial porque ha crecido el número de estudiantes que necesitan profesionalizarse no sólo como académicos sino como personas competentes en las diferentes disciplinas que puedan hacer parte de los sistemas económicos actuales (Krogh, 2009). Este cambio fue anticipado desde 1979 por el filósofo francés Jean- François Lyotard en su ensayo *La condición postmoderna: Un reporte sobre el conocimiento* (Lyotard, 2004) que fue solicitado y presentado al Conseil des Universitiés del gobierno de Quebec. En este ensayo se plantea que la posmodernidad está completamente ligada a las formas de entender y producir conocimiento, que no sólo se quedarían en medio de los ambientes académicos sino que tienden a integrarse a entornos más prácticos como desarrollo de empresas, toma de decisiones políticas, o formación de otro tipo de organizaciones. En este sentido la Universidad haría parte cada vez más del sistema económico y sería afectada por él. Este documento fue utilizado en 1999 como base de la declaración de Bologna que regula la política de educación universitaria en Europa y que ha sido acogido por 29 países para generar políticas que satisfagan estas necesidades.

Ravn y Aarup (2008) analizan tres décadas después el documento de Lyotard e identifican cuatro ideas centrales que implican retos para la Universidad actualmente. El primero de ellos es que los campos de estudio están siendo cada vez más interdisciplinarios, rompiendo el orden clásico de la Universidad Alemana de construcción ordenada del conocimiento. En este sentido la creación de nuevos programas corresponde ideas como Biotecnología, Nano-ciencias cada vez son más comunes pero no son las únicas, por ejemplo algunas universidades europeas tienen carreras como Matemáticas de la Salud o Psicología de la producción y el diseño. Estas nuevas áreas del conocimiento atraen cada vez más a nuevos estudiantes que ven en ellas las posibilidades de una vida profesional por desarrollar.

Una segunda idea es que transmitir y transferir conocimiento pierde terreno en relación a la idea de generar conocimiento. Actualmente con el desarrollo de Internet, el acceso a bases de datos e información la idea de “acumular conocimiento” se hace cada vez menos importante pues hay maneras rápidas de acceder a información y el conocimiento en si mismo es más inestable. Lo que sabemos hoy sobre un tema específico puede ser reformulado en un par de años. Como consecuencia deberían ser aprendizajes fundamentales en la Universidad respuestas a preguntas sobre cómo se genera el conocimiento, cómo se valida, cómo puede ser utilizado en un contexto específico para resolver un problema aquí y ahora.

Eso nos lleva a la tercera idea que la imaginación es una competencia fundamental en una situación de perfecta información. Esta idea se relaciona con la gran cantidad de información disponible y a la que todos, profesores y estudiantes, tienen acceso. En este sentido los currículos deben tener contenidos concretos pero no es lo único que permite desarrollar buenos profesionales. Pues la pregunta que surge es qué hacer con esta información, cómo volverla útil en un contexto concreto, cómo analizarla y presentarla. La respuesta a mejores desempeños es creatividad, pero se sabe poco sobre cómo enseñar creatividad.

La última de estas ideas es que los roles de los profesores universitarios deben cambiar. Si la actividad de transmitir información cede paso a la de generarlo, los profesores universitarios deberían mostrar cada vez más a sus estudiantes como ellos mismos hacen investigación y generan conocimiento. Desde esta perspectiva la autoridad de un experto solitario debería cambiarse por la creatividad de grupos de profesores. Y en particular grupos más interdisciplinares que puedan responder a los retos de las disciplinas más tradicionales así como a las nuevas áreas que se están desarrollando.

Desde estos retos planteados el cambio en la Universidad no es fácil, sus tradiciones, sus valores y estructura generan una inercia que es difícil de vencer. Sin contar que para muchas universidades no es necesaria una formación especializada en la docencia como si se requiere en otros niveles de escolaridad. Y sin cambios en los profesores es imposible responder a los retos presentados anteriormente.

**Los currículos de Física Universitaria**

En Estados Unidos, durante el final de la década de los 50 el comité de Estudio de Ciencias Físicas (Physical Science Study Committee - PSSC) desarrollo un currículo para los cursos de física a nivel univesitario (Gunstone, 2004). El currículo fue traducido a 15 idiomas, incluido el español, y adoptado por más de 35 países además de Estados Unidos. Sin contar con la gran influencia que tuvo en los porgramas que se estaban desarrollando en este mismo tiempo. El programa más antiguo de física en el país es el de la Universidad Nacional de Colombia que celebra sus 50 años este año. El currículo de la PSSC tuvo una gran influencia en el desarrollo inicial de este programa como puede evidenciar en manuales de laboratorio y libros que se pueden encontrar en esta Universidad.

El proyecto de la PSSC surgió de un grupo de investigadores en esta disciplina que sientiéndose preocupados por la poca cantidad de estudiantes que se interesaben por seguir sus estudios en física a nivel universitsario, consideró que al estructurar este programa podrían hacerlo más atractivo a nuevos estudiantes. Las decisiones a cerca de *qué temas* y *cómo abordarlos* fueron realizados de manera deliberada para no tener aplicaciones de la física y de otras formas de usar estos conocimientos en otras disciplinas. Es lo que se conoce como “física pura” y esta focalizada en la inducción de los estudiantes dentro de la física. Esta es posiblemente una de las razones por las cuales los físicos encuentran este currículo tan atractivo y disfrutan tanto enseñandolo.

Y aunque uno de sus grandes aportes consistió en tener por primera vez un currículo organizado para la formación Universitaria, se distorcionó la idea que muchas otras carreras también requerían cursos de física. E inclusive los “educadores en ciencias” o “educadores en física” tardaron varios años en aparecer como disciplina para retomar la discusión sobre que no solamente los siguientes físicos recibian formación universitaria de esta disciplina. Así se perdió la idea de cursos de física a nivel universitario para no-físicos. Incluyendo a los educadores en ciencias y física que hacen parte del grupo de no-físicos, y considerando que la física es una parte importante de su saber, también es fundamental el componente humanístico de la docencia, lo que lleva a un perfil profesional muy diferente de los académicos universitarios pero no menos importante para la sociedad.

Sin embargo el currículo de la PSSC ha generado inconvenientes aún para los mismos estudiantes de física. Por ejemplo, desde mediados de los 60´s empezaron a generarse reportes sobre cómo el currículo de la PSSC generaba una visión de la física descontextualizada. Al tratar el tema de la electricidad no se mencionan el uso de la misma en la vida cotidiana, aunque se estudia a profundidad los temas de voltaje, corriente y resistencias (Brown, Clarke and Tiomno, 1964). Es usual desarrollar talleres de laboratorio como una manera de comprobar las leyes físicas y no como la manera en la que se llegó a muchas de ellas.

Otro problema también muy serio y del que actualmente vemos las consecuancias consiste en que es un currículo pensado en un momento en el cual la física moderna era muy jóven así que hay poco tiempo para ella dentro de los planes de estudio, razon por la cual algunas de las áreas más activas de investigación hoy son escazamente cubiertas o discutidas en la formación de los físicos, y escazamente se mencionan en la formación para no-fisicos. Adicionalmente se ha fortalecido la idea que el estudio de la física es para un muy reducido numero de personas con unas habilidades particulares para enteder esta disciplina y que vivían en un “mundo diferente” perdiedose la esencia del físico en su actuación cotidiana.

Algunas propuestas de reforma ha estas ideas se han venido desarrollando en algunos paises de Europa especialmente pero siempre chocan con una fuerte oposición de los físicos mismos que consideran que hay una legitima escogencia sobre los temas y el enfoque con el que se ofrecen (Gunstone, 2004). Lo que en opinión del autor no reconocen es que su interés esta en otros físicos y por ello pensar en cambios para los cursos a no-físicos no les resultan atractivos.

En resumen, en esta focalización de la física para esta pequeña élite académica de invesitagores tiene implicaciones muy serias para el contexto del aula, donde muchos de los estudiantes no saben física sino que esta allí justamente para aprenderla.

**Retos en los cursos de física para no-físicos en la Universidad**

Esta es una de las razones por al cuales desde los 70s se ha venido desarrollando el *Physics Education Reseach (PER)* como el campo de investigación que se centra en la enseñanza de la física. Gil Pérez (1994) presenta un balance de este campo donde identifica que uno de los grandes retos es involucrar a los docentes universitarios en este proceso debido a que la mayoría de las investigaciones están dirigidas y realizadas en la docencia de la física en la escuela básica.

Una publicación conjunta entre investigadores de diferentes universidades en Latinoamérica (Becerra Labra, Gras-Marti et al. 2011) identifica al menos tres factores por los cuales los docentes universitarios en esta área no utilizan los resultados de las investigaciones en PER. En primer lugar, los académicos deben atender la investigación tanto como la docencia cuando han sido educados con la idea de que lo central es la investigación. El desarrollo de propuestas educativas alternativas requiere una inversión de tiempo, la cual es subsanada a largo plazo, pero que puede ser muy complejo de realizar a corto plazo debido al las repercusiones que puede tener en la dedicación de los profesores al proceso de investigación.

En segundo lugar, *la libertad de cátedra* blinda a los profesores de lo que consideran intromisiones exteriores sobre su práctica docente. Esto viene sumado a una falsa percepción de los profesores en la que el proceso de aprendizaje del estudiante promedio requiere solo de una explicación bien dada en una sesión plenaria. Este modelo de aprendizaje puede ser correcto si el objetivo es generar un proceso selectivo los de futuros físicos. Sin embargo, no es necesariamente correcto en la enseñanza básica de un grupo diverso de profesiones. En tercer lugar, los profesores universitarios de física desconocen los resultados de investigación de PER o consideran que estos resultados están escritos en un lenguaje en el contexto de las Ciencias Sociales que es ajeno a ellos y que tiene poca relevancia con las ciencias exactas.

Por ello los retos en esta área son enormes. Si volvemos a pensar en los retos de la Universidad del siglo XXI podemos ver que las dificultades son aún mayores. Mientras la Universidad debería generar espacios interdisciplinares, la enseñanza de la física continúa centrada en sus propias necesidades. La disciplina está perdiendo una gran oportunidad para hacer estos cambios, ya que muchas disciplinas que tradicionalmente no incluían física en sus currículos como biología, medicina, arquitectura, o diseño industrial empiezan hoy por hoy a considerar que es un conocimiento importante para ellos, siendo esta idea en si misma interdisciplinar.

De otro lado, los profesores de física universitarios son conscientes de la necesidad de formar grupos y redes de desarrollo pero continúan centrados en la investigación. Una posibilidad enorme de cambio que se podría implementar si se pensaran redes interdisciplinares con educadores en ciencias y otros académicos de las disciplinas que estudian estos cursos  que permitieran repensar los currículos para no-físicos atendiendo a las necesidades de aprendizaje de las diferentes carreras. Esto podría abrir posibilidades a futuro de nuevos grupos no solo de docencia sino de investigación interdisciplinar.

El otro punto esta en considerar como estos cursos de física para no-físicos permiten a los estudiantes tener un contacto cercano con la actividad cotidiana de la física. Segun Roth (1995) la actividad de un físico se centra en: a) Identificar problemas y soluciones, además comprobar las soluciones, b) diseñar sus procedimientos y formas de analizar información, c) desarrollar nuevas preguntas basadas en su conocimiento, d) hacer conexiones entre sus experiencias y activiades con conceptos y principios del conocimiento científico, e) compartir y discutir procedimientos, problemas y soluciones con otros científicos. Todas estas acciones se relacionan claramente con los retos de aprender cómo se genera el conocimiento y  cómo generar creatividad en los estudiantes, y responderían a pensar en una educación universitaria de mayor calidad para todos los participantes de estos cursos.

**Conclusiones**

Estudiar el contexto de la generación de los currículos en física brinda respuestas valiosas sobre la estructuración de la enseñanza de la misma. La enseñanza de la ciencia fue pensada para una élite intelectual, y por ende tiene como propósito la selección de los candidatos más aptos para las labores de investigación que requiere cada disciplina. Sin embargo, la evolución de la historia ha llevado a que los estándares mínmos de conocimiento sean considerablemente más altos de los que existían cuando el concepto de Universidad comenzó a aplicarse.

Las barreras para el acceso a la información cada vez son menores, y los requerimientos de la sociedad son mayores, llevando así a que cada vez sean necesarios más individuos instruidos en diferentes disciplinas, sin que ello implique su devoción a la investigación en la misma. De hecho, la aparición de nuevas intersecciones de las disciplinas está generando nuevas profesiones y nuevos carreras universitarias. Lo que es valioso para la sociedad son las habilidades que genera la ejecución de las disciplinas, más que la extensa cobertura de contenidos.

La enseñanza de la física debe reformarse para afrontar estos nuevos retos. Los cambios no serán fáciles, dado que existen resistencias desde el enfoque mismo del diseño disciplinar, como de la misma voluntad de los profesores universitarios. La capacidad de construir su propia coraza contra los cambios, la resistencia a cambiar de paradigma, o las diferencias de lenguaje que pueden existir entre las ciencias sociales y las ciencias naturales, representan una fricción para tal cambio. Sin embargo, el cambio debería realizarse antes de que el peso que ponen los otros sectores de la sociedad, como la dificultades de obtención de fondos para investigaciones “puras”, o las mismas directivas institucionales que ven cómo está cambiando el entorno social y económico hacia una universidad que debe responder por profesionales enfocados hacia "problemas reales", obligen a que la enseñanza de la física corresponda a las necesidades reales de la sociedad.

**Referencias**

Becerra Labra, C., Gras-Marti, A., Hernandez, C., Montoya Vargas, J., Osorio Gómez, L. A., & Sancho Vinuesa, T. (2011). Renovación de la Enseñanza Universitaria Basada en Evidencias (REUBE): Una estrategia hacia la innovación personalizada *Perfiles educativos, in press*.

Brown S., Clarke N. & Tiomo J. (Editores) (1964). Why teache physics? Cambridge, Mass: MIT Press.

Gil Pérez, D. (1994). Diez años de investigación en didácticas de las ciencias: realizaciones y perspectivas. *Enseñanza de las ciencias, 12*(2), 154-164.

Gunstone, R., 2004. Physics Education Past, Present and Future: An interpretation through cultural contexts. *Teaching and Learning of Physics in Cultural Context*, Y. Park (Singapore: World Scientific Publishing), 25-45.

Krogh, L. (2009). Introduction to The Teacher Training Course for Assistant Professors at Aalborg University. Working paper.

Lyotard, Jean François. *The Postmodern Condition: A Report on Knowledge*. Manchester University Press. 2004.

Ravn O. and Aarup A. (2008). New Challenges for the Problem Based Learning-Model –Postmodern Conditions for University Education. Working paper. Disponible en http://vbn.aau.dk/en/publications/new-challenges-for-the-problem-based-learningmodel(b354d800-fd4e-11db-ad54-000ea68e967b).html Consultado el 20 de agosto de 2011.

Roth, W.-M. (1995). Authentic School Science, Knowing and Learnig in Open-Inquiry Science Laboratories. Dordrecht, The Netherlands, Kluwer Academic Publishers

Summerlee A. J. S. & Chistensen Huges J. (2010). Pressure for change and the future of University Education. In J. Christensen Hughen & J. Mighty (Eds.), *Taking Stock, Research on teaching and learning in Higher Education* (pp. 243-260). Montreal and Kingston: McGill-Queen`s University Press.

# CURSILLOS

## CU-02 LA VISUALIZACIÓN EN MATEMÁTICAS ARTICULADA A LA MODELACIÓN: ALGUNOS EJEMPLOS

**Francisco Javier Córdoba Gómez**
MSc. en Educación
Profesor Auxiliar ITM
franciscocordoba@itm.edu.co

**Elkin Alberto Castrillón Jiménez**
MSc(C) en Gestión Energética Industrial
Profesor Auxiliar ITM
elkincastrillon@itm.edu.co

**RESUMEN**

Una dificultad mayor que se tiene en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas tiene que ver con la modelación matemática de situaciones o problemas en el aula. Aunque estas situaciones o problemas sean tomados de la vida real, para los estudiantes es difícil comprenderlos e interpretarlos. Un análisis del proceso de modelación en el aula permitirá identificar aquellos aspectos que lo caracterizan y las principales dificultades que presentan los estudiantes. Es en este caso en el que la visualización de tales problemas, con la ayuda de programas matemáticos y especialmente la geometría dinámica, permite plantear diferentes alternativas de solución.

Palabras Clave: modelación, visualización, GeoGebra.

**ABSTRACT**

A major difficulty in learning and teaching of mathematics is about mathematical modeling of situations or problems in the classroom. Although these situations or problems are taken from real life for students is difficult to understand and interpret them. An analysis of the modeling process in the classroom will identify those aspects that characterize it and the main difficulties presented by the students. It is in this case that the visualization of such problems, with the help of mathematical software, in special with dynamic geometry, can pose different solution alternatives.

Key Words: modeling, visualization, GeoGebra

### Introducción

La visualización como ayuda al desarrollo del pensamiento matemático mediante el uso de ayudas computacionales puede convertirse en un elemento central en la enseñanza de las Matemáticas que despierte el interés de los estudiantes y permita crear nuevos ambientes de trabajo que permita que ciertos problemas que normalmente se resuelven con modelos matemáticos simbólicos puedan ser llevados a representaciones gráficas en las que se pueda obtener una primera aproximación a la solución, es el caso por ejemplo de algunos geométricos y de cálculo diferencial. En el desarrollo de este trabajo primero se hará una breve descripción de la visualización, luego de la modelación y se mostrarán algunos ejemplos de aplicación.

**La visualización**

En Matemáticas visualizar no significa simplemente ver al objeto matemático, ya sea una figura, gráfica, representación algebraica o cualquiera otra, sino que se refiere a un proceso más complejo en donde las imágenes estimulan el pensamiento abstracto del que las percibe o genera (Kerlegand, 2008).

Para autores como Zimmermann y Cunningham (1991) (citados por Kerlegand, 2008) por ejemplo, la visualización es un proceso mediante el cual se forman imágenes (mentalmente, con lápiz y papel, o con ayuda de la tecnología) y se utilizan para una mejor comprensión de los objetos matemáticos y para estimular el proceso de descubrimiento y construcción de las nociones. La experimentación y la visualización permiten reorganizar el pensamiento matemático, elaborar más fácilmente conjeturas que promuevan la investigación y construcción de conocimiento. Balacheff (2000) (citado por Scaglia y Götte, 2008) reflexiona en torno al uso de entornos informáticos en la enseñanza de las matemáticas, señalando que “modifican el tipo de matemáticas que se puede enseñar, el conjunto de problemas y las estrategias didácticas. El conocimiento profesional del profesor también debe modificarse” (p.36).

Por su parte Castañeda (2004), frente a la pregunta sobre la visualización, se remite a las palabras de Guzmán (1996)

Nuestra percepción es muy primordialmente visual y así no es de extrañar en absoluto que el apoyo continuo en lo visual esté tan presente en las tareas de matematización, [...]. Y aun en aquellas actividades matemáticas en las que la abstracción parece llevarnos mucho más lejos de lo perceptible por la vista, los matemáticos muy a menudo se valen de procesos simbólicos, diagramas visuales [...] que les acompañan en su trabajo [...]. La visualización aparece así como algo profundamente natural [...] en la transmisión y comunicación propias del quehacer matemático. (p.114)

Para Suárez y Cordero (2005), el potencial de la graficación puede ir más allá si se le considera en sí misma una modelación. Las características que debería cumplir son: las gráficas se obtienen a partir de una simulación que lleva a cabo múltiples realizaciones y hace ajustes en el movimiento para producir un resultado deseable en la gráfica, y tiene un carácter dinámico que permite crear modelos gráficos que se convierten en argumentos para nuevas descripciones de movimientos, propicia la búsqueda de explicaciones y enfatiza los comportamientos invariantes en las situaciones. La práctica de la graficación soporta el desarrollo del razonamiento y de la argumentación y así mismo se puede estudiar como categoría que sirva de vehículo para implementar el trinomio modelación-graficación-tecnología en la construcción de conocimiento matemático en el salón de clases (Suarez y Cordero, 2005).

La visualización al mismo tiempo permite que se puedan hacer otro tipo de representaciones de objetos matemáticos o de problemas, Duval (1999) por ejemplo, refiriéndose a la formación de conceptos matemáticos, asume la necesidad de construir el concepto a partir de la interacción con las diferentes representaciones del objeto matemático, ya que cada una de ellas por sí sola es parcial, siendo importante para el proceso de comprensión, la conversión de una representación a otra.

En la siguiente presentación se pretende mostrar cómo el proceso de visualización se puede favorecer mediante el uso de un software de Geometría Dinámica y de qué manera se pueden implementar algunas acciones en el aula que favorezcan el aprendizaje de conceptos matemáticos y ayuden en la modelación.

**La modelación**

Para algunos autores como Castro y Castro (2000) la modelización matemática es una forma de resolución de problemas de la vida real en la que no solo se tiene en cuenta la solución del mismo sino que exige la utilización de un gran número de habilidades matemáticas y no llega solo a una respuesta específica sino a un rango de respuestas que describen la conducta del fenómeno considerado y da al resolutor sentido de participación y control en los procesos de solución. Esto hace que la modelización matemática sea un poderoso instrumento de aprendizaje significativo, a tener en cuenta para trabajar en el aula.

Para Sadovsky (2005, p. 27) un proceso de modelación supone en primer lugar recortar una cierta problemática frente a una realidad generalmente compleja en la que intervienen muchos más elementos de los que uno va a considerar, identificar un conjunto de variables sobre dicha problemática, producir relaciones pertinentes entre las variables tomadas en cuenta y transformar esas relaciones utilizando algún sistema teórico-matemático, con el objetivo de producir conocimientos nuevos sobre la problemática que se estudia.

La modelación también se ha asumido como una construcción social de conocimiento matemático y no como una simple aplicación del conocimiento matemático, tal como lo proponen Cordero y otros (2009), una de las creencias frecuentes en las prácticas de enseñanza de la matemática consiste en que la modelación es una aplicación de la matemática. Ello conlleva enseñar matemáticas y después buscar la aplicación de tal conocimiento, para este grupo de investigación la modelación es, en sí misma, una construcción social del conocimiento matemático.

Otro tipo de construcción es el que propone Suárez (2008) cuando afirma en su investigación que la modelación es una construcción teórica que un individuo realiza al enfrentar una tarea matemática en la que pone en juego sus conocimientos. Se supone en este caso que son conocimientos previos, es decir, la modelación para que pueda ser significativa debe estar apoyada en ciertos conocimientos que permitan nuevas construcciones. Para esta autora, la hipótesis es que las matemáticas que se construyen con las actividades de modelación cobran un nuevo sentido (Suárez, 2008)

Para Arrieta (2003, p. 100) la modelación se constituye en un proceso de matematización en el aula de actividades que desarrollan interactivamente docentes y alumnos usando las matemáticas para interpretar y transformar un fenómeno de la naturaleza confrontando y argumentando diferentes versiones.

**Algunos ejemplos**

A continuación se muestran algunos ejemplos con ayuda de GeoGebra en los cuales la modelación puede ser llevada a ambientes dinámicos y a partir de la manipulación se pueden obtener respuestas aproximadas a tales problemas. A continuación se muestran algunas imágenes tomadas del ambiente gráfico de GeoGebra.

En la imagen 1, se presenta un problema de modelado que se puede resolver usando elementos del cálculo diferencial (optimización), pero que también con ayuda de la visualización usando GeoGebra se puede resolver y encontrar una muy buena aproximación a la solución. Se puede observar que en la misma zona gráfica se pueden ir planteando inquietudes que pueden ir conduciendo a la respuesta y que el mismo estudiante puede manipular los objetos para que vaya confrontando sus respuestas y así llegar a la solución.

En la imagen 2, se plantea un problema clásico de la geometría euclidiana que también se puede llevar al ambiente gráfico:

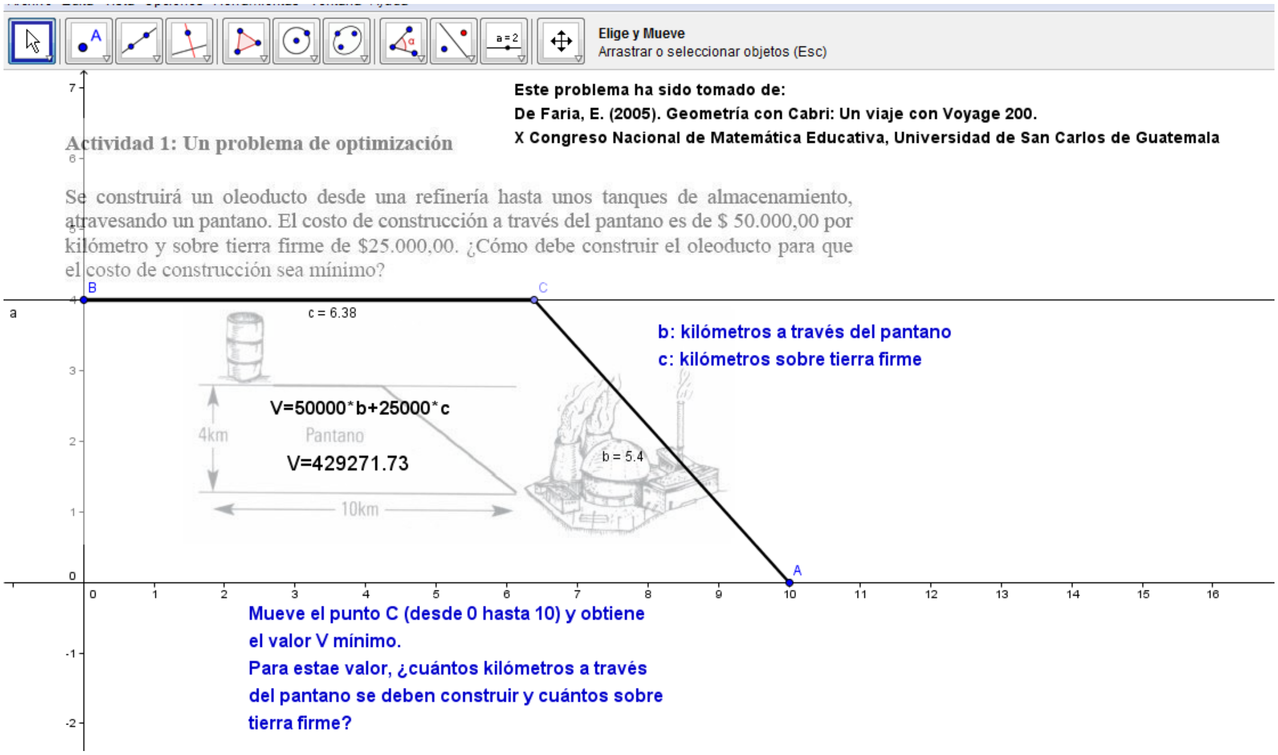



Imagen 1. Construcción de un oleoducto.

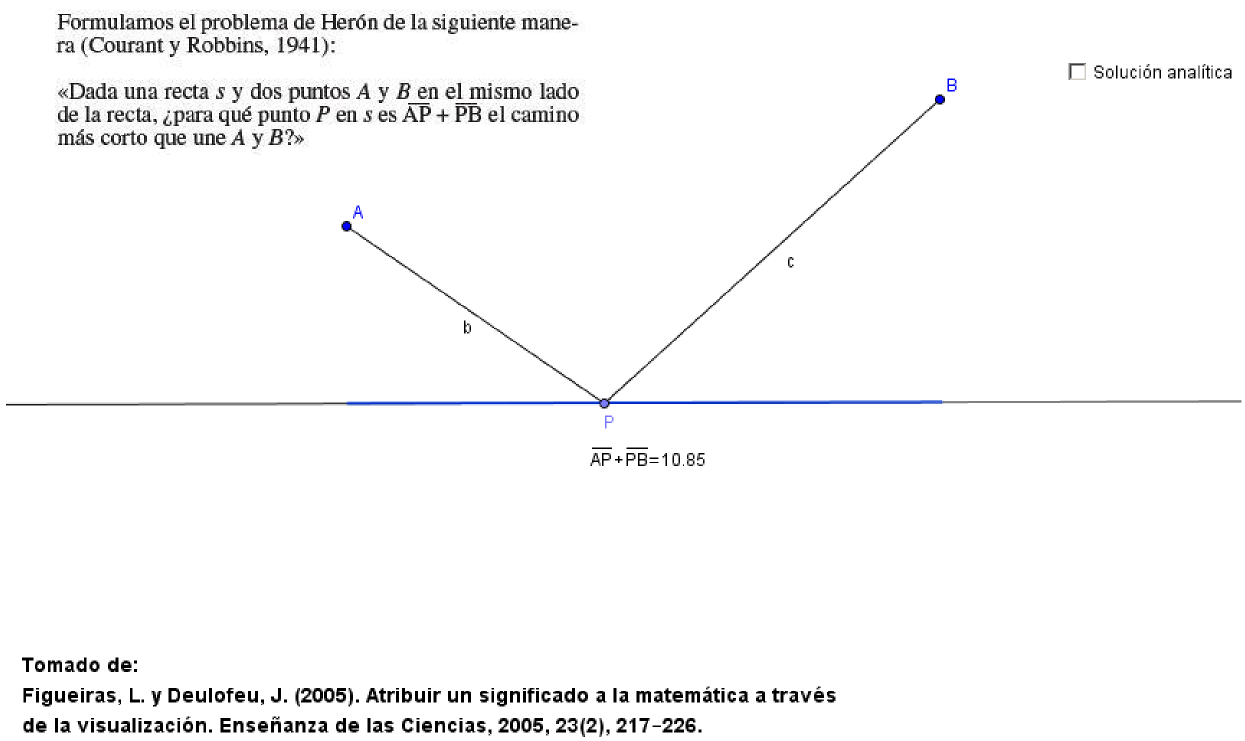



Imagen 2. Formulación del problema de Herón.

En este caso, el estudiante puede mover el punto P y observar cual es la ubicación que da el camino más corto.

Actividades como las anteriores son las que se pueden diseñar en un ambiente de trabajo que combine la visualización, apoyada en la geometría dinámica y la modelación.

**Referencias bibliográficas**

Castañeda, F. (2004). Visualización y Matemáticas. Universidad del País Vasco.

Cordero, F. et al. (2009). La modelación y la tecnología en las prácticas de enseñanza de las matemáticas. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, Vol. 22. Colegio Mexicano de Matemática Educativa, México. Lestón, P. (Ed.).

De Faria, E. (2005). Geometría con Cabri: Un viaje con Voyage 200. X Congreso Nacional de Matemática Educativa Universidad de San Carlos de Guatemala, 21 al 25 de noviembre del 2005.

Hohenwarter, M. & Iavicza, Z. (2007). Mathematics teacher development with ICT: towards an International GeoGebra Institute. In D. Kuchemann (Ed.), Proceedings of the British Society for Research into Learning mathematics. 27(3): 49-54. University of Northampton, UK: BSRLM. Recuperado el 18 de agosto de 2011, de http://www.geogebra.org

Kerlegand, C. (2008). Desarrollo de dos propiedades de la circunferencia usando el modelo de Van Hiele y la visualización. CICATA-IPN. Tesis de Maestría no publicada

Scaglia, S.& Götte, M. (2008). Una propuesta de capacitación docente basada en el uso de un software de geometría dinámica. Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias, 3 (1)

Suárez, L. (2008). Modelación- Graficación, una categoría para la matemática escolar. Resultado de un estudio socioepistemológico. Tesis doctoral no publicada, Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav-IPN, México.

Suárez, L. & Cordero, F. (2005). Modelación en Matemática Educativa. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 18, 639-644. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

# CU-03 CURSILLO LA GEOMETRÍA DINÁMICA Y LAS TRANSFORMACIONES[1]

**Adrián Alonso Arboleda**
Lic. Matemáticas y Computación., Esp. en pedagogía y docencia superior
Grupo de Investigación para la competitividad empresarial

**Jorge Hernán López**
Lic. Matemáticas y Computación,. Esp. Pedag. Lengua Materna y Matemáticas
Grupo de Investigación – GEMAUQ

**RESUMEN**

Cuando aparece el computador como herramienta para agilizar los procesos corporativos se convierte en un demonio instrumental, debido al desconocimiento de su uso y los fines como instrumento de trabajo; a medida que se integró el computador a cada área de la cadena productiva asumió un poder de gestión y control, donde el ser humano es operador y regulador de sus funciones mediante la ayuda de una serie de comandos y flexibilidad del programa. Estos programas se trasforman, trascienden al hogar y la escuela; donde el estudiante es explorador y está influenciado por la riqueza audiovisual y la estimulación de las competencias cognitivas, estos programas como se denominan en el lenguaje educativo, son de diversos tipos en este caso los de geometría dinámica; permite explorar y teorizar sobre la importancia de las transformaciones geométricas en el desarrollo de las nociones y conceptos que implican la reflexión, rotación y translación.

Palabras Clave: Geometría dinámica, didáctica, transformaciones.

**ABSTRACT**

When the computer as a tool to streamline business processes becomes a demon instrumental, due to lack of use, as they integrate each element of the supply chain management took over power and control where the human operator is and regulatory functions by using a series of commands and programs. These programs transform, transcend the home and school where the student is the explorer of the visual wealth and improve their cognitive skills, these programs are called in the language of education are diverse in this case dynamic geometry allows explore and theorize about the importance of geometric transformations in the development of notions and concepts involving reflections, rotations, translations.

Keywords: Geometry, dynamics, teaching, transformations.

## Introducción

En nuestras comunidades educativas se han presentado algunos cambios y esto se debe en parte a una respuesta social a los propósitos y fines de la educación. Con respecto a la educación matemática, en el caso específico de la enseñanza en Geometría se han introducido algunos elementos o movimientos que poseen fundamentos teóricos válidos, proponiendo la exploración y el estudio de las transformaciones de las figuras, este espacio genera expectativas en esta disciplina.

[1] Trabajo para el espacio académico de Herramientas Computacionales para la educación, en la Maestría de Ciencias de la Educación – Línea Educación matemática. Universidad del Quindío.

El trabajo convencional en Geometría con figuras estáticas, mediante el tratamiento de las relaciones entre los conceptos básicos de la geometría plana y sus propiedades, se ha convertido en una propuesta de trabajo durante mucho tiempo en nuestras aulas. Por falta de elementos mediadores que permitan unas actividades más reales, apoyadas en manipulación de objetos, a través de movimiento, transformaciones de figuras; permitiendo un enfoque dinámico en los conceptos geométricos.

Se propone incorporar la dinámica a los sistemas geométricos, con sus operadores y transformaciones, que resultan de internalizar en forma de esquemas activos en la imaginación, los movimientos, acciones y transformaciones que se ejecutan físicamente. Esto quiere decir que una transformación no puede definirse, ni mucho menos simbolizarse formalmente, antes de que los estudiantes hayan hecho algunas transformaciones externas, moviéndose ellos mismos y moviendo hojas, varillas y otros objetos, deformándolos, rotándolos o deslizándolos unos sobre otros de manera física, de tal manera que ya puedan imaginarse esos movimientos sin necesidad de mover o transformar algo material, a lo más acompañando esta imaginación con movimientos del cuerpo o de las manos (VASCO, 2001).

Los desplazamientos que pueden hacerse con el propio cuerpo, o deslizando objetos y figuras sobre el plano del piso, del papel o del tablero, es el proceso normal con el que abordamos el estudio de sistemas de transformaciones, generando una imagen mental de elementos como la orientación, movimientos, desplazamientos. Con esto se llega primero a las rotaciones y a las traslaciones. Se trata de ver qué tipo de movimientos conservan la dirección, cuáles la orientación en el plano o en el espacio, cuáles cambian los órdenes cíclicos de los vértices, sin definir verbalmente ninguna de estas transformaciones.

Como nota de apoyo, en el taller realizado a los maestros se ha comprobado la dificultad que tienen para distinguir esos aspectos activos, que los niños captan inmediatamente, y la resistencia que sienten al ver que en realidad no se puede definir con palabras qué es traslación ni qué es rotación. Definirlas por medio de las reflexiones es un engaño, pues tampoco se pueden definir las reflexiones por medio de definiciones verbales.

Las reflexiones no pueden hacerse con figuras de material concreto: o se hacen en el cerebro o no pueden hacerse. La ayuda de espejos, láminas semitransparentes, calcado en papel transparente o de copia, etc., pueden ayudar al cerebro a interiorizar, reversar y coordinar las reflexiones pero no pueden suplantarlo. Por lo tanto, no se debe comenzar por las reflexiones para obtener las rotaciones y las traslaciones.

De esta manera, se propone que se trabaje la geometría por medio de aquellas transformaciones que ayuden a esa exploración activa del espacio y a desarrollar sus representaciones en la imaginación y en el plano del dibujo. Es decir, una herramienta computacional e informática como el software asistido puede ayudar a mejorar el desarrollo del pensamiento matemático y creativo de nuestros estudiantes. Y además explorar aspectos que de alguna forma pueden ser intangibles para el estudiante, incontrolables en el tablero – como mover una recta respecto a otra recta-, apoyado en el uso heurístico de la pregunta cómo proceso de estimulación para investigar y reflexionar en la solución de problemas.

**El software de geometría dinámica**

En la actualidad la enseñanza de la geometría en la etapa escolar se encuentra relegada a factores como asignación de tiempo en el currículo escolar, o aún proceso de integración dentro la formación en matemáticas, inclusive al desconocimiento de los maestros de cómo abordar el proceso de enseñanza de la geometría de la forma que sea agradable, apetecida e impactante para el estudiante.

Hoy, existen diferentes herramientas de apoyo al proceso educativo que ayudan a la enseñanza y aprendizaje de la geometría, algunas de ellas son consideradas como dinámicas. Esto implica que la herramienta debe poseer elementos que permitan la construcción, la estimulación y la simulación de conceptos como apoyo a los procesos de metodológicos, didácticos y pedagógicos, con el fin de provocar un cambio de actitud y aptitud en el estudiante en su desempeño de ser competente y hábil.

Según Acosta. G. Martín E., uno de los elementos fundamentales del aprendizaje por adaptación, y por lo tanto de las situaciones a-didácticas es el medio. El medio es aquello con lo que interactúa el alumno, sobre el cual puede realizar acciones y recibir retroacciones que le permitan la validación. Ese medio debe ser seleccionado o diseñado de manera cuidadosa para que los conocimientos producto del aprendizaje por adaptación sean lo más parecidos posible al saber que se quiere enseñar.

En su publicación, “Enseñando transformaciones Geométricas con software de Geometría Dinámica”; consideran el software de geometría dinámica como un medio adecuado para el aprendizaje por adaptación de la geometría, pues su programación garantiza que todos los fenómenos asociados con la construcción y la manipulación de figuras geométricas correspondan a la teoría de la geometría euclidiana. En el software de geometría dinámica podemos distinguir dos tipos de acción con sus respectivas retroacciones:

Tabla 1. Adaptación de la fuente primaria

<table>
<tr><th>Tipo de acción</th><th>Tipo de retroacción</th></tr>
<tr><td>Construir: consiste en seleccionar una herramienta de PSGD[2] y utilizarla para obtener un dibujo.</td><td>Fenómeno estático: un dibujo estático que corresponde teóricamente a las herramientas utilizadas según la teoría.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ejemplo: Se selecciona la herramienta ‘polígono’ y se hacen cuatro clic en la pantalla: aparece un polígono. Se selecciona la herramienta ‘circunferencia con tres puntos’, se hace clic sobre cada vértice del polígono: aparece una circunferencia que inscribe un triángulo.</td></tr>
<tr><td>Arrastrar: consiste en agarrar un objeto con el ratón y desplazarlo.</td><td>Fenómeno dinámico: los objetos en la pantalla se desplazan de manera que se conservan todas las propiedades declaradas explícitamente (al usar una herramienta de construcción) o aquellas que se deducen teóricamente de ellas.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ejemplo: al arrastrar un vértice del polígono dibujado anteriormente, el polígono cambia de tamaño e igualmente la circunferencia, e inclusive si ubicamos en puntero en cualquier punto distinto al vértice se arrastra todo el objeto en forma compacta sin perder sus propiedades iniciales en la construcción.</td></tr>
</table>

Sin embargo, la herramienta de Geometría dinámica que se use se convierte en el apoyo en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría, en la cual se necesita una correlación entre la

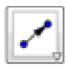
[2] PSGD, denominación dada a paquete de software de geometría dinámica

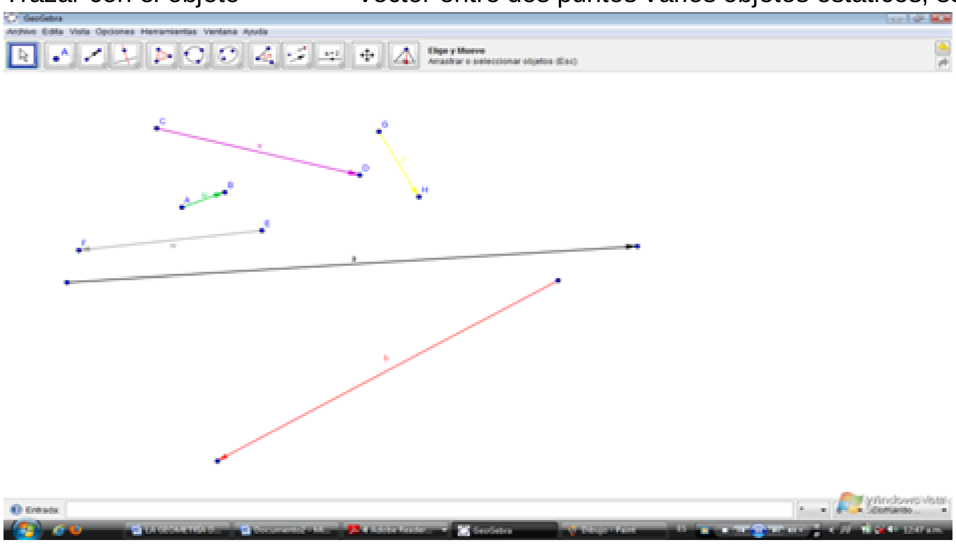
actividad didáctica, el conocimiento de la herramienta y la exploración mental del estudiante de acuerdo a la instrucción dada por el docente, se debe considerar la variedad de herramientas que existen en el mercado; pertenecientes a la categoría de software: libre, público o de licencia; de tal forma que puedan usarse en el laboratorio experimental de la clase de matemáticas y geometría.

**Actividades con la herramienta**

Como la meta es el uso de la herramienta de geometría dinámica en el proceso de enseñanza de las trasformaciones –sólo la traslación-, se usará el GeoGebra[3] , para mostrar un desarrollo didáctico de la actividad seleccionada.

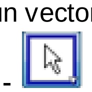
Ejemplo. Traslación

Trazar con el objeto -  - vector entre dos puntos varios objetos estáticos, según la gráfica.

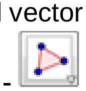


Gráfica 1. Pantallazo Software Geogebra

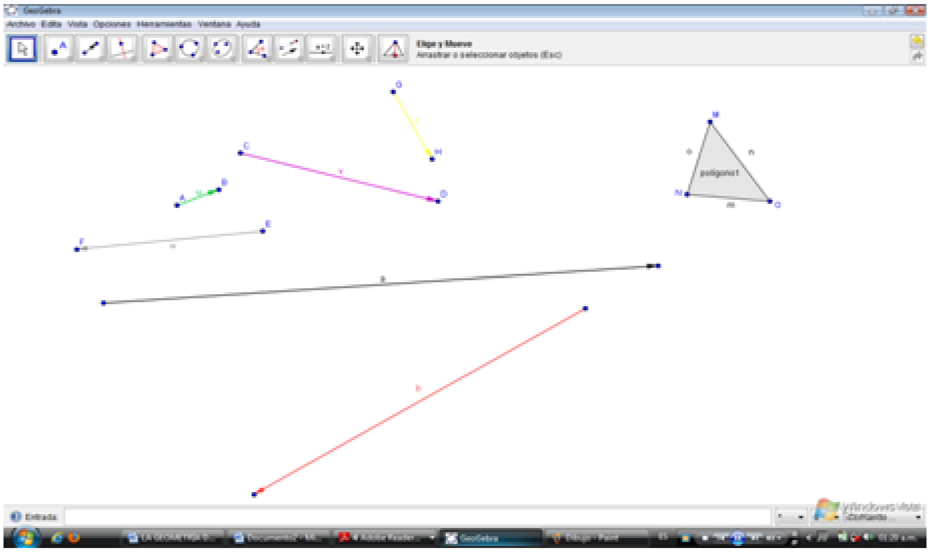
A partir del proceso anterior, formular preguntas como:
¿Qué diferencia el vector v y del vector a? ¿Qué es magnitud de un vector? ¿Qué es la dirección del vector? ¿Cómo se denota un vector? ¿Por qué algunos vectores definen sus extremos?

Utilizando la herramienta -  - de selección de objetos se le solicita al estudiante ejecutar aspectos, tales como:

Clic sobre el vector u y arrastrar a la derecha, clic sobre el vector b y arrastrar hacia arriba, clic sobre un extremo de la flecha del vector w y arrastrar hacia la izquierda. Con el fin de mostrar la dinámica de la herramienta y cuestionar algunos conceptos de la siguiente forma: ¿Qué sucede con el vector w? ¿Qué cambio en el vector u ó b? ¿Qué paso con la magnitud, dirección y sentido del vector w?

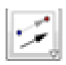
Utilizar la herramienta -  - polígono y trazar un triángulo en el área de trabajo así:

[3] Software para el desarrollo de Matemática Dinámica – Traducción -.



Gráfica 2. Pantallazo Software Geogebra

Al estudiante se le estimula su interactividad con algunas preguntas como: ¿El polígono 1 se puede seleccionar? ¿Qué le pasa al polígono 1 si presiona clic sobre un vértice y realiza la operación de arrastre? ¿Se puede modificar el polígono 1 para formar un segmento o un punto?

Utilice el objeto -  - traslada objeto por un vector para realizar las siguientes operaciones:
Clic sobre el objeto polígono1 y sobre el vector u. ¿Qué paso con el objeto polígono1?
Ahora realiza la misma operación, con el polígono resultante y cada vector, respectivamente. ¿Qué sucede con el polígono? ¿Es posible volver a la posición inicial, cómo?

Para terminar con el proceso interactivo podemos preguntar en forma argumentativa, propositiva e interpretativa aspectos como: qué es traslación, elementos que la componen, propiedades de la traslación. En base a la herramienta qué sucede si los objetos se pierden de la ventana visual.

**Conclusiones**

El objeto de estudio es mostrar como la herramienta usada para la enseñanza y aprendizaje de la geometría, a través del concepto de geometría dinámica permite que el estudiante como el docente exploren diferentes mundos de apoyo al conocimiento estático o intangible, al cual le debemos dar imaginación a través de nuestra actividad metacognitiva del ser humano.

Lo anterior, es una forma de expresar como un lenguaje de símbolos, formas y estructuras de la geometría euclidiana se transforman en un lenguaje de asociación y correspondencia a través de funcionalidad de un software, el cual se convierte en la función compuesta para manifestar la revolución dinámica del pensamiento y la construcción de nueva forma de explorar, con ayuda de un sinnúmero de zonas corticales y funciones cerebrales que fijan el aprendizaje en nuestros estudiantes.

**Bibliografía**

Acosta. G., M. E. (2010). “Enseñando transformaciones geométricas con software de geometría dinámica”. Memoria 11°. Encuentro de Matemáticas Educativa, pp. 133-143.

Uicad, R., & Ootac, A. (2006). ”Transformaciones lineales en un ambiente de geometría dinámica”. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, pp. 459-490.

Vasco, C. (2001). “Sistemas geométricos, un nuevo enfoque para la didáctica de las matemáticas”, (Vol. II).

# CU-04 OBJETOS VIRTUALES DE APRENDIZAJE PARA EL CÁLCULO INTEGRAL[4]

**Héctor J. Herrera**
M.Sc. Matemáticas Aplicadas, Eafit.
Docente Asistente Facultad de Ciencias Básicas, Instituto Tecnológico Metropolitano, Medellín, Colombia.
hectorherrera@itm.edu.co

**Carlos M. Restrepo**
M.Sc. Física, Universidad Nacional de Colombia.
Docente Asistente Facultad de Ciencias Básicas, Instituto Tecnológico Metropolitano, Medellín, Colombia.
carlosrestrepo@itm.edu.co

**RESUMEN**

Es frecuente encontrar que los estudiantes de los primeros semestres experimenten dificultades con la comprensión y la visualización de los conceptos del Cálculo, lo que evidentemente tiene consecuencias en su aprendizaje. Por otra parte, muchos docentes presentan resistencia a la adopción de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) dentro de la metodología de enseñanza.

Los Objetos Virtuales de Aprendizaje (OVA) parecen permitir una mejor comprensión y visualización de los conceptos básicos del Cálculo; lo que los hace tan versátiles son la interactividad y aleatoriedad que puede lograrse en las temáticas.

Se pretende mostrar cómo los OVA pueden ayudar a presentar los conceptos del Cálculo Integral de manera más interactiva para los estudiantes. Los objetos que se presentan en el cursillo fueron diseñados con el programa Descartes, bajo licencia CreativeCommons. Se presentarán algunos ejemplos de OVA con sus características de aleatoriedad e interactividad.

**Palabras Clave:** Objeto Virtual de Aprendizaje, Descartes 3D, Cálculo, Applet.

**ABSTRACT**

It is a common situation to find freshmen having difficulties to understand and visualize concepts of Calculus, which obviously have an impact on their learning. Besides, several teachers could be resistant to use Information and Communication Technologies (ICT) in teaching.

Virtual Learning Objects (VLO) appear to provide a better understanding and visualization of the core concepts of Calculus. Which make them so versatile are interactivity and randomness within the VLO.
We intend to show how VLO can help to introduce core concepts of Integral Calculus to students in a more interactive fashion. VLO presented in this work were designed with Descartes, Creative

---

[4]Este trabajo está enmarcado dentro del proyecto de investigación "Estudio comparativo del impacto en el rendimiento académico de las Matemáticas Duitama - Medellín, mediante uso de la TICS como elementos fundamentales en la enseñanza" P10225. Grupo Gnomon

Commons licensed. Some VLO samples are shown with their characteristics of randomness and interactivity.

**Key Words.** Virtual Learning Object, Descartes 3D, Calculus, Applet.

**Introducción**

Es frecuente observar que los estudiantes de los primeros semestres experimentan dificultades para comprender y visualizar los conceptos del Cálculo, lo que evidentemente tiene consecuencias en su aprendizaje. Una gran porción de esta población vive inmersa en las redes sociales y utiliza permanentemente las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC). Por otra parte, son muchos los docentes de Cálculo que presentan resistencia a la adopción de las TIC dentro de su metodología de enseñanza en clase. (Rivera,*et al.,* 2009).

Soportados en las TIC, se encuentran los Objetos Virtuales de Aprendizaje (OVA)que se han constituido en un recurso que permite una mejor comprensión y visualización de los conceptos básicos del Cálculo. Los OVA presentados están diseñados utilizando el programa Descartes 3D. El Proyecto Descartes, nacido en España en 1998, se creó para compartir; presenta grandes bondades respecto a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, siendo la primera y más importante su carácter de software libre, bajo licencia *CreativeCommons*, que permite que cualquier persona, docente o estudiante pueda acceder a él y a todo el material diseñado y alojado en la página oficial del proyecto (Proyecto Descartes) y (Rivera, 2008).

El Proyecto Descartes es uno de los modelos educativos que se construye desde la aplicación de los mediadores virtuales y cuyo fin es promover nuevas formas de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas mediante la integración de las TIC al entorno educativo. El escenario deseado va más allá de simplemente dotar las escuelas de equipos y conectividad, el éxito del tercer entorno o mundo virtual estará en el cambio de actitud de sus docentes, ya que los estudiantes hace tiempo están ya inmersos en este entorno. También cabría mencionar proyectos en España con resultados documentados como el Proyecto EDA (Crespo,*et al.,* 2009)

**OVA con Descartes para el Aprendizaje del Cálculo Integral**

Seguramente todos los profesores de Cálculo, en alguna etapa de su carrera docente habrán experimentado la frustración al descubrir que, luego de mucho esfuerzo, tiempo y paciencia, la representación de un sólido de revolución (tridimensionalidad) en el tablero (bidimensional) no es comprendida por muchos de sus estudiantes, la frustración termina compartida tanto por profesor como estudiantes. En la Escuela 2.0 es un desacierto tratar de representar sólidos de revolución en el plano del tablero, lo que se busca es integrar la realidad virtual con la representación matemática (Rivera,*et al.,* 2009).

A partir de situaciones como la anterior y con la iniciativa del profesor Juan Guillermo Rivera y colaboradores en el Instituto Tecnológico Metropolitano de Medellín (ITM) y en España, se llevó a la realidad el diseño de todo un curso de Cálculo Integral en forma de Objetos de Aprendizaje Interactivos (OVA). El curso comparte la filosofía del Proyecto Descartes en cuanto a compartir el conocimiento (licencia *CreativeCommons*) y desde el primer semestre de 2011 se está popularizando entre los estudiantes del ITM como una forma interactiva, dinámica y tridimensional de visualizar los conceptos del Cálculo Integral.

Como principales características de los OVA se pueden mencionar cuatro: la *interactividad*, que permite al participante construir paso a paso los conceptos, con lo que es posible lograr un aprendizaje significativo en su trabajo independiente. Los Objetos presentan cuatro etapas intencionales, con lo cual el estudiante viaja a través de la construcción del concepto, éstas son: *Introducción*, una etapa de *Exploración*, *Ejercicios* y finalmente la *Evaluación*. Ya desde la Introducción el estudiante tiene la posibilidad de generar un sinnúmero de situaciones diferentes mediante el uso de botones, controles y animaciones para paulatinamente ir generalizando y obteniendo ideas clave sobre un concepto determinado, como por ejemplo, la integral definida como área debajo de una curva.

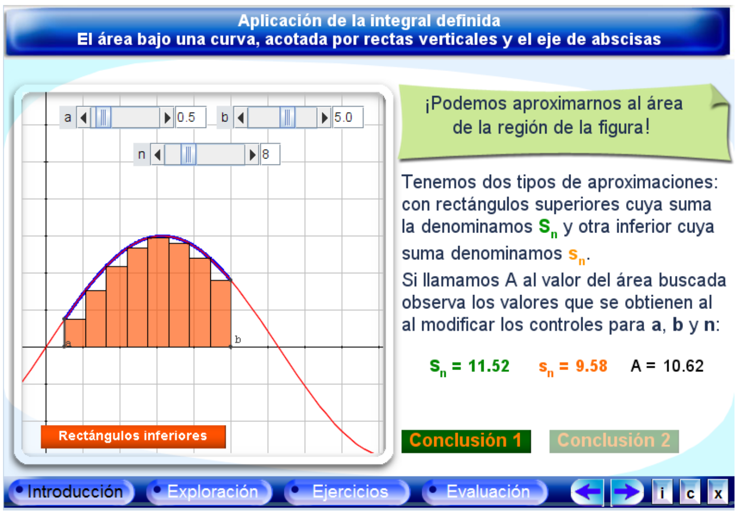



Figura 1. Aspecto de un OVA sobre el concepto de integral definida

La *aleatoriedad*, manifestada en situaciones problema o ejercicios con condiciones distintas cada vez que el estudiante accede al OVA, cuenta con la posibilidad de realizar tantos ejercicios diferentes como su entusiasmo se lo permita. La *retroalimentación inmediata*, lograda al interior del OVA, le indica al estudiante su progreso en los ejercicios y evaluación. Ambos rasgos se observan en la Figura 2.

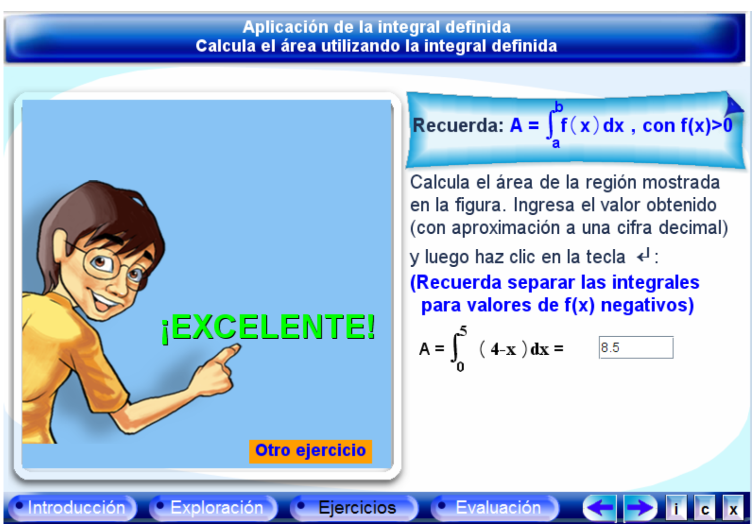


Figura 2. La aleatoriedad y la Retroalimentación como características de un OVA en Cálculo

Finalmente, la *tridimensionalidad* que se puede lograr al interior del OVA gracias a la utilización de *Descartes* dentro del diseño, se constituye en un rasgo del que toma ventaja el Cálculo integral en temáticas como el volumen de un sólido de revolución mostrado en la Figura 3. Muchos profesores de Cálculo Integral en el ITM se han sentido fascinados por este rasgo tan especial del Descartes, lo que les ha permitido modificar sus estrategias de enseñanza, entrar al mundo de sus estudiantes y compartir su gusto por las matemáticas en el tercer entorno, el entorno virtual.

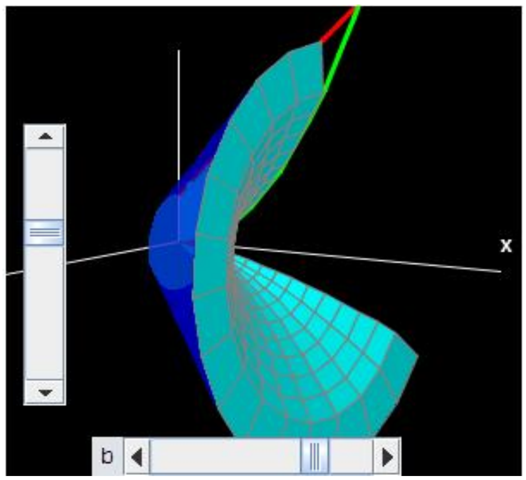



Figura 3. Modelación de un sólido de revolución en Descartes

**Finalidad del Cursillo**

Durante el cursillo se pretende mostrar cómo los OVA pueden ayudar a presentar los conceptos del Cálculo Integral de manera agradable para los profesores y estudiantes. Los objetos que se presentan en el cursillo y que fueron diseñados con el programa Descartes, bajo licencia CreativeCommons son parte de la propuesta del profesor Juan Guillermo Rivera Berrío y su grupo de trabajo (Rivera,*et al.,* 2011). Se presentarán algunos ejemplos de OVA con sus características de aleatoriedad e interactividad, que hacen que el estudiante siempre los encuentre atractivos, sin agotar, en lo posible, las posibilidades del Objeto.

La principal finalidad del cursillo es la motivación de los asistentes a introducir los OVA en su metodología en el estudio del Cálculo Integral, ya sea de enseñanza o de aprendizaje, lo que incidirá de manera positiva en su rendimiento académico. Es de anotar que los OVA no sustituyen al docente sino que le sirven como herramienta para mejorar la enseñanza y aprendizaje de los estudiantes.

**Referencias**

Crespo, I*et al*. (4 de Julio de 2009). EDA: Enseñando Matemáticas con Descartes. Recuperado el 10 de agosto de 2011, de http://prezi.com/b8gbmvyih69_/presentacion_girona/

Proyecto Descartes. Descartes 3D, Página Oficial del Ministerio de Educación de España. Recuperado el 19 de Agosto de 2011 de http://recursostic.educacion.es/descartes/web/

Rivera, J. (30 de Diciembre de 2008) Tutorial Descartes 3D. Recuperado el 19 de agosto de 2011 de http://www.descartes3d.blogspot.com/

Rivera, J. *et al*. (4 de Julio de 2009). Desarrollo de Estrategias con Descartes. Recuperado el 5 de julio de 2011, de http://descartes.cnice.mec.es/heda/difusion/materiales/xivjaem/desarrollo_estrategias_descartes.pdf

Rivera, J. *et al*. (1 de Febrero 2011). Proyecto PI, Objetos de Aprendizaje Cálculo Integral. Recuperado el 3 de agosto de 2011, de http://gnomon.itm.edu.co/calculo/index.html

# CU-06 ARTICULACIÓN DE ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE EN MATEMÁTICAS EN EL DESARROLLO DEL TRABAJO INDEPENDIENTE DEL ESTUDIANTE[5]

**Juan Carlos Molina García**
Magister en Educación, Matemático
Docente Asistente Instituto Tecnológico Metropolitano, ITM. Medellín
juanmolina@itm.edu.co

**Iliana María Ramírez Velásquez**
Especialista Docencia Universitaria, Física
Docente Auxiliar Instituto Tecnológico Metropolitano, ITM
ilianaramirez@itm.edu.co

**RESUMEN**

Uno de los elementos esenciales del proceso de enseñanza y aprendizaje basado en competencias, gira alrededor de la categoría 'autonomía cognitiva', entendida ésta, como la independencia que debe desarrollar el estudiante en sus estructuras de pensamiento a fin de resolver problemas en diferentes contextos a propósito de favorecer los procesos de desempeño y adaptación a nuevos escenarios y situaciones. El desarrollo de esta autonomía demanda la consolidación de habilidades cognitivas que pueden ser desarrolladas por los estudiantes a través de las actividades pensadas por el docente dentro de una categoría de estudio que posibilita la articulación de contenidos curriculares con el desarrollo de técnicas y estrategias de aprendizaje.

En definitiva, esta situación le impone al profesor universitario la necesidad de definir mecanismos adicionales de diseño, seguimiento y evaluación de las actividades a ser realizadas por el estudiante por fuera del aula de clase en el marco de lo que se conoce como Trabajo Independiente (T.I) del estudiante.

Palabras Clave: Trabajo Independiente, habilidades cognitivas, estrategias de aprendizaje.

**ABSTRACT**

One of the education and learning processes essential elements based on skills, turning around the "cognitive autonomy" category, understood this such as the independence that the student must develop in his thought structures in order to solve problems in different contexts about favoring the processes performance and adjustment to new scenes and situations. The development of this autonomy demands the cognitive skills consolidation which can be developed by the students across the activities thought by the teacher inside a study category which makes possible the curricular contents joint with technologies development and learning strategies.

Definitively, this situation imposes on the university teacher the need to define additional mechanisms design, follow-up and activities evaluation to be realized by the student outside the classroom in the frame of what is known as the student Independent Work (T.I).

---

[5]Trabajo articulado al proyecto 'El mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje del Álgebra Lineal, haciendo uso del Simulink y otros tópicos de Matlab. Grupo de Investigación Da Vinci. Instituto Tecnológico Metropolitano'

**Key Words**: Independent work, cognitive skills, learning strategies.

**Introducción**

La inclusión al sistema educativo universitario implica trabajar con estudiantes que en muchos casos tienen problemas para acceder al conocimiento, derivados de falta de técnicas de aprendizaje, a las falencias en el dominio del lenguaje matemático y en muchos casos por las condiciones sociales y laborales. A esto se suman también las dificultades en la enseñanza de las ciencias básicas desde la perspectiva del desempeño del docente (Llancaqueo and Caballero, 2007), (Pacca y Henrique, 2004). Esta situación nos obliga a pensar en estrategias de enseñanza que motiven la apropiación conceptual en formas alternativas y que de ninguna manera pueden ser interpretadas como formas de evadir el compromiso con la calidad académica. Tal apropiación conceptual debe verse reflejada en el logro de las competencias de los cursos que imparten las instituciones así como en una alteración positiva en su vocación hacia las ciencias aplicadas. De allí surgen las siguientes preguntas: ¿Es posible diseñar estrategias de enseñanza que involucren las estrategias de aprendizaje que permitan lograr en el estudiante autonomía en su aprendizaje? ¿Hasta qué punto los docentes y estudiantes universitarios articulan el trabajo independiente con lo desarrollado en el aula de clase?

Los procesos de planeación educativa acentúan el carácter tecnocrático de la educación a través de la apertura de espacios de aprendizaje alternativos al aula de clase. Estos espacios de aprendizaje redimensionan el rol del docente en los procesos de enseñanza y aprendizaje, señalando un papel docente de facilitador más que de transmisor de conocimientos. Las diversas actividades que lleva un docente al aula de clase: su discurso, las demostraciones, el laboratorio, entre otras, deben estar enmarcados en nuevos esquemas didácticos (Becerra, 2004), (Fonseca, Hurtado, Lombana, Ocaña, 2006), por esta razón es importante que el trabajo independiente sea propuesto y controlado bajo dichos esquemas. Es por esto que, desde el punto de vista de nuestro trabajo, se justifica reflexionar sobre el trabajo independiente, ya que a través de éste se cubre la necesidad de responder cuestiones que ayuden a asociar las funciones de aprender con estilos de aprendizaje y estrategias de enseñanza.

El Trabajo Independiente como medio para promover en los estudiantes las capacidades de autoregulación y de aprender a aprender.

Los modelos pedagógicos universitarios, evidencian una clara intención de favorecer la formación autónoma como eje central en los procesos de aprendizaje, de esta manera se establece que el desempeño docente debe privilegiar más los procesos de aprendizaje que de enseñanza de tal manera que se favorezca la autoformación y el uso creativo del conocimiento (Urrego & Castaño,1999). En este sentido, se debe propender por promover la búsqueda de la coherencia entre los propósitos, los contenidos y los métodos de enseñanza así como en la evaluación de los procesos académicos, mediados por didácticas relacionadas con saberes específicos en la formación de un espíritu indagador en los estudiantes, en el desarrollo de habilidades para acceder a la información sistematizada y en el aumento de la capacidad para reconstruir los conocimientos y convertirlos en su propio saber. Para esto es fundamental el desarrollo de actitudes, intereses y motivaciones hacia la formación intelectual y desarrollo de competencias (Tobón, 2004). De esta manera se establecen relaciones con la formación y el desarrollo humano en la búsqueda de una autonomía ética, intelectual y social del estudiante que se refleja en sus habilidades para: Aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a ser y aprender a convivir.

Para desarrollar estos ideales, las instituciones de educación superior cuentan con la estrategia de diseñar el desarrollo curricular a través de los llamados créditos académicos. La estructura de créditos planteada como política educativa nacional, genera de manera natural cierta tensión entre la asignación de créditos académicos y sus componentes básicos relacionados con el trabajo acompañado por el docente y trabajo independiente que se espera que desarrolle el estudiante por fuera de aula de clases (Colombia, 2003). Así las cosas, el crédito se convierte en un medio que garantiza la eficiencia del recurso docente como componente de calidad del sistema institucional. Para las instituciones de educación superior, la actividad académica con acompañamiento del docente (T.P) corresponde a la que se realiza con la concurrencia real y presencial del docente y los estudiantes, alrededor de un objeto de estudio. Estas actividades deben permitir el desarrollo conceptual, la comprensión, el planteamiento y solución de problemas, la síntesis metodológica y temática y el entendimiento de un determinado objeto de estudio. Por su parte, la actividad académica independiente (T.I), es la que realiza el estudiante, sin la concurrencia real y presencial del docente, pero en interacción académica y con orientación de éste, alrededor de un objeto de estudio. Esta debe permitir el avance conceptual, la preparación, aplicación, extrapolación y profundización metodológica y temática.

Estos planteamientos obligan a pensar los procesos educativos enfocados hacia el logro de una verdadera autonomía por parte del estudiante, para lo cual se hace importante referenciar la denominada ‘autogestión del aprendizaje’ como un proceso mediante el cual los estudiantes activan y sostienen cogniciones, conductas y afectos orientados al cumplimiento de objetivos académicos (participación meta cognitiva, motivacional y conductual en su propio proceso de aprendizaje). En este enfoque, el estudiante debe actuar como dueño de su propio aprendizaje, debe monitorear sus objetivos académicos y motivacionales, así como administrar los recursos materiales y humanos, tomándolos en cuenta en las decisiones y desempeños de todos los procesos de aprendizaje (Zimmerman, 1998).

Por su parte, el enfoque constructivista de la enseñanza y el aprendizaje, señala que los seres humanos se caracterizan por ser producto de su capacidad para adquirir conocimientos y para reflexionar sobre sí mismos. Bajo esta perspectiva, la educación se configura a través de acciones encaminadas a facilitar un conocimiento lleno de significado. El individuo bajo estos supuestos es considerado en sus dimensiones cognitivas, sociales y afectivas. El conocimiento se establece como la construcción del ser humano que utiliza como instrumentos fundamentales los esquemas que ya posee el individuo, es decir, lo que ya construyó en su relación con el contexto que le rodea. De esta manera, el rol del docente se asume como el de mediador del aprendizaje y facilitador de ayudas pedagógicas en función de las necesidades del estudiante para permitir el acercamiento del conocimiento del área temática a situaciones reales y prácticas de la vida (Molina, 2010). Esto indica que las actividades planificadas en el desarrollo de las clases deben ser significativas, los docentes deben servir de orientación y guía para que los estudiantes fijen su atención en los aspectos relevantes del aprendizaje y desarrollo de competencias. Para Vygotski, en el marco del trabajo independiente, el aprendizaje es un proceso guiado y apoyado por el adulto, donde se crean espacios de diálogos de significados compartidos, a través de procesos de negociación y de construcción de perspectivas intersubjetivas. En estos términos, se asigna un significado especial a las relaciones existentes entre el desarrollo y el aprendizaje, Lo que las personas pueden hacer con la ayuda de otras puede ser, en cierto sentido, más indicativo de su desarrollo mental que lo que pueden hacer por sí solas, esto evidencia niveles evolutivos relacionados con las capacidades reales y las posibilidades para aprender con la ayuda de los demás. La diferencia de estos niveles es lo que denomina Vygotski "*zona de desarrollo próximo"*,. La *ZDP* la define como: *"La distancia entre el nivel real de desarrollo determinado por la capacidad de resolver un problema y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía del adulto o en colaboración con otro compañero más capaz".* (Vygotski, 1985). Freire, en el campo de las presentes consideraciones, sirve de apoyo a estos procesos en el desarrollo de su teoría de la pedagogía de la autonomía, la cual realiza una muy pertinente reflexión sobre lo que los maestros deben saber, y de lo que deben hacer en el proceso de la enseñanza y el aprendizaje. Estas teorías como soportes de los modelos pedagógicos institucionales, determinan que el énfasis debe estar puesto en la educación como un medio para lograr la igualdad, la transformación y la inclusión de todos los individuos en la sociedad. Las prácticas pedagógicas sobre estos lineamientos demandan un diálogo permanente con el educando desde el respeto por su concepción del mundo. Esto hace necesario el compromiso por parte del docente tanto con la enseñanza como con el aprendizaje en íntima interacción, (Freire, 1997)

De acuerdo a estos planteamientos y de manera muy general, con el desarrollo del cursillo se pretenden realizar algunas actividades de reflexión y conceptualización sobre temas de pedagogía y didáctica a fin de que los participantes dispongan de nuevas herramientas que le permitan desarrollar una labor académica más efectiva a la hora de favorecer la autonomía de los estudiantes.

**Desarrollo del Cursillo.**

3.1 Objeto de estudio:
Los fundamentos y procesos de articulación de las estrategias de aprendizaje con el trabajo independiente del estudiante.
3.2 Campo de acción:
El aula universitaria
3.3 Problema:
¿Cómo alcanzar una comprensión de las estrategias de aprendizaje en matemáticas para articularlas en el trabajo independiente que deben realizar los estudiantes?
3.4 Objetivo.
Identificar las concepciones, características y alcances del trabajo independiente del estudiante en el desarrollo de estrategias de aprendizaje.
3.5 Saberes.
El concepto de estrategias de aprendizaje, Habilidades cognitivas, El concepto de trabajo independiente del estudiante, Tipologías de las estrategias de aprendizaje, Direccionamiento del trabajo independiente del estudiante.
3.6 Método
Hermenéutico
3.7 Metodología.
El taller didáctico, es un espacio orientado a la reflexión y acción que integra teoría y práctica. Las actividades que se desarrollan son una oportunidad para avanzar en la apropiación conceptual y aplicación práctica. Cada taller deja como producto un protocolo escrito como evidencia de la experiencia.
Por la naturaleza teórico-práctica del cursillo, la metodología se basa en exposiciones cortas complementadas con talleres para ser desarrollados y socializados por los participantes
3.8 Perfiles convocados.
Docentes, profesionales y estudiantes afines al área técnica, tecnológica y profesional .
2.9 Resultados:

Motivación de los participantes hacia el diseño de actividades de trabajo independiente que permitan mejorar las condiciones de los estudiantes asociadas con la apropiación de estrategias de aprendizaje.

En las tabla 1 se muestra los momentos a través de los cuales se desarrolla el cursillo.

TABLA 1. Desarrollo del cursillo.

| Contextualización acerca de estrategias de Aprendizaje en Matemáticas<br><br>PRIMERA SESIÓN | | | |
|---|---|---|---|
| **Actividad** | Momento | Tiempo | Recursos |
| **Presentación general del cursillo<br>Conversatorio sobre el mismo<br>Exploración de expectativas** | 1 | | Copia del programa.<br>Guía Nº1 |
| **Trabajo en grupo por preguntas orientadores** | 2 | | Guía Nº2 |
| **Desarrollo de la temática: Estrategias de aprendizaje en matemáticas** | 3 | | Diapositivas |
| **Identificación de estrategias de aprendizaje** | 4 | | Guía Nº3 |
| **Trabajo Independiente del estudiante y desarrollo de estrategias de aprendizaje.<br><br>SEGUNDA SESIÓN** | | | |
| **Actividad** | Momento | Tiempo | Recursos |
| **Taller: El trabajo independiente del estudiante** | 1 | | Guía Nº4 |
| **Desarrollo de la temática: Alcances del trabajo independiente del estudiante** | 2 | | Diapositivas |
| **Taller: Diseño de actividades de Trabajo independiente** | 3 | | Guías Nº5 y 6 |

**Referencias bibliográficas.**

Becerra C. (2004) La enseñanza de la mecánica newtoniana con una estructura problematizada en el primer curso universitario. Alicante. Tesis doctoral. Universidad de Talca.

Colombia, (2003); Decreto 2566 de septiembre 10 de 2003; *Por el cual se establecen las condiciones mínimas de calidad y demás requisitos para el ofrecimiento y desarrollo de programas académicos de educación superior y se dictan otras disposiciones*. Diario oficial Nº 45308 de septiembre 12 de 2003.

Freire Paulo. (1997) Pedagogía de la autonomía. Siglo XXI Editores. México

Góngora, J. J. La autogestión del aprendizaje en ambientes educativos centrados en el alumno. http://www.itesm.mx/va/dide/boletin_9/documentos/autogestion.pdf.

Llancaqueo H. A., Caballero S. M. C., Alonqueo B. P. 2007. Enseñanza de las Ciencias, 25(2), 205-216.

Molina G. J. (2010). *'Direccionamiento y evaluación del trabajo independiente del estudiante en un curso de matematicas basicas'.* En Tecno Lógicas edición especial. Instituto Tecnológico Metropolitano – ITM - . Medellín. Págs.29-47.

M. Fonseca, A. Hurtado, C. Lombana, O. Ocaña.(2006) Revista Colombiana de Física, 38(2).

Pacca J. L. de A., Henrique K. F., (2004) Enseñanza de las Ciencias, Vol. 22 N°1, 159-166.

Palacio, R., y otros (2006), estado del arte de la implementación del método de créditos académicos – aprendizaje autónomo en las instituciones de educación superior.

Tobón T. Sergio, (2004); Formación basada en competencias, pensamiento complejo, diseño curricular y didáctica. 258p. Ecoe Ediciones, Bogotá, Colombia.

Urrego G. Maria Idilia, Castaño de J. Luz E, (1999); Modelo Pedagógico Instituto Tecnológico Metropolitano, 2ª Edición, 78p, Fondo Editorial ITM, Serie cuadernos de la escuela, Medellín, Colombia.

Vygotski, L.S. (1984). "Aprendizaje y desarrollo intelectual en la edad escolar". Infancia y aprendizaje, (27-28), 105-116.

Vygotski, L.S. (1985). Interacción entre enseñanza y desarrollo. Ciudad de la Habana: Pueblo y Educación.

Zimmerman, B. J. (1989) A social cognitive view of self-regulated academic learning. *Journal of Educational Psychology*, 81, 329-339.

# CU-07 IMPLEMENTACIÓN DE UNA ESTRATEGIA METODOLÓGICA PARA EVIDENCIAR Y SUPERAR EL OBSTÁCULO EUCLÍDEO CON AYUDA DEL CONCEPTO DE INFINITO POTENCIAL [6]

**Sergio Alarcón Vasco**
Matemático. Magister en Educación Matemática
Profesor asistente Instituto Tecnológico Metropolitano. Medellín
sergioalarcon@itm.edu.co

**Héctor Herrera Mejía**
Matemático. Magister en Matemáticas Aplicadas
Profesor asistente Instituto Tecnológico Metropolitano. Medellín
hectorherrera@itm.edu.co

**Carlos Restrepo Restrepo**
Ingeniero. Magister en Física
Profesor asistente Instituto Tecnológico Metropolitano. Medellín
carlosrestrepo@itm.edu.co

## RESUMEN

Comprender el concepto de recta tangente a una curva, como el límite de una secante variable, es de gran importancia para la construcción del concepto de límite ya que puede ayudar a resolver, en gran parte, muchas de las dificultades que se presentan durante dicho proceso. No obstante, cuando se interroga a los estudiantes sobre el concepto de recta tangente, la mayoría responde de acuerdo a la definición III-2 de *Elementos* de Euclides, como "una recta que toca a una curva y prolongada no la corta". Esta concepción euclídea de recta tangente se convierte en un obstáculo de tipo epistemológico que impide hallar la tangente a ciertas curvas por algunos puntos de ellas. Si este obstáculo no es evidenciado y luego superado puede traer problemas no sólo para la comprensión del concepto de recta tangente a una curva sino, más tarde, durante el proceso de construcción del concepto de límite.

Palabras clave: obstáculo euclídeo, construcción de conceptos, recta tangente.

## ABSTRACT

Understanding the concept of tangent line to a curve as the limit of a variable secant is of great importance for the construction of the limit concept, because it can help to resolve, in large part, many of the difficulties that arise during such process. However, when asked to students about the concept of tangent line, most respond according to the definition III-2 of Euclidean Elements, i.e as the line that touches a curve and when prolonged, it does not cut the curve. This Euclidean conception of tangent line becomes an epistemological obstacle that makes difficult to find the tangent lines on a few points of some curves. If this obstacle is not exposed and then overcome, it may bring troubles in the

[6] Este trabajo está enmarcado dentro del proyecto de investigación "Diseño e implementación de una estrategia metodológica para la construcción de los conceptos básicos del cálculo, a partir del concepto de infinito potencial"; Grupo Da Vinci, ITM, Medellín.

understanding of the concept of tangent line to a curve and, later, problems during the construction process for the limit concept.

**Key words**: Euclidean obstacle, construction of concepts, tangent line

**Introducción**

Previa a la formalización de un concepto, los alumnos poseen concepciones personales, tales como ideas, intuiciones, imágenes y conocimientos, de la experiencia diaria, que usan con familiaridad. Puede observarse, durante el proceso de construcción del concepto, que estas concepciones no desaparecen sino que se mezclan con los nuevos conocimientos convirtiéndose en obstáculos de aprendizaje y llevando, muchas veces, a una comprensión errada o parcial del concepto. Así, un alumno puede tener simultáneamente en su mente ideas contradictorias que pueden hacer que la formación del concepto imagen entre en conflicto con la definición formal, lo que los lleva a desarrollar imágenes que relacionan concepciones erradas de dicho concepto; este fenómeno que ha venido siendo estudiado desde la primera mitad del siglo pasado es conocido como *obstáculo epistemológico*.

El concepto de obstáculo epistemológico fue introducido por Gastón Bachelard en su libro *La formación del espíritu Científico* (1938), donde caracteriza los procesos de producción del conocimiento científico en términos de errores rectificables de obstáculos superados (Bachelard, 1993). La transposición a la didáctica de las matemáticas de la noción de obstáculo epistemológico fue hecha por Guy Brousseau, quien describe el conocimiento como el resultado de la adaptación de un alumno a una situación específica, y muestra como el aprendizaje por adaptación, a medio entrenar, puede llevar a conflictos cognitivos que pueden ser previstos mediante un estudio directo de situaciones y conocimientos y no sólo por estudios indirectos de comportamientos de los alumnos, lo cual hace que se le dé gran importancia a la interpretación de los errores de los alumnos, siendo ahí donde los obstáculos epistemológicos cobran importancia (Brousseau, 1989).

Los obstáculos epistemológicos se manifiestan entonces por los errores recurrentes de los alumnos, lo que hace que sea importante estudiarlos ya que, según Brousseau, el error es constitutivo del sentido del conocimiento adquirido. De esta forma, asegura, las investigaciones sobre obstáculos epistemológicos en matemáticas deben estar dirigidas a los siguientes tres aspectos:

Encontrar los errores recurrentes y mostrar que se agrupan alrededor de concepciones.
Encontrar los obstáculos en la historia de las matemáticas.
Confrontar los obstáculos históricos con los obstáculos de aprendizaje y establecer su carácter epistemológico.

Además de Brousseau otros investigadores han dado sus aportes al estudio de los obstáculos epistemológicos, se destacan los nombres de Cornu, Doureax y Sierpinska. Cornu define un obstáculo epistemológico como una porción de conocimiento que resulta ser eficaz en la solución de ciertos problemas, pero que al enfrentarse a otros tipos de problemas resulta ser inadecuado, llevando a que se cometan errores recurrentes en el intento de adecuación (De la Torre, 2003).

Una manera de explicar los errores conceptuales de los alumnos es por medio del *concepto imagen* y del *concepto definición*. Estos términos fueron introducidos por Vinner y Hershkowitz para describir la manera cómo funciona la estructura conceptual de un individuo (Vinner, 1991). El concepto imagen se usa para describir la estructura cognitiva asociada con un concepto. Puede ser una representación visual del concepto, un cuadro mental, una colección de impresiones o experiencias que pueden ser traducidas en formas verbales. El *concepto definición*, por su parte, es una forma de palabras que un individuo usa para dar su propia explicación de su concepto imagen; puede ser aprendido de manera rutinaria por un individuo o ser una reconstrucción personal de una definición.

**El obstáculo euclídeo**

Comprender el concepto de recta tangente a una curva como el "límite de una secante variable" es de gran importancia para la construcción del concepto de límite ya que puede ayudar a resolver, en gran parte, muchas de las dificultades que se presentan durante dicho proceso. Sin embargo, cuando se interroga a los alumnos sobre el concepto de recta tangente, la mayoría responde de acuerdo a la concepción euclídea como "una recta que toca a la curva y prolongada no la corta" (Alarcón & Suescún, 2004). Esta concepción les permite hallar la tangente a ciertas curvas por algunos puntos de ellas pero les impide hallarla en otras, llevándolos a cometer errores, muchas veces recurrentes, en su intento. De esta forma, la concepción euclídea de recta tangente a una curva se convierte en un obstáculo de tipo epistemológico que puede dificultar en los alumnos la comprensión del concepto de recta tangente como el "límite de una secante variable". Este obstáculo fue llamado por Alarcón y Suescún el *obstáculo euclídeo* (Alarcón & Suescún, 2004).

**El concepto de infinito potencial**

El infinito potencial puede ser una herramienta de gran valor a la hora construir en los alumnos el concepto de recta tangente a una curva, pues en él se encuentra implícito el concepto de límite; su estudio y comprensión pueden ayudar en el diseño de estrategias metodológicas que permitan a estos alumnos superar el obstáculo euclídeo.

El concepto de infinito potencial está relacionado con la reiteración de un proceso que nunca finaliza. Es un infinito cuyas partes son construidas sucesivamente y que no puede completarse, es decir, que sólo existen en potencia. Este concepto, que fue introducido por Aristóteles en la *Física,* ha llevado a discusiones de índole filosófica y matemática que han ayudado, entre otras, el desarrollo de los conceptos básicos del Cálculo, particularmente en lo que hace relación a la idea de límite.

**Desarrollo del cursillo**

Objetivos. Implementar una estrategia metodológica que permita, en los estudiantes que ingresan a los cursos de Cálculo, evidenciar el obstáculo euclídeo y luego, con la ayuda del concepto de infinito potencial, poder superarlo.
Metodología. Las actividades desarrolladas en el cursillo integran dos componentes, el teórico y el práctico. Se desarrollará en dos sesiones. La primera sesión comprende un cuestionario escrito de 10 preguntas con el que se quiere, mediante el análisis del concepto imagen, poner en evidencia el obstáculo euclídeo. La segunda sesión consta de dos situaciones. Con la Situación 1 se busca construir el concepto de infinito potencial. Con la Situación 2 lo que se quiere es implementar la estrategia metodológica para superar el obstáculo euclídeo, con la ayuda concepto de infinito potencial.
Resultados. Se espera que al final del cursillo los participantes puedan ver la eficacia de esta estrategia metodológica en el proceso de construcción del concepto de recta tangente a una curva en un punto dado. Igualmente, que vean la importancia del concepto de infinito potencial no sólo durante

el proceso de construcción del concepto de recta tangente sino, también, durante el proceso de construcción de los conceptos básicos del Cálculo. Además, que tengan una comprensión clara de la noción de obstáculo epistemológico y que adviertan la necesidad, dentro del proceso de construcción conceptual, de poder evidenciarlo y superarlo. Por último, se espera que los participantes puedan ver la necesidad, dentro del proceso de construcción de los conceptos básicos del Cálculo, de comprender el concepto de recta tangente a una curva como el límite de una secante variable.

Conclusiones. El concepto de infinito potencial ayuda a superar el obstáculo euclídeo y a determinar la tangente a cualquier tipo de curva, lo que lo convierte en el elemento clave de la estrategia metodológica. El concepto de recta tangente a una curva, como el límite de una secante variable, es clave para la construcción del concepto de límite; su falta de comprensión puede traer dificultades en dicho proceso. La construcción conceptual facilita la comprensión de los conceptos y la detección de obstáculos de aprendizaje. Las concepciones de los alumnos se pueden convertir en obstáculos de aprendizaje que llevan, muchas veces, a comprender de manera errada o parcial un concepto.

**Referencias bibliográficas**

Alarcón, S., & Suescún, C. (2004). *El obstáculo euclídeo en la construcción del concepto de tangente (Tesis de Maestría).* Medellín: Universidad de Antioquia. Facultad de Educación.

Bachelard, G. (1993). *La formación del espíritu científico.* México: Siglo XXI.

Brousseau, G. (1989). Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques. *Construction des savoirs: Obstacles et conflits.* Ottawa: CIRADE.

De la Torre, A. (2003). *Modelización del espacio y del tiempo.* Medellín: Universidad de Antioquia.

Vinner, S. (1991). The Role of Definitions in the Teaching and Learning of Mathematics. En D. O. Tall, *Advanced Mathematical Thinking.* Boston: Kluwer.

# CU-10 MUESTREO PROBABILÍSTICO UTILIZANDO EXCEL

**Juan Luis Arias Vargas**
Magíster en la enseñanza de la Matemática
Especialista en Administración de la Informática Educativa
Ingeniero Industrial
Docente Asistente Universidad Católica Popular del Risaralda
Docente Catedrático Auxiliar Universidad Tecnológica de Pereira
Grupo de Investigación GEMA
Juan.arias@ucpr.edu.co

**RESUMEN**

El presente trabajo muestra conceptos básicos sobre muestreo probabilístico sus bondades y cómo haciendo uso de herramientas sencillas de Excel, se puede calcular el tamaño de la muestra y seleccionarla aleatoriamente.

Palabras Clave: muestreo, muestras aleatorias, Excel.

**ABSTRACT**

This text presents basic concepts about probabilistic sampling, its strengths, and the way how using simple tools for Excel, the size of the sample can be calculated and selected in an aleatory way.

Key Words: sampling, aleatory samples, Excel.

## Introducción

El muestreo estadístico o muestreo probabilístico son técnicas que permiten calcular el tamaño de la muestra apropiado, para estimar los parámetros, en una investigación de tipo cuantitativo, lo cual permite hacer inferencias y tomar decisiones acerca de la población; sin embargo en ocasiones se usan muestreos no probabilísticos, con el fin de tener una idea del valor de los parámetros, no obstante a partir de estos resultados no se puede inferir sobre la población.

Tabla No. 1 Muestreo probabilístico Vs muestreo no probabilístico

| Muestreo probabilístico | Muestreo no probabilístico |
|---|---|
| El tamaño de la muestra se calcula por medio de una regla matemática | El tamaño de la muestra es decisión del investigador |
| La selección de la muestra es bajo un procedimiento aleatorio | La selección de muestra es de criterio del investigador o del entrevistador |
| Se puede calcular el error muestral | No se puede calcular el error muestral |
| Se pueden hacer inferencias a cerca de la población de donde se extrajo la muestra | Las conclusiones son solo para los elementos de la muestra |

**Razones por la cuales usar el muestreo**

Ahorro de dinero: El número de instrumento para la recolección de información es menor, el tiempo para la aplicación de los mismo, la digitación y tabulación de ellos es menor, lo que redunda en ahorro de recursos económicos.

Ahorro de tiempo: Se necesita menos horas/hombre para la aplicación de instrumentos, la digitación y tabulación de la información recolectada, lo que implica un tiempo menor para conocer los resultados de la investigación, permitiendo tomar decisiones a tiempo.

Por exactitud, existen errores que se cometen bien sea en el cálculo de los parámetros o en la estimación de los mismos, en este sentido, si se realiza un censo, para calcular los parámetros, se cometen errores no muestrales que son mucho mayores, por los volúmenes de información a manejar, que la suma de los errores muestrales y no muestrales que se cometen cuando se aplica una técnica de muestreo.

Cuando el elemento es destruido o contaminado, es lógico que se deba hacer la observación solo a unos cuentos de ellos.

**Algunas definiciones importantes**

Población objetivo: Es un conjunto de elementos que tienen unas características comunes y están delimitados en tiempo y en espacio.

Muestra: Es un subconjunto de elementos que pertenecen a una población, se dice que la muestra es representativa de la población si tiene un tamaño óptimo y su selección se realiza de manera aleatoria.

Elemento: Es la unidad de la cual se solicita la información.

Unidad de muestreo: Son los elementos disponibles para su selección en alguna etapa del muestreo, en ocasiones la unidad de muestreo corresponde al mismo elemento.

Marco muestral: Es el conjunto de elementos del cual se saca la muestra.

Población de estudio: Es aquella de donde realmente se sacó la muestra.

**Muestreo probabilístico**

**Tamaño de la muestra**

Una parte importante en una investigación es la cantidad de información que se usa para tomar decisiones acerca de los parámetros de una población a partir de la estimación de los parámetros o las pruebas de hipótesis, ya que muy poca información, es decir una muestra de tamaño pequeño, podría ser insuficiente y mucha información, es decir una muestra muy grande sería muy costosa y se desperdiciarían recursos, por lo tanto se debe de usar un tamaño de muestra que sea adecuado al estudio que se esté realizando, a la población de estudio y a su tamaño; los métodos utilizados se basan en el error de estimación que es admitido por el investigador y en el nivel de confianza que se desee para la investigación y dependen del tipo de muestreo a utilizar.

El error de estimación admitido por el investigador se denota por la letra β y debe estar en las mismas unidades de la variable de estudio.

En forma general si se está estimando el parámetro $\phi$, entonces el estimador por intervalo es $\hat{\phi} \pm a\sigma_{\hat{\phi}} \Rightarrow \hat{\phi} \pm B \therefore a\sigma_{\hat{\phi}} = B$

**Tipos de muestreo probabilístico más utilizados**

**Muestreo aleatorio simple (MAS)**

Este tipo de muestreo consiste en seleccionar una muestra aleatoria de tamaño n de una población de tamaño N, para este caso cada elemento de la población tiene la misma probabilidad de ser seleccionado o lo que es lo mismo cada muestra de tamaño n tiene la misma probabilidad.

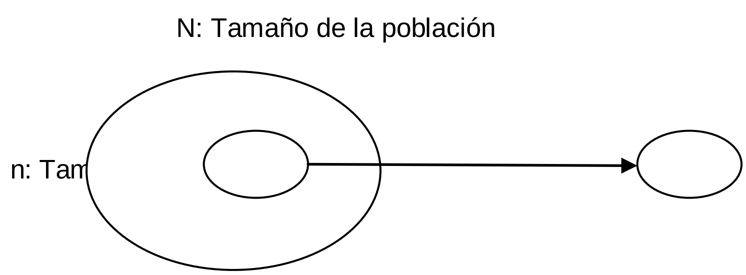



Figura No. 1 Muestreo Aleatorio Simple

**Tamaño de la muestra para estimar a $\mu$**

El intervalo de confianza para $\mu$ al $(1-\alpha)100\%$ cuando N es infinita está dado por:

$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$ por lo tanto $B = z_{\alpha/2} \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$ de donde $n = \dfrac{z_{\alpha/2}^2 \sigma^2}{B^2}$

El intervalo de confianza para $\mu$ al $(1-\alpha)100\%$ cuando N es finita está dado por:

$$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \quad \text{por lo tanto} \quad B = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \quad \text{de donde } n = \frac{N z_{\alpha/2}^2 \sigma^2}{(N-1)B^2 + z_{\alpha/2}^2 \sigma^2}$$

Nótese que el valor de la varianza involucrado en el cálculo del tamaño de la muestra es poblacional, es muy común que este valor no se conozca, para solucionar este problema se puede optar por cualquiera de las opciones siguientes:

Se puede tomar la varianza de una investigación anterior pero que todavía tanga validez.
Se puede tomar una premuestra aleatoria, es decir realizar una muestra piloto y a partir de estos datos estimar la varianza de la población, en este caso los elementos de la premuestra se pueden usar en el estudio final.

Si la población sigue una distribución normal y se conoce el rango (R) de los datos en la población, entonces $\sigma = \dfrac{R}{4}$

**Tamaño de la muestra para estimar a $p$**

El intervalo de confianza para $p$ al $(1-\alpha)100\%$ cuando N es infinita está dado por:

$$\hat{p} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{pq}{n}} \quad \text{por lo tanto,} \quad B = z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{pq}{n}} \quad \text{de donde} \quad n = \frac{z_{\alpha/2}^2 pq}{B^2}$$

El intervalo de confianza para $p$ al $(1-\alpha)100\%$ cuando N es finita está dado por:

$$\hat{p} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{pq}{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \quad \text{por lo tanto,} \quad B = z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{pq}{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \quad \text{de donde } n = \frac{N z_{\alpha/2}^2 pq}{(N-1)B^2 + z_{\alpha/2}^2 pq}$$

Nótese que el valor de la proporción involucrado en el cálculo del tamaño de la muestra es poblacional, es muy común que este valor no se conozca, para solucionar este problema se puede optar por cualquiera de las opciones siguientes:

Se puede tomar la proporción de una investigación anterior pero que todavía tanga validez.

Se puede tomar una premuestra aleatoria, es decir realizar una muestra piloto y a partir de estos datos estimar la proporción de la población, en este caso los elementos de la premuestra se pueden usar en el estudio final.
Lo más común es dar a la proporción el valor de 0.5 en cuyo caso el tamaño de la muestra será el más grande posible con las otras condiciones fijas.

Nota: Aunque se podría tener una regla para calcular el tamaño de la muestra para estimar el total población, se puede omitir ya que el tamaño de la muestra para este estimador es el mismo que para estimar la media o la proporción según sea la necesidad para estimar el total poblacional.

**Selección de la muestra**

Para la selección de la muestra aleatoria se puede usar un método muy sencillo utilizando una hoja de cálculo de Excel, en la hoja de Excel se tiene una lista de números aleatorios en la primera columna y en la segunda columna el listado del marco muestral, con pegado especial se pegan los números aleatorios como valor y luego se ordenan las dos columnas tomando como fila principal la de los números aleatorios, así que queda la segunda fila ordenada de manera aleatoria y de allí se pueden elegir los primeros elementos para realizar la premuestra (n1) si es del caso y después de calcular el tamaño de n, este se completa con los elementos siguientes.

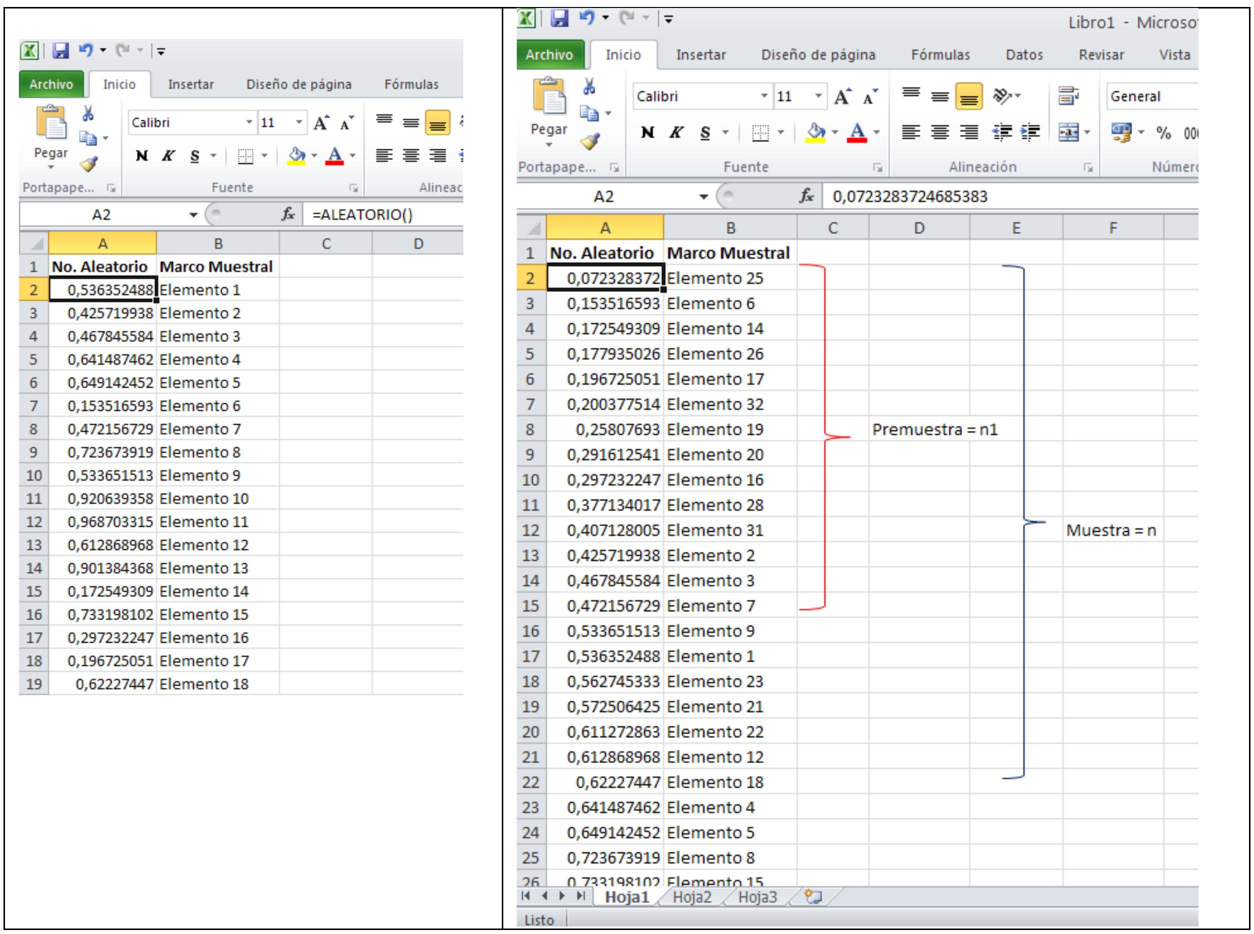



Figura No. 2 Pasos para la selección de la muestra

**Muestreo aleatorio sistemático lineal (MSL)**

N: Tamaño de la población

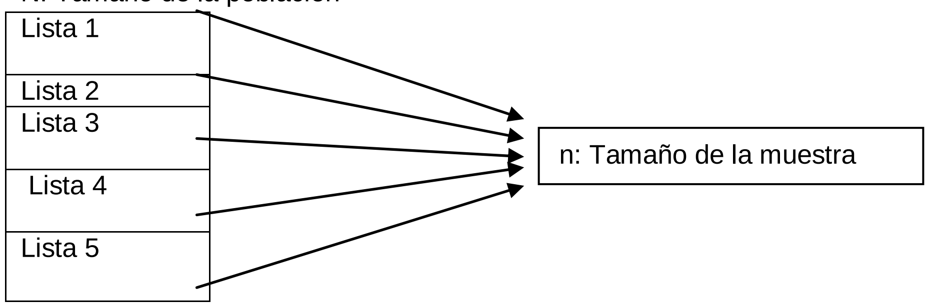



Figura No. 3 Muestreo Aleatorio Sistemático Lineal

El muestreo Sistemático Lineal, es muy usado por la facilidad en la selección de la muestra, para la aplicación de un MSL es necesario tener un marco muestral y los elementos del marco muestral deben ocupar cada posición de manera aleatoria con el fin de que la precisión del estimador sea igual a la de un MAS, sin embargo también se puede aplicar en situaciones donde no se conoce el marco muestral pero se quiere estudiar una situación en particular como por ejemplo el tiempo promedio que se demora un cajero en atender un cliente, en este caso se decide tomar el tiempo que se demora con un cliente que llega cada X tiempo o cada Y clientes; conseguir la proporción de clientes con determinada característica en un archivo, en este caso se puede sacar una muestra cada Z longitud del archivo, la longitud Z resulta de la división de la longitud total del archivo por el tamaño de muestra n; conocer la opinión de los clientes que frecuentan un establecimiento público respecto al servicio que reciben, en este caso se puede decidir en entrevistar al cliente que llega cada X tiempo o cada Y clientes.

**Selección de una muestra aleatoria si se conoce N y se tiene el marco muestral:**

La población esta numerada de 1 a N, se divide N por n teniendo como resultado k que se denomina tamaño del intervalo muestral, suponiendo que k sea un número entero, se elige un número (r) aleatorio entre 1 y k (utilizando esta opción en Excel) , siendo r el primer elemento seleccionado, seguidamente se suma k al este número aleatorio r, para obtener el segundo elemento seleccionado y así hasta completar el tamaño de la muestra, es decir que los elementos seleccionados son r, r + k, r + 2k, … , r + (n-1)k; de acuerdo con lo anterior solo se pueden tener k posibles muestras sistemáticas.

Si k no es un número entero, se puede proceder de dos formas, la primera, tomar la parte entera de k, multiplicarla por n y realizar la resta N – nk, y este resultado es el número de elemento que deben ser eliminados aleatoriamente de la población, por ejemplo se tiene N=1345, n=160, k=1345/160=8.406, la parte entera es 8 de tal forma que 160*8=1280, por lo tanto se deben eliminar aleatoriamente 65 elementos de la población y finalmente sacar la muestra aleatoria de los 1280 elementos restantes; la segunda es elegir aleatoriamente un punto de partida entre 1 y k , siendo este el primer elemento de la muestra y a este se le suma k hasta completar la muestra de tamaño n.

Para los casos en que se desconoce N este se puede estimar de acuerdo a cada caso específico, por ejemplo si en una longitud Z hay w elemento entonces N=Z*w, si se toma un elemento cada determinado tiempo se deberá tener en cuenta todos los elementos que hay entre cada intervalo de tiempo y sumarlos, estos más los n elementos muestreados conforman la población, si se desea muestrear uno de cada 10 personas que llegan a un determinado lugar, primero se elige un número aleatorio entre 1 y 10, suponga que salió el 8 y que el ultimo muestreado fue el 608 y después de este llegaron 6 personas más entonces N = 608 + 6 = 614.

Bajo el supuesto de que el ordenamiento de la variable de estudio es aleatorio el tamaño de la muestra es el mismo que para un MAS.

**Muestreo aleatorio estratificado (MAE)**

Este tipo de muestreo se caracteriza porque la población se organiza en estratos, cada uno de ellos es homogéneo al interior y heterogéneo entre ellos, en este sentido lo que se busca es un mejor estimador del parámetro y un ahorro de recursos, ya que la variabilidad por estrato es menor, por lo tanto lo que se hace es sacar una muestra aleatoria en cada estrato, lo más común es que cada tamaño de la muestra sea proporcional al tamaño de cada estrato, que generalmente son de diferente tamaño.

N: Tamaño de la población

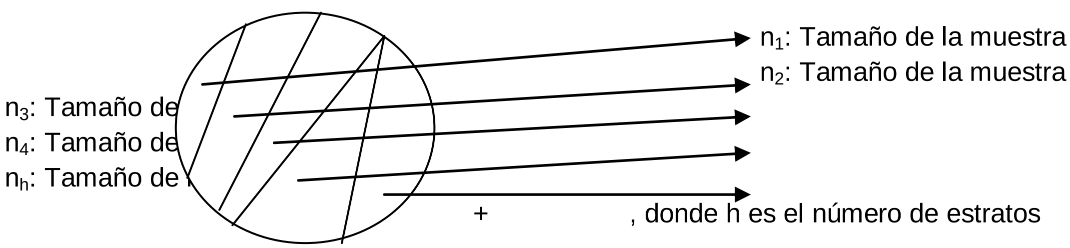



Figura No. 4 Muestreo Aleatorio Estratificado

**Afijación de la muestra:**

Si todos los estratos tienen aproximada mente el mismo tamaño y no se conoce la variabilidad dentro de cada estrato se puede asignar un tamaño de muestra igual para cada estrato dado por:

$$n_h = \frac{n}{H}$$

Si los estratos son de diferentes tamaños se puede usar la afijación proporcional, con el fin de darle a todas las unidades poblacionales la misma probabilidad:

$$n_h = nW_h$$

Sin embargo las afijaciones anteriores no cumple con el fin último de la estratificación, ya que no optimizan el estimador, debido a que no tienen en cuenta la homogeneidad de cada estrato, por lo que se sugieren las siguientes formas de afijar el tamaño de la muestra encada en cada estrato:

Si no se tienen en cuenta los costos por cada elemento muestreado:

$$n_h = n\frac{W_h\sigma_h}{\sum_{h=1}^{H} W_h\sigma_h}, \text{ donde } \sigma_h \approx s_h$$

Si se tiene en cuenta el costo por cada elemento muestreado:

$$n_h = n\frac{\dfrac{W_h\sigma_h}{\sqrt{C_h}}}{\sum_{h=1}^{H}\dfrac{W_h\sigma_h}{\sqrt{C_h}}}, \text{ donde } \sigma_h \approx s_h,\ C = C_0 + \sum_{h=1}^{H} C_h n_h$$

C es el presupuesto asignado a la recolección de información, $C_0$ son los costos fijos que no dependen del número de elementos a seleccionar y $C_h$ es el costo por cada elemento muestreado.

**Tamaño de la muestra para la estimación de la media $(\mu)$ y del total $(T)$**

El tamaño de la muestra que minimiza la varianza de la media total dado un presupuesto fijo es:

$$n = \frac{(C - C_0)\sum_{h=1}^{H}\left(\mathrm{W_h}\ \sigma_\mathrm{h} \Big/ \sqrt{\mathrm{C_h}}\right)}{\sum_{\mathrm{h}=1}^{H}\left(\mathrm{W_h}\ \sigma_\mathrm{h}\sqrt{C_h}\right)}, \text{ donde } \sigma_h \approx s_h$$

El tamaño de la muestra que minimiza el costo dado un error admitido y un nivel de confianza es:

$$n = \frac{n_0}{1 + \dfrac{z_{\alpha/2}^2}{N\beta^2}\sum_{h=1}^{N} W_h\sigma_h^2}, \text{ donde } n_0 = \frac{\sum_{\mathrm{h}=1}^{H}\left(\mathrm{W_h}\ \sigma_\mathrm{h}\sqrt{C_h}\right)\left(\sum_{\mathrm{h}=1}^{H}(\mathrm{W_h}\ \sigma_\mathrm{h}) \Big/ \left(\sqrt{C_h}\right)\right)}{\beta^2 \Big/ \mathrm{z}_{\alpha/2}^2}, \text{ Donde } \sigma_h \approx s_h$$

Si los costos son desconocidos el tamaño de la muestra que optimiza el estimador es:

$$n = \frac{z_{\alpha/2}^2\left(\sum_{h=1}^{H} W_h\sigma_h\right)^2}{\beta^2 + \dfrac{z_{\alpha/2}^2}{N}\sum_{h=1}^{H} W_h\sigma_h^2}, \text{ donde } \sigma_h \approx s_h$$

Si se desea hacer una afijación proporcional el tamaño de la muestra se puede calcular así:

$$n = \frac{n_0}{1 + {n_0}/{N}} \text{, Donde } n_0 = \frac{\sum_{h=1}^{H} W_h \sigma_h^2}{\beta^2 / z_{\alpha/2}^2} \text{, donde } \sigma_h \approx s_h$$

**Tamaño de la muestra para la estimación de la proporción $(p)$ y del total $(T)$**

El tamaño de la muestra que minimiza la varianza de la media total dado un presupuesto fijo es:

$$n = \frac{(C - C_0) \sum_{h=1}^{H} \left( W_h \sqrt{{p_h q_h}/{C_h}} \right)}{\sum_{h=1}^{H} \left( \mathrm{W_h} \sqrt{p_h q_h C_h} \right)} \text{, donde } p_h \approx \hat{p}_h$$

El tamaño de la muestra que minimiza el costo dado un error admitido y un nivel de confianza es:

$$n = \frac{n_0}{1 + \frac{z_{\alpha/2}^2}{N\beta^2} \sum_{h=1}^{N} W_h p_h q_h} \text{, donde } n_0 = \frac{\sum_{h=1}^{H} \left( \mathrm{W_h} \sqrt{p_h q_h C_h} \right) \left( \sum_{h=1}^{H} W_h \sqrt{{p_h q_h}/{C_h}} \right)}{\beta^2 / z_{\alpha/2}^2} \text{, donde } p_h \approx \hat{p}_h$$

Para los dos casos anteriores $n_h = n \dfrac{N_h \sqrt{{p_h q_h}/{C_h}}}{\sum_{h=1}^{H} N_h \sqrt{{p_h q_h}/{C_h}}}$, donde $p_h \approx \hat{p}_h$

Si los costos son desconocidos el tamaño de la muestra que optimiza el estimador es:

$$n = \frac{n_0}{1 + \frac{z_{\alpha/2}^2}{N\beta^2} \sum_{h=1}^{H} W_h p_h q_h} \text{, donde } n_0 = \frac{\left( \sum_{h=1}^{H} W_h \sqrt{p_h q_h} \right)^2}{\beta^2 / z_{\alpha/2}^2} \text{, Donde } p_h \approx \hat{p}_h$$

La afijación de la muestra es:

$$n_h = n\frac{W_h\sqrt{p_h q_h}}{\sum_{h=1}^{H} W_h\sqrt{p_h q_h}}, \text{ donde } p_h \approx \hat{p}_h$$

Si se desea hacer una afijación proporcional el tamaño de la muestra se puede calcular así:

$$n = \frac{n_0}{1+{n_0}/{N}}, \text{ Donde } n_0 = \frac{\sum_{h=1}^{H} W_h p_h q_h}{{\beta^2}/{z_{\alpha/2}^2}}, \text{ Donde } p_h \cong \hat{p}_h$$

**Selección de la muestra**

Para seleccionar la muestra se procede como se indicó en el numeral 4.2.1.3, pero realizando el mismo procedimiento en cada estrato.

**Muestreo aleatorio por conglomerados (MCON)**

N: Número de conglomerados en que se divide la población

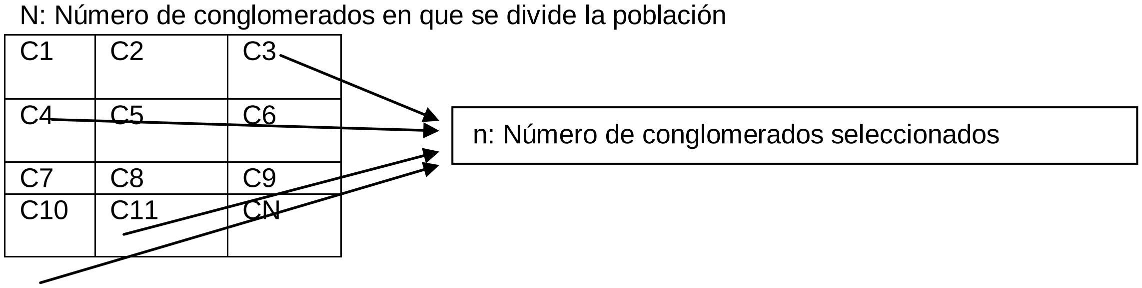



Figura No. 5 Muestreo Aleatorio por Conglomerado

En un muestreo por conglomerados, la población se divide en subgrupos de tal forma que al interior de cada conglomerado los elementos sean heterogéneos y los conglomerados entre sí sean homogéneos, la técnica de muestreo consiste en elegir aleatoriamente n conglomerados de los N conglomerados y realizar el estudio con todos los elementos que componen cada conglomerado, ejemplos de conglomerados pueden ser las manzanas de una ciudad, los edificios, los cajones de un archivador, las canastas de gaseosa en una línea de producción, una repartición geográfica delimitada por limites claramente definidos, en la práctica los conglomerados pueden ser de igual o de diferente tamaño, pudiéndose definir de diferente forma dentro de la población por ejemplo manzanas, edificios y conjuntos residenciales.

Al aplicar un MCON generalmente se ahorra tiempo y dinero, pero se pierde precisión en la estimación debido a que generalmente la varianza es mayor que si el muestreo es MAS o MEA, cuando se va realizar un MCON es necesario tener en cuenta los siguientes factores:

1. Los conglomerados deben ser mutuamente excluyentes.
2. Debe existir una estimación del número de elementos en cada conglomerado.

3. Los conglomerados deben ser lo suficientemente pequeños para que se posibilite el ahorro en los costos.

**En este caso se usaran conglomerados de igual tamaño**

La selección se realiza utilizando un muestreo aleatorio simple y así seleccionar n conglomerados, (la selección se realiza de igual forma que en la explicada en el numeral 4.2.1.3) la población está compuesta por N conglomerados cada uno con M unidades, por lo tanto el número de elementos en la población es

**Estimación de la media poblacional:**

$\bar{x} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{M}\frac{x_{ij}}{n}$ Media muestral por conglomerado

$\bar{\bar{x}} = \frac{\bar{x}}{M}$ Media muestral por unidad

Con error estándar $ee\left[\bar{\bar{x}}\right] = \sqrt{\dfrac{\dfrac{N(N-n)}{n}\sum_{i=1}^{n}\dfrac{\left(X_i-\bar{x}\right)^2}{n-1}}{N^2M^2}}$ , $X_i$: Es el total por conglomerado

Intervalo de confianza al $(1-\alpha)100\%$ para $\mu$

$\bar{\bar{x}} \pm t_{\left(n-1,\alpha/2\right)}ee\left[\bar{\bar{x}}\right]$

4.2.4.3 Estimación para el total poblacional

$\hat{T}_{con} = N\bar{x} = M_o\bar{\bar{x}}$

Con error estándar $ee\left[\hat{T}_{con}\right] = \sqrt{\dfrac{N(N-n)}{n}\sum_{i=1}^{n}\dfrac{\left(X_i-\bar{x}\right)^2}{n-1}}$ , $X_i$: Es el total por conglomerado

Intervalo de confianza al $(1-\alpha)100\%$ para $T$

$\hat{T}_{con} \pm t_{\left(n-1,\alpha/2\right)}ee\left[\hat{T}_{con}\right]$

Tamaño de la muestra

$$n=\frac{\frac{z^2_{\alpha/2}s^2_{con}}{\beta^2M^2}}{1+\frac{1}{N}\left(\frac{z^2_{\alpha/2}s^2_{con}}{\beta^2M^2}\right)}$$, donde $s^2_{con}=\sum_{i=1}^{n}\frac{\left(X_i-\bar{x}\right)^2}{n_1-1}$, $n_1$ :Premuestra.

**Estimación de la proporción poblacional**

$\hat{p}_i=\frac{x_i}{M}$, proporción estimada en el i-ésimo conglomerado

$$\hat{p}_{con}=\sum_{i=1}^{n}\frac{p_i}{n}$$

Con error estándar $ee\left[\hat{p}_{con}\right]=\sqrt{\frac{N-n}{Nn}\sum_{i=1}^{n}\frac{(\hat{p}_i-\hat{p}_{con})^2}{n-1}}$

Intervalo de confianza al $(1-\alpha)100\%$ para $p$

$$\hat{p}_{con}\pm t_{\left(n-1,\alpha/2\right)}ee\left[\hat{p}_{con}\right]$$

**Estimación para el total poblacional**

$$\hat{T}_{con}=N\hat{p}_{con}$$

Con error estándar $ee\left[\hat{T}_{con}\right]=Nee\left[\hat{p}_{con}\right]$, $X_i$: Es el total por conglomerado

Intervalo de confianza al $(1-\alpha)100\%$ para $T$

$$\hat{T}_{con}\pm t_{\left(n-1,\alpha/2\right)}ee\left[\hat{T}_{con}\right]$$

Tamaño de la muestra

$$n=\frac{\frac{z^2_{\alpha/2}s^2_{con}}{\beta^2M^2}}{1+\frac{1}{N}\left(\frac{z^2_{\alpha/2}s^2_{con}}{\beta^2M^2}\right)}$$, donde $s^2_{con}=\sum_{i=1}^{n}\frac{\left(\hat{p}_i-\hat{p}_{con}\right)^2}{n_1-1}$, $n_1$ :Premuestra.

Calculo del tamaño de la muestra

Para calcular el tamaño de la muestra en cada uno de los casos anteriores, se pueden utilizar las funciones de Excel, con el fin de poder variar el error y el nivel de confianza y así poder optimizar los recursos asignados a cada investigación.

**Bibliografía**

Cochran, W. G. (2000). Técnicas de Muestreo. (1 ed.). México: CECSA.

KINNEAR, T.C. & Taylor, J.R. (1999) Investigación de mercados (5 ed.). México: Mc Graw Hill.

Lohr, S.L. (2000) Muestreo: Diseño y Análisis. (1 ed.). México: Thomson.

Mendenhall, W. (1990). Elementos de Muestreo. (1 ed.). México: Iberoamercana

Ospina, D.B. (2001). Introducción al Muestreo (1 ed.). Colombia: UNIBIBLOS

# CU-11 ALGUNOS PROBLEMAS DE MÉTODOS NUMÉRICOS USANDO DERIVE

**Orlando García Jaimes**
Doctor en Ciencias Matemáticas U.P.V España,
profesor Universidad EAFIT
olgarcia@eafit.edu.co

**RESUMEN**

En este trabajo se pretende resolver algunos problemas clásicos del análisis numérico usando Derive; entre los problemas tratados estarían los relacionados con el cálculo de raíces mediante el método de Newton y la bisección, la extensión del método de Newton a varias variables (sistemas de ecuaciones no lineales), problemas relativos a interpolación mediante splines cúbicos, interpolación mediante polinomios y problemas relativos a la solución numérica de ecuaciones diferenciales (Euler y Runge Kutta). El enfoque del trabajo está centrado en el análisis de las condiciones suficientes y necesarias para resolver el problema planteado y en el uso de las herramientas computacionales proporcionadas por el paquete derive.

Palabras claves Derive, métodos numéricos, Interpolación.

**ABSTRACT**

This work is intended to solve some classic problems of numerical analysis using Derive; among the problems would be those relating to the calculation of roots by Newton's and the bisection methods, the extension of Newton's method for multiple variable (non-linear equations systems), problems related to interpolation using cubic splines, interpolation by polynomials and problems relating to the numerical solution of differential equations (Euler and Runge Kutta). The focus of the work is centred on the analysis of necessary and sufficient conditions for solving the problem and in the use of the computational tools provided by the package derive.

Key words Derive, numerical methods, interpolation.

**Introducción**

Existe una gran variedad de paquetes para realizar cálculos matemáticos más o menos complejos, sin embargo el uso de estos requiere a menudo que el usuario tenga que dedicarle mucho tiempo a la tarea de conocer y manipular las instrucciones del paquete; en este sentido el uso de paquetes amigables con el usuario permite que no se pierda de vista el problema fundamental que nos ocupa y que se puedan realizar los cálculos requeridos de una manera fácil y eficiente. En este trabajo se quiere mostrar algunos ejemplos del análisis numérico que, aún cuando requieren un gran volumen computacional, se pueden programar y resolver de forma sencilla con derive.

**Método de Newton**

Existen algunos métodos, como el de la secante y de la posición falsa que tienen su origen en aproximaciones de en una vecindad de la raíz , mediante una línea recta. El método de Newton o Newton-Raphson, como también se le conoce, aplica la misma idea de linealización con la diferencia que se inicia con un solo punto de partida en vez de los dos con los que se inicializan los métodos de la secante y de la posición falsa. La aproximación lineal que se aplica en el caso del método de Newton es la que corresponde a la recta tangente a la gráfica de en el punto teniendo en cuenta que es un valor próximo a la raíz que estamos buscando. En otras palabras, una buena aproximación para la raíz de se puede obtener considerando el punto de intersección de la recta tangente a en con el eje de las esta situación puede verse en la siguiente figura.

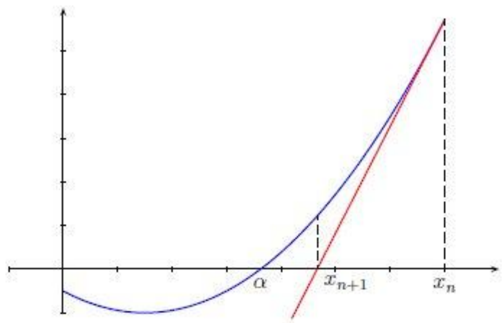



Figura 1. Interpretación geométrica del método de newton.

Dada la aproximación para la raíz, para calcular el nuevo elemento de la sucesión recordemos que la ecuación de la recta tangente a la función en el punto esta dada por

Si se denota por a la intersección de esta recta con el eje x, tenemos que

En la aplicación de este método iterativo, se parte de una aproximación inicial, digamos y se obtiene una sucesión Para garantizar la convergencia de tal sucesión es necesario tener algunas condiciones con respecto a la función En general, lo que se necesita para asegurar la convergencia es inicializar el proceso con una aproximación adecuada de la raíz, que y que . Al aplicar un método iterativo para calcular raíces de ecuaciones, es necesario tener un criterio de parada para decidir cuándo terminar el proceso, es usual incorporar a un algoritmo más de un criterio de parada. En el caso del método de Newton se puede emplear un criterio que tenga en cuenta el número de veces que se aplique el algoritmo o también un criterio que tenga en cuenta una acotación previa para el error o tolerancia en la determinación de la raíz. Como en la práctica no conocemos el valor exacto de la raíz podemos afirmar que si la sucesión es convergente, entonces las diferencias se aproximan a 0, por lo cual, un buen criterio de parada para el algoritmo corresponde a la ejecución del mismo hasta el momento en el cual para un dado de antemano. El siguiente diagrama de flujo muestra la forma de aplicar el método de Newton teniendo en cuenta los dos criterios de parada descritos.

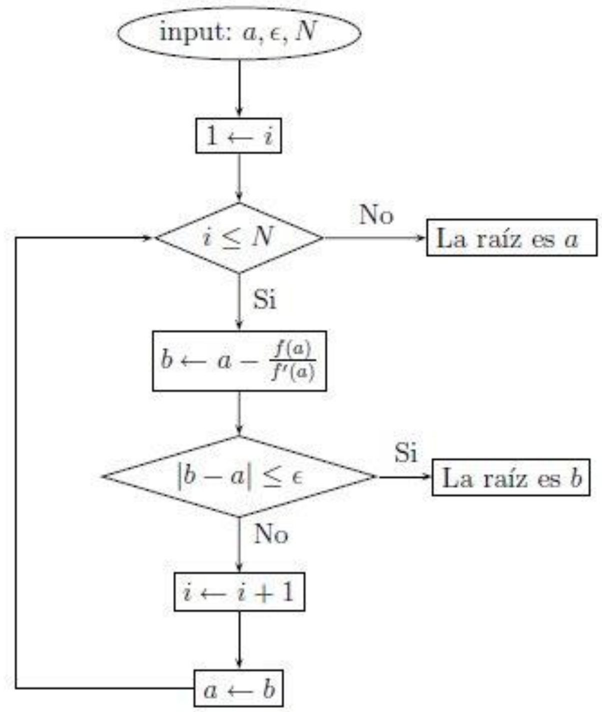



Figura 2. Diagrama de flujo para el método de Newton

Las instrucciones en derive para este algoritmo son las siguientes

```
f(x) :=

vo(in) := [0, in]
```

$$\mathrm{IT}(v) := \left[ v_1 + 1,\ v_2 - \frac{f(v_2)}{\lim\limits_{x \to v\downarrow 2} \frac{d}{dx} f(x)} \right]$$

```
new(in, n) := ITERATES(IT(v), v, vo(in), n)
```

En se introduce la función, en se introduce el intervalo donde se cree que se encuentra la raíz, la instrucción met(in,n) genera una lista con n valores de la posible raíz de

**Interpolación**

Otro de los problemas clásicos del análisis numérico es el de determinar un polinomio que pase por un número fijo de puntos del plano Este problema es conocido con el nombre de interpolación polinómica y en este artículo presentaremos dos técnicas de solución diferentes, en un caso se resolverá el problema mediante la solución de un determinado sistema lineal de ecuaciones y en el segunda instancia se construirá el polinomio interpolador mediante el algoritmo conocido como método de Lagrange.

El problema que se presenta es el de construir un polinomio de grado mínimo que pase por el conjunto de puntos Si llamamos al polinomio que buscamos, tenemos que y lo que se tiene que calcular son los coeficientes del polinomio. Para determinar estos coeficientes, se recurre a las restricciones que se imponen al polinomio de pasar por cada uno de los puntos dados, esto es lo cual da origen al siguiente sistema lineal de ecuaciones con las incógnitas

La matriz del sistema anterior es invertible (los son todos diferentes) y se conoce como "matriz de vandermonde," de este modo el sistema tiene solución única. La siguiente lista de instrucciones en derive, nos proporciona un algoritmo para determinar el polinomio interpolador correspondiente a una tabla de valores

$$\mathrm{mc}(A) := \mathrm{vector}(\mathrm{l}(A, k), k, \mathrm{dimension}(A))$$

$$l(A,k) := vector(A_{k,1}^{j-1}, j, dimension(A), 1, -1)$$

$$Pol(A) := (mc(A))^{-1} A^{t}_{\downarrow\downarrow 2} vector(x^{j-1}, j, dimension(A), 1, -1)$$

Para ejecutar el algoritmo lo único que hay que hacer es escribir la tabla de datos (la matriz A) y calcular

El polinomio interpolador asociado a una tabla de valores es único, siempre y cuando los valores de las sean diferentes, sin embargo, existen distintas formas y algoritmos para determinarlo. Otro de estos algoritmos es conocido como forma de Lagrangre del polinomio de interpolación. En este método se pretende construir el polinomio escribiéndolo en la forma

dónde los términos son polinomios que dependen de los valores Para calcularlos, recordemos que lo cual nos muestra que , y como se tiene que , entonces el polinomio debe escribirse en la forma

La siguiente lista de instrucciones en Derive permite calcular el polinomio interpolador mediante el algoritmo de Lagrange, así como cada uno de los
polinomios .

$$fl(i,a) := IF(i = j, 1, (x - a_{\downarrow j \downarrow 1})/(a_{\downarrow i \downarrow 1} - a_{\downarrow j \downarrow 1}))$$

$$coe(i,a) := \prod_{j=1}^{dimension(a)} fl(i,a)$$

$$Pol(a) := \sum_{i=1}^{dimension(a)} coe(i,a) a_{\downarrow i \downarrow 2}$$

Para calcular el polinomio interpolador se debe entrar la matriz de datos y luego evaluar Pol(a), si se quiere calcular cada uno de los polinomios se debe evaluar la función coe(i,a) donde es el orden del coeficiente (de hasta n+1) y a es la matriz de datos.

**Series de Fouirer**

Los conceptos de ortogonalidad y de base que se presentan para los espacios vectoriales de dimensión finita, pueden extenderse al caso de espacios vectoriales donde la dimensión es infinita. Tal es caso del conjunto de las funciones continuas a tramos definidas de en y con período , para este conjunto, puede decirse que la sucesión de funciones constituye una base ortogonal, considerando como producto interno. El resultado fundamental para la representación de funciones periódicas se resume en el siguiente teorema.

**Teorema**

Si f(x) es una función integrable de período , su serie de Fourier converge a – en todo punto donde posee derivadas por izquierda y derecha.

En este caso la representación de como serie, es la siguiente

–

donde los coeficientes y se definen como

–

–

Para calcular y realizar las gráficas de algunas de las sumas parciales de la serie de Fourier, se utilizaron las siguientes instrucciones en derive:

$$f(x) :=$$

$$a0 := 1/(2\pi) INT(f(x), x, -\pi, \pi)$$

$$a(n) := 1/\pi INT(f(x)\cos(nx), x, -\pi, \pi)$$

$$b(n) := 1/\pi INT(f(x)sen(nx), x, -\pi, \pi)$$

$$suma(m) := a0 + \sum(a(n)\cos(nx) + b(n)sen(nx), n, 1, m)$$

Para realizar cálculos con esta rutina, debe de editarse la función y luego ejecutar la instrucción suma(m), la cual permite obtener los m primeros términos de la serie de Fourier. En la siguiente gráfica puede observarse la función y los términos de una de sus sumas parciales para la función

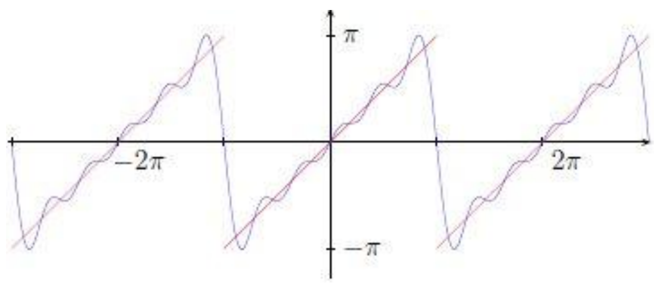



Figura 3. Sumas parciales para la función

**Referencias Bibliográficas**

Boyce, W. E y R.C. Diprima, (1997). Elementary differential equations and boundary value problems, New York, Willey.

Burden,Richard L, y Faires, J. Douglas, (2002) Análisis Numérico. Thomson.

Kincaid,David y Cheney, Ward, (2002) Análisis Numérico. Addison Weslye

# CU-12 DE LOS MODELOS MOLECULARES A SOFTWARE LIBRES PARA LA ENSEÑANZA DE LA QUÍMICA: UNA EXPERIENCIA SIGNIFICATIVA

**Soraya Elena Layton Jaramillo**

Química Universidad Nacional de Colombia

Estudiante de Maestría en Educación y Docencia Superior Universidad Nacional de Colombia

selaytonj@unal.edu.co, selaytonj@gmail.com

**RESUMEN**

La enseñanza de la química presenta dificultades al abordar una realidad microscópica no perceptible de manera inmediata por los estudiantes. El presente trabajo, producto de una experiencia en el aula, propone la superación de estas dificultades y la potenciación del aprendizaje significativo con el uso de herramientas didácticas como los modelos moleculares y el programa de distribución gratuita ChemSketch.

Palabras clave: Modelos moleculares, ChemSketch, Didáctica, Aprendizaje Significativo.

**ABSTRACT**

Some difficulties arise from teaching Chemistry, due to the fact that its matter is not able to be seen by the naked eye. This paper, the result of a experience in the classroom, propose the use of didactic tools such as molecular models and ChemSketch free program, for overcoming those difficulties and boosting meaningful learning.

Key Words: Molecular models, ChemSketch, Didactic, Meaningful Learning

**Introducción**

Una de las dificultades del proceso enseñanza-aprendizaje de la química es el alto grado de abstracción al que debe llegar el estudiante para comprender algunos fenómenos químicos (Díaz, et al.), que por pertenecer al mundo microscópico, son intangibles a nivel macroscópico e imperceptibles al ojo humano. Además, algunos conceptos químicos como la hibridación de orbitales y la geometría molecular, tienen una gran exigencia cognitiva, razón por la cual son temas que no se abordan, en general, en la educación secundaria, a pesar de su importancia en la vida diaria. Por ejemplo, la geometría angular de la molécula de agua, explicada con la teoría de hibridación de los orbitales moleculares, es una de las razones por las que el agua puede formar puentes de hidrógeno y encontrarse en estado líquido sobre la superficie terrestre (Brown, 2009), permitiendo el origen y la supervivencia de las especies.

Así pues, el objeto del presente trabajo es describir una experiencia en el aula, en la que se logró el aprendizaje significativo de conceptos químicos con un alto nivel de complejidad, de una manera entretenida y comprensible para los estudiantes de educación media, haciendo uso de herramientas didácticas como los modelos moleculares y un software libre para diseñar moléculas.

**Una herramienta didáctica: Modelos moleculares**

El uso de modelos moleculares para la enseñanza de la química es una práctica poco extendida entre los profesores de química de secundaria; a nivel superior es utilizada por algunos profesores en semestres avanzados de carreras de ciencias básicas para ilustrar ciertos temas específicos de estereoisomería y simetría molecular, cuando ya se han adquirido suficientes bases para su comprensión.

Sin embargo, puede ser una herramienta didáctica muy útil para potenciar el aprendizaje significativo de algunos temas básicos de los programas de química para grados 10° y 11°, como el enlace químico, la hibridación del átomo de carbono y funciones orgánicas. Por otro lado, con el uso de estas herramientas pueden abordarse temas que generalmente no hacen parte de los programas de química en la secundaria, por presentar mayor exigencia cognitiva, como estructuras cristalinas de los compuestos iónicos, geometría molecular y estereoquímica.
Haciendo uso de modelos moleculares el profesor puede salirse del tablero, en el que solamente existen dos dimensiones, para dar vida a la tridimensionalidad, que es realmente la forma en la cual se encuentran los átomos, las moléculas y las estructuras iónicas. De esta manera permite al estudiante interactuar con estos objetos y así lograr una mayor comprensión del mundo microscópico.

**Enlace iónico y estructuras cristalinas:**

Generalmente el concepto de enlace iónico es abordado por los maestros con las estructuras de Lewis, las cuales son muy útiles para ilustrar la regla del octeto, pero que no dan cuenta de la gran cantidad de átomos que hacen parte de la red cristalina formada cuando un metal y un no metal se enlazan de manera iónica.
Las fuerzas de atracción y repulsión electrostáticas entre cationes y aniones hacen que los compuestos iónicos tengan una gran organización, lo cual permite que se encuentren en estado sólido, tengan elevados puntos de fusión y sean quebradizos; situación que puede comprenderse mejor cuando el estudiante observa un ejemplo tridimensional de la red cristalina (Figura 2).

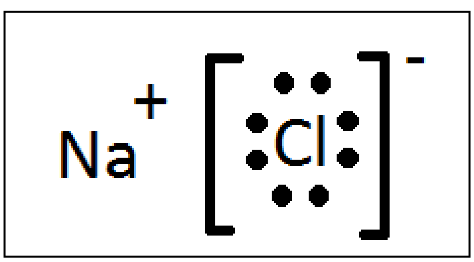


Figura 1: Fórmula de Lewis del NaCl.

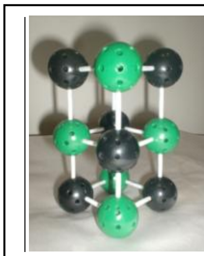


Figura 2: Modelo de la red cristalina de NaCl.

Sin embargo, la observación del estudiante del modelo de una estructura que en la vida real está vedada a sus ojos debido al tamaño infinitamente pequeño de los iones, no asegura que haya tenido una experiencia de aprendizaje significativo; por ello es importante que pueda relacionar esta nueva información con su conocimiento del mundo, lo cual se logra muy fácilmente cuando se contextualiza la teoría con un ejemplo cotidiano: la sal de cocina.

Siendo muy contadas las excepciones, todos los estudiantes de secundaria han visto, manipulado o ingerido los cristales de cloruro de sodio en el comedor de su casa, pero habrán aprendido de manera significativa el concepto de enlace iónico, después de entender que es debido a este enlace entre los iones sodio y cloruro que la sal se presenta en pequeños cubitos cristalinos.

**Enlace covalente y geometría molecular**

Al igual que con el enlace iónico, el enlace covalente generalmente se describe utilizando estructuras de Lewis; sin embargo, sin demeritar su importancia, éstas no dan cuenta de la forma que toman las moléculas en el espacio y no pueden explicar muchas de las propiedades de los compuestos covalentes que derivan de su geometría.
Cuando se dibujan moléculas sobre el tablero, éstas son percibidas por los estudiantes como si fueran planas, pero esta percepción es errónea, pues las moléculas son objetos tridimensionales, de las que pueden construirse modelos con los que los estudiantes pueden interactuar.

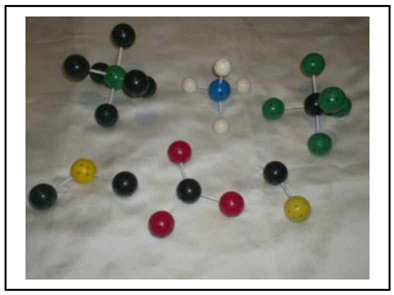


Figura 3: Modelos moleculares de compuestos covalentes.

Además de permitir el acercamiento a la realidad microscópica de una manera más acertada, los modelos tridimensionales de las moléculas permiten construir conocimiento de una manera significativa. Un ejemplo sencillo es la respiración, acción obviamente necesaria para la vida de cualquier estudiante de secundaria. La hemoglobina puede transportar el oxígeno hasta todas nuestras células gracias a que como átomo central tiene un ión de hierro que presenta una geometría octaédrica, en la que cinco de las posiciones disponibles para el enlace están ocupadas por átomos de nitrógeno de la proteína, dejando una posición libre sobre la que se enlaza la molécula de oxígeno para su transporte (Brown, 2009).

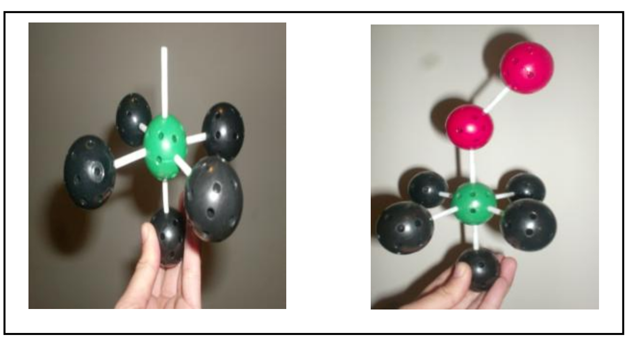


Figura 4: Fotografía del modelo de transporte de oxígeno por la hemoglobina.

Cuando durante la clase se utiliza este ejemplo, en el que se evidencia la importancia de la geometría de la molécula para mantener la vida, el estudiante vive una experiencia de aprendizaje significativo, que puede complementarse con el ejemplo del transporte de monóxido de carbono, el cual, al contrario de lo que sucede con el oxígeno, lleva a la irremediable muerte.

**Hibridación del átomo de carbono**

Cuando el estudiante ha comprendido que las moléculas tienen una estructura tridimensional, es mucho más fácil que pueda acercarse al concepto de hibridación de una forma sustentable, sin necesidad de recurrir a eventos memorísticos que le permitan obtener una buena nota en los exámenes.

La hibridación de los orbitales del carbono es un tema necesario en cualquier programa curricular de química orgánica a nivel de secundaria, y es uno de los temas que exige una mayor capacidad de abstracción e imaginación por parte del estudiante. Intentar explicar de manera comprensible las hibridaciones sp, $sp^2$ y $sp^3$ del átomo de carbono y los enlaces sigma y pi que se forman en cada hibridación, utilizando para esto tablero y marcador, se convierte en una prueba exigente para cualquier profesor de química, por lo cual muchos recurren al abordaje mecánico y memorístico del concepto.

Sin embargo, utilizando los modelos, el estudiante es capaz de comprender el concepto de hibridación, tipo de enlace (sigma o pi), fuerza y movimiento de los enlaces, y, además relacionarlo con la geometría molecular.

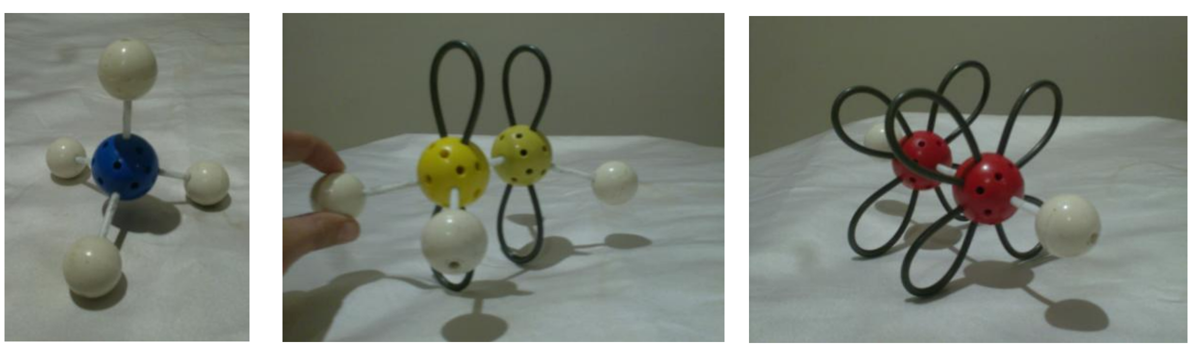



Figura 5: Fotografía del modelo de la hibridación del carbono. (a) $sp^3$. (b) $sp^2$. (c) sp.

Para lograr el aprendizaje significativo, puede relacionarse la hibridación con muchos fenómenos del cuerpo humano. Un ejemplo sencillo es la química de la visión: la rodopsina, molécula presente en los conos y bastones de la retina del ojo humano es una molécula que en su estructura tiene dos átomos de carbono con hibridación $sp^2$, unidos con doble enlace. Debido a la forma del enlace pi, éste es rígido, no se mueve, sin embargo, cuando entra un fotón de luz, hace que el enlace pi rote y por lo tanto se rompa, situación que induce una serie de reacciones químicas que dan como resultado la visión. Poco a poco la rodopsina regresa a su forma original y se regenera el enlace pi roto, de tal manera que el proceso pueda continuar de manera reversible (Brown, 2009).

**Funciones orgánicas**

Una vez que el estudiante ha comprendido la relación entre el enlace químico, la geometría de las moléculas y la hibridación de los orbitales del carbono con su entorno y su propia corporeidad, puede adentrarse en el estudio de las funciones orgánicas.

La química orgánica, asunto temático en grado 11º, generalmente es abordada por los maestros desde la nomenclatura de los compuestos orgánicos, dedicando gran parte de tiempo a que los estudiantes nombren estructuras cada vez más y más complejas, dejando así de lado otras características de los compuestos orgánicos importantes para la vida y que el estudiante podría percibir en su cotidianidad.

Llevando a clase modelos de los hidrocarburos, se sacan las moléculas planas del tablero y se convierten en objetos tridimensionales más acordes con la realidad; así, el estudiante puede comprender de manera lúdica las fórmulas empíricas, la diferencia entre hidrocarburos alifáticos lineales y cíclicos e hidrocarburos aromáticos y su relación con la geometría y la hibridación del carbono, las características polares o apolares de las moléculas, su movimiento y sus conformaciones más estables.

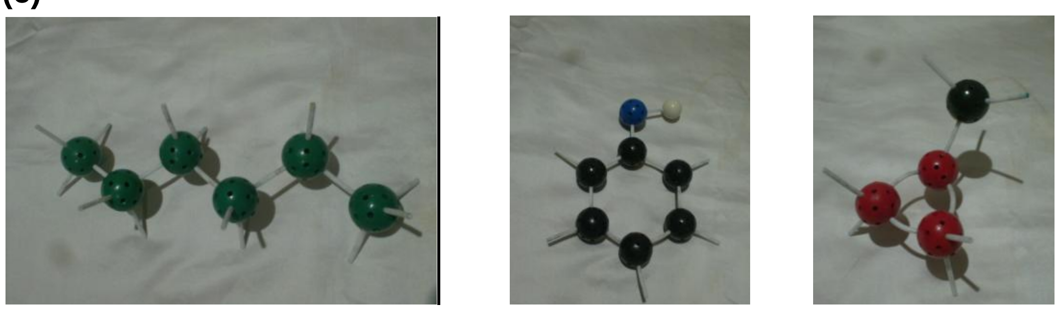



Figura 6: Modelos de moléculas orgánicas. (a) Hexano. (b) Fenol (c) Metilciclopropano.

Es muy sencillo encontrar relaciones significativas entre las funciones orgánicas y la cotidianidad del ser humano, pues éstas no sólo están presentes por doquier en su entorno (empezando por el petróleo y todos sus derivados), sino también haciendo parte de su cuerpo. Cada vez que el ser humano realiza una actividad, consciente o inconsciente, es porque millones de millones de moléculas orgánicas están reaccionando de alguna manera.

Un ejemplo muy significativo para los estudiantes es la química del amor: Las mariposas en el estómago, que cualquier estudiante ha sentido cuando ve a su ser amado, son producidas por una sustancia química: la FEA (fenil etil amina), compuesto orgánico de la familia de las anfetaminas. Ésta sustancia induce la producción de dopamina, norepinefrina y oxitocina, sustancias que provocan que los enamorados puedan permanecer horas coqueteándose, haciendo el amor o conversando sin sensación alguna de cansancio o sueño. La FEA es una sustancia química muy poderosa, que causa adicción. Cuando se pierde al ser amado, se pierde la fuente que induce la producción de la sustancia a la que nuestras células se han hecho adictas, entonces, llega el síndrome de abstinencia y la depresión. Pregúntele a los estudiantes si alguna vez, cuando han estado deprimidos por amor tienden a comer chocolates: muchos responderán que sí. ¿Cuál es la razón? El chocolate contiene FEA. Entonces los estudiantes comprenderán que el amor es pura cuestión de química.

Chemsketch como herramienta didáctica para la enseñanza de la química

ChemSketch es un software que puede descargarse de manera gratuita desde la página www.acdlabs.com y es ampliamente utilizado por los químicos para dibujar estructuras moleculares, montajes de laboratorio y predecir espectros de resonancia magnética de hidrógeno y carbono, entre otros. Sin embargo es una herramienta poco usada a nivel de enseñanza media debido a que muchos profesores licenciados en química no lo conocen.

La primera utilidad práctica del programa es el dibujo de estructuras de una manera sencilla, ágil y correcta. El programa detecta cuándo sobre los átomos hay más o menos enlaces de los que debería tener, y los corrige. Las estructuras se copian y se pueden pegar como objetos en cualquier otro programa, lo que ahorraría mucho tiempo a los profesores de química que aún siguen dibujando estructuras utilizando Word.

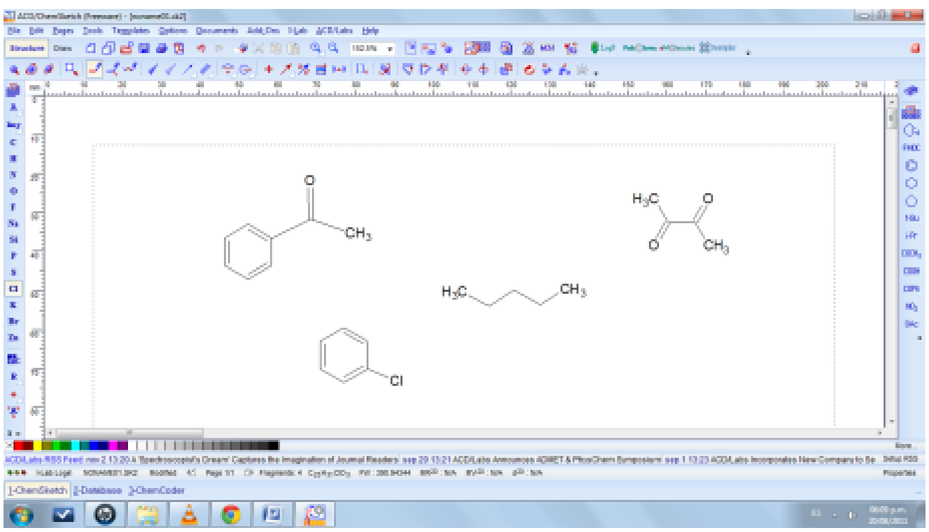



Figura 7: Moléculas dibujadas en ChemSketch.

Después de dibujar una estructura, el programa permite optimizarla para tener una idea real la molécula; además, permite aparecer o desaparecer los hidrógenos, cambiar átomos por otros, rotarla en las tres dimensiones y conocer sus propiedades físicas, entre otras cosas.

Por otro lado, una de las herramientas que permite hacer volar la imaginación de los estudiantes es la opción de visualización en 3D, ya que el estudiante puede dar a la molécula el color que desee y visualizarla de diferentes formas: como barras, como barras y bolitas, como densidades electrónicas o como discos, entre otras; puede rotarla en tres dimensiones y darle movimiento.

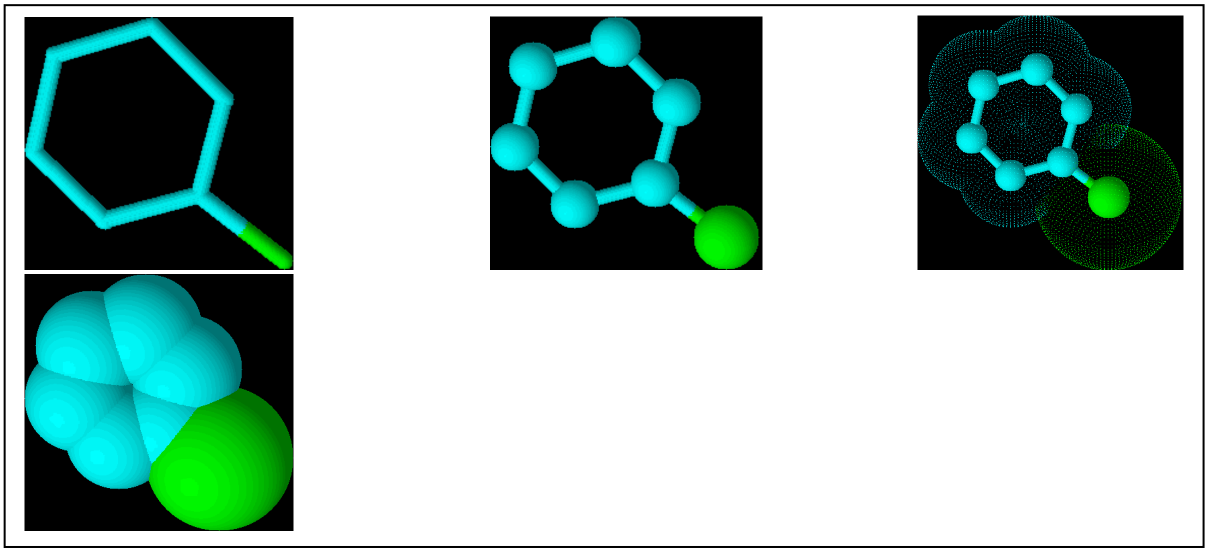


Figura 8: Diferentes visualizaciones 3D de la misma molécula.

Además de muchos otros usos que pueden dársele al programa, podría ayudar a los maestros a acercar la química al mundo del estudiante haciendo uso de las nuevas tecnologías, para propiciar espacios de aprendizaje significativo.

**Conclusiones**

Los estudiantes de educación media de hoy precisan mejorar las bases de sus conocimientos en ciencias para lograr un mejor desempeño en el ámbito universitario; sin embargo, la sola repetición de conceptos concretos, sin una motivación específica, pueden no lograr el objetivo de consolidar el aprendizaje significativo de conceptos básicos en los jóvenes. Para lograr que los estudiantes se acerquen al conocimiento de manera significativa, se requiere que los maestros actuales exploten su imaginación y creatividad mediante la utilización de herramientas didácticas, como pueden serlo, desde los modelos moleculares, hasta software libres para la enseñanza de la química.

**Bibliografía**

Brown, T. (2009). Química: La ciencia central (11 ed.). México: Pearson Educación.

Díaz, R., Valdés, C., Hernández, S., Vega, Á., Fajardo, B., & Pedrosa, A. (2001). Valoración del nivel de conocimiento y habilidades con que ingresan los estudiantes a la carrera de medicina. Educación Médica Superior , Vol.15, núm. 2.

# CU-13 HERRAMIENTAS DIGITALES PARA LA ENSEÑANZA DE LA ESTADISTICA

**Euclides Murcia Londoño**
Lic En Matemáticas Y Computación
Esp. Administración De La Informática Educativa
Estudiante Maestría En Enseñanza De Las Matemáticas
Profesor Catedrático Universidad Católica de Pereira
Euclides.murcia@ucp.edu.co

**Álvaro Ignacio Morales González**
Ingeniero de Sistemas
Esp. en Instrumentación Física
MSc. en Instrumentación Física
Docente Asistente Universidad Católica Popular del Risaralda
Docente Catedrático Auxiliar Universidad Tecnológica de Pereira
Grupo de Investigación TICs
alvaro.morales@ucp.edu.co

## RESUMEN

La temática del cursillo trata de herramientas digitales para realizar análisis estadísticos simples, a través del uso de las Tics, partiendo del uso de programas para la realización de encuestas como es el caso del uso de las herramientas Web2.0 entre las que encontramos programas para el desarrollo de instrumentos como es el caso de e-encuestas y las herramientas de google entre otras.
También se puede hacer uso de herramientas para la creación de instrumentos como Microsoft Access que incluidas en Microsoft Office.
Para el análisis de datos se cuenta con programas como Excel, el cual proporciona todas las herramientas para realizar un análisis de datos de tipo descriptivo.

Palabras Clave: Herramientas digitales, Estadística, análisis de información

## ABSTRACT

The theme of the workshop is digital tools to perform simple statistical analysis, through the use of Tics. Based on the use of software for conducting surveys, such as the use of Web2.0 tools among which are programs for the development of tools such as e-surveys, google tools among others. You can also use different Web 2.0 tools for creating tools that come with Microsoft Office such as Access. For the analysis of data with programs like Excel, which provides all the tools for data analysis and descriptive.

**Key Words:** Digital tools, statistics, data analysis

**Introducción**

La estadística se ha convertido en una valiosa herramienta en cuanto análisis de información se refiere. Atendiendo a los estándares y niveles de competencia que propone el Ministerio de Educación Nacional, se propone implementar una metodología mediante el uso de las Tics que facilite la enseñanza de este tópico en las instituciones educativas de enseñanza media y superior.

El uso de una metodología estadística que muestre a los estudiantes el camino para presentar resultados coherentes de procesos que así lo requieran, ha llevado a muchos Docentes a motivarse y usar como medio didáctico las Tecnologías de la Información y la Comunicación.

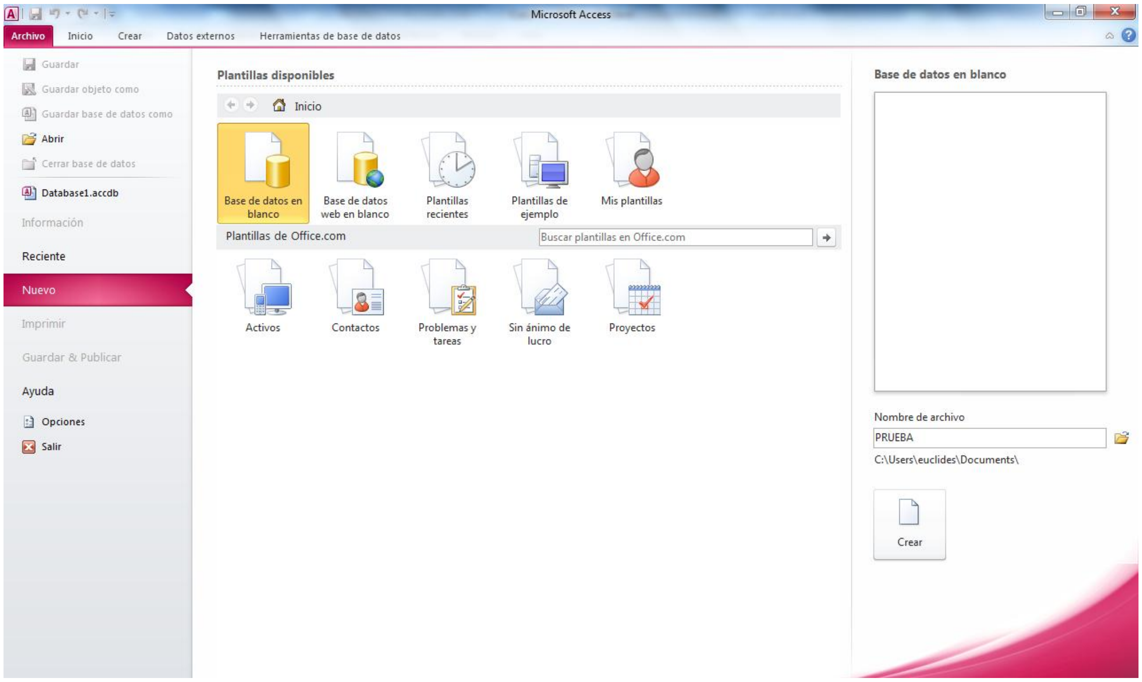
Mediante el uso de programas de fácil acceso para los estudiantes, como es el caso de Microsoft Access se puede diseñar instrumentos de recolección de información de una manera fácil y confiable, dicho proceso también se puede llevar a cabo si se desean construir instrumentos para trabajar directamente en la Red , como es caso de programas de la Web2.0 que facilitan la construcción de instrumentos sencillos, mencionamos las herramientas de Google como una opción para desarrollar este tipo de trabajo, aunque se puede trabajar también con programas como e-encuestas desarrollados específicamente para este tipo de labor.

Para el análisis de datos se usa las herramientas de estadística que proporciona Microsoft Excel.

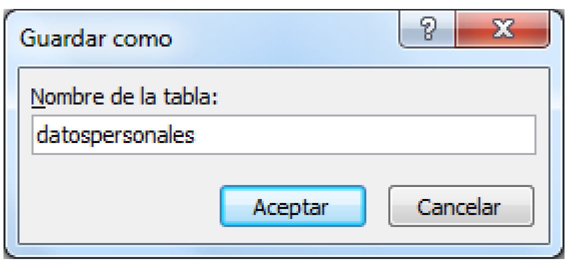
**Metodología de Aplicación**

Una de las partes más importantes en el desarrollo de cualquier metodología que involucre análisis de datos, es la identificación de las variables y la clasificación de estas como cuantitativas o cualitativas. Teniendo en cuenta este referente podríamos decir que podríamos realizar un ejercicio sencillo para la construcción de instrumentos digitales para el trabajo en el ordenador directamente o en la red de Internet.

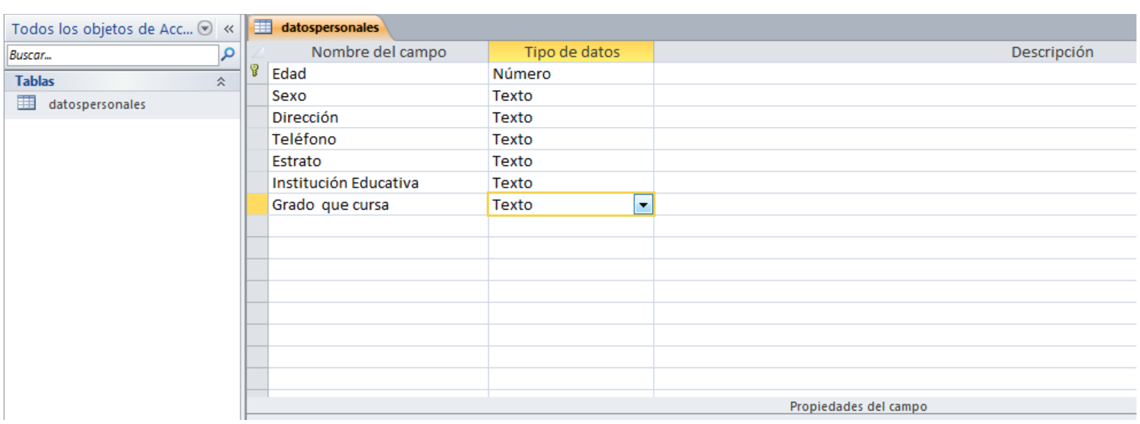
Atendiendo al primer caso, se podría tomar como ejemplo el construir un instrumento de recolección en Microsoft Access que contenga las variables edad, sexo, dirección, teléfono, estrato, institución educativa, grado que cursa.
Para el desarrollo de este instrumento se siguen los siguientes pasos:
Ingrese al programa Microsoft Access
Construya una base de datos en blanco y nómbrela prueba.



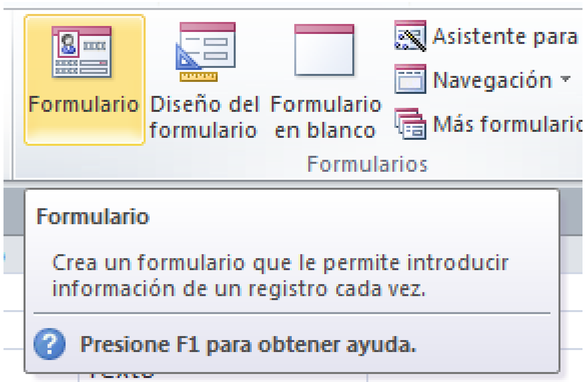

Seguidamente construya una tabla y nómbrela como datos personales




Ingrese cada una de las variables teniendo en cuenta los siguientes criterios :
Variables cualitativas: Tipo de dato texto
Variables cuantitativas: Tipo de dato número
Para el ingreso de las variables a la tabla , se debe trabajar en vista de diseño



Construya un formulario después de haber creado la tabla de datos personales para poder ingresar la información.(para esta operación se debe tener en cuenta que la tabla debe estar almacenada y estar en vista de datos)

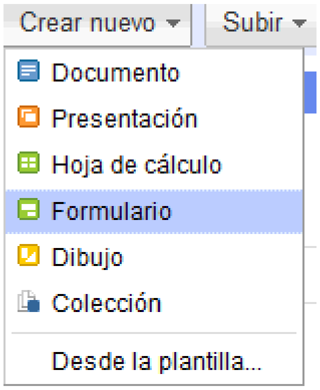



Luego se procede a realizar el ingreso de los datos desde el formulario, tenga en cuenta que este debe estar en vista de formulario


Finalmente al salir de la aplicación se debe guardar los cambios.

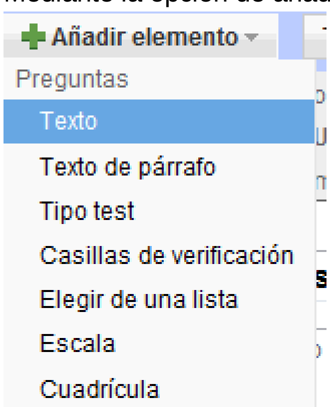
Atendiendo al segundo caso, se podría tomar como ejemplo el construir un instrumento de recolección en Google Docs, que contenga las variables edad, sexo, dirección, teléfono, estrato, institución educativa, grado que cursa.

Para el desarrollo de este instrumento se siguen los siguientes pasos:
Ingrese al programa Google Docs
Construya un formulario nuevo, como se ilustra a continuación

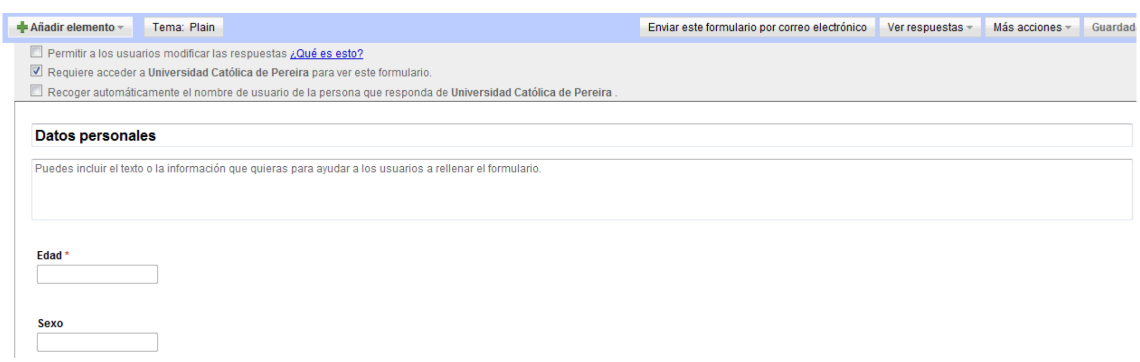



Nómbrelo como datos personales

Mediante la opción de añadir elemento agregue cada una de las preguntas, hasta llegar  a la última.

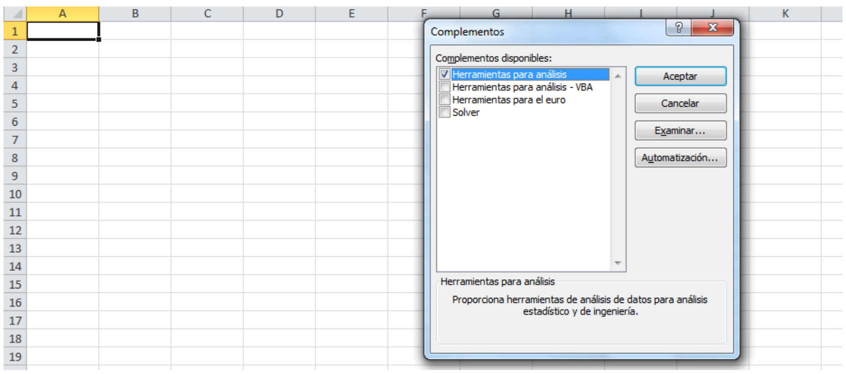



Finalmente guarde el instrumento



Tenga en cuenta que este instrumento se puede enviar mediante correo electrónico para que los usuarios llenen la información respectiva.

Para el análisis de información usaremos la hoja de cálculo de Excel que contiene funciones estadísticas que permiten presentar resultados de manera coherente y ordenada.




**Bibliografía**

Douglas C, M. (1996). Probabilidad y Estadística aplicadas a la Ingeniería. México: Mc Graw Hill.

Kazmier, L. J. (2006). Estadística aplicada a administración y economía. (4a.ed.). México: McGraw Hill.

Lind, D. A. & Marchal, W. G. & Manson, R. D. (2004). Estadística para administración y economía. (11a.ed.). Bogotá: Alfamoega.

Lind, D.A. (2008). Estadística aplicada a los negocios y la economía. (13a.ed.). México: McGraw Hill.

Lind, D.A. (2008). Statistical Techniquez in business economics. (13a.ed.). México: McGraw Hill.

Mendenhall, W. & Reinmuth, J. (1981). Estadística para Administración y Economía. (3a.ed.). México: Grupo Editorial Iberoamérica S.A.

Mendenhall, W. & Wackerly, D. & Scheaffer, R. (1994). Estadística para Administración y Economía. (4a.ed.). México: Grupo Editorial Iberoamérica S.A.

Mendenhall, W. & Sincich, T. (1997). Probabilidad y Estadística Para Ingeniería Y Ciencias. (4a.ed.). México: Prentice Hall.

Newbold, P. (2008). Estadística para administración y economía. (6a.ed.). España: Prentice Hall.

# CU-15 INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA MATEMÁTICA DE EPIDEMIAS

**Aníbal Muñoz Loaiza**
Doctor en Ciencias matemáticas
Docente de planta de la universidad del Quindío
anibalml@hotmail.com
**Eloy Ortiz Hernández**
Físico
Docente ocasional universidad de las ciencias medicas Camagüey, Cuba
jrd@iscmc.cmw.sld.cu
**Jorge Rivero Dones**
MSc en Matemáticas
Docente ocasional, universidad de las ciencias medicas Camagüey, Cuba
jrd@iscmc.cmw.sld.cu
**José A. Betancourt**
Doctor en ciencias biológicas
Docente ocasional universidad de las ciencias medicas Camagüey, Cuba.
josebetancourt@infomed.sld.cu

**RESUMEN**

Se presenta una Introducción a los conceptos generales de la epidemióloga, los pasos en la formulación de un modelo epidémico, la fuerza de la infección y descripción de los modelos epidémicos (SI, SIR, SIRS, SEIR, SIS).

Palabras clave: Teoría matemática epidemias, modelos epidémicos, umbral epidémico.

**ABSTRACT**

A induction to general concepts on epidemiology are present; epidemic model formulation, disease incidence, and description of classic epidemic models (SI, SIR, SIRS, SEIR, SIS).

**Key words:** Mathematical Theory epidemics, epidemic models, epidemic threshold.

**Introducción**

Las enfermedades infecciosas son un problema de salud pública a escala global, debido a que constituyen la principal causa de mortalidad, y aunque en la actualidad se dispone de medicinas y vacunas que ayudan a prevenir muchas muertes, la mejor forma de tratar con ellas es la prevención.

Enfermedades como el dengue clásico y la infección por VIH/SIDA se han convertido en problemas de salud pública a escala global.

La modelación matemática de fenómenos epidemiológicos, es un área de estudio que se ha venido desarrollando ampliamente desde el siglo XX; los fundamentos de la epidemióloga matemática moderna se deben a los aportes hechos por científicos como R. A. Ross, W. H. Hamer, A. G. McKendrick y W. O. Kermack entre los años 1900 y 1935, y eso sin considerar importantes aportes hechos desde la estadística.

Es abundante la literatura alrededor del modelado matemático de enfermedades, y es común encontrar que muchos de los factores que intervienen en la dinámica descrita (parámetros) son considerados como constantes, aunque no lo sean; si bien en cada caso será posible argumentar el porqué de estas consideraciones, no cabe duda que hay factores importantes que no deben describirse de esta forma, tal es el caso de los controles que se aplican con el fin de reducir la prevalencia de la enfermedad, debido a que ellos varían de manera natural, bien sea por la disponibilidad de recursos, por la cooperación de la población, inclusive por factores relacionados con el clima, entre muchos otros.

**Conceptos epidemiológicos generales**

Los agentes biológicos, son parásitos que se clasifican en:

Microparásitos (protozoarios, metazoarios, bacterias, virus, hongos).
Macroparásitos (helmintos, artrópodos).

Se diferencian en su forma, tamaño, hábitos de vida, reproducción y forma de transmisión. Las especies que producen infecciones humanas son denominadas patógenas, hablamos, entonces de agentes patógenos.

**Conceptos y campos de la epidemiología**

La epidemiología es la rama de la medicina que estudia la frecuencia de las enfermedades en una población, según sexo, edad, clase social, lugar, etc. Cubre entre otros los siguientes campos de estudio: enfermedades transmisibles agudas y crónicas, enfermedades parasitarias, tuberculosis, enfermedades transmitidas por insecto vector, enfermedades crónicas no transmisibles y suicidios, homicidios, accidentes, etc.

Morris, ha señalado los siguientes usos clásicos: diagnostico de problemas de salud en la comunidad, permite hacer proyecciones, permite identificar los grupos de riesgo, ayuda a completar el cuadro clínico, conduce a identificar síndromes nuevos y factores etiológicos, permite establecer estrategias de prevención, control y erradicación de infecciones en las poblaciones.

**Formas de transmisión del agente**

Las infecciones pueden ser transmitidas a los animales y al hombre en forma horizontal y vertical:

La transmisión vertical, es la que se realiza entre un individuo y su progenie bien sea durante la etapa de vida intrauterina o en la vida perinatal. Y puede ocurrir:

• Cuando el virus integrado al cromosoma de las células de uno de los padres (células germinales) es transmitido a la descendencia.
• Cuando el virus infecta al feto a través de la sangre materna y la placenta.

La transmisión horizontal, es la que se realiza entre individuos de una misma o diferentes especies relacionadas o no.

**Definiciones epidemiológicas**

Endemia: es la presencia constante de una enfermedad o de un agente infeccioso, en un área geográfica o de un grupo de población; es decir, la presencia habitual de la enfermedad en el área.

Epidemia: es la ocurrencia de una enfermedad en una comunidad o región claramente por encima de lo esperado, de los umbrales epidémicos, durante un periodo bien definido.

Pandemia: es la epidemia que alcanza grandes extensiones geográficas en formas casi simultáneas o con rápido desplazamiento de un continente a otro. Afecta a masas humanas y produce la impresión de que todo el mundo está enfermo (Pan: todo Demos: gente). Ejemplo clásico lo constituye la influenza, que ha producido pandemias históricas a través de los siglos, y ahora el SIDA.

Infección: es la entrada y desarrollo o multiplicación de un agente infeccioso en el organismo de una persona o animal (infección no es sinónimo de enfermedad infecciosa).

Portador: es la persona (o animal) infectada, que alberga un agente infeccioso especifico de una enfermedad, sin presentar síntomas clínicos de ésta y constituye fuente potencial de infección. Este estado puede ser breve o prolongado. Ejemplo, las personas infectadas por Virus de Inmunodeficiencia Humana (VIH) y que aún no han presentado síntomas clínicos.

Susceptible: es cualquier persona o animal que se supone no posee suficiente resistencia contra un agente patógeno determinado que la proteja contra la enfermedad si llega a estar en contacto con este agente.

Infeccioso: es la persona o animal del cual el agente infeccioso puede ser adquirido en condiciones naturales.

Inmune: es la persona o animal que posee anticuerpos protectores específicos como consecuencia de una infección o inmunización anterior.

Resistencia: es el conjunto de mecanismos corporales que sirven de defensa contra la invasión o multiplicación de agentes infecciosos, o contra los efectos nocivos de productos tóxicos.

Anticuerpo: proteína molecular formada por la exposición a una sustancia o cuerpo extraño por ejemplo microorganismos invasores responsables por la infección o inmunización activa.
Esta proteína se conoce con el nombre de inmunoglobulina.

Antígeno: cualquier sustancia que es capaz, bajo ciertas circunstancias de inducir la forma de anticuerpos y reaccionar específicamente en cualquier manera detectable con los anticuerpos que han inducido. Los antígenos pueden ser sustancias solubles, tales como toxinas y proteínas extrañas en particular bacterias, protozoarios y en general células de tejidos animales o vegetales.

Inmunidad: es el estado de resistencia a la enfermedad generalmente asociado con la presencia de anticuerpos que poseen acción específica sobre el microorganismo responsable de la misma o sobre sus toxinas.

La inmunidad pasiva: es de corta duración, algunos días o varios meses.

La inmunidad activa: dura meses o años.

Virulencia: es la capacidad del agente infeccioso de producir casos graves o fatales. La gravedad de una infección está determinada por la virulencia del agente patógeno que la produce.

Período de incubación: es el intervalo de tiempo que transcurre entre la exposición a un agente infeccioso y la aparición del primer signo o síntoma de la enfermedad de que se trate.

Período infeccioso: el período latente es seguido por un período infeccioso, durante el cual la persona infectada, descarga el material infeccioso en algún sentido y posiblemente comunica la enfermedad a otras personas susceptibles.

Incidencia: es el flujo de personas que contraen la enfermedad.

**Fuerza de la infección**

Este parámetro que indica una tasa de infección, lo introdujo el epidemiólogo Hugo Muench (1959), en su obra modelos catalíticos en epidemiología; al realizar un estudio dinámico y comparativo entre los procesos catalíticos en la química y la epidemiologia. Desde éstos estudios y por tradición se le llama: Fuerza de la infección.

Entre otros factores relacionados con la fuerza de la infección están: la naturaleza del huésped, su ciclo de vida, su forma de transmisión, la virulencia y patogenecidad, el período infeccioso, el contagio del ambiente, conductas alimenticias, condiciones sanitarias, condiciones sociales, culturales y densidad de población.

**Conceptos de modelo**

Algunas definiciones de modelos son:

Los modelos son representaciones de la realidad.
Un modelo es un factor de enlace entre la realidad y la teoría.
Un modelo es un esquema intelectual que se emplea como método para conseguir la confirmación de una teoría científica.
Un modelo es una formulación que imita un fenómeno del mundo real, por medio del cual se pueden hacer predicciones.
Los modelos son introducidos por la imaginación humana para un entendimiento descriptivo de los fenómenos naturales.

Modelo epidemiológico

Un modelo Epidemiológico representa un sistema dinámico de factores epidemiológicos estrictamente interrelacionados. En particular, el modelo de una infección puede definirse como una expresión cuantitativa y lógica de las relaciones existentes entre todas las variables epidemiológicas y otras que estén relacionadas en la historia natural de la enfermedad.

Pasos en la construcción del modelo

1. Propósito del modelo: puede estar orientado a:
Explorar (estudiar) el curso de la infección, planificar programas de control, evaluar programas de control, análisis de costos efectivos y costos de beneficios, formular estrategias de control, interés científico (Arte de modelar).

2. Se estudia la historia natural de la infección: los estudios y la información estadística (incidencia, prevalencia, periodos epidemiológicos) a cerca de la infección, son una base importante de la historia natural de la infección y facilitan la construcción del modelo. Además del conocimiento de aspectos médicos epidemiológicos: Estado endémico, brotes epidémicos, el agente patógeno (patogenecidad, virulencia), susceptibilidad, inmunidad, mecanismos de transmisión (ruta, forma, frecuencia), periodos epidemiológicos, incidencia y prevalencia, grupos de alto riesgo.

3. Estructura del modelo: la historia natural de la infección, permite determinar las clases y subclases de individuos en que se puede dividir la población, los flujos entre clases y subclases, las tasas de transición y la fuerza de la infección.

La tasa de transición es considerada simplemente como la probabilidad de que una persona de una clase sea transferida a otra clase, por unidad de tiempo.

Las tasas de transición son estimadas utilizando la información estadística de las instituciones de salud o de los estudios de campo realizados. Estas tasas determinan los parámetros del modelo. Las clases y subclases determinan variables dependientes y la unidad de tiempo la variable independiente.

4. Formulación del modelo matemático: cuando la estructura del modelo ha sido definida y las clases epidemiológicas y tasas de transición, la dinámica de la infección en la población puede ser expresada de forma matemática por un conjunto de relaciones.

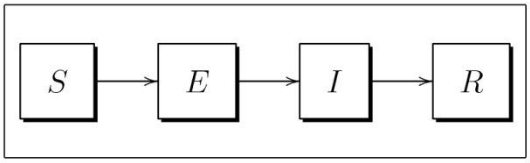
Si este conjunto es un sistema de ecuaciones diferenciales, se procede a realizar el análisis de estabilidad local y global (soluciones estacionarias, condiciones de estabilidad, análisis de bifurcaciones, existencia de órbitas periódicas, etc.)

5. Validación del modelo: se puede lograr mediante la simulación del curso de la infección, una situación endémica, una situación epidémica e intervenciones.

Diagramas de compartimientos y flujos: La dinámica de una enfermedad (en particular las infecciones transmisibles) puede describirse en un sistema de estados, donde cada estado identifica las diferentes clases de individuos en que se ha distribuido la población total. Por ejemplo: susceptibles, enfermos, infecciosos, removidos. Todo depende de la naturaleza de la enfermedad.

Consideremos la población de tamaño , dividida en cuatro clases de individuos:

es decir,




es la sumatoria de las subpoblaciones parciales consideradas en cada estado, llamadas también compartimientos, las cuales se representan por cuadrículas. Además, cada individuo de cada subpoblación sufre cambio o transición de estado, a esto se ha llamado flujo y se representa por flechas.

Variables y parámetros: tanto los tamaños de las subpoblaciones como el tiempo, son variables presentes en la mayoría de los modelos epidemiológicos; pero es necesario anotar que en los modelos catalíticos aparece relacionada la edad como variable.

Los parámetros son las tasas de transición y las tasas demográficas y en algunos modelos sobre estrategias de vacunación aparecen parámetros de vacunación (fracción de personas a ser vacunadas de una edad *a*). En resumen los parámetros pueden ser:

Tasas de transición como tasa de infección, de contactos o fuerza de infección y tasa de remoción.
Tasas demográficas como natalidad, mortalidad, emigración, inmigración, vacunación y profilaxis.

Estos parámetros son tratados en su generalidad mediante la teoría estadística del proceso de Poisson.

Modelos epidemiológicos: estos modelos se clasifican en dos categorías: modelos de prevalencia y modelos de densidad. En los modelos de prevalencia se considera la población , dividida en tres clases: Susceptibles , Infecciosos y removibles . Es decir, cambian a través del tiempo, donde : promedio de personas susceptibles, : promedio de personas infecciosas, : promedio de personas removidas, : promedio de personas susceptibles inmigrantes en un tiempo , respectivamente; $\alpha$: tasa de personas infecciosas o removidas que vuelven hacer susceptibles, $\sigma$: tasa de personas infecciosas que mueren por la infección, $\mu$: tasa de natalidad y muerte natural, : tasa de recuperación, : coeficiente de transmisión, : tasa de natalidad y : tasa de transición de las personas removidas.

Son de este tipo los modelos *SI, SIR, SIS* y *SIRS*:

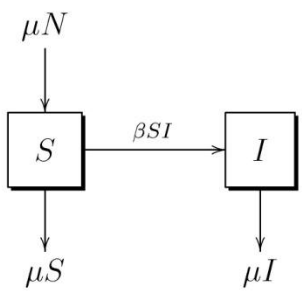



Figure 1: Modelo SI con población constante.

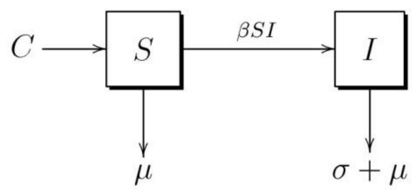



Figure 2: Dinámica de un modelo SI.

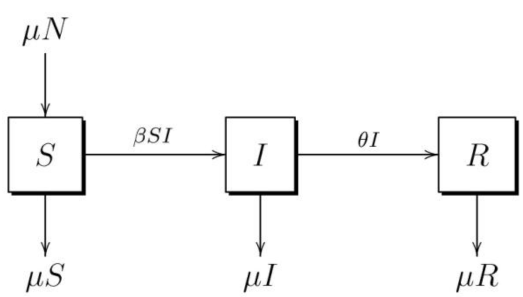



Figure 3: Modelo SIR con población constante.

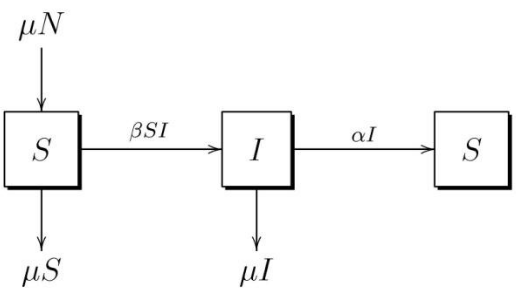



Figure 4: Modelo SIS con población constante.

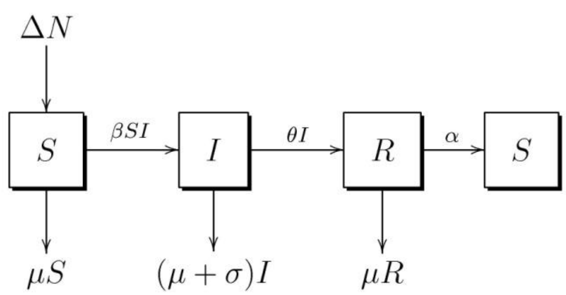



Figure 5: Dinámica de un modelo SIRS con tasa de mortalidad por la infección.

**Principio de acción de masas**

En 1864 Cato M. Guldberg y Peter Waage fueron los primeros en establecer que la rapidez de reacción depende de la concentración de las especies reaccionantes. La ley de Guldberg y Waage es conocida como la ley de acción de masas.

*Definición ley de acción de masas: indica que la velocidad de una reacción química es directamente proporcional a las masas activas de las especies reaccionantes.*

El principio de acción de masas en epidemióloga, expresa que el curso de una epidemia depende de la tasa de contactos efectivos ( ) entre individuos susceptibles ( ) e individuos infecciosos ( ), es decir . En este principio se asume que la población es constante, homogénea y las personas tienen un comportamiento similar, cada persona tiene la misma probabilidad de ser infectado.

**Referencias**

Edelstein, K. L. Mathematical Models in Biology. McGraw - Hill, Inc., 1988.

Heesterbeek H. R0, Centrum voor Wiskunde en Informatica, Amsterdam, (1992).

Muñoz L. A., Dumar A. Villa Z. D. A., Abello M. C. A. Análisis del R0, ISBN 978-958-44-4660-2, Editado por Ediciones Elizcom (2008).

# CU-17 INTRODUCCIÓN AL USO DE HERRAMIENTAS COMPUTACIONALES PARA LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE MECÁNICA CLÁSICA

**Sebastián Amaya Roncancio**.
Ing. Físico
Estudiante Magister
PCM Aplications computationales Universidad Nacional de Colombia sede Manizales
sebastianamayaroncancio@gmail.com

**Diego Fernando Arias M**
Magister en Física
Docente Universidad Católica de Pereira
Grupo GEMA Universidad Católica de Pereira
diego.arias@ucp.edu.co

## RESUMEN

En este trabajo se muestra la modelación de dos problemas clásicos de la Física, el movimiento parabólico y el péndulo. Las diferencias finitas es la herramienta matemática empleada para modelar el problema, utilizando el Matlab como herramienta de programación. En cada uno de los problemas se modela reproduciendo una situación ideal y una situación real.

Palabras Claves: *Modelamiento, Movimiento Parabólico, Péndulo, Matlab*.

## ABSTRACT

This paper shows the modeling of two classic problems of physics, parabolic motion and the pendulum. The finite difference is the mathematical tool used to model the problem using the programming Matlab as tool. In each of the problems are modeling an ideal and real situation.

**Keywords:** Modelation, Parabolic motion, Pendulum.

## Introducción

La computación hace parte integral de la ciencia moderna y tiene la capacidad de aprovechar al máximo el potencial que ofrece los computadores, es esencial en la solución de problemas en diferentes áreas del conocimiento entre ellas la física.
La física computacional es un método de enseñanza poderosa porque en la práctica incluye el conocimiento de métodos numéricos unido a la programación. El éxito de la física computacional se basa en la mezcla equilibrada entre la solución analítica, intuición del fenómeno físico y trabajo numérico para resolver problemas que por otro lado sería imposible obtener un resultado (Rojas, Morales, Rangel, & Torres, 2009) (Koonin & Meredith, 1994).

**Desarrollo del Modelo**

**Movimiento Parabólico**

Las ecuaciones que describen el movimiento parabólico se muestran a continuación, partiendo de la condición ideal, aceleración en x es cero (Giordano, 1997).

Posición y velocidad en *x*:

(1)

Se despeja $x_f$ de la ecuación (1):

(2)

Al derivar la velocidad:

(3)

De la ecuación (3) se tiene:

(4)

Posición y velocidad en *y*:

(5)

Despejando $y_f$ en (5) se tiene:

(6)

(7)

Despejando la velocidad final en (7):

(8)

Las ecuaciones (2), (4), (6) y (8) se pueden escribir en términos de diferencias finitas:

(9)

En el caso real la fuerza de arrastre ($F_D$) que ejerce el aire viene dada por (son las características del medio en el que se mueve el proyectil) :

(10)

Donde *B* es una constante que depende de las características del del medio en la que se mueve el proyectil. De la figura (1) se tiene que las componente de $F_D$ vienen dadas por las siguientes ecuaciones:

(11)

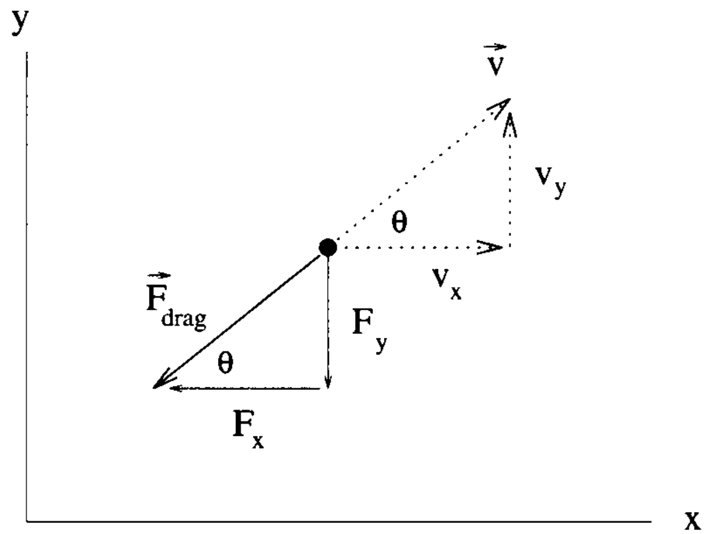



Fig. 1. Componentes de la fuerza debido a la resistencia del aire de un objeto en movimiento con velocidad *v* (Giordano, 1997)

Adjuntando la fuerza de arrastre, la ecuación (11), en las ecuaciones de movimiento (Ecu (9)) se tiene:

(12)

Construyendo el algoritmo en Matlab con el grupo de ecuaciones (9) y (12) para condiciones reales e ideales respectivamente, se tiene las curvas que se generan tomando como condiciones iniciales velocidad inicial de 700 m/s y $F_D$ = 4e-5 $s^1$ para dos diferentes ángulos de salida del proyectil (Fig. 2.)

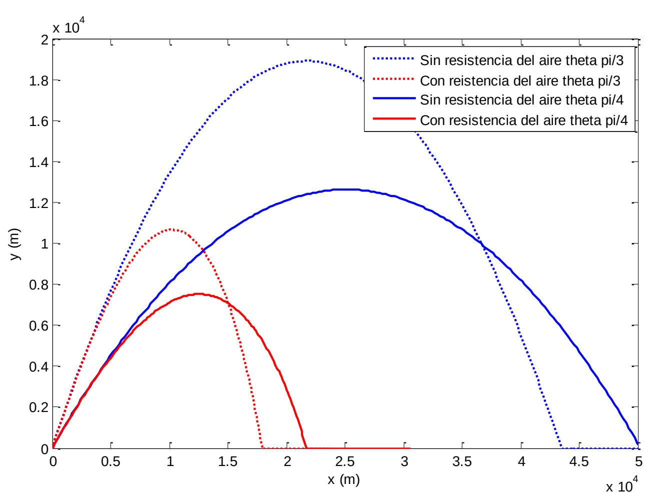


Fig. 2 Curvas del movimiento parabólico de un proyectil a dos ángulos de inclinación y sin y con resistencia del aire.

**El Péndulo**

Escribiendo las ecuaciones del movimiento de un péndulo sin fricción en forma diferencial se tiene:

— – (13)

—

Expresando las ecuaciones anteriores en diferencias finitas:

– (14)

Incluyendo la resistencia del aire

— – — (15)

—

Donde — es la fuerza de fricción, donde *q* es la rigidez del amortiguamiento.

De la misma forma como se realizó el algoritmo para el movimiento parabólico, se realiza para el péndulo, utilizando el Matlab. En la Fig. 2 se muestra las dos curvas para dos tipos de movimiento, se aprecia claramente la diferencia entre el comportamiento ideal (sin resistencia del aire) y el comportamiento real (con resistencia del aire).

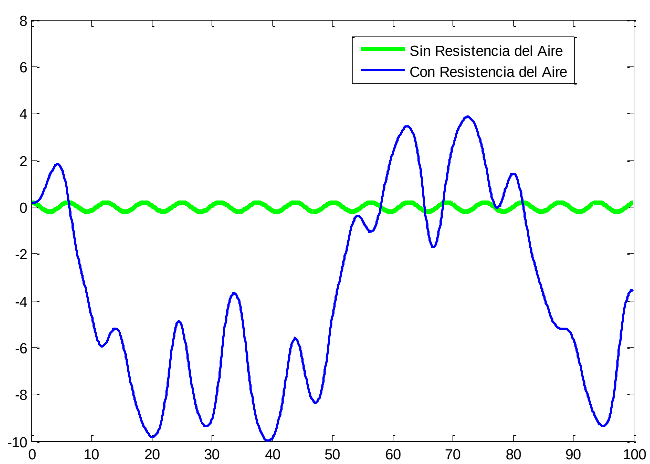



Fig. 2 Curva Theta vs tiempo del péndulo sin y con resistencia del aire

## Conclusiones

El modelamiento de fenómenos físicos es una metodología efectiva en la el aprendizaje de las ciencias básica, para nuestro caso la física con la ayudad de las matemática específicamente los métodos numéricos. Permite al estudiante interactuar con el problema a través del cambio de condiciones iniciales, que de manera analítica resulta un poco más dispendioso.

## Referencias Bibliográficas

Giordano, N. J. (1997). *Computational Physics.* New Jersey: Prantice - Hall.

Koonin, S. E., & Meredith, D. C. (1994). *COMPUTATIONAL PHYSICS, Fortran Version.* Canada: Addison-Wesley Publishing Company.

Rojas, J. F., Morales, M. A., Rangel, ,. A., & Torres, I. (2009). *REVISTA MEXICANA DE FÍSICA* , 97-111.

# CU-19 "APLICACIÓN DE LA MEDICINA BASADA EN LA EVIDENCIA MEDIANTE LA BUSQUEDA ADECUADA DE INFORMACION CIENTIFICA EN SALUD”

**Mgc. Jorge Andrés Hincapié Correa**
Docente Departamento de Ciencias Básicas
Fundación Universitaria del Área Andina
Docente Fundación Universitaria Autónoma de las Américas
Sede Pereira

**RESUMEN**

La comunidad científica requiere en esencia de la generación de nuevos conocimientos, los cuales son la esencia de los procesos investigativos en la comunidad científica en cualquier nivel.

Por lo tanto, el manejo adecuado de las fuentes documentales es fundamental en este proceso lo que lleva a que las comunidades científicas y académicas muestren nuevos conocimientos basados en las evidencias publicados por otros autores en fuentes de reconocidas trayectoria científica.

El profesional de vanguardia tiene como gran tarea la generación de conocimiento científico que le permita tomar decisiones que lo lleven a buscar soluciones de impacto en su entorno; por lo tanto el manejo de la información documental se convierte en el eje para estas decisiones, en la praxis, son denominadas evidencias científicas que no son más que documentos científicos generados por otras comunidades permitiendo a otros autores contrastar sus propias teorías.

Las evidencias científicas se clasifican de acuerdo a diferentes niveles siendo lo más básico las opiniones propias, la de expertos y los estudios de casos, pasando por los estudios descriptivos hasta llegar a los estudios experimentales, cuasi experimentales para llegar al meta análisis.

Estas evidencias permiten que otros autores las tomen como referencias para sus estudios y por ende construir evidencias propias que sirvan para la toma de decisiones en el mundo de la ciencia, esta pueden ser mostradas en espacios académicos como congresos, revistas indexadas y la misma comunidad académica para llegar a la construcción de nuevas evidencias en otros contexto, ampliando el espectro de nuevos conocimientos y por ende jalonando el conocimiento científico hacia nuevas fronteras.

Se pretende mostrar en forma de taller y/o ponencia como en la praxis en las cátedras de: medicina y odontología basada en la evidencia, epidemiologia y bioestadística se genera conocimiento científico partiendo de la búsqueda adecuada de información con énfasis aplicado a las ciencias de la salud, especialmente desde los fundamentos básicos de tipo epidemiológico, bioestadística y de las ciencias biomédicas científica.

Palabras Claves: Gestión del Conocimiento, Bases de Datos Especializadas, Evidencia Científica.

**ABSTRACT**

The scientific community requires in essence of the generation of new knowledge, which are the essence of the investigative processes in the scientific community at any level.

Therefore, the proper management of the documentary sources is fundamental in this process which leads to the scientific and academic communities to show new evidence-based knowledge published by other authors in sources of recognized scientific career.

Cutting-edge professional is great task to the generation of scientific knowledge that allows you to make decisions that lead to impact solutions in their environment; Therefore the documentary information management becomes the axis for these decisions, in practice, they are referred to as scientific evidence that are nothing more than scientific documents generated by other communities allowing others compare their own theories.

The scientific evidence are classified according to different levels being the most basic the own, the expert opinions and case studies, passing through descriptive studies up to the pilot studies, quasi experimental to the meta-analysis.

These evidences allow other authors make them as references for his studies and thus build own evidences for the decision-making in the world of science, this can be displayed at academic conferences, indexed journals and the academic community spaces to get to the construction of new evidence in other context, extending the spectrum of new knowledge and therefore entailed the scientific knowledge to new frontiers.

It is intended to display in the form of workshop and/or presentation on praxis in the departments of: medicine and dentistry, evidence-based epidemiology and Biostatistics generates scientific knowledge on the basis of adequate information search with emphasis applied to the health sciences, especially since the basic foundations of epidemiological type, biostatistics and Biomedical Sciences scientific.

**Keywords**: Management of the knowledge, base of specialized data, scientific evidence.

**Desarrollo del Tema**

Los seres humanos a través de la historia siempre se han generado preguntas sobre diversos tópicos, lo que ha llevado a que la ciencia trascienda y se fundamente cada vez más en sus saberes específicos, es así, como el interrogante o pregunta se muestra como factor relevante al momento de generar investigación, el planteamiento de las grandes preguntas es fundamental, según Fred Alan Wolf menciona que el "Plantearse estas grandes preguntas les abre las puertas a nuevas maneras de ser en el mundo. Trae una bocanada de aire fresco. Hace la vida más dichosa. El verdadero truco no es estar en el saber, sino estar en el misterio". (ARNTZ, 2006)

Para recrear lo anterior, realicemos el siguiente ejercicio; cierra los ojos y observa a su alrededor, escoja una sola de tantas cosas que se te ocurran y dentro de este aspecto genere una pregunta que para usted seria relevante; ¿Qué te pasa en este momento?, ¿Se te había ocurrido antes plantearse esta situación?, de esta forma llegamos a la conclusión ¿qué es lo que sabemos con certeza?; al tener conciencia de este proceso cognitivo estamos abriendo el contexto para la generación de grandes preguntas, lo que permite la entrada a la búsqueda de una aventura en el conocimiento, trayendo como consecuencia un viaje en las entrañas de este.

Al retomar lo anterior, todo académico y por ende investigador de su saber, debe mostrar curiosidad por nuevas búsquedas de conocimiento, para generarlo se requiera la obtención de preguntas bien planteadas (claras, precisas y adecuadas); para así construir nuevos conocimientos, siendo consecuentes con lo expuesto, una de las tareas básicas de los académicos e investigadores radica en la escogencia y búsqueda de fuentes documentales de diferentes tipo (Libros, Revistas, Artículos Científicos, entre otros) con las que genera sus propios documentos de tipo académico y científico.

Es así, como el referente actual de búsqueda de información se base en la utilización adecuada de las Tecnologías de la Información y la Comunicación Tics, donde la Red de Internet es el fundamento, encontrándonos con las bases de datos especializadas que se definen como “El conjunto de informaciones almacenadas en un soporte legible por ordenador y organizadas internamente por registros (formado por todos los campos referidos a una entidad u objeto almacenado) y campos (cada uno de los elementos que componen un registro). Permite recuperar cualquier clase de información: referencias, documentos textuales, imágenes, datos estadísticos, etc.“ (PINTO MOLINA, 2011)

Dentro de las bases de datos especializadas nos podemos encontrar con enfoques diferentes como:

Bases de Datos Bibliográficas
Bases de Datos Especializadas
Bases de Datos Multidisciplinares
Bases de Datos Terminológicas

Como el universo de las fuentes documentales basadas en bases de datos especializadas es tan amplio y por ende la información que se encontraría en esta es muy grande, se requiere la generación de un protocolo de búsqueda de información preciso y adecuado, de esta manera los profesionales de las ciencias de la salud manejan el concepto de la evidencia científica, que no es mas que la revisión sistemática de la evidencia científica (en términos generales medicina basada en la evidencia), en donde el concepto de evidencia científica se refiere a todo el abordaje de búsqueda adecuada de información pertinente a un caso particular, en el caso de salud, los denominados casos clínicos. Sin embargo, en el transcurrir de la práctica profesional se puede esta realidad transferir a otras disciplinas encontrándose que en este traspaso se genera un abordaje sistemático del conocimiento.

Es importante aclarar que dentro del mundo científico se habla de comunidad científica que no es más que el conjunto de personas que se dedican a una profesión (por ejemplo, comunidad de médicos, ingenieros, odontólogos, educadores, entre otros), por lo tanto el abordaje del saber por parte de estas requiere la generación de reglas de juego claras y precisas en cuanto al manejo de la información, es importante que estas muestren procesos y procedimientos adecuados y sistemático para el abordaje de esta tarea, es lo que se denominara en adelante manejo de la evidencia científica. .

El manejo de la evidencia científica requiere elementos como:

Una Guía de Práctica del abordaje propio del conocimiento de la comunidad; que no es más que “el conjunto de recomendaciones diseñadas para ayudar, tanto a los profesionales como a otros usuarios, a seleccionar las opciones más adecuadas en el abordaje de una temática específica; surgiendo de la revisión sistemática de las pruebas (evidencias) científicas[7] y del juicio profesional” (Arnau de Bolós, 2008).

[7] La revisión sistemática de la evidencia científica (RSEC) se define como una técnica eficiente destinada a identificar y resumir la evidencia de los efectos de las intervenciones y a permitir valorar su consistencia y generalización

Posteriormente en la praxis se genera el protocolo de revisión sistemática, lo que implica tener presente: “la pregunta que la revisión sistemática pretende responder y las estrategias de identificación de los estudios primarios que serán la base de su desarrollo y la manera en que se recogerá, evaluará y analizará la evidencia” (Arnau de Bolós, 2008)

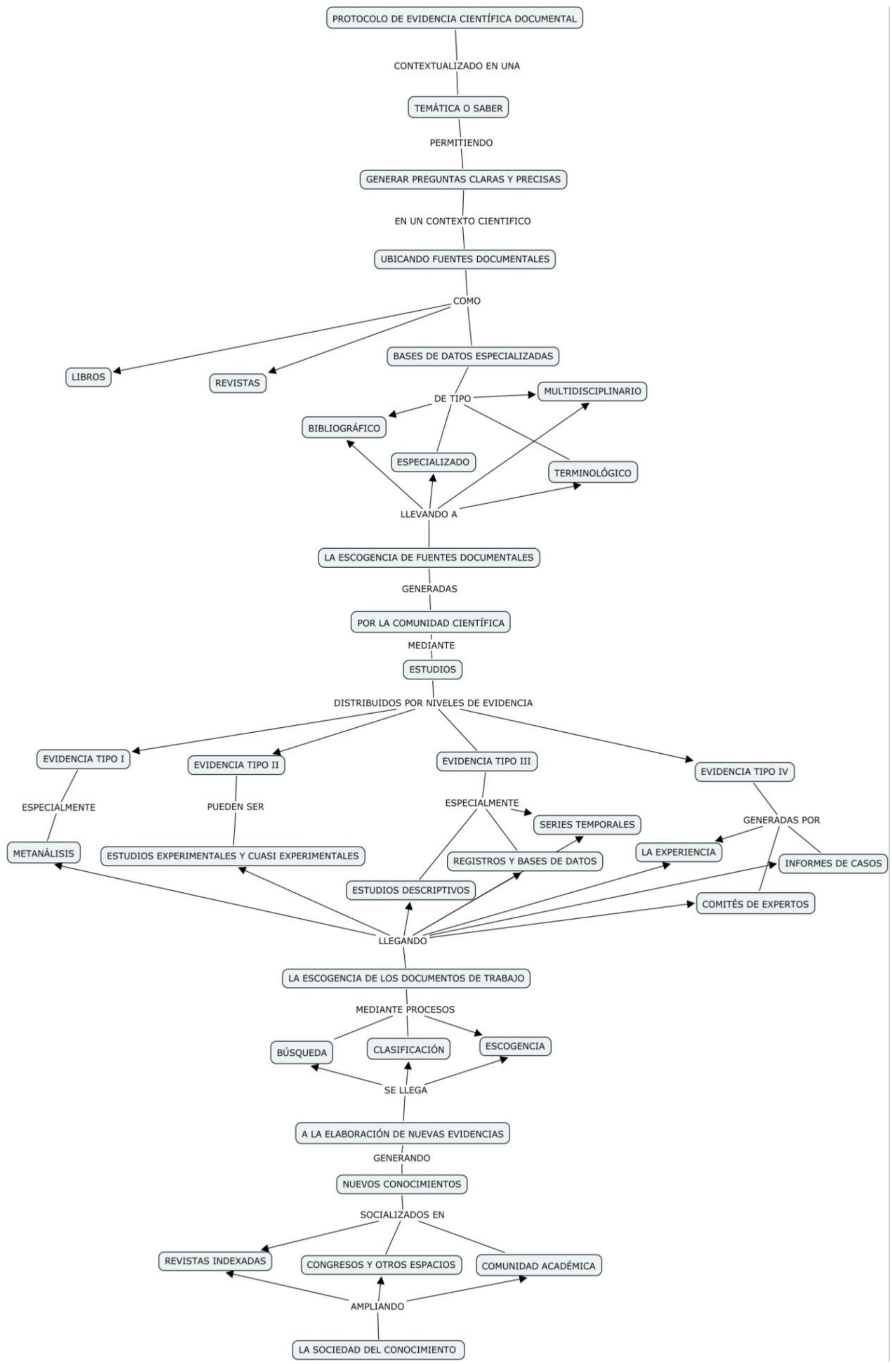
De esta manera se procede a la generación particular del conocimiento iniciando con la Formulación de la pregunta de la revisión sistemática.

Entonces se está listo para la localización y selección de la fuentes documentales buscando las bases de datos pertinentes y adecuadas, en este proceso se deben utilizar los denominados conectores lógicos (And (y), Or (o)) para refinar las búsquedas de información.

Una vez encontrado todo este universo se debe realizar una evaluación de la calidad de los estudios, es decir, tener presente la importancia de los estudios, considerando el nivel de importancia de menor a mayor profundidad; de estudios básicos a estudios muy documentados y de última generación, o generados por autoridades en la temática objeto de estudio; esto se denomina calidad de la evidencia científica.

Posteriormente de se escogen los documentos de trabajo y se genera la extracción de los datos y síntesis de la evidencia (que no es más que un documento científico sobre la temática), esto se logra realizando la interpretación de los resultados obtenidos con referencia a los otros documentos según los niveles de evidencia para elaborar nuevos informes científicos.

A continuación se sistematiza mediante un mapa el protocolo estudiado.




## Bibliografia


Arnau de Bolós, J. M. (2008). REVISIÓN SISTEMÁTICA DE LA EVIDENCIA. NIVELES DE EVIDENCIA Y GRADOS DE RECOMENDACION . *El Farmaceutico Hospitales* , 29.

ARNTZ, W. C. (2006). *¿¡Y tú que sabes!?.* Buenos Aires: Kier.

PINTO MOLINA, M. (13 de 04 de 2011). *Maria Pinto*. Recuperado el 18 de 05 de 2011, de Maria Pinto: http://www.mariapinto.es/e-coms/bases_datos.htm

HINCAPIE CORREA, Jorge Andrés. "gestión del conocimiento basado en la evidencia documental mediante la utilización de bases de datos especializadas - protocolo de búsqueda de información". Documento de trabajo. 2011

# CU-20 ESTRATEGIAS PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO

**Marino Villegas Sepulveda**
Docente institución Santa Sofía.
Docente tiempo completo CIDCA
Líder semillero Mastel
mavise3549@gmail.com

## RESUMEN

En el quehacer diario de la docencia, nos encontramos con diferentes problemas, una de ellas es la falta de motivación en nuestros estudiantes, para resolver problemas matemáticos, porque les parece tal vez difícil o porque no saben cómo hacerlo

Se pudo comprobar que estudiantes que tradicionalmente sentían renuencia por el aprendizaje de la matemática, hoy en día sienten gusto por ella, ya que pueden ver la variedad de aplicaciones que tiene esta asignatura en su vida tanto cotidiana y profesional

Esta estrategia que ayuda al desarrollo del pensamiento lógco y que se empleo en este trabajo de investigación, son los talleres grupales, que después de revisados los fundamentos teóricos, los estudiantes resuelven en pequeños grupos, un conjunto de ejercicios y problemas, teniendo como guía al profesor, en estos talleres los alumnos logran consolidar mejor sus conocimientos, porque preguntan con mayor libertad, discuten entre ellos los resultados, lo analizan y critican, actitud que posteriormente ya es parte de su aprendizaje.

Este trabajo de investigación es un punto de partida, que deja abierta la posibilidad de seguir estudiando los fenómenos educacionales, en cuanto se refiere a formas de enseñanza que ayuden al estudiante a ser cada vez más independientes, críticos y analíticos.

## PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

### Descripción:

Se ha detectado en los estudiantes de los niveles básica y media de la institución educativa Santa Sofía y la estudiantes de los primeros semestres de la facultad de NITCS, Fundación Universitaria CIDCA, que estos presentan dificultades en para la resolución de problemas en los que requieren de estrategias de solución, estos estudiantes que deben estar en capacidad de expresar ideas utilizando ilustraciones, elaborar representaciones simples de objetos matemáticos, reconocer patrones, cantidades, atributos y condiciones propuestas en una situación problema, argumentar utilizando representaciones icónicas, gráficas, pictóricas y justificar usando ejemplos y modelar estructuras simples, pero no lo hacen y se desconocen los motivos de tales falencias.

También se nota en algunos estudiantes que son capaces de resolver problemas rutinarios, que pueden estar contextualizados en más de una componente, en donde toda la información necesaria para resolverlos es explícita en el enunciado, pero que no insinúan un camino o estrategia para su solución, el estudiante debe estar en capacidad de reorganizar la información.

En este nivel se ubican los estudiantes que están en capacidad de utilizar lenguaje natural, gráfico y/o simbólico para modelar situaciones aritméticas y describir propiedades y relaciones, justificar estrategias y procedimientos usando ejemplos, clasificar de acuerdo a relaciones y propiedades y usar un patrón para continuar una secuencia, combinar estructuras para modelar situaciones (dos operaciones, una operación y una relación), verificar soluciones y usar más de una estrategia para solucionar un problema.

**OBJETIVOS**

**Objetivo General:**

Implementar estrategias y métodos heurísticos basados en diferentes teóricos, para motivar al estudiante a desarrollar la capacidad de resolver problemas y tener un mejor aprovechamiento en los cursos de matemáticas, orientados en las Instituciones anteriormente nombradas (Oficial y Privada)

**Objetivos Específicos:**

1. Identificar las limitaciones que poseen los estudiantes de matemáticas en el conocimiento de métodos y estrategias para la resolución de problemas.
2. Implementar estrategias didácticas para la resolución de problemas con ayuda de fichas de trabajo, realizando talleres grupales e individuales, que permitan motivar al estudiante, en el aprendizaje de las matemáticas, redundante en la mejora de asimilación de sus conocimientos.
3. Evaluar las habilidades cognitivas generales del estudiante y la capacidad de interrelacionar conceptos matemáticos de diferentes materias.

**MADUREZ DE LA EXPERIENCIA**

Desde el año 2004 he **v**enido trabajando con los estudiantes secundarios y media vocacional con el objetivo de insertar estrategias metodológicas lúdicas que conlleven al desarrollo del pensamiento lógico matemático es estudiantes. Los juegos utilizados son propuestas aplicadas, evaluadas y calificadas en otros países donde la calidad de la educación matemática es considerada de las mejores, entre otros: Cuba, España, México, EE.UU, Chile, Venezuela, entre otros.

Para el año 2008 se empieza a trabajar en simultánea con estudiantes de primeros semestres de carreras tecnológicas (Ciaf y actualmente Cidca)

**PORQUE ERES UNA PERSONA MUY IMPORTANTE.**

Deseo compartir con todos ustedes la experiencia “Estrategia para el desarrollo del pensamiento lógico matemático” que se ha venido aplicando con éxito en los grupos a los cuales oriento clase (Octavo a IV semestre Universitario)

Conscientes de las falencias presentadas por los estudiantes en el área de matemáticas, decido implementar la experiencia "Estrategia para el desarrollo del pensamiento lógico matemático" con el fin de desarrollar una manera fácil y dinámica algunas propuesta hechas por el Ministerio de Educación sobre la evaluación por competencias; demostrando que es posible romper esquemas y acabar con la mencionada "matemofobía" una manera de enseñar que ha conducido a nuestros estudiantes a sufrir una verdadera aversión hacia el área.

**LOS BENEFICIOS DE LAS ESTRATEGIAS PARA DESARROLLAR EL PENSAMIENTO LOGICO MATEMATICO**

"Formación integral del ser humano" meta educativa por excelencia de cualquier institución donde se imparta educación.

Este proyecto fomenta y estimula el aprendizaje significativo del estudiante a través de actividades lúdicas pensantes, diseñadas y desarrolladas por los estudiantes, lo que la convierte en una experiencia excelente de "AUTOFORMACIÓN"

**PORQUE ES IMPORTANTE "ESTRATEGIAS PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO"**

Las estrategias para el desarrollo del pensamiento lógico matemático, permite desarrollar la agilidad mental, el espíritu analítico y crítico a través de múltiples actividades lúdicas que garantizan la apropiación del conocimiento en el desarrollo de clases.

Esta propuesta rompe los esquemas de las clases catedráticas tradicionales tornando las clases agradables y divertidas, a través de una experiencia más significativa para los niñ@s y l@s jóvenes.

**TU BIENESTAR ES LO PRIMERO: "JUEGA, DIVIERTETE Y APRENDE"**

Los juegos matemáticos proporcionan un ambiente agradable, generando espacios de confianza para la autoformación, pues a través de ellos los estudiantes conocen sus fortalezas y debilidades frente al área, logrando así procesos de enseñanza-aprendizaje exitosos y atractivos.

El diseño, adaptación, modificación, recopilación y elaboración de los juegos matemáticos permite que el estudiante se apropie de las matemáticas de una manera lógica y divertida, produciendo formas novedosas para el conocimiento y enseñanza de las mismas. Los juegos propuestos son los siguientes:

- Problemas de lógica.
- Acertijos Matemáticos.
- Ajedrez.
- Construcciones.
- Ilusiones ópticas.
- Rompecabezas: diferentes tipos de tangram.
- Disecciones geométricas.
- Pentomino

- poli cubos (Cubo de soma).
- Curiosidades matemáticas.
- Paradojas matemáticas.
- Lecturas de ciencia ficción.
- Sudokus
- Juegos con palillos o pitillos
- Teorema de los cuatro colores.
- Pirámides algebraicas.
- Grafos sin levantar la mano
- Cuadrados mágicos y algebraicos.
- Entre otros.

# CU-21 QUÍMICA ORGÁNICA CONTEXTUALIZADA EN LA NATURALEZA

**Marisol Tejos Rebolledo**
Doctora en Ciencias, mención Química
Universidad de Valparaíso
marisol.tejos@uv.cl

**Ma. Teresa Ruz Varela**
Profesora de Química
Universidad de Valparaíso
maria.ruz@uv.cl

**RESUMEN**

En los últimos años, la enseñanza de las ciencias en el aula, ha estado desprovista de la relación entre el conocimiento y el mundo que nos rodea, así como también de las bases que sustentan al conocimiento científico. Se trata en algunos casos, de una visión simplista de la ciencia, la cual deja de lado lo esencial, promover en los estudiantes competencias científicas que les permitan tomar decisiones con fundamento basado en la ciencia.
En este trabajo se presenta una unidad didáctica que permita al docente enseñar química orgánica sobre la base de actividades contextualizadas, las cuales puedan despertar el interés de los estudiantes por la ciencia y sus aplicaciones.

Palabras Clave: enseñanza de las ciencias, alfabetización científica, química orgánica.

**ABSTRACT**

During the last years, the teaching of sciences in the classroom has lacked the relationship between knowledge and the surrounding world as well as the basis that support the scientific knowledge. In some cases it has to do with a simplistic vision of science that leaves aside the essential: to promote scientific competencies in students to allow them make decisions based on science.
This paper presents a teaching unit to allow the professor teach organic chemistry based on contextualized activities that may awaken students' interest on science and its applications.

Key words: science teaching, contextualization, scientific literacy, organic chemistry.

## Introducción

Tradicionalmente, en la enseñanza de las ciencias para la formación de niños y jóvenes, se transmite una visión descontextualizada y neutra, que no siempre proporciona a los estudiantes la posibilidad de familiarizarse con los procesos que caracterizan al trabajo científico. En los últimos años se trata de ver la actividad científica escolar de otra forma y se plantean desafíos que implican principalmente cambios en el aula y en los programas.
Sin embargo diferentes indicadores e investigaciones nos muestran que la enseñanza de la química está en una situación muy compleja debido a que su estudio se aborda desde una perspectiva dogmática y que su enseñanza se sitúa desde lo teórico y no desde la práctica. Lo anterior genera

poco interés e incluso el rechazo de muchos estudiantes hacia la ciencia, convirtiéndose en un obstáculo para el aprendizaje significativo.

A partir de lo anterior, surge la necesidad de promover un cambio en la forma que enseñamos la ciencia, una educación que no sea simplista, que se esfuerce por unificar y construir cuerpos coherentes de conocimientos.

Esta idea anterior se analizará a partir de una propuesta de unidad didáctica enmarcada en el ciclo de aprendizaje; la enseñanza de algo tan inherente a la vida de las personas, como lo son *“los colores”* fundamentado en la química orgánica.

## 2. Planificación Docente

Tabla 1. Planificación Docente.

<table>
<tr><td colspan="3">Unidad de Química Orgánica Contextualizada en la Naturaleza</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Contenidos Científicos</td><td colspan="2">Química Orgánica</td></tr>
<tr><td>Conceptual</td><td>Reseña histórica.<br>Grupos Funcionales<br>Productos naturales/Pigmentos<br>Enlaces Conjugados<br>Onda<br>Espectro electromagnético<br>Cromóforos</td></tr>
<tr><td>Procedimental</td><td>Extraer pigmentos de diferentes productos naturales.</td></tr>
<tr><td>Actitudinal</td><td>Valorar la importancia de la conceptualización en la actividad científica.<br>Fomentar la reflexión y la discusión propias de una actividad experimental.</td></tr>
<tr><td>Objetivos</td><td colspan="2">Relacionar el color de los pigmentos presentes en los productos naturales fundamentado bajo los principios de la Química Orgánica.</td></tr>
<tr><td>Objetivos Específicos</td><td colspan="2">Identificar las ideas previas de los estudiantes sobre la química orgánica y el color en los productos naturales.<br>Predecir propiedades de absorción en una molécula orgánica<br>Explicar el color de los pigmentos de los vegetales basándose en una visión microscópica de la materia.<br>Promover y estimular competencias de pensamiento científico en la toma de decisiones.<br>Comunicar de forma oral los conocimientos adquiridos y las conclusiones planteadas posterior al desarrollo de las actividades.</td></tr>
<tr><td>Aprendizajes Esperados</td><td colspan="2">El alumno deberá ser capaz de identificar frente a qué tipo de energía del espectro electromagnético se encuentra.</td></tr>
<tr><td>Nivel</td><td colspan="2">Estudiantes que cursen último año de Enseñanza Media.</td></tr>
</table>

| | |
|---|---|
| Tiempo | 2 Sesiones de 90 minutos. |

Desarrollo de la Unidad Didáctica

La siguiente propuesta didáctica está fundamentada en el ciclo de aprendizaje, el cual comprende cuatro etapas, Focalización, Exploración, Desarrollo Conceptual y Aplicación.

I Focalización.

| |
|---|
| Objetivo: Conocer las ideas previas de los estudiantes que son necesarias para iniciar el estudio de la relación entre los colores de los productos naturales y la química orgánica. |
| Materiales:<br>Pizarrón<br>Plumones |
| Actividad: Se propone que los estudiantes intenten responder una lista de preguntas de acuerdo a sus ideas previas. Posterior a esta actividad, se puede realizar una lluvia de ideas de sus respuestas. |
| A continuación, se presenta una lista de preguntas que son claves para las actividades a las que se dedicarán las próximas clases. Trabajando con su grupo responda lo que sabe en relación a cada una de ellas.<br><br>1.- ¿Cómo explicarías que es la química orgánica?<br><br>2.- ¿Cuál es la importancia de un grupo funcional?<br><br>3.- ¿Tiene algo que ver el color con la Química?<br><br>4.- ¿A qué atribuyes el color de los vegetales? |
| Orientaciones Docentes:<br><br>Se sugiere que luego que los estudiantes hayan respondido a la lista de preguntas, expongan la respuesta de estas por medio de una lluvia de ideas. Es importante intencionar desde el comienzo de la actividad, que los estudiantes expondrán sus ideas a sus compañeros, ya que el comunicar facilitará la discusión entre estos y le permitirá al docente identificar ideas previas que los estudiantes puedan confundir. Es la posibilidad tanto de reorientar y enfatizar los nuevos conceptos por parte del docente para las actividades siguientes como es la posibilidad para los estudiantes de revisar y reflexionar.<br><br>Algunas de las ideas que podrían surgir se presentan a continuación:<br><br>1.- Las bases de la Química Orgánica datan de mediados del siglo XVIII, cuando la química evolucionó a partir del arte de la alquimia hasta convertirse en la ciencia moderna que conocemos en la actualidad. El principio que unifica la visión de esta ciencia es que en las sustancias orgánicas *“todas contienen el elemento carbono”.* Así la química orgánica es el estudio de los compuestos de carbono aunque la mayor parte de los compuestos orgánicos contiene también hidrógeno, y muchos incluyen además otros elementos |

| |
|---|
| tales como fósforo, cloro, azufre, nitrógeno, oxígeno u otros elementos.<br><br>2.- La característica principal de las sustancias orgánicas es que están formadas por uno o más grupos funcionales, mayoritariamente por el enlace covalente. Los grupos funcionales son agrupaciones constantes de átomos, a las cuales se les atribuye el comportamiento químico y físico de las sustancias orgánicas. Algunos grupos funcionales son: ácido carboxílico, [R-COOH] (ácido cítrico que contiene el limón), cetona, [R-CO-R´] (acetona que contiene el quitaesmalte), [R-OH] (etanol que contiene el vino), éster [R-CO-O-R´] (sabores de las gomas de mascar y de los dulces) entre otros.<br><br>3.- Si, pues hay sustancias que pueden absorber y emitir la luz. En un átomo los electrones más alejados del núcleo pueden saltar a un nivel superior si absorben una cantidad de energía, justo la equivalente a la diferencia energética entre los dos niveles. Por otra parte, cuando el átomo excitado vuelve a su estado fundamental emite la misma cantidad de energía que había absorbido.<br><br>4.- Los colores que presentan los vegetales se debe a las presencia de unas moléculas orgánicas denominados **pigmentos.** El color que presenta un determinado órgano vegetal depende generalmente del predominio de uno u otro pigmento o la combinación de ellos. Además, algunos de los pigmentos que condicionan el color están estrechamente ligados a las actividades fisiológicas del propio vegetal. Los pigmentos para mostrar un color, deben poseer como requisito fundamental la presencia en su estructura de un grupo que sea capaz de absorber la luz denominado **cromóforo**.<br><br>Se trabajará con las ideas que orientarán la próxima actividad. |

II Exploración

| | |
|---|---|
| Objetivo: Extraer pigmentos de productos naturales (naranja, zanahoria, tomate, pimentón rojo y betarraga u otras) mediante la técnica de extracción. | |
| Materiales:<br><br>Mechero Bunsen o Mechero de Alcohol<br>Trípode<br>Rejilla de asbesto (refractaria)<br>Vaso de vidrio<br>Cuchillo, Rallador<br>Naranja, zanahoria, tomate, pimentón rojo y betarraga. | Reactivos:<br><br>Agua destilada |
| Actividad: ¿Cómo podemos separar los pigmentos de los productos vegetales como naranja, zanahoria, tomate u otros rojo y betarraga?<br><br>1.- Junto a su grupo, propongan una actividad experimental que les permita extraer el pigmento de cada uno de los productos naturales.<br><br>2.- Expongan su propuesta al profesor y al resto de sus compañeros(as).<br><br>3.- Manos a la obra!!!!!! | |
| Orientaciones Docentes: | |

En esta actividad el docente debe orientar la actividad para la separación de los pigmentos de los productos naturales mencionados mediante la técnica de extracción. Es importante que el docente promueva en sus estudiantes la toma de decisiones en relación al contenido científico.

La técnica de extracción, consiste en poner en contacto el tejido vegetal (lo más picado, rallado posible para aumentar la superficie de contacto) con un volumen de líquido extractante (*agua)* en frío y luego someterlo a calentamiento. Los pigmentos se extraerán debido a que el agua caliente solubilizará otros componentes que permitirán cambiar la polaridad del medio del extracto que poseen los colorantes menos solubles, ya que por lo general, los pigmentos como los carotenos que son alquenos (hidrocarburos), son poco solubles en agua.

La siguiente secuencia de imágenes, resume las etapas del proceso de extracción:

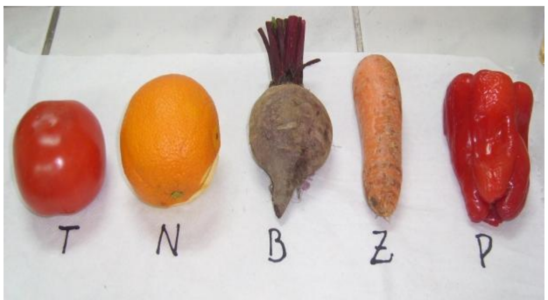




Fig. 1 Vegetales para extracción. T (tomate), N (naranja), B (betarraga), Z (zanahoria) y P (pimentón).

Fig. 2 Vegetales cortados en cuadritos.






Fig.3 Vegetales sometidos a calentamiento en agua destilada.

Fig. 4 Pigmentos extraídos a partir de los vegetales.

III Desarrollo Conceptual

Objetivo: Fundamentar en la teoría científica las ideas que puedan surgir a partir de la observación de los colores de los pigmentos extraídos.

Materiales:

Papelógrafos
Plumones

Actividad: Se propone trabajar con actividades sencillas, las cuales permitan al estudiante reflexionar sobre la actividad experimental desarrollada.

Responda las siguientes preguntas en relación al experimento realizado.

1.- ¿Qué puede decir acerca del color del extracto de cada producto natural obtenido? ¿En qué se parecen?, ¿En qué se diferencian?

| SEMEJANZAS |
|---|
| |

| DIFERENCIAS |
|---|
| |

2.- ¿Cómo podrías explicar que los colores de los pigmentos extraídos son distintos?

3.- En relación a la pregunta anterior, ¿Existe alguna relación entre el color de cada extracto y la estructura de la molécula de cada pigmento extraído? Si su respuesta es que sí, establezca las posibles relaciones.

Orientaciones Docentes:

El trabajo estará enfocado hacia la fundamentación de los contenidos de acuerdo a las respuestas de los alumnos.

El docente deberá guiar a sus estudiantes hacia la construcción de aprendizajes orientados al hecho que la coloración de cada pigmento se debe a la existencia de una estructura molecular no saturada (posee doble enlaces), generando una inestabilidad electrónica, que le permite absorber energía de una determinada longitud de onda. Los grupos funcionales que le permiten absorber se denominan cromóforos. Algunos cromóforos son los carbonilos (R-CH=O), azo (-N=N-), carboxilo (-COOH), alquenos conjugados (-CH=CH-)n, etc.

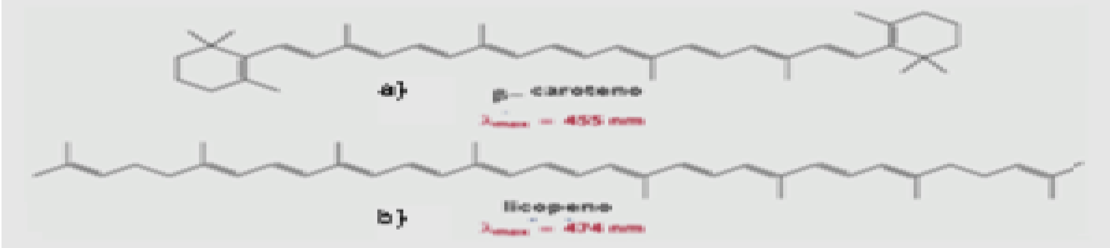



Fig. 5 Moléculas Orgánicas : Betacaroteno, b) Licopeno

Tabla de Fieser-Kuhn para polienos para cuando hay más de 4 enlaces conjugados:

$\lambda max= 114 + 5M + n( 48 – 1,7n)- 16.5R_{endo} – 10R_{exo.}$

n= número de dobles enlaces conjugados

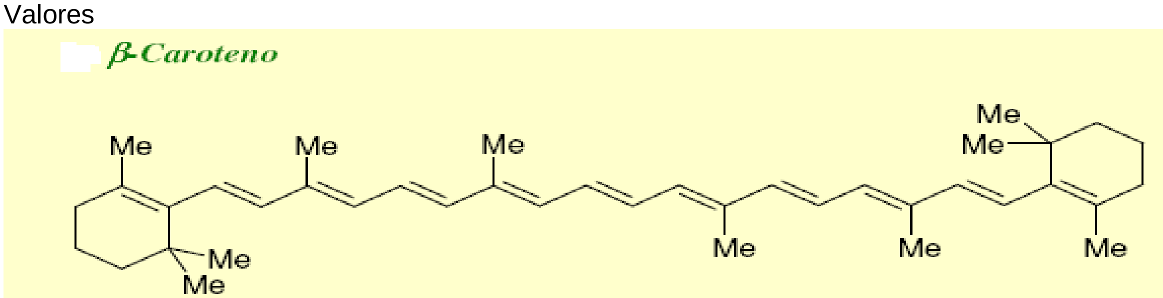
M= número de grupos alquilo en el sistema conjugado

$R_{endo}$= número de anillos con dobles enlaces endocíclicos en el sistema.

$R_{exo}$= número de anillos con dobles enlaces exocíclicos

Tabla 2. Análisis de la molécula de betacaroteno en función de la longitud de onda absorbida y emitida.

Valores calculados




$\lambda$máximo = 114 + 5(10) + 11[48.0 – 1.7(11)] - 16.5(2) - 10(0) = 453.3 nm

Valor experimental (hexano): $\lambda$máximo = 452 nm

Tabla 3. Relación entre longitud de onda Absorbida y color observado.


Fig. 7 Círculo cromático.

**Absorbe en:**

- Violeta: 400 - 420 nm Veo amarillo
- Indigo: 420 - 440 nm
- Azul: 440 - 490 nm Veo naranja
- Verde: 490 - 570 nm
- Amarillo: 570 - 585 nm Veo violeta
- Naranjo: 585 - 620 nm
- Rojo: 620 - 780 nm Veo verde

Los carotenoides son un grupo amplio de compuestos insaturados. La capsantina es el colorante típico del pimiento rojo y del pimentón. El licopeno es el colorante rojo del tomate y los carotenos están distribuidos muy ampliamente entre los vegetales, especialmente el beta-caroteno (colorante presente en la zanahoria), que es también el colorante natural de la mantequilla.

El aumento del color también está relacionado con el aumento en la longitud de onda, como también del aumento de número de dobles enlaces, mas ramificaciones y la presencia de átomos diferentes al carbono y al hidrógeno (heteroátomos), en especial aquellos que poseen pares de electrones no enlazantes como el oxígeno, nitrógeno, azufre, entre otros.

IV Aplicación

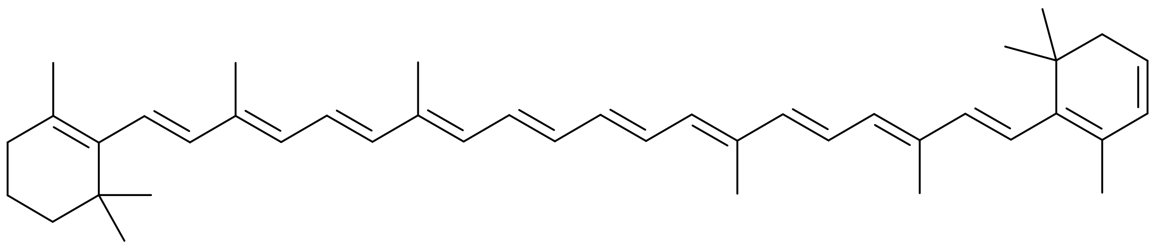
Objetivo: Predecir en base a la estructura molecular de un pigmento, en qué región del espectro electromagnético absorbe y su color.

Materiales:

Guía para el estudiante

*Actividad 1:* Se propone que el estudiante puede aplicar los conocimientos aprendidos en las actividades anteriores a través del análisis de la estructura de una molécula de un pigmento.

Se le entregará una guía con la estructura de la molécula de pigmento X. Es momento de que usted aplique sus conocimientos y responda las siguientes preguntas:



| |
|---|
| 1.- ¿Qué grupos funcionales están presentes en la en el pigmento X?<br><br>2.- ¿A qué longitud de onda absorbe el pimento X?<br><br>3.- Prediga el color que se debiese obtener al extraer el pigmento X.<br><br>4.- ¿Por qué el color del pigmento X es diferente al color del betacaroteno y licopeno? |
| Orientaciones Docentes:<br><br>En esta etapa se espera que el profesor propicie el trabajo grupal y una vez que se ha expuesto los resultados de los estudiantes, nuevamente verifica la presencia adecuada de los conceptos y en caso contrario guiarlos hacia el uso adecuado de éstos en las distintas respuestas, y si es el caso, responde a dudas y preguntas que realicen los estudiantes. |

| |
|---|
| Objetivo: Comparar y justificar la fijación de un pigmento en diferentes materiales. |
| Materiales:<br>Acrílico<br>Algodón<br>Vaso de vidrio<br>Varilla de agitación<br>Mechero<br>Trípode<br>Rejilla de asbesto<br>Pigmetos extraídos de vegetales. |
| *Actividad 2:* Se propone la siguiente actividad para ser desarrollada a estudiantes universitarios.<br><br>¿Se pueden teñir todos los materiales?<br><br>1.- Trabaje en teñir cada uno de los materiales que se le han proporcionado de acuerdo a lo expuesto por su profesor(a). Realice observaciones del a lo largo del proceso.<br><br>2.- Compare la fijación del pigmento en los materiales que dispone.<br><br>3.- Realice inferencias en relación a las observaciones realizadas. Comparta sus ideas con sus compañeros(as). |

**Bibliografía**

Gil-Pérez, D.; Sifredo, C.; Valdés, P. y Vilches, A. (2005). ¿Cómo promover el interés por la cultura científica? Una propuesta didáctica fundamentada para la educación científica de jóvenes de 15 a 18 años. OREALC/UNESCO. pp. 15-28.

Mc Murry, J. (2004). Química Orgánica. (6 ed.). Grupo Editorial Iberoamérica, México.

Bonilla, M. y Di Salvo, A. (2009). “Necesidad de ecologizar la enseñanza de las ciencias naturales: una reflexión desde la química”. Enseñanza de las Ciencias, Número Extra VIII Congreso

Internacional sobre Investigación en Didáctica de las Ciencias, Barcelona, pp. 3328-3332. Recuperado el 22 de Agosto de 2011, de http://ensciencias.uab.es/congreso09/numeroextra/art-3328-3332.pdf.

Gil-Pérez, D. y Vilches, A. (2005). "Inmersión en la Cultura Científica para la toma de decisiones ¿Necesidad o Mito?". Revista Eureka sobre Enseñanza y Divulgación de las Ciencias, Vol. 2, núm. 3, pp. 302-329.

# PONENCIAS

## PO-01 CONCEPTUALIZACION DEL CÁLCULO A TRAVES DE APPLETS[8]

**Luis Carlos Rojas Flórez.**
Magister en Matemáticas aplicadas. Docente Fundación universitaria Luis Amigó-EAFIT.
E-mail: lrojasfl@eafit.edu.co

**Pedro Vicente Esteban Duarte.**
Doctor en Ciencias Matemáticas. Docente Universidad EAFIT.
E-mail: pesteban@eafit.edu.co

**RESUMEN**

En la actualidad, las competencias que deben alcanzar los estudiantes en las matemáticas y más específicamente en el Cálculo, están orientadas más a la comprensión y aplicación de los conocimientos a situaciones de la vida real que a la memorización y/o uso de éstos en procedimientos mecánicos y repetitivos; es decir, exigen relacionarlos, interpretarlos y extrapolarlos a diferentes situaciones. Ahora bien, cuando hablamos del proceso de enseñanza y aprendizaje de esta ciencia, la visualización forma parte fundamental de ésta, más aún, si nos referimos al Cálculo, la importancia en su estudio es primordial. Actualmente existen numerosas herramientas tecnológicas que permiten visualizar y diseñar experiencias instruccionales orientadas a explorar, crear, investigar y desarrollar al máximo el potencial profesional del docente y el de sus estudiantes. Entre estas se destacan los Applets, herramienta que ofrece grandes ventajas visuales y funcionales que al incorporarlas en procesos de enseñanza y aprendizaje promueve significativamente la comprensión de este curso.

Palabras Clave. Applets, enseñanza, aprendizaje.

**ABSTRACT.**

Currently, the competences students must achieve in mathematics and more specifically in the calculus are oriented more to the understanding and application of knowledge to real life situations that memorization and / or their use in procedures mechanical and repetitive, that is, demand relate, interpret and extrapolate to different situations. Now when it comes to teaching and learning of this science, visualization is a fundamental part of it, especially if we refer to the calculus, the importance in their study is essential. Currently there are numerous technological tools for viewing and designing instructional experiences designed to explore, create, investigate and develop the full potential of teacher professional and their students. These highlights Applets tool that provides visual and functional advantages that by incorporating them into teaching and learning processes significantly promotes understanding of the course.

[8] Publicación derivada del trabajo de tesis: Integración entre pedagogía y tecnología en la enseñanza del cálculo en varias variables. Director: Pedro V. Esteban Duarte. Trabajo para optar al título de magister en Matemática aplicada de la Universidad EAFIT de la ciudad de Medellín-Colombia.

**Keywords**. Applets, teaching, learning.

**Introducción**

Los applets son pequeños programas escritos en lenguaje Java que se ejecutan en el contexto de otro programa, por ejemplo un navegador web. A diferencia de un programa, un applet no puede ejecutarse de manera independiente, ofrece información gráfica y en muchas ocasiones el usuario puede interactuar con él. Son multiplataforma, es decir, son compatibles con todos los sistemas operativos (Windows, Mac, Linux, etc.), por lo que su uso se ha hecho frecuente.

Implementar applets en procesos de enseñanza y aprendizaje, permite reducir esfuerzos y tiempos dedicados a tareas propuestas, que muchas veces resultan ser tediosas si no se utilizan las herramientas adecuadas. A su vez, sirven de apoyo y complemento a la exposición magistral del docente ya que le permite mostrar los conceptos de una manera clara, atractiva e interesante. Al tener una excelente visualización, el docente y el alumnado se ven beneficiados en cuanto al tiempo que gasta el docente en explicar un concepto y en la comprensión del mismo por parte del alumnado. En internet, y más exclusivamente en las web de contenido Matemático, se está creando un estilo de páginas que combinan applets con explicaciones y ejercicios a resolver, utilizando múltiples aplicaciones que se podrían clasificar en tres niveles:

**Applets para ilustrar conceptos**

Applets que muestran imágenes con las cuales se puede interactuar ofreciendo nombres, conceptos o ventanas con explicaciones. Por ejemplo, operaciones con vectores, trazas, curvas de nivel, derivadas parciales, entre otras más.

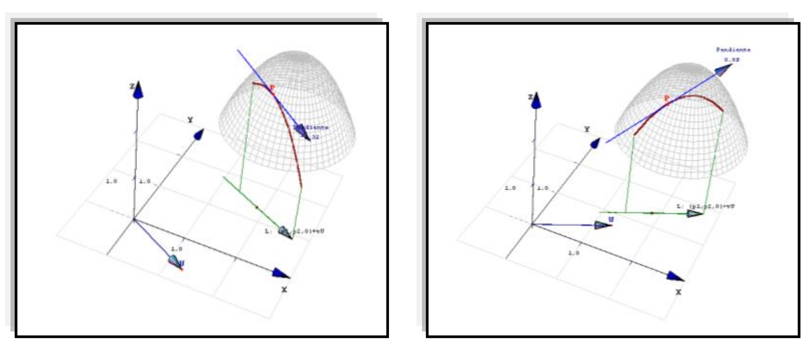


Figura 1. Applet - Derivada direccional.

En el Cálculo Vectorial, la comprensión de conceptos está estrechamente ligada con la visualización, si el docente logra mostrarlos de una forma clara, se garantiza en gran parte la asimilación de estos. El uso de applets dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje del Cálculo Vectorial, resultó ser un recurso didáctico valioso. El emplearlos como apoyo a las exposiciones de los docentes se convirtió en una herramienta poderosa cuando se pretendía mostrar conceptos que requerían de una excelente visualización.

Un claro ejemplo se observa en la Figura 1. La calidad gráfica de este applet es muy buena. Los docentes, al apoyar sus exposiciones utilizando esta herramienta, lograron mostrar de manera interactiva el concepto, a su vez capturaron la atención del alumnado, lo cual benefició el entendimiento y posteriormente la comprensión del mismo.

**Applets para calcular, operar o comparar**

En internet existen páginas que contienen applets con los cuales se pueden realizar cálculos y obtener resultados. Por ejemplo, áreas, volúmenes, derivadas, integrales, entre otras. Como también existen algunos que permiten ingresar funciones y obtener resultados gráficos, por ejemplo: Planos tangentes, curvas y superficies paramétricas, superficies cilíndricas, esféricas, entre otros.

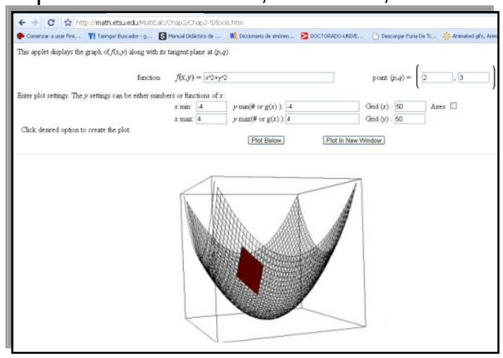


Figura 2. Applet - Plano tangente

Un ejemplo de esto se muestra en la Figura 2, este applet, permite ingresar directamente la ecuación, mostrando la superficie y el plano tangente en el punto que se le indica, todo esto en tiempo real. Como se puede notar, para obtener la gráfica basta con ingresar la ecuación, lo que le permite al docente optimizar el tiempo y profundizar en el concepto clave.

Applets programables y reconfigurables

Como se mencionó anteriormente un applet es un programa escrito en lenguaje java, por tal motivo, crearlos resulta una difícil tarea para aquellos que no manejan este lenguaje de programación. Por esto, resulta preciso contar con programas o herramientas que faciliten obtener los applets a partir de destrezas básicas en el manejo de software. Afortunadamente, existen programas como Cabri y Geogebra que permiten construir y reconfigurar applets de una manera sencilla, tan sólo basta con conocer unas simples palabras claves, complementadas claro esta,  con el conocimiento matemático de lo que se quiere presentar.

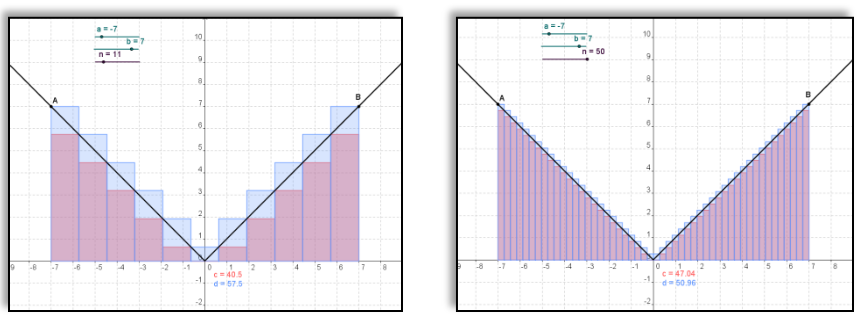


Figura 3. Applet - Suma de Riemann.

Un ejemplo de lo anteriormente mencionado, se observa en la Figura 3. Utilizando el Geogebra el docente construyó un applet que hace referencia al concepto de suma de Riemman, basado en sus conocimientos y las necesidades propias de los estudiantes para el entendimiento del mismo. Este tipo de applet permite analizar y verificar ciertas propiedades referentes al estudio de la integral como herramienta para conocer áreas bajo una curva, aunque también es aplicable en muchas otras situaciones. Al ser modificable este applet, permite a docente y estudiante estudiar y analizar diferentes ecuaciones de una forma rápida y visualmente interesante. A su vez, este applet puede ser colgado en la página web o blog personal del docente para que posteriormente, el estudiante tenga la oportunidad de explorarlo y estudiarlo independiente del sitio donde se encuentre.

**Metodología**

Para nadie es un secreto que el uso de tecnologías se ha convertido en algo habitual en el día a día de las personas. Actualmente, la tecnología ha modificado la forma de vivir de la gran mayoría de nosotros, nos facilita muchas de las actividades que realizamos diariamente y a su vez podemos disfrutar de una mayor calidad de vida. Por lo tanto, el uso adecuado de ésta depende exclusivamente de nosotros, de la forma de utilizarlas y de cómo sacarle el mayor provecho en beneficio de todos.

Poner a disposición del alumnado diferentes opciones de aprendizaje, debe ser uno de los principales objetivos que se deben trazar los docentes antes de iniciar un curso. En la actualidad, la inclusión de herramientas tecnológicas en el ámbito educativo resulta ser un poderoso instrumento que optimiza cualquier proceso pedagógico, sin embargo, no basta con incorporar cualquier tecnología, es necesario escoger cuidadosamente cuáles son las que ofrecen mayor beneficio para el docente y el alumno, así como también, cuáles son las más adecuadas para desarrollar un currículo.

Hoy por hoy, existen diferentes y variadas tecnologías que permiten al docente mostrar los conceptos de una forma innovadora y visualmente atractiva, entre éstas se destacan los applets; herramienta, que ha tomado mucha fuerza en el campo educativo, principalmente en el área de las matemáticas por su versatilidad tanto en su manejo como en la calidad grafica que estos ofrecen. Fue así, como después de analizar distintas tecnologías para ser empleadas en la enseñanza y aprendizaje del Cálculo se seleccionó los applets como herramienta guía en el estudio de éste curso.

La metodología desarrollada en esta investigación tuvo como uno de sus pilares la implementación de Applets. Los docentes encargados de impartir los cursos, seleccionaron de internet Applets apropiados para desarrollar las temáticas a tratar. Al iniciar el semestre académico, las páginas web donde se encontraban los Applets fueron enviadas vía e-mail a los estudiantes, con el firme propósito de incentivar y motivar el estudio fuera del aula. Los docentes encargados de cada curso, expusieron los tópicos tanto teórica como analíticamente, apoyados siempre en éstos como herramienta de enseñanza.

**Resultados**

Para analizar el impacto que produjo la metodología propuesta se realizaron dos encuestas a los estudiantes participantes de la investigación, de las cuales una se realizó al momento de iniciar el curso y otra al finalizar el mismo; en éstas, se formularon preguntas concernientes al uso de la herramienta tecnológica mencionada anteriormente; posteriormente, para el análisis de dichas encuestas, se utilizó el método estadístico multivariado de Análisis Factorial de Correspondencias Múltiples para obtener los respectivos resultados y conclusiones.

Análisis Factorial de Correspondencia Múltiples (AFCM)

El Análisis Factorial de Correspondencias Múltiples es una técnica estadística que se aplica al análisis de tablas de contingencia de individuos (estudiantes) y un conjunto de características descriptivas, atributos o modalidades especificados por el investigador. Es un método de estadística descriptiva o exploratorio multivariante, en donde se representa gráficamente las filas y las columnas de una matriz de datos en un espacio de bajas dimensiones o dimensión reducida y está basado en la descomposición del . El estudio de tal dependencia se realiza por una representación gráfica (mapas perceptuales) y por parámetros numéricos que ayudan a su interpretación.

**Análisis Estadístico**

A continuación se muestran algunos de los resultados obtenidos basados en los mapas perceptuales derivados del procesamiento de la información por método estadístico de "AFCM".

Como muestra el mapa perceptual Figura 4, es marcada la asociación entre el uso de applets, el estudio y comprensión del Cálculo, el pensamiento de aplicación de sus conceptos y el significado de estos en el mundo real. Como se puede observar las modalidades que hacen referencia al uso de esta herramienta y a las aplicaciones al mundo real se encuentran muy cerca al punto de origen (promedio) y por tanto los hace muy relevantes y de mayor incidencia en el estudio. Así mismo, un gran número de estudiantes se encuentran cercanos a estas modalidades, lo que traduce en ellos que el uso de applets como herramienta tecnológica en

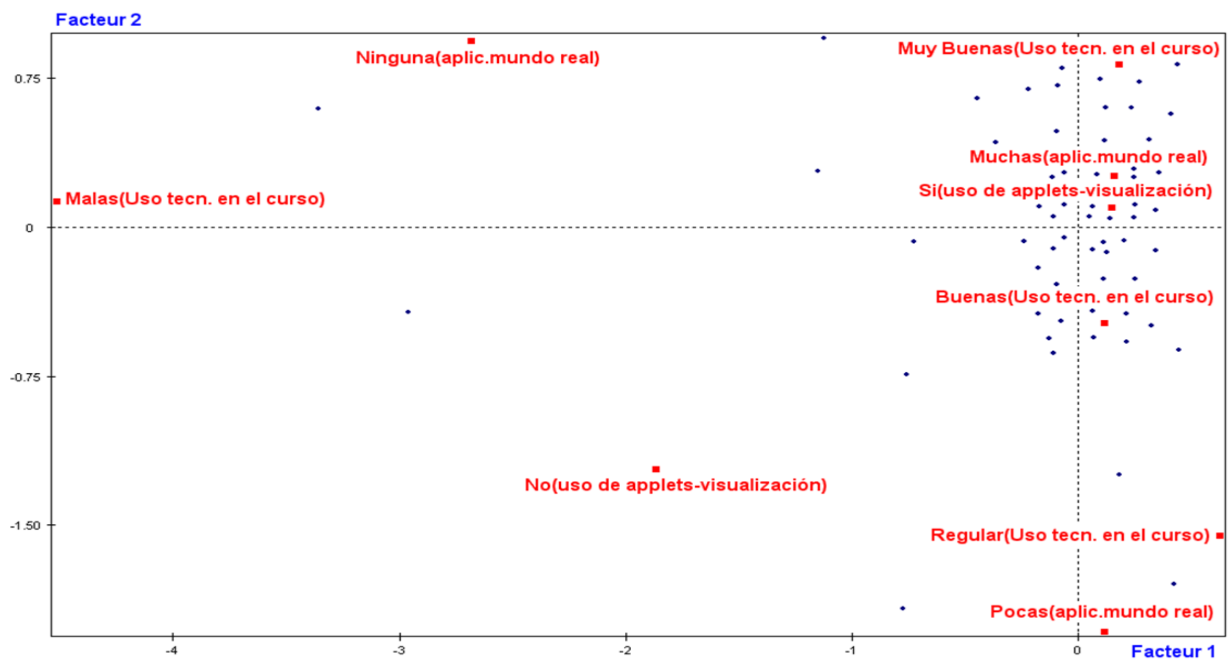


Figura 4. Mapa perceptual encuesta final

aula de clase permite visualizar y ayudan asimilar de una mejor manera los conceptos propios del Cálculo.

**Conclusiones**

Después de aplicada la metodología propuesta y con base en los resultados obtenidos se pudo concluir lo siguiente:

Con la inclusión de applets al aula de clase, el docente tuvo la oportunidad de mostrar numerosas superficies (imágenes en 3 Dimensiones) y conceptos en forma interactiva, rápida y en tiempo real; lo que ayudo a explorar muchos ejemplos y aplicaciones de los tópicos propios del Cálculo; lo cual propició a lo largo del curso académico un mejor entendimiento y posterior comprensión de los conceptos estudiados.

El impacto socioeducativo del uso de Applets en el aula de clase resulto ser sumamente relevante. Al incorporar este tipo de tecnologías, permitió que los alumnos se volvieran participes del proceso de enseñanza y se convirtieran en protagonistas del mismo.

**Agradecimientos**

Los autores expresan sus agradecimientos a la Universidad EAFIT, por su apoyo en el proyecto de investigación, y a la Fundación Universitaria Luis Amigó quien brindo los medios para divulgar tanto en el ámbito nacional como internacional los alcances y resultados obtenidos durante el todo proceso investigativo.

**Referencias bibliográficas**

[1] Escuela de Matemática. Instituto Tecnológico de Costa Rica (Enero de 2011). Cursos en línea de cálculo superior. Recuperado el 07 enero de 2011, de http://www.cidse.itcr.ac.cr/cursos-linea/SUPERIOR/index.htm

[2] Guzmán, M. (1997). Del lenguaje cotidiano al lenguaje matemático. Revista de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática "THALES". vol. 38, pp. 19-36.

[3] Richard S. (1999). The Visualization of Mathematics: Towards a Mathematical Exploratorium. Notices of the ams.

[4] Stone M. et al., 2006. Enseñar para la comprensión con nuevas tecnologías. Paidos. Argentina.

# PO-02 LA MATEMÁTICA EN LA MÚSICA[9]

**Pablo Felipe Ardila Rojo**
Magister en Ciencias matemáticas
Matemático. Docente Auxiliar ITM
pabloardila@itm.edu.co

**RESUMEN**

Desde la antigua Grecia, con los trabajos de Platón en los cuales se infiere una relación entre la armonía y sonido, equiparándolo con el espacio tiempo y el universo; más adelante Pitágoras tomando una cuerda, que se divide en raciones simples 2:1, 3:2, 4:3, produce octavas, quintas, cuartas, y con ello muestra una estrecha relación entre la música y las matemáticas.
Pretendemos mostrar como los conceptos musicales tales como escala, acorde, octava pueden ser relacionados con conceptos matemáticos y geométricos, tales como fracciones, sucesiones, media aritmética, proporciones y triángulos, entre otros.
Finalmente, analizamos los aportes de Juan Sebastián Bach, quien da al a música su más vital aporte, creando reglas y fusionando muchas escuelas musicales anteriores. Veremos cómo sus fugas pueden ser vistas mediante modelos
Para algunas de las aplicaciones, cómputos y modelaciones se ha empleado Geogebra, Scientific WorkPlace, entre otros como software de apoyo.

Palabras claves: música, matemática, fuga

**ABSTRACT**

From ancient Greece, Plato's works in which infers a relationship between harmony and sound, comparing it with the space time and the universe, later Pythagoras taking strings, which is divided into single servings 2:1, 3 : 2, 4:3, produces octaves, fifths, fourths, and thus shows a close relationship between music and mathematics.
We intend to show how the musical concepts such as scale, chord, octave can be related to mathematical and geometric concepts such as fractions, sequences, arithmetic mean, proportions and triangles, among others.
Finally, we analyze the contributions of Juan Sebastian Bach, who gives to music its most vital contribution, by creating rules and fusing many musical schools above. We will see how their leakage can be seen by models
For some applications, computation and modeling has been used Geogebra, Scientific WorkPlace.

Key Words: music, mathematics, fugue

**Introducción**

Platón en el año 360 antes de Cristo plantea por primera vez las relaciones entre la música y el universo, habla de cómo las partes individuales del universo se correlacionan con la armonía. Pero quizá Pitágoras, quien toma una cuerda de extremos fijos y comienza a dividirla en proporciones a 2, 3, 4, etc. nota que genera sonidos diferentes, que corresponden a octavas, quintas, terceras, entre

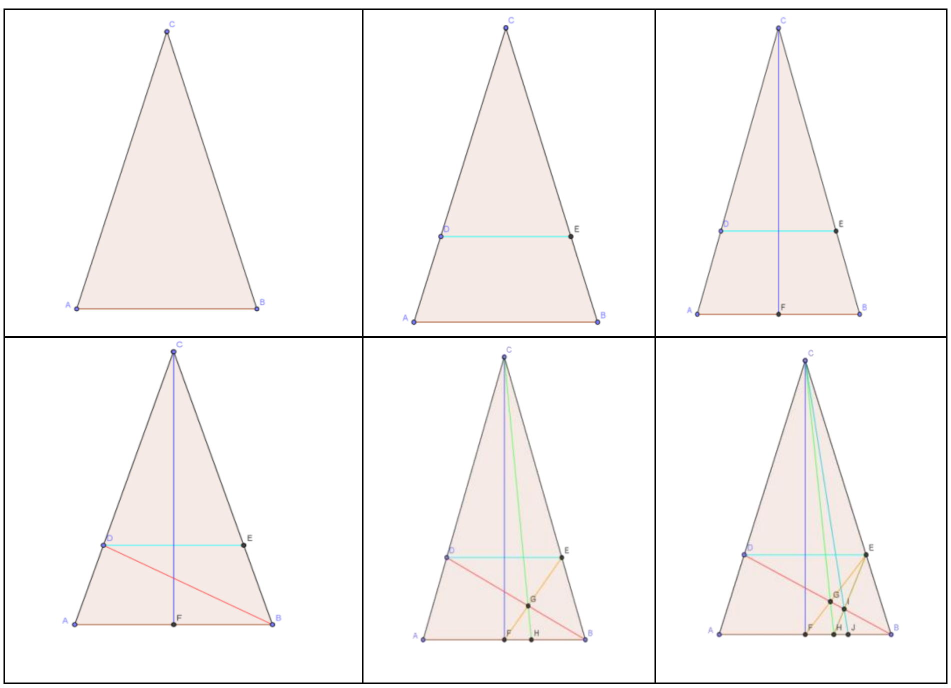
[9] La práctica de modelación en matemática escolar: una experiencia para el trabajo del aula en ingeniería. Grupo de investigación Da Vinci. ITM

otras. Esto nos remonta al monocordio, utilizado por Pitágoras en el siglo VI antes de Cristo, (González, E. 2010), el cual estaba formado por una sola cuerda y emitía sonidos en relación con la escala musical.

El uso de este instrumento dado por Pitágoras fue quizá el primer paso en mostrar que la música era generada por matemáticas, así variando la longitud de la cuerda, se obtenían sonidos diferentes los cuales estaban en la relación de la escala musical.

**La geometría y al música**

El proceso utilizado para generar los distintos sonidos era el siguiente: Se partía de un triángulo isósceles, ABC , con base en AB, se traza un segmento DE paralelo a la base, y tomamos la altura CF desde C hasta el lado AB, de esta forma la base AB queda divida en dos segmentos congruentes AF=FB, posteriormente, se unen los puntos D y B con el segmento DB, y los puntos F y E con otro segmento FE, por el punto G de intersección de estos segmentos, se traza un segmento que une el punto C con el punto de intersección de los anteriores segmentos, el corete este segmento con la recta AB, estará a una distancia de 1/3 del punto B. Lo desarrollado se hace con el programa Geogebra.



Con este método se consigue dividir una cuerda de longitud dada en segmentos que tienen 1/2, 1/3, 1/4, etc. de longitud para una unidad patrón. Lo interesante de este proceso es que cuando la cuerda se pone a vibrar con cualquiera de las longitudes obtenidas con el proceso anterior se obtienen sonidos que están en la escala musical y tenemos la siguiente tabla que relacionan las longitudes con la nota obtenida, suponiendo que originalmente se emita un do.

| Longitud de la cuerda | Nota dada |
|---|---|
| 1 | Do |
| ½ | Do (segunda octava ) |

| | |
|---|---|
| 1/3 | Sol |
| ¼ | Do (Tercera octava) |
| 1/5 | Mi |
| 1/6 | Sol |
| 1/7 | Si |
| 1/8 | |
| 1/9 | Re |

**La aritmética y al música**

Existen otras aproximaciones, no obtenidas usando la geometría sino con aritmética, en este caso se emplean la media aritmética, geométrica y armónica que definiremos a continuación (Hestein,1975)
Medía aritmética: Sean , números reales no necesariamente diferentes entonces la media entre ellos , se define como:

Medía geométrica: Si números reales, tales que si n es par (2,4,6,…) entonces su media geométrica

Media armónica: Para un conjunto de números reales la media armónica entre ellos , se obtiene de la siguiente forma

Donde , ,…, son las frecuencias relativas de cada número (es decir las veces que se repite cada número)
Existe una importante relación entre la media geométrica y aritmética, que es la siguiente:

Ejemplos.
En lo relacionado con la música si tomamos los números 1 y ½ su media aritmética

Ahora repetimos el mismo cómputo con la media armónica

Finalmente, sacamos la media geométrica

Escribiendo los números anteriores en la recta numérica obtenemos


Resulta que si tomamos los cocientes – – —  .Esto es, la sucesión formada por

es una sucesión geométrica de razón —. De forma – — ——, con

Por motivos ideológicos, los pitagóricos asociaron el valor 2/3 al a quinta de la octava (sol) y 3/4 con la cuarta (Fa), pero no usaron el tercer valor — ya que este número es irracional y según ellos era mejor no dar a conocer al público números irracionales pues éstos estaban fuera de la perfección del universo que violaban los números irracionales por su inconmensurabilidad, es decir por no poder ser vistos como el cociente de dos racionales. Siendo esta longitud correspondiente a Fa sostenido (F #).
Bach y la música: la pequeña fuga en sol menor BWV 578

Esta obra compuesta por J. S. Bach entre los años de 1700 a 1707 presenta un estilo fugado (que implica que un tema se repite varias veces en diferentes tonos según las reglas de la armonía y el contrapunto (Brimal, 2009). Su nombre ha sido acuñado por extensión más no por su contenido y desarrollo. La obra comienza con la exposición del tema de la fuga que se denomina sujeto, posterior a esto se responde con el contrasujeto (Almudena, 2011), que es otro tema que siempre se ejecutará cuando entre el sujeto. La dinámica de cada fuga es un rasgo propio como en una persona la huella digital, depende de factores tales como el tono, el compás, la velocidad en la cual fue pensada la fuga, entre otras).

En el desarrollo de la obra, el tema de la fuga aparece varias veces, en tonos diferentes (Danhauser, 2005), con algunas entradas incompletas y adornadas con algunas voces adicionales que no están en la fuga (Farlex, 2011). La obra termina, con la entrada del tema en el tono original (sol menor) en el bajo (pedal del órgano) y al final una coda en acordes (Almudena, 2011). Haremos ahora un análisis matemático de lo expuesto en el inicio. Para un mejor manejo de los datos cada nota de la escala se le dará un número natural, empezando con el do más grave del piano el cual en nuestra representación se le asignará el 1, luego do # con 2, re 3, etc. Esto lo vemos en la siguiente tabla

| Nota | Valor |
|---|---|
| Do | 1 |
| Do# | 2 |
| Re | 3 |
| Re# | 4 |
| Mi | 5 |
| Fa | 6 |
| Fa# | 7 |
| Sol | 8 |
| Sol # | 9 |
| La | 10 |
| La # | 11 |
| Si | 12 |
| Do | 13 |

| Nota | Valor |
|---|---|
| Do# | 14 |
| Re | 15 |
| Re# | 16 |
| Mi | 17 |
| Fa | 18 |
| Fa# | 19 |
| Sol | 20 |
| Sol # | 21 |
| La | 22 |
| La # | 23 |
| Si | 24 |
| Do | 25 |
| Do# | 26 |

| Nota | Valor |
|---|---|
| Re | 27 |
| Re# | 28 |
| Mi | 29 |
| Fa | 30 |
| Fa# | 31 |
| Sol | 32 |
| Sol # | 33 |
| La | 34 |
| La # | 35 |
| Si | 36 |
| Do | 37 |
| Do# | 38 |
| Re | 39 |

| Nota | Valor |
|---|---|
| Re# | 40 |
| Mi | 41 |
| Fa | 42 |
| Fa# | 43 |
| sol | 44 |
| Sol # | 45 |
| La | 46 |
| La # | 47 |
| Si | 48 |
| Do | 49 |

Con esta tabla, se hace más fácil seguir el desarrollo de la obra. Empecemos con la primera entrada del tema.

Escribamos ahora el tema inicial, marcado en la primera parte usando la convención antes establecida obtenemos que el primer tema o entrada de la fuga es S1= (32)(39)(35)(34)(32)(35)(34)(32)(31)(34)(27)(32)(27)(34)(27)(35)(34)(32)(34)(27)(32)(27)(32)(34)(27)(34)(35)(34)(32). Para la segunda entrada de la fuga se tiene S2= (27)(34)(30)(29)(27)(30)(29)(27)(26)(29)(22)(27)(22)(29)(22)(30)(29)(27)(29)(22)(27)(22)(27)(29)(22)(29)(30)(29)(27) El tercer tema se puede describir como s3= (20)(27)(23)(22)(20)(23)(22)(20)(19)(22)(15)(20)(15)(22)(15)(23)(22)(20)(22)(15)(20)(15)(20)(22)(15)(22)(23)(22)(20)

Por último entra el tema en el pedal que no aparecen la figura es S4= (15)(22)(18)(17)(15)(18)(17)(15)(14)(17)(10)(15)(10)(17)(10)(18)(17)(15)(17)(22)(15)(10)(15)(17)(10)(17)(18)(17)(15).

El tema hace una quinta entra esta vez en el tono original, luego .

En la siguiente tabla aparecen marcadas las entradas del tema (Rodeby , 2002).)


Ahora empecemos a relacionar los temas S1 y S2, recordemos un concepto matemático llamado congruencia, , si es múltiplo de m, (Gutierez, 2002). Ahora relacionando los temas antes citados se tiene:

| Resta | Congruencia |
|---|---|
| | |
| | |
| | |
| | |
| Congruencia entre S1 y S2 | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| Congruencia entre S1 y S3 | |
| | |
| | |
| | |
| | |
| Congruencia entre S1 y S4 | |

Así concluimos que: , ), ),

De lo anterior vemos existe un estrecha relación entre los temas fugados de J.S. Bach y las congruencias, quedan otros interrogantes respecto a la relación con la teoría de grupos, álgebras y otras estructuras algebraicas (Hestein, 1975).

**Bibliografía**

Almudena, B. (28 de febrero de 2010). La forma Fuga: La pequeña fuga en sol menor BWV 578. Recuperada el 1 de agosto de 2011, de (http://www.enchufa2.es/archives/la-forma-fuga-pequena-fuga-en-sol-menor-bwv-578-de-bach.html

Brimal, J.(2009). Cuaderno de teoría 3 en 1.Medellín. Editorial Kimpres Ltda

Danhauser, A. (2005). Teoría de La música. Medellín. Editorial Kimpres Ltda

Farlex, J. Fuga. Recuperada el 10 de agosto de 2011, de http://www.thefreedictionary.com/fugue).

González, E. (2010), Pitágoras y la música. Recuperado el 2 de agosto de 2011, de http://www.iesezequielgonzalez.com/.

Gutierez, A (12 de marzo de 2002). Congruencias. Recuperado el 15 de agosto de 2011, de http://personales.unican.es/ruizvc/algebra/congruencias1.pdf

Hestein, I. (1975). Topics in algebra. Lexington. Xerox College Publishing.

Rodeby music (2002). Partitura la pequeña fuga en sol menor. Recuperada el 28 de julio de 2011, de http://www.free-scores.com/download-sheet-music.php?pdf=8197

# PO-03 UTILIZACIÓN DE LA DERIVACIÓN IMPLÍCITA PARA DETERMINAR LAS COORDENADAS Y ECUACIONES DE LOS ELEMENTOS DE LAS SECCIONES CÓNICAS[10]

**María Cristina González Mazuelo**
Ingeniera Civil
Docente auxiliar Instituto Tecnológico Metropolitano. Medellín
mariagonzalez@itm.edu.co

**Juan Guillermo Paniagua Castrillón**
Ingeniero mecánico. Magister en educación y desarrollo humano.
Docente asistente Instituto Tecnológico Metropolitano. Medellín
juanpaniagua@itm.edu.co

## RESUMEN

En la mayoría de los textos rastreados, se obtienen los elementos de las secciones cónicas a partir de su ecuación general, transformándola a su forma canónica mediante operaciones algebraicas. Esta ponencia presenta un método alternativo que permite determinar las coordenadas y las ecuaciones de los elementos de las secciones cónicas a través de la derivación implícita, a partir de la ecuación general , inicialmente con . La propuesta se fundamenta en el concepto geométrico de la derivada de una curva, como una expresión general para la pendiente de todas las rectas tangentes a ella, lo cual permite determinar las coordenadas de los puntos de corte de ésta con los ejes coordenados. El método puede ser sistematizado fácilmente a partir de la ecuación general, empleando los valores de sus coeficientes. Se muestra la sistematización del método con una interfaz GUIDE® de Matlab®, donde se evidencia su aplicabilidad y funcionalidad.

Palabras clave: Derivación, implícita, cónicas

## ABSTRACT

In most texts tracked the elements of conic sections are obtained from the general equation, when transformed to a canonical form by algebraic operations. This paper presents an alternative method to determine the coordinates and equations of the elements of conic sections through implicit differentiation, from the general equation , with . The proposal is based on the geometric concept of the derivative of a curve as a general expression for the slope of all lines tangent to it, which determines the coordinates of the breakpoints of the curve with the coordinate axes. The method can be easily systematized from the general equation, using the values of their coefficients. It is Shown the systematization of the method with an interface to Matlab GUIDE®, which demonstrates its applicability and functionality.

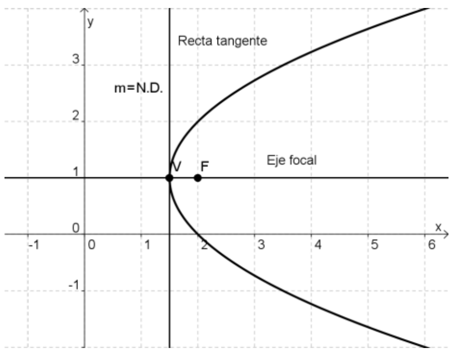
Key words: Derivative, implied, conical

[10] Este trabajo hace parte de las estrategias generadas como resultado del proyecto de investigación Estrategias didácticas para la enseñanza y el aprendizaje significativo del cálculo, adscrito al grupo de investigación Da Vinci, del ITM. Institución Universitaria.

**Introducción**

La propuesta está fundamentada en la concepción geométrica de la derivada, la cual permite determinar la ecuación de las pendientes de las rectas tangentes a una curva. En la ecuación general con (Sin rotación de ejes) se puede encontrar las coordenadas de los puntos de corte de la curva con los ejes coordenados o con ejes paralelos a ellos.

Cuando el eje focal de una sección cónica es paralelo a uno de los ejes coordenados, en los puntos de corte (vértices), la pendiente (m) de la recta tangente a la curva es cero (Recta horizontal) ó no está definida (Recta vertical). (Ver figura 1)




b)

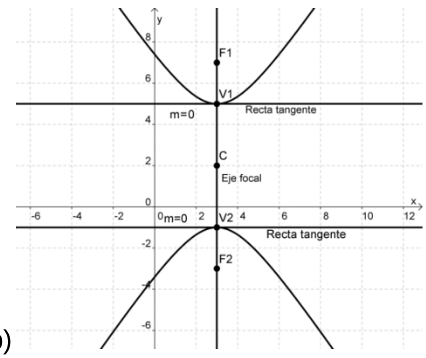



Figura 1. Esquematización de las rectas tangentes a la curva para a) parábola b) hipérbola

**Desarrollo del método**

A partir de la ecuación general , se puede determinar el tipo de sección cónica de acuerdo con los valores de los coeficientes así:

Si y , la ecuación general se transforma en , que corresponde a una parábola con eje focal horizontal. Si y , la ecuación es una parábola de eje focal vertical.
Si y , y son de igual signo, la ecuación corresponde a una elipse. Si , es una circunferencia.
Si y , y son de diferente signo, la ecuación general corresponde a un hipérbola.

Al derivar implícitamente la ecuación general de la sección cónica

(1)

con se obtiene

(2)

La expresión (2) corresponde a la forma general de la pendiente de la recta tangente en los vértices de la sección cónica. El procedimiento a utilizar para cada sección cónica se resume a continuación.

**Parábola de eje focal horizontal**

La recta tangente a la curva en el vértice tiene pendiente no está definida y con , en (2) tenemos que . Obteniendo a y reemplazando en la ecuación general (1) y solucionando para , las coordenadas del vértice de la parábola son

(3)

Para encontrar las coordenadas del foco y la ecuación de la directriz, como son elementos que no hacen parte de la curva, se deben buscar de forma geométrica. El valor de (Distancia del foco al vértice ó del vértice a la directriz) es —, luego, las coordenadas del foco son

(4)

La ecuación de la directriz es

(5)

Las expresiones encontradas pueden ser sistematizadas en medios informáticos. En la figura 2 se muestra una parábola de eje focal horizontal, con su vértice, foco y directriz, además de sus coordenadas y ecuación, usando una interfaz GUIDE de Matlab

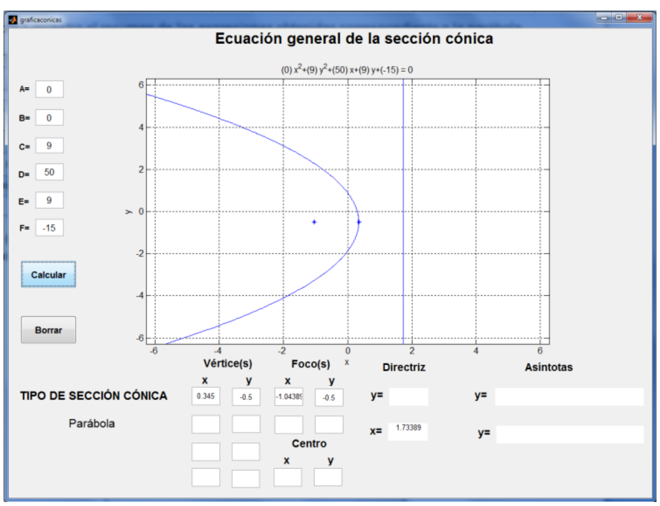



Figura 2. Visualización de una parábola de eje focal horizontal en Interfaz GUIDE de Matlab

**Parábola de eje focal vertical**

Para hallar las coordenadas del vértice, foco y ecuación de la directriz se procede de forma similar a la parábola de eje focal horizontal. A partir de (2) con y como la recta tangente a la curva en el vértice es horizontal . Obteniendo a y reemplazando en la ecuación general (1), obtenemos las coordenadas del vértice de la parábola

(6)

Sabiendo que —, las coordenadas del foco son y la ecuación de la directriz es .

La tabla 1 muestra el resumen de las expresiones obtenidas correspondiente a la parábola

Tabla 1. Resumen de coordenadas y ecuaciones de los elementos de la parábola

| **ELEMENTO** | **EXPRESIONES GENERALES** | |
|---|---|---|
| | EJE FOCAL HORIZONTAL | EJE FOCAL VERTICAL |
| **Ecuación General** | | |
| **PARÁBOLAS CON VÉRTICE EN** | | |
| **Orientación del eje focal** | | |
| **Coordenadas de los vértices** | | |
| **Coordenadas del foco** | | |
| **Ecuación de la directriz** | | |
| **Ecuación del eje** | | |

En la figura 3 se muestra una parábola de eje focal vertical con su vértice, focos y directriz, indicándose las coordenadas y ecuaciones de estos elementos.

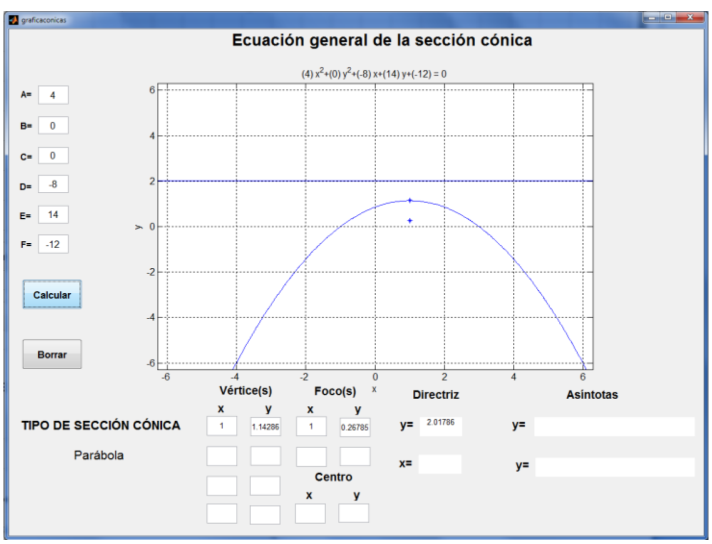



Figura 3. Visualización de una parábola de eje focal vertical en Interfaz GUIDE de Matlab

Elipse

En la figura 4 se muestran las rectas tangentes a la elipse en cada vértice.

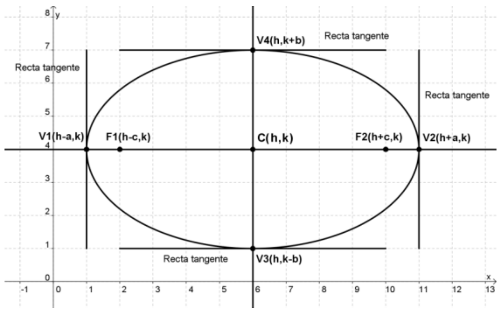



Figura 4. Elementos de la elipse

Para las rectas tangentes verticales, de (2) se tiene que , obteniéndose —. Para las rectas tangentes horizontales , hallándose a —. Como el centro de la elipse tiene por abscisa la misma de los vértices y , y su ordenada es igual a la de los vértices y , entonces las coordenadas de éste son

— —

(7)

Para hallar las coordenadas faltantes de los vértices se reemplazan los valores de ó , según el caso en la ecuación general (1) y para las coordenadas de los focos, se buscan los valores de , y , en forma geométrica y algebraica. En la tabla 2 se muestran los resultados obtenidos para cada uno de los elementos de la elipse.

Tabla 2. Resumen de coordenadas y ecuaciones de los elementos de la elipse.

| **ELEMENTO** | **EXPRESIONES GENERALES** | |
|---|---|---|
| | EJE FOCAL HORIZONTAL | EJE FOCAL VERTICAL |
| **Ecuación General** | | |
| **ELIPSES CON CENTRO EN** | | |
| **Coordenadas del centro** | — — | |
| **Coordenadas de los vértices** | | |
| **Distancia entre vértices** | | |
| **Orientación del eje focal** | < | < |
| **Coordenadas de los focos** | | |

| **Ecuación del eje** | — | — |
|---|---|---|

En las figuras 5 y 6 se muestran una elipse de eje focal horizontal y una de eje focal vertical con sus vértices y focos respectivamente, indicándose las coordenadas de éstos.

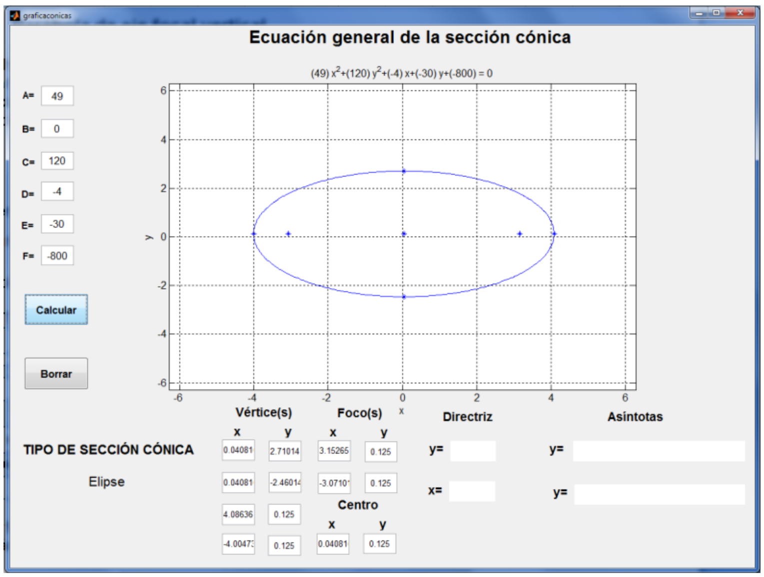



Figura 5. Visualización de una elipse de eje focal horizontal en Interfaz GUIDE de Matlab

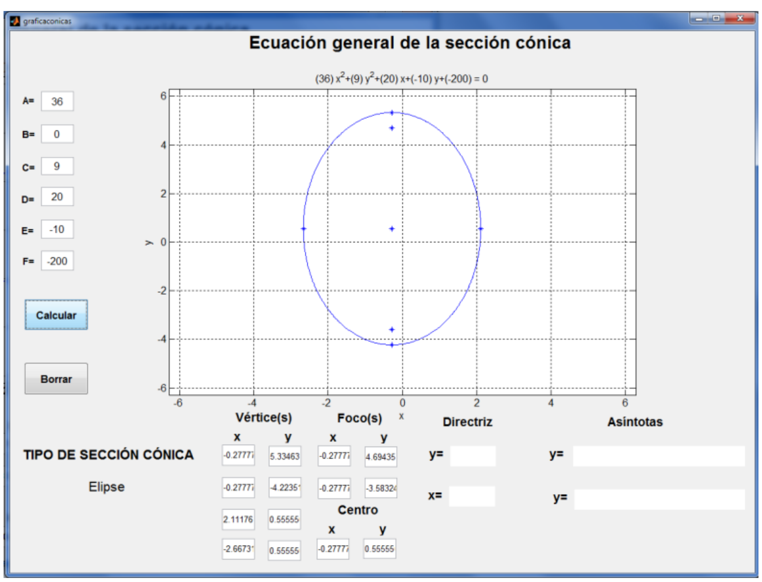



Figura 6. Visualización de una elipse de eje focal vertical en Interfaz GUIDE de Matlab

**Hipérbola**

Inicialmente, se verifica si la hipérbola es de eje focal horizontal o vertical. Para ello, comprobamos si ———— , la hipérbola es de eje horizontal ó si ———— , es de eje vertical. Cuando la recta tangente en los vértices es vertical , luego —; si la recta tangente es horizontal y se tiene que —. La otra coordenada de los vértices se obtiene reemplazando el valor de ó , según el caso, en la ecuación general (1) y se soluciona para la variable presente en ella.

Las coordenadas y ecuaciones de los elementos que no pertenecen a la curva (Centro, asíntotas), se encuentran de forma algebraica y geométrica. En la tabla 3 se muestran los resultados obtenidos durante el proceso.

Tabla 3. Resumen de coordenadas y ecuaciones de los elementos de la hipérbola.

| **ELEMENTO** | **EXPRESIONES GENERALES** | |
|---|---|---|
| | EJE FOCAL HORIZONTAL | EJE FOCAL VERTICAL |
| **Ecuación General** | | |
| **HIPERBOLAS CON CENTRO EN** | | |
| **Orientación del eje focal** | | |
| **Coordenadas del centro** | — — | |
| **Coordenadas de los vértices** | — | — |
| | | |
| | – – | – – |
| | | |
| **Coordenadas de los focos** | — | — |
| **Asíntotas** | – | – |

En las figuras 7 y 8 se muestran una hipérbola de eje focal vertical y una de eje focal horizontal respectivamente, con sus vértices, focos y asíntotas, indicándose las coordenadas y ecuaciones de ellos.

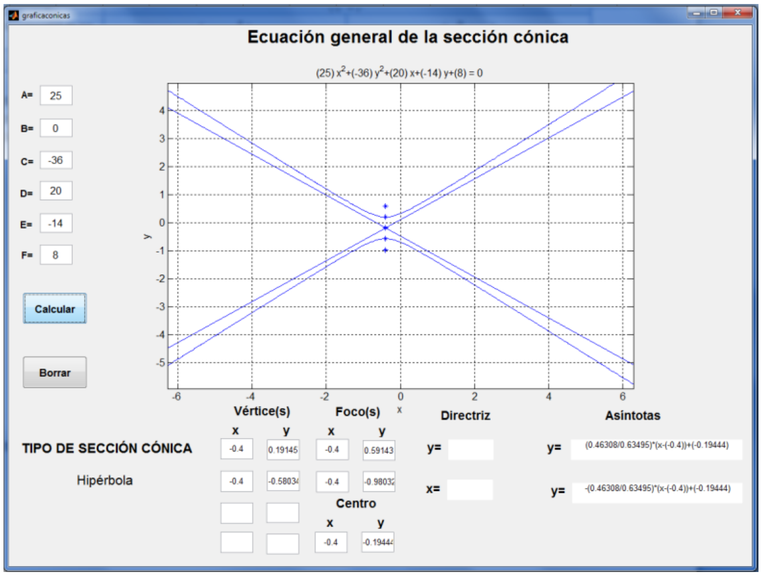



Figura 7. Visualización de una hipérbola de eje focal vertical en Interfaz GUIDE de Matlab

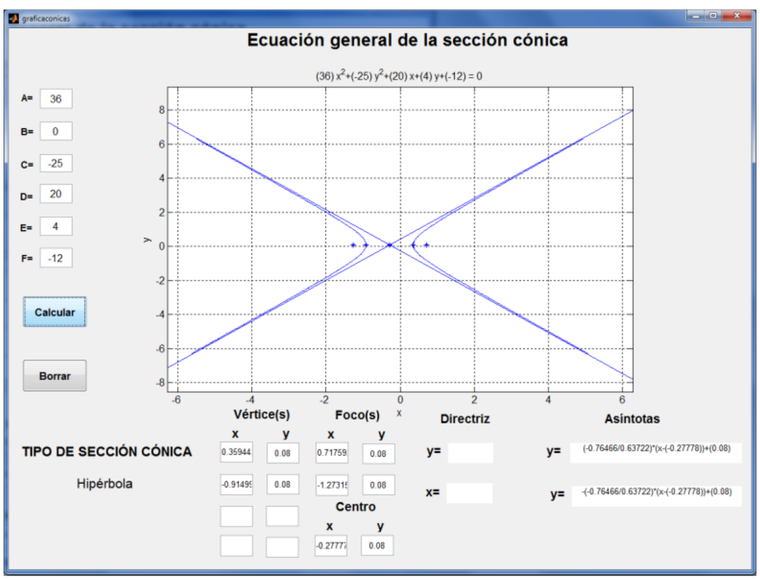



Figura 8. Visualización de una hipérbola de eje focal horizontal en Interfaz GUIDE de Matlab

**Conclusiones**

La propuesta brinda un método alternativo a los desarrollados en la mayoría de los textos, mostrando una aplicación de la derivación implícita. Las expresiones obtenidas en la propuesta son fácilmente sistematizables. La opción mostrada con la interfaz GUIDE de Matlab permite calcular con exactitud y facilidad las coordenadas y ecuaciones de los elementos de las secciones cónicas ingresando solamente los coeficientes de la ecuación general, además de proporcionar una gráfica donde se muestran la curva y sus elementos.

La propuesta no tiene limitaciones en cuanto a los valores de los coeficientes de la ecuación general, siendo posible utilizar en ellos valores racionales e irracionales, los cuales por el método tradicional generan mayor dificultad.

**Referencias bibliográficas**

Demana, F. D., Waits, B. K., Foley, G. D., Kennedy, D. (2007). *Precálculo. Grafico, numérico, algebraico*. Mexico:

Fleming, W., Varberg, D. (1991). *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica*. Naucalpan de Juárez, México:

González, M., Paniagua, J. Patiño, G. (2008). *Secciones cónicas: Una mirada desde la derivación implícita*. Medellín:

Sánchez, A. V. (2002). *Fundamentos de Geometría Analítica*. México:

# PO-05 REPRESENTACIONES SEMIOTICAS EN EL APRENDIZAJE DEL TEOREMA DE PITÁGORAS[11]

**Licenciada Luz Elena Osorio Mansilla**
Estudiante de Maestría en la enseñanza de las ciencias
Universidad Autónoma de Manizales
nena-osorio@hotmail.com

**Magister Ligia Inés García Castro**
Docente e investigadora Universidad Autónoma de Manizales
ligiaines.garcia@gmail.com

**RESUMEN**

Este artículo presenta algunas de las representaciones semióticas que giran alrededor del objeto matemático Teorema de Pitágoras y las actividades cognitivas (de tratamiento y conversión) que se presentaron en el proceso de aprendizaje de un grupo de estudiantes, que cursan grado séptimo de la Institución Educativa Santo Domingo Savio, del municipio de Balboa Risaralda.

Esta investigación se ubica en un enfoque semiótico y cognitivo, ya que toma en cuenta el contexto de representación en que están dadas las matemáticas y los procesos de conceptualización que se dan en el proceso de aprendizaje. Para ello se apoya de la teoría de campos conceptuales desarrollada por Gerard Vergnaud (1990), y de registros de representación semiótica, por Raymond Duval (2004).

**PALABRAS CLAVE:** Representaciones semióticas, Teorema de Pitágoras, Aprendizaje.

**ABSTRACT**

This article presents some of the semiotic representations that turn around the mathematical object Theorem of Pythagorean and the cognitive activities (treatment and conversion) those presented in the learning process of a group of students, who are studying seventh grade of the high school Santo Domingo Savio in Balboa Risaralda.

This research is located in a semiotic and cognitive approach, because it takes into account the context of representation given in the mathematics and the processes of conceptualisation that occurs in the learning process. This supports of the theory of conceptual fields developed by Gerard Vergnaud (1990), and registers of semiotic representations, by Raymond Duval (2004).

**KEY WORDS:** Semiotic representations, Theorem of Pythagorean, Learning.

[11] Propuesta de Tesis presentada a la Facultad de Estudios Sociales y Empresariales de la Universidad Autónoma de Manizales, para optar al título de Magister.

## Introducción

Esta investigación buscó reconocer las representaciones semióticas que giran alrededor del concepto Teorema de Pitágoras, a partir de actividades cognitivas relacionadas con el tratamiento y conversión de dichos registros, como también el impacto en su aprendizaje.

## Referente teórico

El desarrollo de esta investigación buscó dar respuesta a aspectos de tratamiento y conversión de representaciones semióticas que favorecieran el aprendizaje de objetos matemáticos, para este caso el Teorema de Pitágoras. Lo que involucró la intervención de procesos cognitivos.

Dentro de la didáctica de la matemática, esta investigación se ubica en un enfoque cognitivo y semiótico, teniendo en cuenta las siguientes consideraciones:

El enfoque cognitivo centra sus investigaciones en el aprendizaje del alumno como también el pensamiento de profesor buscando explicar la complejidad del proceso de enseñanza y aprendizaje. Dentro de este enfoque de investigación se destaca la línea de investigación de la teoría de campos conceptuales.

La teoría de los campos conceptuales, desarrollada por Gerard Vergnaud (1990), es una teoría cognitiva que procura brindar un estudio referencial del desarrollo cognitivo y del aprendizaje de competencias del estudiante en el aprendizaje de las matemáticas como tambien en otras ciencias. Es por esto que esta investigación adopta esta teoría en el abordaje de procesos de conceptualización en los estudiantes.

El enfoque semiótico incorpora aspectos sobre las prácticas matemáticas, como lenguaje simbólico y sistema conceptual lógicamente organizado. Su campo de investigación involucra todos los lenguajes y prácticas significantes que son prácticas esencialmente sociales. Esta investigación adoptó la teoría de registros de representación semiótica, expuesta por Raymond Duval (2004), dada la importancia de su estudio en los diferentes tipos de representación, considerando que el acceso y la comprensión de los objetos matemáticos no pueden darse sino por sus representaciones.

## Diseño metodológico

La metodología propuesta para el desarrollo de esta investigación es de carácter cualitativa, con un alcance comprensivo, ya que pretende hacer un proceso de inferencia al reconocer cómo se dan los procesos de tratamiento y conversión de representaciones semióticas en el aprendizaje del concepto Teorema de Pitágoras en un grupo de estudiantes que cursan grado séptimo.

El diseño de esta investigación inicia con la exploración de ideas previas, con el fin de detectar los preconceptos que traen los estudiantes objeto de esta investigación. Estos preconceptos giran alrededor del Teorema de Pitágoras y se consideran prerrequisitos para su abordaje.

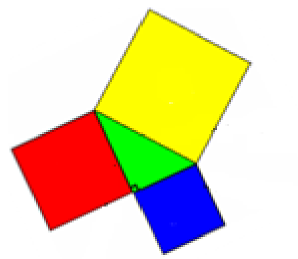
A partir de esta información se utiliza un instrumento de intervención en el aula (unidad didáctica), en donde se trabajan varios registros de representación semiótica, que involucra tratamiento en cada uno de ellos y conversión a otros registros de representación semiótica.

**Análisis de la información**

Análisis Descriptivo De Aspectos Relacionados Con El Tratamiento Y La Conversión De Representaciones Semióticas Del Teorema De Pitágoras

La aplicación del instrumento de aprendizaje del objeto matemático, se abordó inicialmente desde un registro semiótico geométrico, teniendo en cuenta otras investigaciones (Suydam y Dessart , 1976, citado por Dickson,1991, Vasco,1999). En donde se recomienda partir de los sistemas concretos y no de sistemas simbólicos, distinguiendo en todo sistema matemático subsistemas como el concreto, el conceptual y el simbólico.

Es entonces la siguiente figura, la representación semiótica de carácter geométrico del Teorema de Pitágoras que se trabajó en el instrumento:



**Teorema de Pitágoras en su acepción geométrica**

Esta representación geométrica es la que valida que el área de los cuadrados de los catetos es igual al área del cuadrado de la hipotenusa del triángulo rectángulo.

Es importante mencionar que existen múltiples representaciones de carácter geométrico del Teorema de Pitágoras, para ello se cita a Barreto (2009), escogiéndose ésta para facilitar los procesos de tratamiento y conversión en el aprendizaje del objeto matemático para estudiantes de grado séptimo.

Buscando provocar una aprehensión operatoria de las figuras, que conllevara a modificar la configuración inicial, los estudiantes desarrollaron tratamientos como conteo de las unidades cuadradas en las comparaciones de las áreas, pavimentación de superficies, cálculo de áreas por fórmula, entre otros.

A partir de este registro y los tratamientos que allí se dieron, se procedió a una aprehensión discursiva que se refiere a aquel proceso cognitivo que implica la asociación de la configuración hallada con afirmaciones matemáticas.

Aquí se dio prioridad a la conversión efectuada en el sentido de representación no discursiva a la expresión en lengua natural, considerando que la tarea descriptiva hace un llamado a la espontaneidad del sujeto. Duval (2004)

Según el autor, esta asociación se da como un cambio de anclaje que va desde una aprehensión visual a una aprehensión discursiva. Este cambio de anclaje es de suma importancia pues es el que facilita el proceso de conversión de la representación semiótica de un registro geométrico a un registro semiótico de lenguaje verbal.

La conversión, considerada como proceso de transformación externa relativa a un registro de representación de partida, diferente a los procesos de tratamiento que son procesos de transformación internos dentro de un registro de representación, es considerado como uno de los procesos más complejos, ya que la simple conversión de registros de representación sin una coordinación entre ellos no garantiza la comprensión del objeto matemático. Esta coordinación se da cuando existe congruencia.

Duval (2004) plantea que generalmente los procesos de conversión entre registros de representación diferentes, es espontánea para los estudiantes cuando dichos registros son congruentes. Para ello debe cumplir tres condiciones:
Correspondencia semántica entre las unidades significantes que las constituyen
Igual orden posible de aprehensión de estas unidades en las dos representaciones
Univocidad semántica terminal, a cada una unidad significante en la representación de partida en una sólo unidad significante en la representación de llegada.

En la medida que existan condiciones de congruencia entre los diferentes registros de representación, podría decirse habría mejores procesos de comprensión en el aprendizaje del concepto matemático.

Análisis Interpretativo De Aspectos Relacionados Con El Tratamiento Y La Conversión De Representaciones Semióticas Del Teorema De Pitágoras
A continuación se realiza el análisis de uno de los grupos de trabajo, objeto de esta investigación:

**Análisis de congruencia entre los diferentes registros de representación**
Para realizar el análisis de congruencia entre los diferentes registros de representación utilizados por los estudiantes para el Teorema de Pitágoras, se hace necesaria la segmentación en sus unidades significantes:

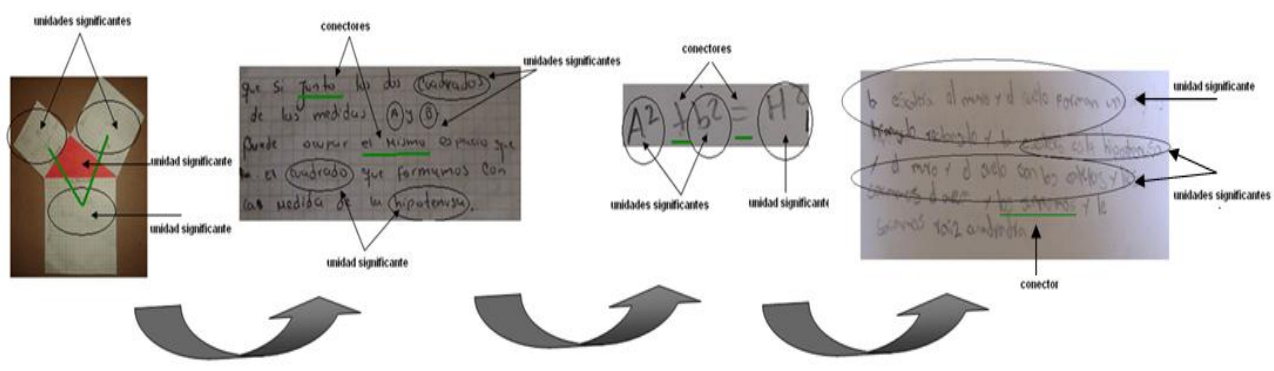



Ilustración 1. Congruencia entre registros de representación del Teorema de Pitágoras del grupo 1

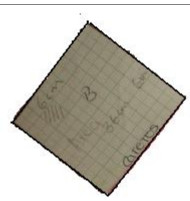
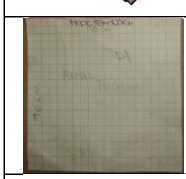
En el gráfico pueden identificarse cuatro unidades significantes que se refieren a: El triángulo rectángulo, cuadrado del cateto a, cuadrado del cateto b y cuadrado de la hipotenusa. Como también conectores que van desde el lenguaje verbal al lenguaje algebraico y lenguaje natural.

A continuación se exponen los aspectos relacionados con la congruencia de acuerdo con las condiciones planteadas por Duval, en los diferentes registros:

<u>Correspondencia semántica</u>**:** Se verifica que en los cuatro registros existe una correspondencia semántica, cada unidad significante simple de una representación, se asocia con otra unidad significante simple de la otra representación. Puede verse que se conservan las variables que identifican la medida de los lados de los cuadrados en los tres primeros registros ( A, B y H).
<u>Igual orden de aprehensión:</u> Hay identidad entre la codificación de la representación semántica interna de las frases de los dos registros verbales y la representación simbólica de las operaciones aritméticas:

| **CODIFICACION INTERNA DE LAS REPRESENTACIONES** | | |
|---|---|---|
| **Registro Lenguaje Verbal** | **Registro Algebraico** | **Registro Lenguaje Natural** |
| “Junto” | “ + ” | “Sumamos” |
| “Lo mismo” | “ = ” | *Aunque no hay una codificación precisa que lo exprese como en los anteriores registros, si relaciona cómo hallar la solución con la información dada* |

<u>Univocidad semántica terminal:</u> Puede verificarse dentro de las diferentes representaciones que a cada unidad significante de partida, le corresponde sólo una unidad significante de llegada:

| Univocidad semántica terminal entre unidades significantes | | | |
|---|---|---|---|
| Registro geométrico | Registro Lenguaje Verbal | Registro Algebraico | Registro Lenguaje Natural |
|  | Cuadrado A | $A^2$ | “…el muro y el **suelo** son los catetos y les sacamos el área..” |
|  | Cuadrado B | $B^2$ | “…**el muro** y el suelo son los catetos y les sacamos el área..” |
|  | Cuadrado Hipotenusa | $H^2$ | “ …la escalera es la hipotenusa” |
|  | *Sólo hace alusión a la hipotenusa del triángulo* | *No hace referencia (presente de manera implícita)* | “Escalera el muro y el suelo forman un triángulo rectángulo” |

Es de anotar que se considera la presencia de la unidad significante relativa al triángulo rectángulo cuando hacen alusión a sus lados al mencionar los catetos o la hipotenusa.

**Análisis Comprensivo Desde El Aprendizaje Del Objeto Matemático Teorema de Pitágoras**

Si bien esta investigación centra su interés en los procesos de tratamiento y conversión de representaciones semióticas que realizan los estudiantes, es con el fin de comprender procesos de conceptualización y comprensión que los estudiantes realizan en el aprendizaje del objeto matemático.

Pudo evidenciarse en el grupo de estudiantes objeto de esta investigación, que se realizó una transferencia desde un anclaje visual a un anclaje discursivo, efectuando asociaciones a modo de deducciones, inferencias y conclusiones; generando procesos de modelización matemática y reconocimiento del objeto matemático en otros contextos.

**Conclusiones y recomendaciones**

Por el mismo estatus epistemológico de las matemáticas, en donde su acceso sólo puede darse en un contexto de representación, creemos que el estudio de sistemas de representación semiótica es de gran importancia en la Didáctica de las matemáticas.

Las dificultades que los estudiantes presentan en el aprendizaje de las matemáticas, invita a que se realice mayor investigación en este campo. Considerando la teoría de Duval, creemos que entre más representaciones semióticas se vinculen alrededor de un objeto matemático y que dentro de estas representaciones existan condiciones de congruencia, se pueden lograr mayores aprendizajes. Considerando además que en los procesos de enseñanza se debe tener en cuenta un orden en la presentación de las representaciones semióticas del objeto matemático a estudiar, tendientes a facilitar los procesos de conversión. Puesto que reconociendo la diversidad de representaciones y registros de representación semiótica posibles para los objetos matemáticos, no todas facilitan estos procesos.

Es así que consideramos que el instrumento aplicado logró que los estudiantes pudieran realizar tratamiento y conversión de diferentes registros de representación del objeto matemático Teorema de Pitágoras de manera que se lograra también mejorar el aprendizaje, cuando podían reconocerlo en otros contextos de aplicabilidad.
La identificación de las actividades cognitivas de tratamiento y conversión que hicieron los estudiantes nos permitieron visualizar sus procesos de conceptualización.

**Bibliografía**

Barreto, J. C. (10 de abril de 2009). *Deducciones del Teorema de Pitágoras a lo largo de la historia como recurso didáctico en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática*. (S. C. matemáticas, Editor, & N. R. matemáticas, Productor) Recuperado el 10 de 12 de 2009, de http://www.sinewton.org/numeros/numeros/70/Articulos_01.pdf.
Dickson, L., Brown, M., & Gibson, O. (1991). *EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS.* Madrid: Labor S.A.
Duval, R. (2004). *SEMIOSIS Y PENSAMIENTO HUMANO.* Cali, Colombia: Universidad del Valle , Instituto de educación y pedagogía, Grupo de Educación matemética.
Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática :La habilidad para cambiar el registro de representacón. *LA GACETA DE LA RSME , Vol 9.1*, p.143-168.
otá: MEN.
(2), p.275-300.
Vergnaud, G. (1990). LA TEORIA DE LOS CAMPOS CONCEPTUALES. *Recherches en Didáctique des Mathématiques , Vol.10* (2,3), 133-170.

# PO-06 APLICACIONES A LA TEORÍA DE CÓDIGOS

**Adriana Alexandra Albarracín Mantilla**
Magister en Matemáticas, docente Escuela de Matemáticas
Universidad Industrial de Santander
adrialba@matematicas.uis.edu.co

**RESUMEN**

En esta charla se aplicará el tema de espacios vectoriales a la teoría de la codificación, examinando las formas de codificar un mensaje y decodificarlo después de que el ruido lo ha distorsionado. Posteriormente se ilustrará con algunos ejemplos.

Palabras Claves.Teoría de códigos, espacios vectoriales.

**ABSTRACT**

In this talk we present some applications of vector spaces theory to the Coding Theory. We exhibit many ways of coding and decoding information for the reliable transmission over a noisy chanel. Some examples are given.

Key Words. Coding theory, vector spaces.

**Introducción**

La Teoría de códigos nace en 1948 y su aplicación inmediata consiste en la detección y corrección de errores de un mensaje que ha sido transmitido a través de un canal interferido por el ruido.

El inicio de la Teoría de Códigos se da con la publicación del artículo A Mathematical Theory of Comunication en Bell Systems Technical Journal, de C.E Shannon, posteriormente aparecen los trabajos de Richard Hamming y Maral Golay en los cuales muestran métodos de detección y corrección de errores de un mensaje que ha sido transmitido a través de un canal interferido por el ruido.

Más adelante, en 1982, M.A Tsfasman S.G, Vladut y Th. Zink construyen una familia de códigos buenos, con los cuales se obtiene la solución al problema fundamental de la teoría de códigos en términos probabilísticos.

Dado que los mensajes transmitidos desde la voz humana hasta los datos recibidos de un satélite en general son vulnerables al ruido, se busca preservar la información que es transmitida, a través de un canal discreto y sin memoria que es afectado por el ruido, para ello, se considera la información presentada como una secuencia larga de símbolos pertenecientes a un conjunto finito cualquiera llamado alfabeto.

El proceso de codificación más conocido es el de codificación por bloques que consiste en dividir la información por bloques de $k$ símbolos que se conocen como símbolos de información. El proceso de codificación se realiza agregando una cierta cantidad de símbolos extras, llamados símbolos redundantes, que convierten el bloque inicial de *k* símbolos en un bloque de *n* símbolos, esto debe responder a un método estructurado que permita detectar, y corregir los errores presentados. Si el receptor del mensaje conoce la técnica con la cual se codifica, puede verificar si hubo cambios durante la transmisión del mensaje inicial. En el proceso de decodificación, se pueden recuperar los primeros *k* símbolos de información aunque al receptor le haya llegado una n-upla.

El código que detecta errores, recibe el nombre de corrección de error.

Supongamos que se desea enviar el mensaje 1011. Para codificar 1011, se agrega una cola binaria y así, si 1011 se codifica 10111 y se distorsionara a 00111, se detecta que hubo un error pues no hay una cantidad par de unos, a esta clave o código de detección de error se le llama comprobación de paridad.

Si 1011 se codifica como 10111011 y se recibe 00111011, podemos verificar que se han cometido dos errores si hubiese ocurrido un error, estaría en la posición 1. Este esquema de codificado no es eficiente.

**Códigos Lineales**

Sea $F_q$ el campo con q elementos. Se dice que *C* es un código lineal sobre el alfabeto $F_q$ si es un subespacio lineal de $F_q^n$. Los elementos de *C* reciben el nombre de palabras código, *n* denota la longitud del código y *k* la dimensión de *C* como espacio vectorial sobre $F_q$. Así el código *C* sobre $F_q$ es un *[n,k]* código q-ario.

2.1 Definición: Una matriz generadora *G* de un *[n,k]* código q-ario, es una matriz $k \times n$, donde las filas conforman una base para C.
Si *G* es una matriz generadora de *C* entonces $C = \{uG : u \in F_q^{\ k}\}$.
2.2 Definición: Dos códigos son equivalentes si sus matrices generadoras son equivalentes.

2.3 Definición: La distancia de Hamming sobre $F_q^n$ es la función *h* definida por

$h(a,b) = \left|\{i : a_i \neq b_i\}\right|$, para $a = (a_1, a_2, .., a_n)$ y $b = (b_1, b_2, ..., b_n) \in F_q^{\ n}$ .(1)

2.4 Definición: La distancia mínima *d* de un código lineal $C \neq 0$ está dada por

$d := mín\{h(a,b) : a, b \in C, a \neq b\}$, (2)

Un *[n, k]* código q-ario con distancia mínima se denota por *[n,k,d]* -código q-ario. Los valores *n, k* y *d*, se conocen como parámetros fundamentales de un código lineal. El parámetro *d* determina la capacidad de un código para detectar y corregir errores, como lo establece el siguiente resultado:

2.5 Teorema: Un *[n,k,d]* código q-ario puede:

1. Detectar a lo sumo *d-1* errores.

2. Corregir a lo sumo $\left\lfloor \left| \frac{d-1}{2} \right| \right\rfloor$ errores.

**Códigos de Hamming**

Estos códigos corrigen errores únicos, y fueron encontrados por Marce Golay y Richard Hamming, en la década de los cincuenta.

Para cada $r > 0$, el código de Hamming q-ario $H_q(r)$ es un $[n, n-r, 3]$ código q-ario con $n = \frac{q^r - 1}{q-1}$.

Note que $r=n-k$, representa el número de símbolos de control de paridad del código. Su construcción se hace especificando una matriz de control de paridad $H$ y puesto que la distancia mínima es $3$, se puede probar que cualquier par de columnas de $H$, deben ser linealmente independientes.

Los códigos que alcanzan la igualdad $k+d=n+1$ son óptimos en cuanto a capacidad correctora y se conocen como códigos *MDS*(Códigos de Máxima Distancia Separable).

El problema fundamental de la teoría de códigos es encontrar la mayor cantidad de palabras código que pueda tener un código, dado $n$ y $d$.

**Ejercicios de Aplicación**

1. Codifique el mensaje ATTACK NOW, utilizando la matriz invertible $M = \begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$.

2. Sean $F_q=Z_2$ y $H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ sobre $Z_2$, la matriz de comprobación de paridad para el código $N_H$ (espacio nulo de $H$). Encuentre la matriz generadora del código de Hamming.

3. Si se reciben los mensajes *1010101* y *1100111* codificados con Hamming y se supone que a lo más existe un error en cada transmisión, determine los mensajes originales.

4. Sea $g(x) = \min(\alpha, F_2) = x^3 + x + 1$ con $\alpha \in F_2^{\,3}$.Determine la matriz de control de paridad para $H_2^{\,3}$.

**Referencias bibliográficas**

H. Stichtenoth (1993). Algebraic Function Fields and Codes, Berlin: Springer-Verlag.

Nakos, G., & Joiner D. (1991). Álgebra Lineal con Aplicaciones, México: Thomson.

Vera P., (1982). Introduction to the theory of error correcting codes, New York: Wiley.

Wesley P. (1961). Error correcting codes, Cambridge: MIT Press.

# PO-07 LA MODELACIÓN EN MATEMÁTICA ESCOLAR: UNA EXPERIENCIA CON ESTUDIANTES DE CÁLCULO DIFERENCIAL[12]

**Francisco Javier Córdoba Gómez**

Magíster en Educación, Profesor Auxiliar, Instituto Tecnológico Metropolitano, ITM

franciscocordoba@itm.edu.co

**Pablo Felipe Ardila Rojo**

MSc. Matemáticas, Profesor Auxiliar Instituto Tecnológico Metropolitano, ITM

pabloardila@itm.edu.co

**RESUMEN**

El siguiente trabajo se desprende del proyecto de investigación en curso titulado "*La práctica de modelación en matemática escolar: una experiencia para el trabajo de aula en ingeniería"*. Se presentan los resultados de una actividad experimental de modelación con estudiantes de un curso de cálculo diferencial que muestra la conveniencia de implementar esta actividad en clases de matemáticas y la alta motivación y compromiso que despierta en los estudiantes, así como la identificación debilidades conceptuales y procedimentales que tienen los estudiantes al enfrentarse una situación real de modelación.

Palabras clave: matemática escolar, modelación matemática, optimización.

**ABSTRACT**

The following work is derivated from ongoing research project entitled "The practice of modeling in scholar mathematics: an experience to classroom work in engineering." We present the results of an experimental activity of modeling with students in a course in differential calculus that shows the advisability of implementing this activity in class of math and high motivation and commitment created in students, as well as conceptual and procedural weaknesses identified in the students when they have to face a real modeling situation.

Key Words: scholar mathematics, mathematical modeling, optimization

## Introducción

La modelación en la enseñanza de las matemáticas es un tema que en las últimas décadas ha cobrado mayor relevancia y que además se ha incorporado en diferentes currículos escolares ya que se ha puesto en evidencia la importancia de articular e integrar el conocimiento matemático con otras áreas de conocimiento. Tal y como lo exponen Biembengut y Hein (2004) la modelación matemática está siendo fuertemente defendida, en diversos países, como método de enseñanza de las matemáticas en todos los niveles de escolaridad, ya que permite al alumno no solamente aprender las matemáticas de manera aplicada a las otras áreas del conocimiento, sino también mejorar la capacidad para leer, interpretar, formular y solucionar situaciones problema en diferentes contextos. El trabajo que se presenta a continuación muestra los resultados de una experiencia realizada con estudiantes de cálculo diferencial.

[12] Este trabajo corresponde a una de las actividades del proyecto de investigación "La práctica de modelación en matemática escolar: una experiencia para el trabajo de aula en ingeniería", que se realiza con estudiantes de tecnología e ingeniería del

**La modelación y su importancia**

La modelación es un proceso en el cual un problema no matemático es resuelto a través de la aplicación de las matemáticas (Kaiser y Maaß, 2007). Para Castro y Castro (2000) la modelización matemática es una forma de resolución de problemas de la vida real en la que no solo se tiene en cuenta la solución del mismo sino que exige la utilización de un gran número de habilidades matemáticas y no llega solo a una respuesta específica sino a un rango de respuestas que describen la conducta del fenómeno considerado y da al resolutor sentido de participación y control en los procesos de solución. Esto hace que la modelización matemática sea un poderoso instrumento de aprendizaje significativo, a tener en cuenta para trabajar en el aula.
Para Sadovsky (2005, p. 27) un proceso de modelación supone en primer lugar recortar una cierta problemática frente a una realidad generalmente compleja en la que intervienen muchos más elementos de los que uno va a considerar, identificar un conjunto de variables sobre dicha problemática, producir relaciones pertinentes entre las variables tomadas en cuenta y transformar esas relaciones utilizando algún sistema teórico-matemático, con el objetivo de producir conocimientos nuevos sobre la problemática que se estudia.

La modelación permite enriquecer la comprensión de fenómenos extramatemáticos ya que proporciona diversas representaciones de dichos fenómenos y dota de sentido las diferentes actividades matemáticas (Molyneux-Hodgson et al, 1999, citado en Suárez, 2008)

Para Bassanezi (1994) el uso de la modelación en la enseñanza conduce al aprendizaje de contenidos matemáticos que están conectados a otras formas de conocimiento. El trabajo con la modelación matemática no intenta simplemente ampliar el conocimiento sino desarrollar una forma particular de pensar y actuar: produciendo conocimiento, aunando abstracciones y formalizaciones, interconectadas a fenómenos y procesos empíricos considerados como situaciones problemáticas

Según Blomhøj (2004) las actividades de modelación pueden motivar el proceso de aprendizaje y ayudar (al aprendiz) a establecer raíces cognitivas sobre las cuáles construir conceptos matemáticos.

Así mismo, la modelación tiene como finalidad describir y analizar algún fenómeno de la vida diaria con el fin de: motivar el trabajo con las matemáticas y experimentar la matemática como medio para describir, analizar y ampliar la comprensión de situaciones de la vida diaria.

**Metodología**

El trabajo se realizó con 13 estudiantes (distribuidos por equipos) de tecnología (sistemas, producción) de un curso de cálculo diferencial en el semestre 02 de 2011 en el Instituto Tecnológico Metropolitano de la ciudad de Medellín. La actividad se realizó en el laboratorio de matemáticas (figura 1) y en una sesión de dos horas.

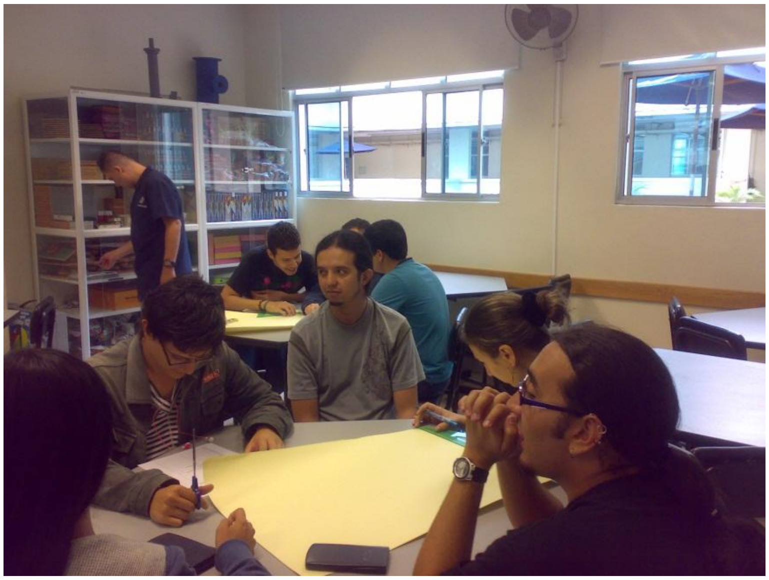


Figura 1. Laboratorio de matemáticas.

La práctica estuvo orientada por el profesor del curso (que también es investigador) y un investigador, que fungió como observador de la actividad. El problema de trabajo que se propuso modelar fue el siguiente:

*Dada una hoja de papel cartulina de 25 cm de lado, construir la caja de volumen máximo recortando cuadrados en las esquinas y determinar las dimensiones de los cuadrados que deben recortarse.*

Para el desarrollo de la actividad se les entregó una guía y los materiales necesarios (cartulina, escuadras, tijeras) (figura 2)

Figura 2. Estudiantes en el laboratorio con los instrumentos respectivos

**Recolección y análisis de la información**

La información se registró mediante grabaciones en audio, durante toda la sesión, de cada uno de los equipos. Si bien la actividad se realizó en un laboratorio, la investigación siguió los lineamientos de la investigación cualitativa y del análisis del discurso para identificar las interacciones que favorecieran la construcción y resignificación de conocimiento matemático escolar, así como la identificación de debilidades de aprendizaje de conocimientos previos. En este análisis también se consideraron las producciones escritas de los estudiantes y las notas de campo tomadas por el investigador observador.

Veamos algunas respuestas de los estudiantes frente al trabajo realizado:

4. Frente a las actividades normales de clase, la práctica de modelación que se ha realizado en el grupo le ha parecido:

Mucho mejor X Mejor___ Igual__ Peor__ que la clase normal

¿Por qué? porque nos obliga a pensar mas y a enfrentarme a problemas reales los cuales son muy utiles a la hora de comprender mejor un tema

4. Frente a las actividades normales de clase, la práctica de modelación que se ha realizado en el grupo le ha parecido:

Mucho mejor___ Mejor X Igual__ Peor__ que la clase normal

¿Por qué? Porque interfiere un factor extra y es llevar a la practica lo que estamos haciendo en nuestros cuadernos.

6. De manera breve, comente cual fue su experiencia y qué le aportó esta actividad

me gusto bastante enfrentarme a un problema real porque al realizarlo notaba como me equivocaba y me tocaba buscar por mi mismo una solución.

6. De manera breve, comente cual fue su experiencia y qué le aportó esta actividad

fue algo nuevo, nunca lo había hecho, me afianzó aun mas el concepto de que las matematicas nos ayudan a resolver problemas de la vida cotidiana

En la figura 3 se muestra el grupo de estudiantes y las cajas que cosntruyeron

Figura 3. Estudiantes con las cajas elaboradas

**Conclusiones.**

A partir de los resultados obtenidos, se pueden exponer las siguientes conclusiones (las demás conclusiones y evidencias se presentan en el trabajo completo):
La actividad despertó un gran interés y motivación en los estudiantes, pues para ellos era la primera vez que en un curso de matemáticas se hacía una actividad experimental
Se pudo observar que los estudiantes resignificaron la derivada y su aplicación en problemas de optimización, pues ya no consideraron ese conocimiento aislado sino que lo pudieron integrar a una actividad real

Al establecer el modelo, se dieron cuenta de que efectivamente lo realizado en la realidad correspondía a lo que matemáticamente habían encontrado, verificando así que las matemáticas no son ajenas a la realidad
En la valoración de la actividad los estudiantes respondieron muy positivamente y todos coincidieron que este tipo de actividades es mucho mejor que la clase netamente magistral y dotaron de sentido a las matemáticas puestas en juego.

**Bibliografía**

Arrieta, J. (2003). *Las prácticas de modelación como proceso de matematización en el aula.* Tesis de Doctorado no publicada, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.

Biembengut, M, y Hein, N. (2004). Modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática. *Educación Matemática 16(2), 105-125*

Blomhøj, M. (2004). Mathematical modelling - A theory for practice. En Clarke, B.; Clarke, D. Emanuelsson, G.; Johnansson, B.; Lambdin, D.; Lester, F. Walby, A. & Walby, K. (Eds.) *International Perspectives on Learning and Teaching Mathematics*. *National Center for Mathematics Education* (pp 145-159). Suecia.

Blum, W. & Borromeo, R. (2009). Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt?. *Journal of Mathematical Modelling and Application 1(1), 45-58*

D'Ambrosio, U. (2009). Mathematical Modeling: Cognitive, Pedagogical, Historical And Political Dimensions. *Journal of Mathematical Modelling and Application 1(1), 89-98*

# PO-08 LABORATORIOS MATEMÁTICOS, UNA ALTERNATIVA PARA LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

**Mg. José Rubiel Bedoya Sánchez**

Tutor Semillero de Investigación en Educación Matemática – SIEM - UTP

Docente de Matemáticas Institución Educativa Antonio Holguín Garcés, Cartago

joserubiel@utp.edu.co

**RESUMEN**

El Semillero de Investigación en Educación Matemática, SIEM, de la Universidad Tecnológica de Pereira, ha venido acercándose al proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas como fenómeno social, buscando la implementación de estrategias que se enmarquen en una pedagogía con enfoque activo. En esta presentación se buscará mostrar algunos elementos básicos de la metodología denominada laboratorios matemáticos, desde una perspectiva teórica y su implementación en el aula, específicamente en la Institución Educativa Antonio Holguín Garcés de Cartago, en la asignatura de trigonometría.

Palabras Claves: Laboratorio, estrategia metodológica, manipulación.

**ABSTRACT**

The Seed Research in Mathematics Education, SIEM, of The Technological University of Pereira, has been coming to the process of learning and teaching of the mathematics as a social phenomenon, searching the implementation of strategies that fall within an active pedagogy. This presentation will seek to show some basic elements of methodology called Mathematics Laboratories, since a theory perspective and its implementation in the classroom, specifically in the Educational Institution Antonio Holguín Garcés of Cartago in the subject of trigonometry.

**Keywords**: Laboratory, methodological strategy, handling.

## Introducción

La implementación de estrategias que se enmarquen en una pedagogía con enfoque activo y desde una perspectiva que trate de analizar la trasposición didáctica, cambiar aspectos como el contrato didáctico y acercarse a teorías didácticas específicas como las imágenes y modelos mentales es fundamental para el desarrollo de la didáctica de la matemática. Bajo esta mirada didáctica este trabajo pretende desarrollar algunos aspectos teóricos y prácticos de la metodología Laboratorio Matemático, la cual según la Facultad de Matemáticas de la Universidad Complutense de Madrid: (2008) "Un laboratorio de matemáticas tiene la intensión de investigar utilizando materiales al alcance de todos, de forma manipulativa, no bibliográfica, permitiendo ver que las matemáticas al igual que otras ciencias son un campo abierto en el que se puede investigar y descubrir cosas nuevas". En este sentido, si bien se entienden las matemáticas como la cúspide de la abstracción, se puede mostrar la otra cara, la de la matemática experimental y manipulativa. Entre los aspectos teóricos a desarrollar, se definirán brevemente los principios básicos en el diseño y la aplicación de un laboratorio matemático.

Finalmente se mostraran algunos ejemplos de la aplicación de la metodología en la Institución Educativa Antonio Holguín Garcés de Cartago, implementada durante el año 2011en la asignatura de trigonometría, que ha permitido una interacción permanente entre los estudiantes, el profesor y el medio escolar. La experiencia ha encontrado una gran aceptación por parte de los estudiantes, aumentando su participación en clase, el trabajo en equipo y el grado de motivación.

**Laboratorios Matemáticos**

Se puede afirmar como lo hace Jorge Arce (2006) que: “El uso de material manipulativo, juega un papel fundamental en el aprendizaje de las matemáticas y su correcta utilización constituye una importante base de adquisición de conceptos, relaciones y métodos matemáticos que posibilita un aprendizaje activo de acuerdo a la evolución intelectual del participante”.

El laboratorio matemático es una estrategia pedagógica de manipulación de materiales, que busca el proceso de construcción y desarrollo del pensamiento matemático en forma continua, paulatina y progresiva, a través de una actividad permanente asumida por el estudiante, en la cual la actividad propuesta es el medio que permite la construcción generando una relación dialéctica entre los materiales manipulativos y la actividad matemática.

**Principios Básicos en el diseño y aplicación de un Laboratorio Matemático**

Tanto en el diseño como en la implementación de un laboratorio matemático en un aula de clase, es indispensable tener en cuenta algunos elementos teóricos que sirvan de guía metodológica, entre ellos:

La manipulación: es el elemento fundamental en el trabajo de un laboratorio, no hay laboratorios sin manipulación física de los objetos que sirven de mediadores para la obtención del conocimiento. Medir, observar, transformar o cualquier actividad que involucre acción sobre un objeto y registro de sus cambios, es un proceso central de cualquier laboratorio. En la actualidad se puede pensar que la manipulación física se puede “reemplazar” por simulación, a través de equipos de computo o aparatos electrónico que lo permitan.

La participación: elemento básico para cualquier metodología diseñada bajo una pedagogía activa, es una manifestación activa de las fuerzas físicas e intelectuales de los estudiantes.

El dinamismo: el tiempo tiene una influencia fundamental en la toma de datos. Todo laboratorio debe tener unos límites establecidos, en sí un laboratorio debe ser desarrollo permanente de actividades e interacción activa en la dinámica del proceso pedagógico.

La elaboración de conjeturas y conclusiones: el objetivo final de un laboratorio con carácter pedagógico es la confirmación de una ley o regla general en una ciencia, esto implica una actividad mental fundamental para el caso de las matemáticas, lograr que a través de la toma de datos o de la realización de diseños y el análisis de ellos, el estudiante elabore conjeturas o saque conclusiones que permitan la introducción a teoremas o la aplicación de definiciones en casos reales.

Los Laboratorios matemáticos deben diseñarse de acuerdo con los objetivos y contenidos de la enseñanza, así como con la forma en que se determine organizar el proceso pedagógico. Para su aplicación es necesario un alto de grado de preparación, conocimiento y dominio de los mismos por parte de los docentes. El desarrollo exitoso de un laboratorio matemático exige la participación activa de los estudiantes y por lo tanto necesita una buena motivación por el desarrollo de la actividad, hecho que se pude lograr en cierta medida al generar en los estudiantes, curiosidad por aplicaciones reales y la verificación de leyes estudiadas con anterioridad.

Algunos Ejemplos. Experiencia en la Institución Educativa Antonio Holguín Garcés de Cartago
Un ejemplo de la implementación del laboratorio matemático como estrategia metodológica es la experiencia en la Institución Educativa Antonio Holguín Garcés de Cartago, en el grado décimo, en la asignatura de trigonometría con diferentes laboratorios en diversos temas como: función exponencial, solución de problemas que involucran funciones trigonométricas en triángulos rectángulos, definición de las líneas trigonométricas en la circunferencia unitaria. A continuación se presentan algunos de los casos:

Ejemplo No 1:
Laboratorio
Población Mundial
Materiales:
1 hoja de papel milimetrado
Regla, curvígrafo
Observación: el trabajo puede desarrollarse en grupo, pero cada estudiante elabora un gráfica.
Actividades: La siguiente tabla representa el número de personas correspondientes a la población mundial en diferentes años, los datos se encuentran a partir de 1900.

| Año | Población | Año | Población | Año | Población |
|---|---|---|---|---|---|
| 1900 | 1650000000 | 1955 | 2755823000 | 1985 | 4830978000 |
| 1910 | 1750000000 | 1960 | 3040000000 | 1990 | 5280000000 |
| 1920 | 1860000000 | 1965 | 3334874000 | 1995 | 5674328000 |
| 1930 | 2070000000 | 1970 | 3710000000 | 2000 | 6080000000 |
| 1940 | 2300000000 | 1975 | 4068109000 | 2005 | 6453628000 |
| 1950 | 2560000000 | 1980 | 4450000000 | 2008 | 6709132764 |
| | | | | 2010 | 6972688217 |

Grafique un plano cartesiano en la hoja de papel milimetrado.
Ubique los datos de la tabla en el plano realizado, colocando los años en el eje horizontal (eje x) y la población en el eje vertical (eje y).
Utilizando el curvígrafo (o a mano) trace una curva que se ajuste a los puntos, ver figura No. 1.
Responda lo siguiente:
¿Qué forma tiene la curva?
¿Según su curva cuál sería una aproximación de la población mundial en 1945?
¿Cuál sería la población en el año 2015?
¿Existen diferencias entre sus datos y los de sus compañeros?, ¿Cuál será la explicación?
Qué puede concluir a partir de su información.

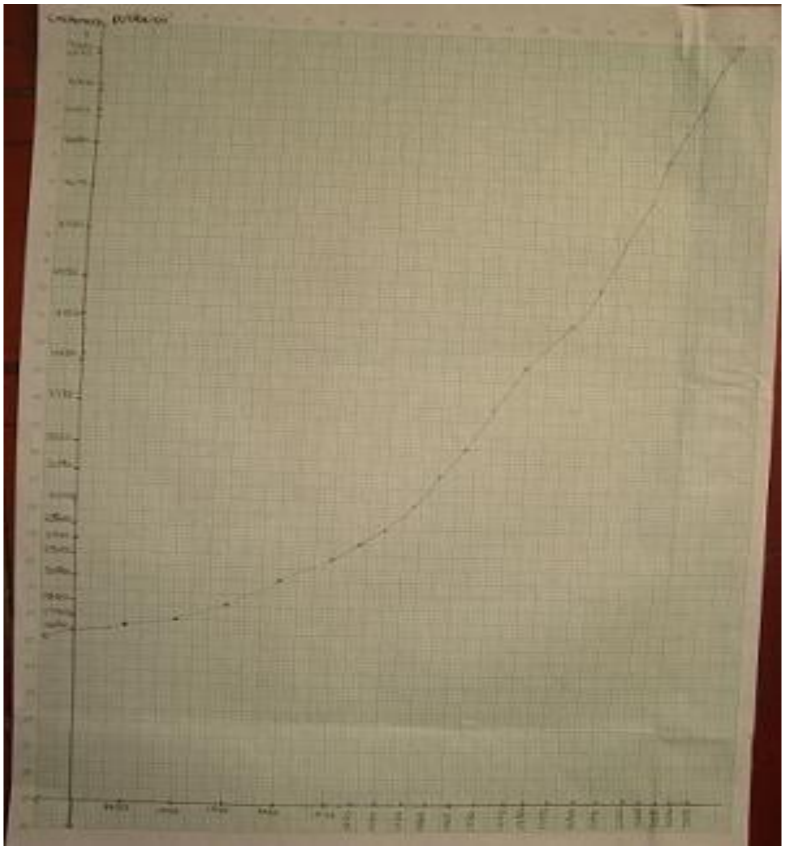


Figura No. 1: Población Mundial

Ejemplo No 2:
Laboratorio
Elaboración y uso de un Gionómetro
Materiales:
Cartón paja
Regla, transportador, marcador, lápiz y borrador.
Láser y calculadora científica.

Actividades:
En equipos de trabajo de tres personas construya un gionómetro (un transportador de 180º en medio pliego de cartón paja).
Utilice el gionómetro y el láser para hacer la medición de tres ángulos cualesquiera y compare las mediciones con un transportador. ¿Existen diferencias? ¿A qué las atribuyen?
Póngase de acuerdo con otro grupo de trabajo y aproximen en forma independiente la altura de un poste, una edificación y un árbol, utilizando el gionómetro, el láser y las relaciones trigonométricas en un triángulo rectángulo. ¿Encontraron los mismos resultados?
Presente un informe de la actividad realizada, no olvide hacer sus conclusiones.

Ejemplo No 3:
Laboratorio
Elaboración de las Líneas Trigonométricas

En la Circunferencia Unitaria
Materiales:
1 hoja de papel milimetrado
Regla, compás, transportador y lápiz
Calculadora científica
Observación: el trabajo puede desarrollarse en grupo, pero cada estudiante elabora un gráfica con ángulos diferentes.
Actividades:
En la hoja dibuje una circunferencia de radio 10 cm en un plano cartesiano. En adelante 10 cm será considerado la unidad.
Divida mentalmente la unidad (es decir los 10 cm) en décimas y centésimas según la cuadrícula.
Dibuje un ángulo central. Marque el origen del plano (O).
Marque el punto (P) de intersección entre el ángulo central y la circunferencia.
Dibuje los siguientes segmentos de recta y mídalos (figuras No. 2 y No. 3)
Desde el punto de intersección P hasta el eje x (punto Q)
Desde el punto de intersección P hasta el eje y (punto R)
Trace una línea tangente (vertical) a la circunferencia en el extremo derecho (punto S) y prolongue el ángulo hasta que se corten las dos líneas y señale dicho punto (punto T). Pinte el segmento que va desde el punto indicado T hasta el extremo derecho de la circunferencia S.
Utilizando el diagrama del paso anterior pinte y mida el segmento que va desde el punto T hasta el centro de la circunferencia O.
Haga lo mismo de los dos pasos anteriores pero dibujando la línea tangente en el extremo superior (horizontal) de la circunferencia.

Utilice la calculadora para hallar el valor de las seis funciones trigonométricas del ángulo dibujado en la circunferencia.
Analice los valores encontrados con la calculadora y las longitudes de los segmentos dibujados y saque conclusiones.

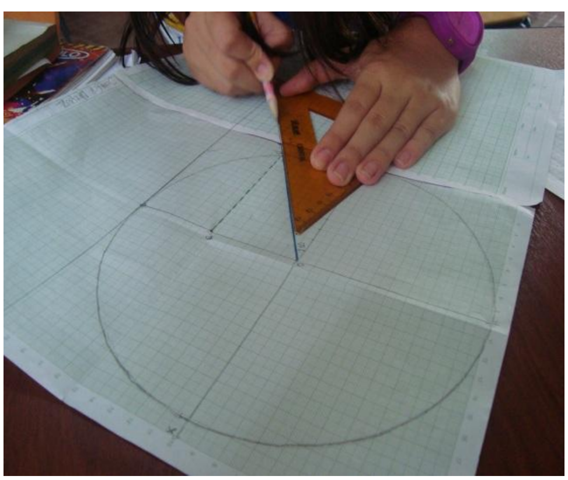
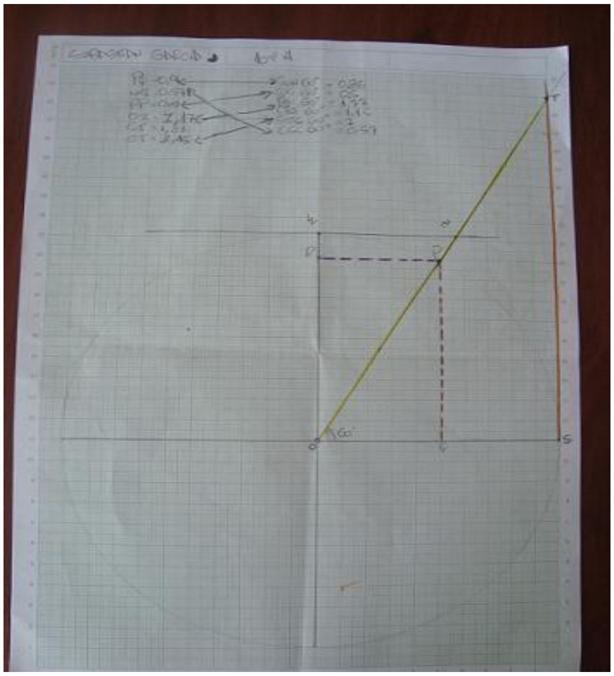


Figura No. 2: construcción de Líneas Trigonométricas



No. 2: Líneas Trigonométricas

Conclusiones y recomendaciones

Un laboratorio matemático propone un reto didáctico al docente, mantener en permanente acción al estudiante, desarrollando la actividad de manera recreativa, lúdica o experimental a través de la manipulación de materiales con el objetivo de crear un ambiente que permita “Hacer Matemáticas”. Para generar estos ambientes en necesario crear el hábito de la realización de actividades manipulativas (laboratorios matemáticos) y no hacerlo en forma esporádica como elemento de motivación únicamente.

En la experiencia presentada se logró evidenciar en los estudiantes un alto grado de participación en clase, aplicación de conocimientos generales adquiridos con anterioridad, un buen trabajo colaborativo y de socialización, desempeño de roles en los grupos de trabajo y un cambio positivo en el ambiente del aula (mayor participación, motivación y buena actitud).

Aunque los resultados son parciales y faltan estudios más profundos sobre la aplicación de la metodología, se puede pensar que los Laboratorios Matemáticos son una alternativa adecuada para la enseñanza de la matemática desde un modelo de pedagogía activa, que ayuda a crear elementos que facilitan la construcción de diferentes formas de pensamiento matemático, además de permitir el desarrollo de habilidades y valores individuales y sociales fundamentales en el proceso de formación.

**Referencias Bibliográficas**

Bruno D’Amore (2006). Didáctica de la Matemática. Universidad de Bologna, Italia. Editorial Didácticas Magisterio.

Lineamientos curriculares (1999). Nuevas tecnologías y currículo de Matemáticas. Áreas Obligatorias. Ministerio de Educación Nacional. Santafé de Bogotá, Colombia. Cooperativa Editorial Magisterio.

Laboratorio de Matemáticas (2008). Facultad de Matemáticas. Universidad complutense de Madrid. España. Recuperado el 3 de Julio de 2011, de http://www.mat.ucm.es/~angelin/labred/

Laboratorios Matemáticos. Recuperado el 1 de Julio de 2011, de http://www.epsilones.com/paginas/p-laboratorio.html.

Arce, Jorge (2006). Colombia Aprende. Laboratorio de Matemáticas. Instituto de Educación y Pedagogía, Universidad del Valle. Recuperado el 28 de Junio de 2011, de http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/article-110341.html.

# PO-09 RECREACIÓN DEL RAZONAMIENTO GEOMETRICO DE LOS ESTUDIANTES CON GEOGEBRA[13]

**Juan Guillermo Arango Arango**
Ingeniero civil. Especialista en didáctica de las ciencias básicas con énfasis en matemáticas y física
Profesor asistente del Instituto Tecnológico Metropolitano
Chair del Instituto GeoGebra de Medellín
juanarangoa@itm.edu.co

**John Jairo García Mora**
Licenciado en educación de la tecnología. Especialista en docencia Universitaria
Especialista en gestión energética industrial
Docente Asociado del ITM
Líder de la línea de investigación: nuevas tecnologías aplicadas a la educación del ITM
jhongarcia@itm.edu.co

**RESUMEN**

Presentamos las habilidades que un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA) con GeoGebra como mediador facilitan durante el desarrollo del pensamiento geométrico en los estudiantes.
Como DOCENTES DEL TERCER ENTORNO[14] hemos diseñado objetos virtuales de aprendizaje con la geometría dinámica de GeoGebra, ese nuevo entorno es el espacio donde nos vemos obligados a nuevas alternativas al enseñar geometría y confiamos enel uso de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación (TIC).

PALABRAS CLAVE: GeoGebra, TIC, Interactividad, aleatoriedad, autoaprendizaje, Web 2.0.

**ABSTRACT**

This paper Introducing the skills a Virtual Learning Object (OVA) with GeoGebra as a mediator in facilitating the development of geometric thinking in students.
How TEACHERSOF THE THIRDENVIRONMENT as we designed virtual learning objects with dynamic geometry of GeoGebra, this new environment is the space where we are forced to new alternatives to teach geometry and we hope in theuse of new Information and Communication technology (ICT).

Key Words: GeoGebra, ICT, Interactivity, randomness, self-learning, Web 2.0.

---

[13] Apoyo al proyecto “Estudio comparativo del impacto en el rendimiento académico de las matemáticas Medellín-Duitama, mediante el uso de las TIC como elementos estratégicos en la enseñanza”, inscrito en el Centro de Investigación del Instituto Tecnologico Metropolitano. Actualmente en curso.

[14]*El segundo entorno (Pólis) y tercer entorno (Telépolis) son dos conceptos utilizados por el filósofo español Javier Echeverría que le permiten describir el tránsito hacia la extraña y nueva realidad, que por contraste es artificial, casi virtual. “Las nuevas tecnologías de la información y las comunicaciones (TIC) posibilitan la emergencia, el desarrollo y la expansión a nivel global y local de un nuevo espacio social, el tercer entorno (espacio electrónico, mundo digital, etc.)”, (Echeverría, 2007, pág. 69)*

**Introducción**

Al hablar de TIC generalmente se hace referencia a la web 2.0. y más recientemente a la web 3.0, lo que podemos traducir en códigos TIC una revolución dentro de la misma Internet, un salto significativo desde la llamada web 1.0 que caracterizó a los años 90.

Fue Tim O'Reilly[15] quien en el 2004 creó el término web 2.0 con el que se hace referencia a una nueva versión de la red de redes en la cual los usuarios se transforman en productores de contenidos accediendo a múltiples servicios en línea diseñados para favorecer la colaboración y el intercambio.

La web 2.0 se traduce en un cambio que desafía los conceptos tradicionales de los medios masivos de comunicación debido a que sus usuarios son genuinamente activos, es la característica primordial de este nuevo paradigma comunicacional, que representa lo opuesto a la unidireccionalidad de la comunicación.

La web 2.0 en educación significa un modelo en el que la información fluye en múltiples dimensiones, fenómeno frente al cual la enseñanza no puede permanecer al margen, los docentes del tercer entorno emplean espacios en línea como Blogger, Wikipedia o YouTube característicos de la web 2.0 y constituyen una inmejorable oportunidad para las prácticas escolares.

El impacto de las TIC en el aprendizaje es una medición a mediano plazo por ser de tipo cualitativo según un estudio presentado por Elena Martín[16] de la Universidad Autónoma de Madrid, normalmente las TIC tienen efectos cualitativos debido a sus características implícitas, estas se resumen así:

Se hace necesario que el docente planifique lo que ha de realizarse, no se puede improvisar, debe existir una organización del trabajo a realizar.

Interactividad
Dinamismo, los procesos deben ser observados, analizados y retroalimentados, las TIC permiten que ello se realice en tiempo real u online según las herramientas empleadas.
Multimedia: los recursos multimedia permiten integrar, complementar, ejemplificar. Esto demanda desarrollar la capacidad de generalización.
Hipermedia: el hipertexto supone una ruptura de la secuencialidad 3 y exige una capacidad diferente de parte del rol del lector. Facilita la autonomía pero simultáneamente demanda una capacidad de concentración mayor.
Conectividad: la noción de trabajo en red jerarquiza la importancia del trabajo grupal, supone una distribución de la inteligencia y un replanteo de las formas tradicionales de trabajo.

Los docentes de geometría del tercer entorno usan procesadores geométricos como GEOGEBRA, que permite diseñar sencillas páginas con actividades dinámicas e interactivas que atrapan el interés

[15] Nacido el 6 de junio de 1954 en Cork (Irlanda) es fundador y presidente de O'Reilly Media (editorial anteriormente denominada O'Reilly&Associates). Es un fuerte impulsor de los movimientos de software libre y código abierto, así como uno de los autores del concepto Web 2.0 y participante en el desarrollo del lenguaje Perl.

[16] Citado por Graciela Paulo Caldeiro en: http://educacion.idoneos.com/index.php/Educaci%C3%B3n_y_Nuevas_Tecnolog%C3%ADas/El_impacto_de_las_TICs_en_la_escuela#footnote-2

de los habitantes del tercer entorno y deben incluir los efectos cualitativos enumerados en el párrafo anterior.

Una clase magistral no puede enmarcarse en los códigos del tercer entorno puesto que todos los docentes y dicentes deben ser agentes activos. Es un canal de comunicación múltiple, se trata de ambientes colaborativos de aprendizaje para evitar que “Muchas personas desarrollan en su vida escolar actitudes negativas hacia las matemáticas… lo cual obedece principalmente al nivel de abstracción de su discurso cotidiano” (Bolívar 2007).

Este cambio de paradigma apoyado con GEOGEBRA, permite abordar y transmitir conocimiento de forma interactiva y dinámica, haciendo el proceso de enseñanza-aprendizaje más fructífero,atrayente y recreativo para el estudiante; donde es él el centro del sistema, y el docente es quien debe propiciarle nuevas metodologías que le permitan motivarlo y acercarlo al conocimiento, desarrollando en él competencias para el auto-aprendizaje, la crítica constructiva y el aprendizaje constructivo y colaborativo.
Los ambientes de aprendizaje dinámicos son un conjunto de condiciones que se articulan para facilitar los procesos de apropiación del conocimiento, esa apropiación se logra en la medida de que permita modelar geométricamente partiendo de exploración de las ideas concebidas en los diseños preliminares y que, mediante el razonamiento permita analizar conjeturas del diseño, definir formas o funcionalidades, su argumentación e incluso la demostración de un evento geométrico.

**Recrear la geometría y el razonamiento del estudiante con ova.**

Sin desconocer la importancia que una demostración geométrica con cierto nivel de rigurosidad sustentada desde postulados axiomáticos y teoremas formales tiene al momento de profundizar el saber geométrico de los estudiantes, incluyendo sus razonamientos lógico-deductivos, al interior del grupo GNOMON de la Facultad de Ciencias Básicas del Instituto Tecnológico Metropolitano se promovió la tarea de diseñarestrategias que facilitasenexperiencias de exploración, de descubrimiento y de comprensión de la geometría, sus propiedades y sus leyes.

Se diseñaron Objetos Virtuales de Aprendizaje para que los estudiantes descubriesen y razonaran acerca delas características constructivas y algebraicas de familias de curvas parabólicas, elípticas e hipérbolas entre otras. Figura 1.

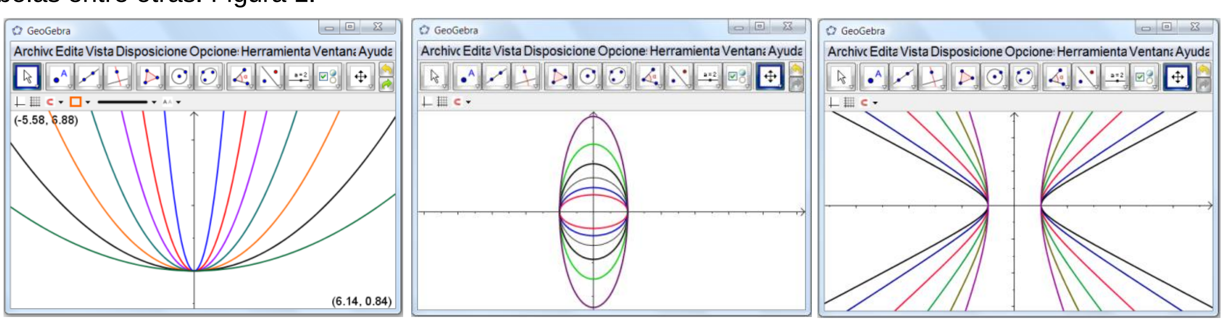



**Figura 1. Familias de curvas en GeoGebra: a) Parábolas b)Elipses c) Hipérboles**

Se busca con los OVA potenciar, simultánea o individualmente y apuntando hacia el mismo objetivo habilidades de tipo:

Visuales.Se considera que el 80% de la información que se le suministra al ser humano entra por la vista, a través de la observación se van estableciendo representaciones visuales externas e internas además, de las relaciones intra e interfigurales de los objetos físicos.

En este aspecto, la GESTHALTHERIE nos ilustra con algunas de sus leyes y nuestros Objetos Virtuales de Aprendizaje diseñados incluyeron:

Formas geométricas que representasen funciones modificables por medio de deslizadores (principal herramienta interactiva de GeoGebra) con los que se pretendía que los estudiantes reconociesen su forma básica y, que al alterar su estructura pudiesen reconocer ese cambio en una ecuación general de las secciones cónicas como podemos observar en la figura 2, OVA diseñada para el trabajo con sesiones cónicas.

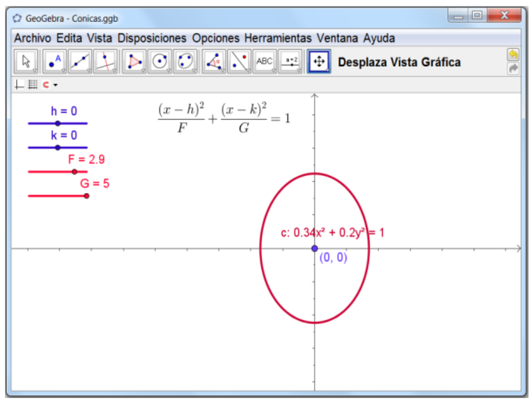



**Figura 2. Interactividad para secciones**

La estimación de coordenadas de datos de una función con referencia a segmentos lineales o respecto a otros segmentos paralelos de cierre en una figura plana cerrada. Ver figura 3.

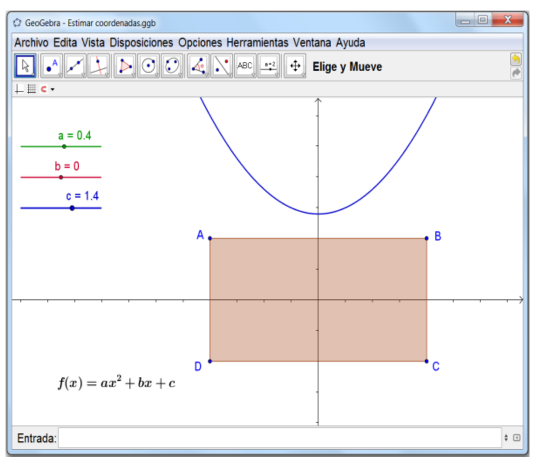



**Figura 3. Applet diseñado para estimar medidas e intersecciones**

La distinción de formas principales de las secundarias en un forma de complejidad media, es lo denominado jerarquización. Ver figura 4.

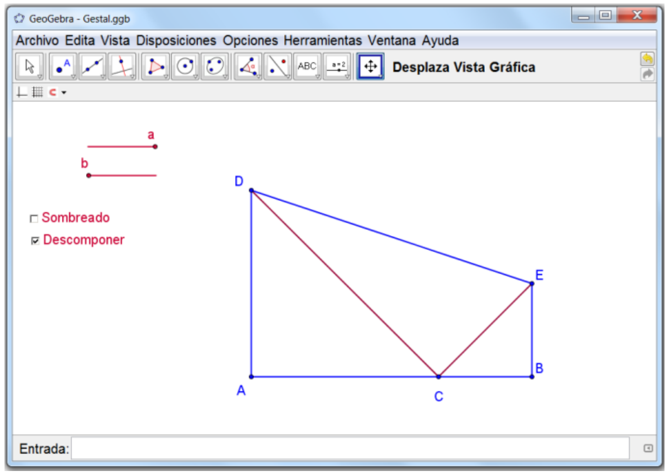



**Figura 4. Diseño para jerarquizar formas primarias y secundarias**

Las modificaciones que la textura y el color pueden influir en el reconocimiento de una forma geométrica, la movilidad o el orden de las superficies en los objetos. Ver figura 5.

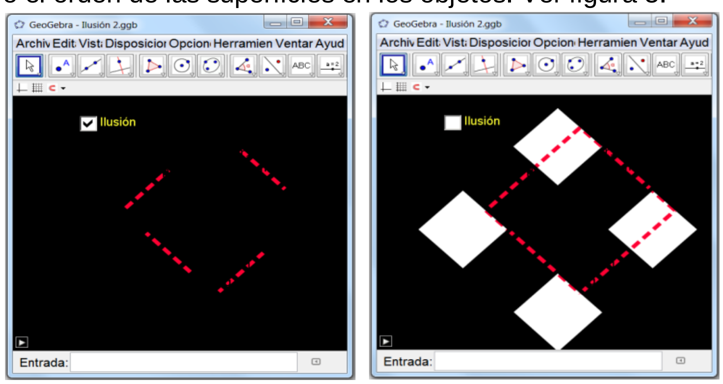



**Figura 5. Diseño ilusorio con texturas y pregnancia**

Comunicativas. La relación del lenguaje de los símbolos matemáticos y el lenguaje cotidiano para justificar las relaciones intra e interfigurales, en la figura 6 el texto del cuadrante I motiva al estudiante a describir en su lenguaje cambios observados.

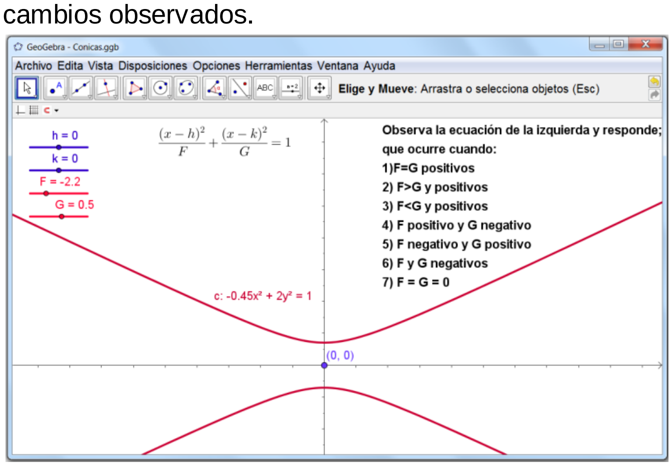



**Figura 6. Diseño con evaluación incluida**

Representativas. La interactividad de los deslizadores permitió observar las variaciones de los dibujos, esquemas, gráficos y construcciones. Ello permite que se puedan reconocer propiedades geométricas y asignar a cada elemento la simbología propia de la geometría, y exteriorizar los conceptos teóricos y las deducciones construidas en pantalla.

Lógicas. Con el conocimiento del manejo de comandos y apoyándose en un razonamiento geométrico se realizan construcciones con sentido y las alternativas que brinda la interactividadse puede argumentar inductiva o deductivamente.

Aplicativas. Mediante la resolución de problemas en las que se utilice la geometría, ya sea problemas de la geometría misma, de otras ciencias para la explicación de algún fenómeno o de la vida cotidiana.

Con los OVA se busca incentivar a docentes a ingresar en el tercer entorno a través del diseño e implementación de ellos en sus ambientes de enseñanza y aprendizaje, a mostrar cómo los OVA pueden ayudar al razonamiento matemático.

Impulsamos la presentación las alternativas de variabilidad de las funciones matemáticas de manera agradable para los profesores y estudiantes mostrando algunos ejemplos de OVA con sus características de aleatoriedad e interactividad y evaluación.

**Logros al trabajar geometría con ova.**

Realizando un paralelo entre la geometría sin TIC y con las OVA diseñadas resumimos algunos de los logros obtenidos con nuestro trabajo:

| Característica | Geometría Tradicional | Geometría con OVA |
|---|---|---|
| Representacióngráfica de objetos o formas geométricas | Dibujo a mano alzada con desproporciones y deformaciones evidentes | Habilidad con el ordenador |
| Requerimientos teóricos de conceptos geométricos | Acompañados de material impreso y demostraciones | Guías de trabajo a través de referencias electrónicas y Applets |
| Realización de trabajo independiente | Elaboraciones graficas caracterizadas por incumplimiento de su realización | Interacción permanente con el blog del docente y su correo, feedback inmediato |
| Elaboración de relaciones geométricas de objetos | La guía de construcción debe ir acompañada de la respectiva demostración | Habilidad para ubicar y seguir las instrucciones en el software de turno |
| Exploración geométrica en el plano | Estática: cada nueva característica requiere demasiado tiempo para nuevas construcciones | Dinámica: Admite construir y explorar objetos geométricos de forma interactiva como puntos, rectas, triángulos, polígonos, círculos y otros. Traslada, amplía, reduce y gira los objetos geométricos respecto a su centro o a un punto especificado |
| Exploración de las cónicas | Estática: determinada por láminas en fotocopias y proyectores a discreción del docente | Dinámica: permite la interactividad mediante el cambio de parámetros lo que se |

| | | |
|---|---|---|
| | | traduce en nuevos interrogantes |

Los resultados obtenidos con los OVA en geometría corroboran la afirmación de lo descrito en el informe de la UNESCO de 1998 en lo educativo:

“Existen indicios de que esas tecnologías podrían finalmente tener consecuencias radicales en el proceso de enseñanza y aprendizaje clásico. Al establecer una nueva configuración del modo en que los maestros y los educandos pueden tener acceso a los conocimientos y la información, las nuevas tecnologías plantean un desafío al modo tradicional de concebir el material pedagógico, los métodos y los enfoques tanto de la enseñanza como del aprendizaje”

**Referencias bibliográficas**

http://www.eduteka.org/. (2008). Recuperado el viernes de octubre de 2010, de http://www.eduteka.org/modulos.php?catx=8&idSubX=251.

ARCEO, F. D. (20 de Octubre de 2003). Revista electronica de investigación educativa. Recuperado el 20 de Junio de 2010, de http://redie.uabc.mx/vol5no2/contenido-arceo.html
BOLÍVAR, C. C. (2007). Las tic`s y las ciencias naturales como herramientas de mediación en el aprendizaje matemático. Docencia Universitaria, 85-97.

BRIONES, G. (1996). Metodología de la investigación cuantitativa en las ciencias sociales. Santafe de Bogotá, Cundinamarca, Colombia: Arfo.

DEDE, C. (2000). Aprendiendo con tecnologìa. (G. Vitale, Trad.) Buenos Aires, Buenos Aires, Argentina: Paidós.

ECHAVARRIA, J. (1999). Los señores del aire: telépolis y el tercer entorno. Barcelona: Destino.

FERNÁNDEZ, J. D., Duitama, J. F., & L., J. D. (2009). Revisión de la literatura en el marco de un proyecto para la validación de estrategias de aprendizaje de la geometría en ambientes apoyados en TIC. Revista Virtual Universidad Católica del Norte(27), 1-18.

JARAMILLO, P. (2005). Uso de tecnologías de información en el aula. ¿Qué saben hacer los niños con los computadores y la información? Revista de Estudios Sociales (20), 27-44.¿Qué saben hacer los niños con los computadores y la información? Revista de Estudios Sociales(20), 27-44.

LÓPEZ, G. A. (2002). La tecnología de la información y la comunicación (Tic) como mediadora de los procesos de enseñanza.aprendizaje: una aproximación desde la práctica. Tevista Universidad EAFIT, Julio, Agosto, Septiembre(127), 29-39.

SANCHEZ, J. H. (2001). Aprendizaje visible, tecnología invisible. Santiago: Dolmen Ediciones.

TORRES, C. d. (2005). Matemáticas a través de las tecnologías de la información y la comunicación. Revista IberoAmerica de Educación Matemática(3), 101-103.

UNESCO. (2008). Las tecnologías de la información y la comunicación en la formación docente: Guía de planificación. UNESCO. Uruguay: Ediciones Trilce.

# PO-10 SOLUCIÓN DE ECUACIONES DIFERENCIALES NO HOMOGÉNEAS POR EL MÉTODO DE LOS OPERADORES INVERSOS

**Jorge E. Agudelo Quiceno**
Ingeniero Civil. Magister en Matemáticas
Profesor Asistente ITM
jorgeagudelo@itm.edu.co

**Yolanda Álvarez Ríos**
Matemática. Magister en Ciencias Económicas
Profesor Asistente ITM.
yolandaalvarez@itm.edu.co

**RESUMEN**

Para optimizar el tiempo invertido en la búsqueda de la solución de una ecuación diferencial de la forma donde es un operador diferencial lineal con coeficientes constantes y una función polinómica, exponencial, sinusoidal o una suma o producto finito entre ellas, el método de los operadores inversos es más eficiente pues, éste consiste en efectuar operaciones de derivación y de integración de una manera ágil, con la ventaja frente a los dos métodos tradicionales de no conocer de antemano la solución complementaria de la ecuación diferencial.
El objetivo central de este trabajo es mostrar la manera como se utiliza el método para encontrar la solución particular de una ecuación diferencial no homogénea con coeficientes constantes, motivar el uso del mismo en el aula de clase y establecer las ventajas que tiene frente al método de los coeficientes indeterminados y al de la variación de parámetros.

Palabras Clave: Operador inverso, ecuación diferencial, solución.

**ABSTRACT**

To maximize the time spent in the search for the solution of a differential equation of the form where isa linear differential operator with constant coefficients and a polynomial function, exponential , sinusoidal or a sum or finite product, the method of inverse operator is more efficient because it consist in perform operations of derivation and integration in an agile way and has the advantage over the two traditional methods of not requiring the solution complementary of the differential equation.

The main objective of this paper is to show the virtues of the method of inverse operators in front of the traditional ones

Key Words: Inverse operators, differential equation, solution

**Introducción**

Este trabajo pretende socializar los resultados del proyecto de investigación “Estrategias didácticas para la enseñanza y el aprendizaje significativo del Cálculo” desarrollado en el grupo de investigación Davinci del ITM.

El objetivo principal es establecer un puente que permita transitar fácilmente del Cálculo a la solución de una ecuación diferencial, pues la diferenciación y la integración son operadores que así lo permiten.

Los métodos que generalmente se emplean en un curso de Ecuaciones Diferenciales para encontrar la solución particular de una ecuación diferencial lineal con coeficientes constantes son, el método de los coeficientes indeterminados y el de la variación de parámetros.

El primero de ellos sólo permite resolver aquellas ecuaciones diferenciales en las que la parte no homogénea corresponde a una función polinómica, exponencial, sinusoidal o una suma o producto finito entre estas; una variación de este método es el del Anulador, el cual no puede confundirse con el de los operadores inversos. El segundo, es más general, pues permite resolver no sólo los casos antes descritos, sino también aquellos en los cuales la parte no homogénea corresponde a cualquier tipo de función.

La fortaleza del método de los operadores inversos es la rapidez con la que se obtiene la solución particular. En este trabajo se parte de una definición y unas propiedades de los operadores que permiten resolver ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes de una manera más ágil que los métodos mencionados.

**Definición y propiedades del operador inverso**

Definición. Dada la ecuación diferencial lineal con coeficientes constantes, se define el operador inverso — como el operador tal que es una solución particular de la ecuación diferencial.

Los operadores diferenciales lineales con coeficientes constantes se comportan como cantidades algebraicas, por ende, se pueden multiplicar o factorizar y obedecen las leyes conmutativa, asociativa y distributiva como lo hacen estas cantidades.

De otro lado, todo operador diferencial lineal puede escribirse como

En efecto,

Así, al definir y se obtiene el resultado.

Propiedades. Sea un operador diferencial lineal con coeficientes constantes. Entonces,

.

Sea y sea , entonces —

Sea y sea , entonces

Sea un intervalo abierto en , sea y sea , entonces

Sea tal que su término independiente es distinto de 0 y sea un polinomio de grado , entonces donde es el operador diferencial lineal que se obtiene al efectuar el cociente entre 1 y y en el cual se toman tantos términos de acuerdo al valor de .
Sea y sea tal que

,

Entonces y .

Sí , y son reales, entonces y

.

Sí , entonces y .

y donde es un polinomio.

**Ejemplificación del método**

Este primer ejemplo es un caso típico de variación de parámetros.

Sea la ecuación diferencial

la cual puede expresarse como

La solución de esta ecuación por el método del operador inverso es

Aplicando la propiedad 3 con el operador inverso se obtiene

Que al integrar conduce a

Aplicando ahora la misma propiedad con el operador inverso se tiene finalmente

Que al integrar conduce a

Solución que se obtiene como se mencionó antes, por el método de la variación de parámetros el cual, como se puede comprobar, requiere de encontrar soluciones de ecuaciones polinómicas, realizar procesos de integración y derivación y plantear y resolver sistemas de ecuaciones.

Se observa además que, aunque por la definición de operador inverso, el método se emplea para encontrar la solución particular de una ecuación diferencial, en algunos casos como el del ejemplo anterior, éste permite obtener la solución completa.

Como segundo ejemplo, considere la ecuación diferencial

La cual puede resolverse utilizando el método de los coeficientes indeterminados, que implicaría además de procesos largos de derivación, el planteamiento y resolución de un sistema de ecuaciones 2 2 para la parte correspondiente a y de un sistema de ecuaciones 4 4 para la parte correspondiente a .

Para utilizar el método del operador inverso, ésta debe escribirse como

De esta manera, la solución particular está dada por

Lo que es equivalente a

Por la propiedad 7

Ahora, por las propiedades 4, 9, 2 y 5, aplicadas en ese orden se tiene que

Así, con los resultados obtenidos se sigue que

**Referencias**

Agudelo, J. & Álvarez, Y. (2009). Cálculo Integral. Guía de trabajo independiente. Medellín: Fondo editorial ITM.

Henao, D. & otros. (1983). Ecuaciones Diferenciales. Medellín: Editorial Eafit.

Mercado, N. (1994). Ecuaciones Diferenciales para Ingeniería. Medellín: Fondo editorial cooperativo.

Murray, R. (1983). Ecuaciones Diferenciales Aplicadas (3 ed.). México: Prentice-Hall.

# PO-11 CONSIDERACIONES PARA EL DISEÑO DE PRUEBAS ESCRITAS EN EL CONTEXTO DE FORMACIÓN POR COMPETENCIAS DEL INSTITUTO TECNOLÓGICO METROPOLITANO[17]

**María Cristina González Mazuelo**
Ingeniera Civil
Docente auxiliar Instituto Tecnológico Metropolitano. Medellín
mariagonzalez@itm.edu.co

**Juan Guillermo Paniagua Castrillón**
Ingeniero mecánico. Magister en educación y desarrollo humano
Docente asistente Instituto Tecnológico Metropolitano. Medellín
juanpaniagua@itm.edu.co

## RESUMEN

Generalmente cuando se presenta un fracaso reiterado de los estudiantes en las evaluaciones escritas rara vez se cuestiona el instrumento de evaluación, a pesar de ser este último una parte constitutiva de la evaluación, y que como tal, puede incidir en los resultados obtenidos por los estudiantes en dichas evaluaciones. Es así que, con este trabajo, se hará una reflexión sobre el diseño de evaluaciones escritas, presentándolas como un proceso intencionado y planeado que conduce a evidenciar el aprendizaje de los estudiantes. Igualmente se pretende presentar algunos aspectos a tener en cuenta para el diseño de pruebas escritas, relacionados con la concepción del instrumento de evaluación, su dimensionamiento, su estructura y redacción de los enunciados, teniendo como referencia el modelo pedagógico institucional del Instituto Tecnológico Metropolitano.

Palabras clave: Evaluación, diseño, matemáticas.

## ABSTRACT

When there is a repeated failure of students in written evaluations it is rarely questioned the assessment tool, despite the latter being a constituent part of the evaluation, and as such can influence the results obtained by students. Thus, in with this work we will analyze the design of written evaluations, presenting them as a deliberate and planned process that leads to evidence the student´s learning. Also aims to present some aspects to consider for the design of written evaluation relating with the concept of an assessment tool, its size, structure and wording of statements, taking as reference the institutional pedagogical model of Instituto Tecnológico Metropolitano.

Key words: Evaluation, design, mathematics

## Introducción

El fracaso de los estudiantes cuando son sometidos a las evaluaciones escritas, específicamente en los cursos relacionados con las matemáticas, se ha atribuido a diversas causas. Desde el punto de vista del docente, el motivo de este fracaso tiene que ver con deficiencias en la preparación de los

[17] Este trabajo hace parte de las estrategias generadas como resultado del proyecto de investigación Estrategias didácticas para la enseñanza y el aprendizaje significativo del cálculo, adscrito al grupo de investigación Da Vinci, del ITM. Institución Universitaria.

estudiantes para este tipo de evaluaciones; en otras ocasiones, se atribuye al estado de ansiedad que las evaluaciones escritas le generan al estudiante. Sin embargo, rara vez se cuestiona el diseño de la evaluación como tal, el cual puede incidir considerablemente, en los resultados obtenidos por los estudiantes en dichas evaluaciones.

Tal y como lo señala Perassi (2009): “Las culturas de la evaluación, vigentes en todas las instituciones educativas, constituyen tramas estratégicas, favorecedoras u obstaculizadoras del surgimiento del fracaso escolar […] Frente al fenómeno del fracaso escolar, la evaluación se pone “bajo sospecha”, se coloca como tema de debate e incluso llega a percibirse como una amenaza”. De esta forma, este trabajo trata sobre el diseño de evaluaciones escritas, considerada ésta como un proceso intencionado y planeado con el que se busca evidenciar el aprendizaje de los estudiantes. De ahí que, en el diseño, se aborden aspectos relacionados con la concepción del instrumento de evaluación, el dimensionamiento del mismo, su estructura y el uso del lenguaje en el momento de redactar los enunciados.

El desarrollo de este trabajo se hará en el contexto de los cursos de cálculo diferencial e integral. Sin embargo, los aspectos tratados pueden hacerse extensibles a otras asignaturas o áreas del saber. Igualmente cabe advertir que esta propuesta está enmarcada en el modelo pedagógico del Instituto Tecnológico Metropolitano (ITM) de la ciudad de Medellín, basado en el trabajo por competencias.

Para finalizar, se espera que en esta propuesta el docente encuentre un espacio de reflexión en cuanto al diseño de evaluaciones se refiere, que conduzcan a la obtención de resultados satisfactorios y confiables al momento de valorar el aprendizaje de sus estudiantes.

¿Qué es evaluar el rendimiento académico en el contexto del ITM?

En el artículo 74 del reglamento estudiantil, se define la evaluación del rendimiento académico como un proceso integral, continuo, acumulativo, racional, científico, cooperativo y ético, que busca apreciar las aptitudes, actitudes, conocimientos y destrezas del estudiante frente a un determinado Programa de Formación Académica, y un seguimiento permanente que permite establecer el cumplimiento de los objetivos educacionales o competencias académicas.

**Clasificación de la evaluación según su propósito y temporalidad.**

La evaluación se clasifica de acuerdo con su propósito y el momento del proceso de enseñanza en el cual se realiza en diagnóstica o inicial, formativa o procesual y acumulativa o final. *La evaluación diagnóstica* tiene como propósito ubicar al estudiante en relación con unos factores preestablecidos y recoger información sobre conocimientos previos, necesarios para la planeación de las estrategias de enseñanza. En *la evaluación formativa* lo que se pretende es mejorar el proceso de aprendizaje ofreciendo una retroalimentación inmediata. En ésta también se puede identificar los problemas existentes en la relación enseñanza - aprendizaje y qué ha aprendido el estudiante hasta el momento de aplicación de este tipo de evaluación. Por último, *la evaluación acumulativa o final* tiene como objetivo determinar el logro de los aprendizajes en relación con las competencias planteadas en el curso correspondiente y asignarle una calificación.

Una de las formas o instrumentos que se usan en el proceso evaluativo para cualquiera de los propósitos señalados anteriormente son las pruebas o *exámenes escritos*. Estas son un instrumento de evaluación que permite evidenciar los conocimientos adquiridos por los estudiantes. Las pruebas escritas se encuentran divididas en unidades llamadas ítems, los cuales pueden plantearse como preguntas, ejercicios o situaciones problema.

Así, en este trabajo se hace énfasis en las pruebas escritas como un instrumento dentro de la categoría de la evaluación acumulativa o final, cuyo propósito es evidenciar y valorar el logro, por parte de los estudiantes, de las competencias establecidas en los currículos de cada una de las asignaturas que hacen parte de los planes de estudio de los diferentes programas.

¿En qué consiste el diseño de una prueba escrita?

Es un proceso intencionado en el cual el docente planea el instrumento de evaluación, de acuerdo con unos objetivos muy claros y establece los ítems con los cuales pretende evidenciar el aprendizaje de sus estudiantes. De esta forma los contenidos temáticos deben organizarse coherentemente alrededor del objeto de conocimiento a evaluar, de tal manera que potencialicen y faciliten la variabilidad y riqueza de los ítems que conforman el instrumento. En el diseño de pruebas escritas para el área de ciencias básicas se deben incluir ítems que evidencien la adquisición de las tres habilidades lógico matemáticas: la comprensión de los conceptos matemáticos, la ejecución de algoritmos y la solución de problemas de modo organizado.

Es de resaltar que en el diseño de evaluaciones escritas la intención sobre lo que se pretende evidenciar juega un papel fundamental, puesto que es ésta la que orienta el proceso y a partir de la cual se establecen los aspectos a considerar para la selección de los ítems.

**Consideraciones para el diseño de una prueba escrita**

El primer paso para el diseño consiste en establecer los objetivos con relación a la evaluación curricular. Esto facilita la elaboración del instrumento. Estos deben estar propuestos en términos de conductas visibles, expresadas en los indicadores de logro, las cuales representen las capacidades concretas que el estudiante debe desarrollar. En la figura 1, se presenta un ejemplo de la selección de un ítem de acuerdo a la competencia y su correspondiente indicador de logro:

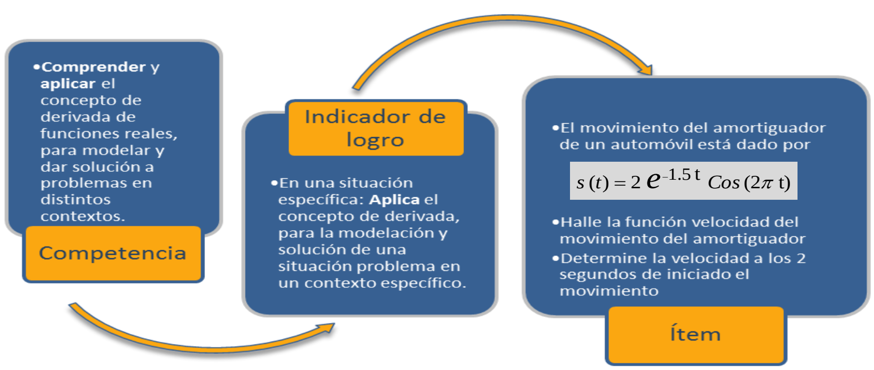



Figura 1. Ejemplo de diseño de un ítem

Aspectos a considerar en el diseño de pruebas escritas

Adicional al establecimiento de los objetivos de la prueba y la claridad en los aprendizajes que se pretenden evidenciar, existen otros aspectos que hay que tener presentes en el momento de elaborar una prueba escrita, cuya consideración, relevancia e incidencia depende exclusivamente de la intencionalidad de la prueba, esto es, de lo que se espera que el estudiante muestre en relación con su aprendizaje.

Estos aspectos se pueden organizar de acuerdo con las siguientes categorías: aspectos relacionados con la concepción de la prueba, su dimensionamiento, su estructura y la redacción de los enunciados.

**Concepción.**

Este aspecto tiene que ver con la coherencia entre el objetivo y el ítem. La evaluación debe ser coherente consigo misma y con el proceso curricular en el que está inscrita. Es así, como debe concebirse desde las competencias propias de cada objeto de formación, cuya adquisición y/o desarrollo, por parte de los estudiantes, se evidencia en conductas especificadas en los indicadores de logro.

El alcance de la evaluación en relación a los objetivos.

La intención sobre lo que se quiere evidenciar debe estar muy clara, puesto que, en algunas ocasiones, la inadecuada selección de los ítems y posterior valoración, conduce a apreciaciones no confiables acerca de un aprendizaje que no guarda correspondencia con las competencias establecidas en los diseños curriculares.

El nivel de complejidad de la evaluación debe guardar relación con el nivel establecido en los objetivos.

Una de las quejas frecuentes de los estudiantes con respecto a las evaluaciones, es que el docente en su clase ejemplariza los conceptos con ejercicios prototipo de un nivel de complejidad bajo (fácil). En el trabajo independiente (T.I) conserva el nivel incluyendo uno que otro ejercicio más complejo y, en la evaluación, coloca ejercicios de un nivel muy alto (difíciles). En este caso lo recomendable es que el docente en el diseño de la prueba escrita conserve el nivel de complejidad establecido en su clase en coherencia con la intencionalidad de la prueba en relación con los objetivos.

Utilización de diferente formas de “recuperar” la información.

Es recomendable incluir en las pruebas ítems donde el estudiante extraiga la información necesaria para resolver un problema, en particular, de ilustraciones, tablas, gráficas y enunciados. Esto con el fin de que el docente, en las mismas pruebas, pueda verificar competencias de pensamiento, que en este caso son de tipo interpretativo.

El problema de las preguntas dependientes.

Es usual que en las pruebas se incluyan ítems cuya solución requiere información obtenida en otros ítems. Esto puede constituirse en un aspecto que induce el fracaso de los estudiantes en las pruebas escritas, puesto que si el estudiante tiene dificultades para resolver uno de los ítems, entonces no podrá dar respuesta al ítem dependiente, perdiendo una oportunidad para demostrar su aprendizaje en relación con un objetivo.

Incluir en el mismo instrumento ítems en donde se examinen los conceptos y se examine la destreza operativa.

Como se mencionó anteriormente, las pruebas deben incluir ítems que evidencien la comprensión de los conceptos, la ejecución de algoritmos y la solución de problemas de modo organizado.

**Dimensionamiento**

Este aspecto tiene que ver con la cantidad de ítems y el tiempo estimado para su ejecución.

El problema de las pruebas extensas con ítems redundantes.

Este se presenta cuando se incluyen en la prueba escrita varios ítems para apreciar la adquisición, por parte de los estudiantes, de un saber o una habilidad, quedando así la prueba demasiado extensa, donde es posible que el estudiante no alcance a desarrollarla en el tiempo asignado y evidenciar sus aprendizajes en relación con los objetivos establecidos para la prueba. Las pruebas escritas también pueden quedar muy extensas cuando se pretende verificar varios aprendizajes en un solo instrumento, esto es cuando se establecen varios objetivos para una prueba. En este caso se recomienda "optimizar los ítems" de tal forma que en un mismo ítem se pueda apreciar el logro de varios objetivos.

El problema de las pruebas cortas, cantidad insuficiente de ítems.

Al igual que las pruebas extensas con ítems redundantes, las pruebas cortas con una cantidad insuficiente de ítems, también se constituyen en un aspecto que puede influir de manera negativa en el desempeño de los estudiantes cuando se enfrentan a este tipo de pruebas, en la medida de que carecen de opciones mediante las cuales puedan dar cuenta de sus aprendizajes. Es posible que un estudiante se haya apropiado de un concepto, sin embargo, al carecer de ciertas habilidades no pueda demostrarlo con un tipo de ítem en particular, en ese sentido se le debe proporcionar otro tipo de ítem donde se le pregunte por el mismo concepto.

Se debe estimar el tiempo requerido por el estudiante para el desarrollo de la evaluación.

Una vez el docente concluya el diseño de su prueba escrita, debe verificar el tiempo que él tarda en desarrollarla, esto con el fin de hacer un estimativo del tiempo que pueden tardar sus estudiantes en realizarla. La relación del tiempo se puede hacer de forma proporcional y dependerá del conocimiento que el docente tenga de sus estudiantes en este aspecto. Una forma de obtener esta información es con el seguimiento, bien sea en los talleres que se hacen en clase o en las evaluaciones cortas.

**Estructura**

Este aspecto se refiere al orden y la presentación de los ítems dentro de la evaluación escrita.

El orden de las preguntas define la secuencia de los procedimientos que debe realizar el estudiante para dar respuesta a la misma.

A veces los estudiantes, en su proceso de aprendizaje, no logran apropiarse del orden que debe seguir en algunos procedimientos para resolver un problema en particular. En este sentido, con el orden de presentación de las preguntas dentro de un ítem, el docente puede inducir a sus estudiantes la secuencia que este debe seguir en su procedimiento para dar solución a un problema o ejercicio determinado.

Utilización de diferentes tipos de ítems o formas de preguntar, por ejemplo ítems verdadero y falso, de selección múltiple, completación o situaciones problema en contexto, entre otras.

Estos tipos de ítems son recomendables cuando se pretende evidenciar la comprensión de los conceptos y el desarrollo de la competencia de pensamiento argumentativa, esto último es posible siempre y cuando se le indique al estudiante dentro del ítem que justifique su respuesta.

**Redacción**

Este es un aspecto referido al uso del lenguaje en la instrucción o escritura del enunciado.

Utilización de códigos elaborados (Bernstein, 1964), es decir, términos propios de una disciplina o campo del saber, que no son "familiares" para los estudiantes.

Si bien, el estudiante durante su proceso de formación en una disciplina determinada debe adquirir el lenguaje propio de esta, es posible que en un principio este tipo de lenguaje no le sea comprensible. Si el docente durante las clases no lo lleva a que se familiarice con este lenguaje, el estudiante a pesar de haber apropiado y desarrollado un concepto, cuando se enfrente a la prueba escrita puede presentar problemas en la interpretación de los enunciados con el consecuente fracaso en la prueba. En este caso la recomendación es que durante el proceso de construcción de los conceptos, el docente socialice la terminología propia del saber que imparte y en coherencia con esto, sean redactados los enunciados de los problemas que se incluyen en las pruebas escritas.

Acompañar los enunciados de ilustraciones que ayuden a su interpretación y a la extracción de la información que es relevante.

Es conveniente acompañar los enunciados con ilustraciones que ayuden al estudiante a la interpretación de los mismos, siempre y cuando la elaboración de estas no forme parte de la intención de la prueba, específicamente cuando lo que se pretende es evidenciar la forma en que el estudiante interpreta un enunciado o el desarrollo de la competencia interpretativa.

"*La utilización de la mente para procesar lenguaje escrito (en particular, pruebas matemáticas) es un desarrollo evolutivo reciente, mientras que la utilización del cerebro para el procesado de información visual es mucho más antiguo, al depender la supervivencia de la propia especie del sistema visual: estamos mucho mejor equipados para analizar escenas e ilustraciones que lenguaje escrito. […] Nuestro desarrollo evolutivo nos ha proporcionado de una capacidad enorme de absorber una vasta cantidad de información mediante la acción visual instantánea y las matemáticas, a nivel docente, debe aprovechar esa cualidad y perfeccionarla" (Pérez, 2001)*

**Otras recomendaciones para la redacción**

Siempre y cuando la intencionalidad de la prueba lo permita se debe tener en cuenta evitar la inclusión de "distractores" gramaticales o información no relevante que no guarda correspondencia con el enunciado, la utilización de información redundante y los enunciados engañosos o innecesariamente complicados.

**Referencias bibliográficas**

Bernstein, B. (1964). *Elaborated and Restricted Codes.* En J. Gumperz and D. Hymes (eds). The Ethnography of Communication. American Anthropolidgist Special Publication 66, No. 6.

Chadwick, C. y Rivera, N. (1992). Evaluación Formativa para el docente. Ediciones Paidós Ibérica. España.

Clark, C.M. Y Peterson, P. (1986). Teacherr's thought Processes. En M.C Wittock (ed) Handbook of reseach on teaching. 3ª Ed. Nueva York.

Espinosa, Gabriel y Pardo, Myriam. (2000). La comprensión de lectura en la matemática. Revista educación y cultura. Junio. pp. 33-43. Colombia.

Joice, B (1980). Toward a theory of information processing in theaching. (Reseach Series No. 76) East Leasing MI: Institute for Reseach on Teaching. Michigan State University.

Luria, A. R. y Tsvetkova. (1981). La resolución de problemas y sus trastornos. Barcelona. Fontanela, pp.9.

Perassi, Z.(2009). ¿Es la Evaluación Causa del Fracaso Escolar?. Revista Iberoamericana de Educación .No.50. pp. 65-80.

Pérez C, P. (2001). Los Conceptos matemáticos: su Génesis y su Docencia. Cátedra Ambulante “Ciudad de Alcoy” Editorial Universidad Politécnica de Valencia. España.

Tyler, R. (1934) Constructing Achievement Tests, Columbus, OH, Ohio state University.

# PO-12 SISTEMATIZACIÓN DE LA INTERPRETACIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS A PARTIR DE LA ESTRUCTURA DEL LENGUAJE[18]

**María Cristina González Mazuelo**
Ingeniera Civil
Docente auxiliar Instituto Tecnológico Metropolitano. Medellín
mariagonzalez@itm.edu.co

**Juan Guillermo Paniagua Castrillón**
Ingeniero mecánico. Magister en educación y desarrollo humano.
Docente asistente Instituto Tecnológico Metropolitano. Medellín
juanpaniagua@itm.edu.co

## RESUMEN

Una de las dificultades que presentan los estudiantes en el aprendizaje de la matemática tiene que ver con la interpretación de enunciados de situaciones problema. Generalmente, estos recurren a asesorías en busca de apoyo para la interpretación y traducción de dichas situaciones, para su posterior resolución. Es allí cuando los docentes experimentan diferentes inconvenientes para orientarlos, en tanto que carecen de estrategias para ello, y optan por orientarlos bajo sus propias interpretaciones. Este condicionamiento hace que el estudiante no desarrolle adecuadamente la competencia interpretativa, lo cual se evidencia en los resultados obtenidos en las evaluaciones donde requiere su propia interpretación para dar solución a los problemas que se le plantean. Si bien la interpretación es personal, esto es, que ningún individuo puede interpretar una realidad por otro, se ofrecerá una alternativa que dote a los estudiantes de herramientas encaminadas a una mejoría en su proceso de interpretación de problemas matemáticos.

Palabras clave: Interpretación, lenguaje, Matemática.

## ABSTRACT

One of the difficulties presented by the students in the learning of mathematics has to do with the interpretation of statements of problem situations. Generally, the students rely on consultants for support for the interpretation and translation of these situations, for later resolution. That's when teachers experience different difficulties to guide them, with lack of strategies for this and choose to guide them under the consultant´s own interpretations. This constraint makes the student does not develop properly interpretative competences, showing these results mainly in assessments where is required to give their own interpretation solution to the problems. While the interpretation is personal, that is, no individual can interpret the reality for others, here is offered an alternative to endow students with tools aimed to improve their own processes of interpretation of mathematical problems.

Key words: Interpretation, Language, Mathematics.

[18] Este trabajo hace parte de las estrategias generadas como resultado del proyecto de investigación Estrategias didácticas para la enseñanza y el aprendizaje significativo del cálculo, adscrito al grupo de investigación Da Vinci, del ITM. Institución Universitaria.

## Introducción

Una de las preocupaciones que manifiestan los estudiantes en las asesorías tiene que ver con la interpretación de las situaciones problema que se plantean en los cursos de Matemática, sobre todo en el proceso de traducción del lenguaje natural al lenguaje matemático, para su posterior resolución.

Ante la falta de estrategias de orientación que permitan a los estudiantes realizar su interpretación, algunos docentes optan por hacer las propias, entregándoles a ellos la traducción simbólica de los enunciados, faltando solamente la solución analítica de las expresiones. Esto hace que el estudiante no desarrolle las competencias interpretativa y heurística, de las cuales requiere a la hora de enfrentarse a diferentes procesos evaluativos, suscitando, en la mayoría de los casos, resultados deficientes en su evaluación.

Los cursos de matemática generalmente se diseñan en consideración con la adquisición por parte del estudiante, de los conceptos y propiciar el desarrollo habilidades necesarias para la resolución matemática de problemas, enunciados de forma simbólica; sin embargo, rara vez incluyen metodologías que le permitan al estudiante llevar a cabo una interpretación de los problemas enunciados en lenguaje natural y su posterior traducción al lenguaje matemático. Así, el presente trabajo se centrará no en la solución matemática de las situaciones problema, sino en la dificultad que supone la interpretación de los enunciados y su traducción del lenguaje natural al lenguaje matemático.

A continuación, se presenta una propuesta para la interpretación de enunciados referentes a problemas matemáticos, usando la casuística y fundamentado en la estructura del lenguaje, a partir de lo cual se expondrá una metodología compuesta de seis pasos por medio de los cuales se sistematiza el proceso de interpretación. Es importante privilegiar la interpretación como un acto subjetivo y por ende, depende de las estructuras cognitivas de cada individuo. Se trata entonces de dotar a los estudiantes de habilidades encaminadas a una mejoría en su proceso de interpretación de problemas matemáticos.

## La resolución de un problema matemático

La dinámica para la resolución de problemas matemáticos se puede visualizar en la figura 1.

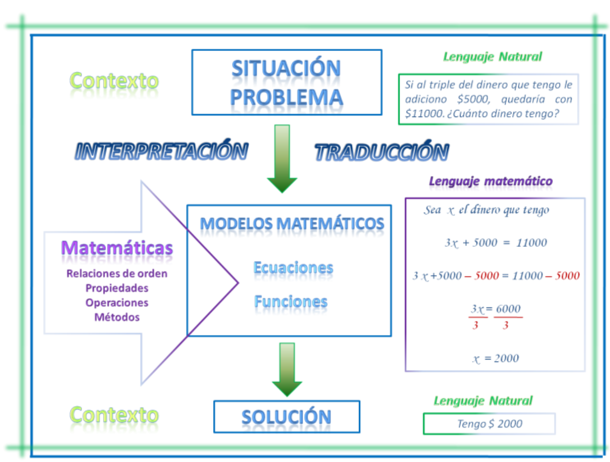



Figura 1. Estructura para la interpretación de una situación problema.

A modo de explicación, la dinámica comienza con la enunciación de una situación problema correspondiente a un contexto cualquiera que guarda relación con campo del saber determinado, en este caso con la matemática. Esta situación problema que se encuentra enunciada en lenguaje natural, esto es, el lenguaje usado por el individuo en su cotidianidad, requiere de una interpretación o de una lectura comprensiva que revierta en una traducción del problema a un lenguaje simbólico o lenguaje matemático, la cual incluye una definición de variables y el establecimiento de unas relaciones entre las mismas. Una vez enunciado el problema en lenguaje matemático se constituye un modelo en calidad de ecuación o de función, sobre el cual se aplican una serie de propiedades, operaciones y métodos que conllevan a su solución que en acto seguido se interpreta dentro del contexto y se devuelve enunciada en lenguaje natural.

**El problema de la interpretación**

Interpretar es un acto consistente en la captura de una información presente en un contexto determinado, atribuyéndole un significado dentro de un campo del conocimiento, lo cual se hace a partir de las experiencias previas del individuo (Niño, 2005).

No todos vemos el mundo que nos rodea de la misma manera, es decir, que cada uno le asigna un significado a las cosas que percibe a través de los sentidos, desde un punto de vista que le es propio. Por ejemplo, una persona que ha estado sometida a la descalificación y el maltrato puede entender una simple broma de un amigo como algo hostil y reaccionar de forma negativa ante ella. De esta forma, el acto de interpretar se constituye en un ejercicio propio de un individuo en tanto que éste hace una lectura de la realidad a partir de sus estructuras cognitivas y en este caso otro individuo no puede suplantarlo en dicho ejercicio, es decir, interpretar por él.

Otra de las consideraciones que se deben tener en cuenta en la interpretación de enunciados de problemas en el campo de la matemática, es que por la naturaleza misma de ésta última, sólo es posible la traducción de enunciados del lenguaje natural al lenguaje matemático en aquellos que tengan relación con el número y la medida. Por ende, la interpretación en el campo matemático es simple, ya que tiene unas pautas muy específicas, es decir un dominio muy concreto que permite la sistematización del proceso de traducción.

**Interpretación de un problema matemático**

En los cursos correspondientes al área de matemáticas, los estudiantes se enfrentan al planteamiento de un modelo matemático, ya sea una ecuación o una función, que describa una situación presentada como un enunciado en lenguaje natural, que en algunos casos exhiben cierta complejidad. La tendencia del estudiante es a inscribir toda la información dada en el enunciado dentro de una sola ecuación o función, lo cual dificulta su planteamiento, generando en él sentimientos de posible frustración e impotencia. Es así como a continuación se presenta una propuesta para la interpretación y traducción de problemas matemáticos.

**Desarrollo de la propuesta**

Los problemas matemáticos los podemos comparar con películas cortas donde sus personajes, representados por actores, se relacionan entre sí desarrollando una historia que gira alrededor de un argumento determinado. Así, considerando los enunciados de problemas matemáticos como películas cortas podemos plantear una metodología compuesta de seis etapas:

*Hacer una lectura general del enunciado con el fin de establecer de qué trata el problema. (Tema de la película)*

Esta etapa es comparable al momento en el cual se hace un recuento de la película sin entrar en detalle, y cuya finalidad es dar cuenta de la trama y la categoría en la cual se encuentra inscrita. De igual forma, para un problema matemático se puede establecer la trama y el campo del saber al cual pertenece.

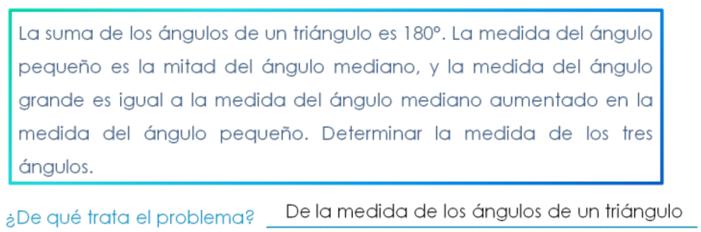


Figura 2. Análisis del tema del problema.

*Identificar y definir las variables que intervienen en la situación. (Personajes y actores que lo representan)*

Una vez se tiene una idea general del problema, la etapa siguiente tienen que ver con la identificación y definición de las variables que intervienen en la situación. En una película sería el equivalente a determinar los personajes y asignarles los actores que los representarán a lo largo de la misma.

Así en el contexto de un problema matemático, por ejemplo la letra ya no cumple su función de letra del alfabeto, sino que representa a diferentes entidades dependiendo del problema del cual se esté hablando. Definir las variables en un problema matemático es comparable a cuando para una película se realiza un casting, en el cual se selecciona el actor que mejor represente a los personajes involucrados en la trama.

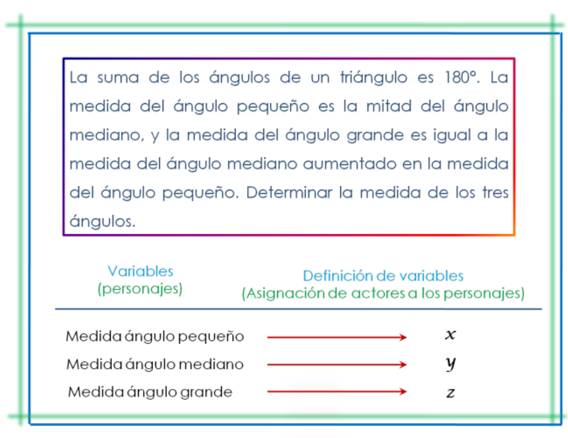


Figura 3. Identificación y definición de variables.

*Separar el párrafo informativo del párrafo imperativo.*

El enunciado de un problema matemático en su estructura está compuesto de dos tipos de “párrafos”: el “*párrafo informativo”*, el cual contiene la información y el “*párrafo imperativo”*, aquel en el cual se indica lo que se debe buscar. Este último se caracteriza porque está comprendido entre signos de interrogación o inicia con verbos imperativos: hallar, determinar, encontrar, calcular, demostrar…, entre otros.

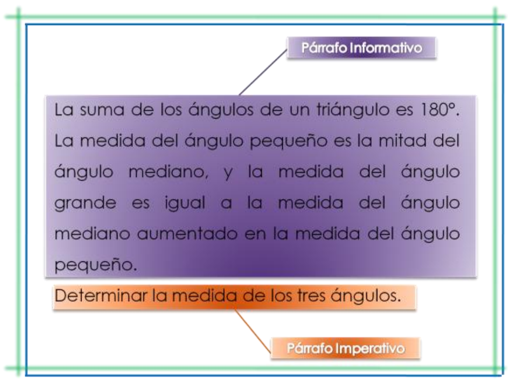



Figura 4. Separación del párrafo informativo y el párrafo imperativo.

Los tipos de “párrafos” descritos pueden presentarse en el enunciado del problema de diferentes formas: el párrafo informativo está al inicio del enunciado y el imperativo al final; el párrafo imperativo está al inicio del problema y el informativo al final; ó el párrafo imperativo está inmerso en el informativo y viceversa (diluidos).

*En el párrafo informativo señalar las oraciones que lo componen.*

En esta etapa se considerará sólo el “párrafo informativo”, en tanto que este no solo brinda la información necesaria para la solución del problema, sino que se presentan las relaciones entre las variables involucradas en la situación. Para la identificación de las oraciones que componen el “párrafo informativo” se tiene en cuenta que por lo general éstas se encuentran separadas por signos de puntuación o el conector “y”.

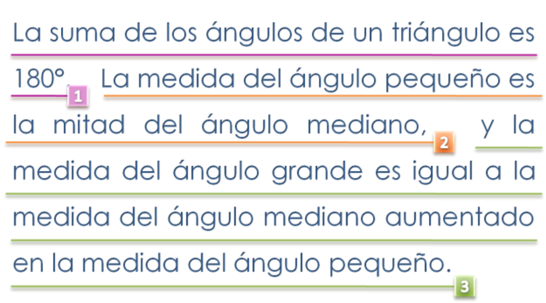



Figura 5. Separación por oraciones del párrafo informativo.

Observaciones: La importancia de señalar las oraciones es que cada una de ellas conduce a plantear una ecuación o brinda información complementaria necesaria para la solución. Se debe tener en cuenta que el párrafo informativo, la información puede estar de forma explícita o de forma implícita.

*Elaboración de un esquema.*

Elaborar un esquema que represente la situación, siempre y cuando sea posible, resulta muy beneficioso al momento de la interpretación del mismo, en tanto que permite la visualización de la misma y la consignación de información relevante, evitando así una retención mental de ésta que puede generar confusiones. Con la definición de las variables y la elaboración del esquema la información queda disponible generando una adecuada comprensión del problema y establecimiento de las relaciones entre las variables en el momento de plantear una ecuación o una función.

*Traducción de las oraciones.*

Una vez identificadas las oraciones que componen el párrafo informativo se procede a la traducción de cada una de ellas del lenguaje natural al lenguaje matemático estableciendo las relaciones existentes entre las variables. Para ello se debe recordar que una oración está compuesta de un sujeto y un predicado. El sujeto es la persona, animal o cosa de la cual se habla o sobre la que recae la acción, el predicado es lo que se dice del sujeto o la acción que realiza el sujeto. Éste último es muy importante puesto que contiene el verbo copulativo (verbos que unen un sujeto con un atributo), por medio del cual se establecen las relaciones de igualdad o desigualdad en una ecuación o función.


Figura 6. Composición de las oraciones.

Es de resaltar que el verbo copulativo está asociado a verbos que guardan concordancia con las relaciones de igualdad y desigualdad (ser, estar, parecer). De esta forma y para proceder a la traducción de las oraciones, el primer paso es ubicar dentro de las mismas al verbo copulativo el cual en lenguaje simbólico corresponde al signo de igualdad “=”. Posteriormente se procede a establecer las relaciones entre las variables implicadas en cada oración.

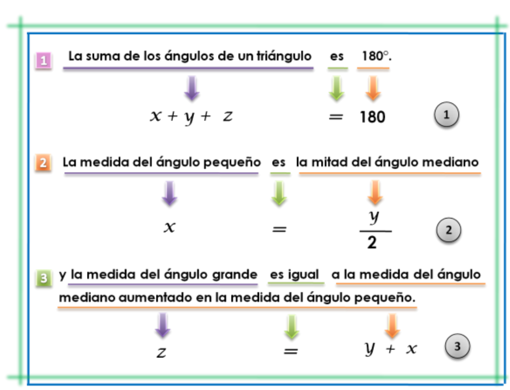



Figura 7. Traducción de oraciones al lenguaje simbólico.

Una vez terminada esta etapa, culmina el proceso de interpretación y con las oraciones ya traducidas al lenguaje matemático, se aplican los diferentes métodos provistos por las matemáticas para darle solución a la ecuación o sistema de ecuaciones obtenido, lo cual ya no es objeto de este trabajo.

**Conclusiones**

El método ha sido implementado en diversos cursos de matemática básica, lográndose mejoras en la interpretación y traducción de diversas situaciones problemas. Los estudiantes han mostrado una actitud proactiva al momento de enfrentar diferentes situaciones que se le plantean, dejando de lado el temor que generalmente se evidencia al abordarlas, ya que cuentan con una herramienta que permite sistematizar los procesos interpretativos y de obtención de las expresiones que modelan cada situación problema.

La aplicación del método propuesto puede ser extensible a otras áreas, teniendo en cuenta los condicionamientos y características de los enunciados de las situaciones, que son inherentes a las temáticas de cada una de ellas. Aunque el proceso de interpretación es más complejo, la propuesta le brinda al estudiante una estrategia para abordar los enunciados, logrando en ellos la adquisición de procesos metódicos de obtención de expresiones matemáticas que representan la situación planteada.

**Referencias bibliográficas**

Baldor, A. (1969). Aritmética. Teórico práctica. Bogotá: Cultura Colombiana.
Baldor, A. (1969). Álgebra. Medellín: Novoagrafic.
Demana, F. et al. (2007). Precálculo. Gráfico, numérico, algebraico. México: Pearson Educación.
Miller, C. et al. (1999). Matemática: Razonamiento y Aplicaciones. México: Pearson Educación.
Niño, V. M. (2005). Competencias en la Comunicación. Hacia las prácticas del discurso. Bogotá: Ecoe Ediciones.
Stewart, J. et al. (2007). Precálculo. Matemáticas para el cálculo. México: Thomson.
Swokoswski, E. & Cole, J. (2006) Álgebra y trigonometría. Bogotá: Thomson.
Uribe Calad, Julio. A. (1986). Matemáticas Básicas y Operativas. Medellín: Susaeta Ediciones.

# PO-13 DEL TABLERO AL CONTEXTO: UNA EXPERIENCIA PARA LA CONSTRUCCIÓN DE CONCEPTOS

**Beatriz Eugenia Mosquera Machado**
Licenciada en Química y Biología, Ingeniera de Alimentos
Esp. Microbiología
Docente Institución educativa: Escuela Normal Superior "El Jardín" de Risaralda
E- mail: africacientif@ymail.com, beugeniamachado@gmail.com

***"No nos podemos contentar con dar de beber a quienes tienen sed. También hay que dar sed a quienes no quieren beber"***
***Philippe Meirieu***

**RESUMEN**

La propuesta *del tablero al contexto: Una experiencia para la construcción de conceptos,* surge con la intención de propiciar el desarrollo de competencias en el área de Ciencias Naturales, en estudiantes de preescolar, básica, media y programa de formación complementaria en la Escuela Normal Superior "El Jardín" de Risaralda; se desarrolló en el marco de la implementación de la Metodología Estudio de Clase –MEC- y mediante la interacción *maestro, estudiante y material didáctico.*
Se desarrolla mediante 4 etapas, a saber: I. *Caracterización de los estudiantes* para identificar motivaciones, intereses, potencialidades y dificultades. II. *Planificación o preparación* de la clase mediante el diseño de unidades problémicas productoras de procesos de pensamiento, a partir de *la granja experimental*. III. *Ejecución y observación de la clase*, mediante *el ciclo del aprendizaje*, estructura organizativa de las actividades de enseñanza que plantea el maestro, de acuerdo en la forma en que cree puede ocurrir el aprendizaje y una evaluación producto del seguimiento sistemático a los desempeños de los estudiantes y a las acciones pedagógicas de los maestros. IV. *Revisión y retroalimentación*. Ejercicio que permite dar cuenta de la contribución de la MEC a la formación docente y al desarrollo de competencias científicas y ciudadanas en los estudiantes.

Palabras claves: construcción de conceptos, competencias científicas, estudio de clase, unidades problémicas, procesos de pensamiento.

**ABSTRACT**

The proposal *from the board to the context*: *An experience for concepts building* arises with the intention to bring about the development of competencies in the area of Natural Sciences, in kindergarten, elementary, high school and Complementary Educational Program students, of the School Normal Superior "El Jardin" of Risaralda. It was carried out as part of the Methodology Class Study (MEC for its acronym in Spanish) and through the *teacher-student-class material* interaction.
The proposal was carried out by means of 4 stages, which are: I. *Characterization of students* to identify motivations, interests, strengths and weaknesses. II. *Class Planning or preparation* through the design of problematic units producing thought processes from *the experimental farm*. III. *Execution and class observation* by means of the *"Learning Cycle"* an organizational structure of the educational activities that the teacher states in agreement with the form in which s/he believes learning can occur; and an evaluation product of the systematic follow-up to the performances of students and the

pedagogical actions of the teachers. IV. *Review and feedback*. This exercise allows us to highlight the contribution of the MEC to the teachers' formation and to the development of scientific and civil competencies in the students.

Key Words: concepts building, scientific competencies, methodology of class study, problematic units, thought processes.

**Introducción**

La Metodología Estudio de Clase, como estrategia de cualificación docente, ha permitido mejorar las prácticas de enseñanza del maestro en ejercicio y la práctica pedagógica del maestro en formación. Desde este marco la propuesta *Del Tablero al Contexto: Una Experiencia para la Construcción de Conceptos* ha sido producto de la reflexión sobre las prácticas de enseñanza de los maestros; la caracterización de los estudiantes para identificar intereses, motivaciones, potencialidades, dificultades, y el seguimiento a los desempeños de los estudiantes en torno a la construcción de los conceptos científicos en las disciplinas de ciencias naturales, lengua castellana, educación artística y pedagogía.

Las limitaciones que presentan los estudiantes en la construcción de los conceptos científicos se analizan a la luz de los fundamentos teóricos propuestos por *Gastón Bachelard (1976)* en su libro La formación del espíritu científico, en relación con los obstáculos epistemológicos que todavía permanecen vigentes en el proceso de enseñanza de las ciencias como la opinión y la observación básica, entre otras.

A partir de la tipificación de las limitaciones, se identificó que los estudiantes tenían conocimientos cuya adquisición les impedía acercarse a la comprensión del concepto objeto de estudio y al desarrollo de competencias. Desde esta perspectiva, el Estudio de Clase se convierte en una metodología clave para la formación docente y a través de la cual los maestros reflexión y ejecutan propuestas encaminadas hacia la construcción de los conceptos y el desarrollo de competencias en los estudiantes. Este proceso de construcción de conceptos y desarrollo de competencias se lleva a cabo mediante el siguiente diseño metodológico.

**Diseño metodológico**

Etapa I. *Caracterización de los estudiantes* respecto al desarrollo cognitivo, y a los aprendizajes procedimentales y actitudinales de los estudiantes desde la teoría tricerebral (*W. De Grégori*); para tal efecto se caracterizó a los estudiantes mediante un test para determinar sus potencialidades, intereses, motivaciones y dificultades en torno a un concepto científico trabajado en la granja experimental; posterior a esto los estudiantes, con la orientación del maestro tipifican problemáticas del entorno y del área, diseñan la situación problema e identifican y seleccionan material didáctico.

Etapa II. La *planificación* o *preparación.* Esta etapa permitió la delimitación de la problemática a intervenir identificando desde los estándares un concepto científico como las propiedades químicas. Así pues, mediante la indagación de la composición química de la guayaba, los estudiantes identifican el contenido de carbohidratos, y verifican su utilidad en los procesos fermentativos para obtener bebidas fermentadas, y la posibilidad de obtener agro combustibles por medio de los procesos de destilación.

Este trabajo permite la aproximación a la comprensión del concepto hidrocarburo; a partir de allí los estudiantes logran reflexionar frente al uso de combustibles fósiles, la utilización de vegetales como la caña de azúcar, y el maíz en la producción de agro combustibles; también reflexionan sobre el efecto adverso que produce en la canasta familiar. En términos generales esta fase busca desarrollar procesos de pensamiento como la indagación, la identificación, la observación, la experimentación, la argumentación y su relación con conceptos propios de la granja experimental.

A partir de la identificación de los conceptos, se formula la pregunta problematizadora y se diseña la situación problema, lo que da lugar al diseño de unidades problémicas productoras de procesos de pensamiento. Estas unidades de acuerdo con *Quintanilla (2010)* involucran el plan didáctico del docente (Estándar, logro, indicador de desempeño, competencias científicas y ciudadanas, pregunta problematizadora, situación problema; conceptos; conocimientos procedimentales y actitudinales; aprendizajes esperados, criterios de evaluación, acciones de acompañamiento y referencias bibliográficas).

Etapa III. *La ejecución / observación* implicó el desarrollo de la clase, en esta etapa se articula el ciclo del aprendizaje propuesto por *Jorba y Sanmartí (1996)* con actividades didácticas secuenciales organizadas en diferentes fases: primera fase *de exploración,* mediante el proceso de activación cognitiva se logra redescubrir el conocimiento previo de los estudiantes con preguntas orientadoras, para a partir de allí, interpretar del texto relacionado con el concepto a construir y las competencias científicas a desarrollar (se busca incentivar la curiosidad y promover una actitud de indagación).

Los estudiantes proyectan sus metas de aprendizaje lo que permite la modificación sistemática de los conocimientos previos. (Por ejemplo en la construcción del concepto “semilla”, los estudiantes manipulan los materiales para identificar la textura, color, forma, tamaño, características comunes y diversas; y formulan hipótesis para establecer relaciones de la utilidad de las semillas en la vida cotidiana). En las bitácoras los estudiantes registran sus ideas de la experiencia que ha sido objeto de estudio y a partir de este ejercicio los docentes realizan una evaluación diagnóstica para valorar el nivel de desarrollo de las competencias y el acercamiento a la construcción de los conceptos.

La segunda fase es la *Introducción de conceptos; esta* lleva al estudiante a establecer puentes entre lo que sabe y lo que aprenderá. De acuerdo al concepto, los estudiantes mediante experiencias simples, como la observación del suelo en la granja experimental, establecen la conexión entre el trabajo realizado y sus conocimientos iniciales; explican con sus propias palabras posibles soluciones; hacen referencia a sus experiencias previas; utilizan los registros de la bitácora para elaborar sus explicaciones, y se aproximan a la comprensión del concepto. Durante esta fase se articula la evaluación formativa.

La *estructuración y síntesis* se constituye en la tercera fase; en ella, los estudiantes mediados por el maestro utilizan lo que saben para formular preguntas, proponer soluciones, sacar conclusiones razonables a partir de la experiencia y acercarse al diseño de experiencias demostrativas problémicas, comparando sus comprensiones con las de sus compañeros; de esta manera los estudiantes van construyendo el concepto científico.

La última fase es la *aplicación y transferencia de conocimientos,* los estudiantes transfieren los conocimientos construidos a nuevas situaciones científicas problémicas. En este momento surgen nuevos interrogantes, los estudiantes dan cuenta de la comprensión de los conceptos al relacionarlos con su vida diaria; autoevalúan sus desempeños y los de sus compañeros durante la experiencia y se da la oportunidad a un nuevo ciclo del aprendizaje.

En ésta fase se valoran los desempeños y las competencias de los estudiantes desde el conocimiento, la comprensión, el análisis, la síntesis y la aplicación. Además de la ejecución de la clase, el colectivo de maestros observó y analizó los desempeños de los estudiantes a través del desarrollo del trabajo en equipo. En la bitácora se registraron conclusiones, aprendizajes, reflexiones y dificultades, entre otros.

Etapa IV. *Revisión y retroalimentación de la clase. La revisión y retroalimentación de la clase tuvo en cuenta la reflexión sobre:* la planeación, el uso de los recursos, la interacción con los estudiantes, la valoración de los desempeños, el desarrollo de las competencias de los estudiantes y de la intervención del docente. A partir de los análisis derivados de este ejercicio se generó un informe final para iniciar la construcción de otro concepto científico con los estudiantes y se presentaron elementos para resignificar la clase y presentarla nuevamente. Estas actividades han generado en los estudiantes el desarrollo de competencias de orden cognitivo, procedimental y actitudinal, a través de procesos de indagación, comunicación, trabajo en equipo y de acciones de tipo interpretativo, argumentativo y propositivo.

**Aprendizajes**

**Aprendizajes de los estudiantes**

Los aprendizajes cognitivos logrados por los estudiantes se evidencian en su capacidad para plantear explicaciones coherentes y argumentadas sobre el concepto desarrollado, por ejemplo: explican la evolución del concepto fermentación, definen los conceptos y establecen relaciones con su vida diaria, contextualizan sus conocimientos y son capaces de aplicarlos y explicar situaciones nuevas; también identifican, relacionan y caracterizan el concepto de reacción química.

En cuanto a los aprendizajes procedimentales los estudiantes argumentan en forma oral y escrita sus ideas y aprendizajes; diseñan experiencias demostrativas problémicas de acuerdo al concepto desarrollado en clase y diseñan juegos para la clasificación de los hidrocarburos. Finamente, los aprendizajes actitudinales se evidencian en la tolerancia y el respeto frente a los aportes de los compañeros, la valoración de los consensos y las discusiones en el contexto científico y personal y la aceptación de acuerdos colectivos.

**Aprendizajes de los docentes**

La MEC permite que estudiantes y maestros transformen sus roles para convertirse en constructores de aprendizajes. Entre los aprendizajes de los maestros se destacan: la resignificación de la práctica de enseñanza y su articulación a los estándares y las competencias. El encuentro de diferentes en aula; la articulación de la valoración formativa al proceso de desarrollo de la clase; los avances en el seguimiento a los desempeños de los estudiantes; la deconstrucción curricular a partir de la interdisciplinariedad; la articulación del contexto cotidiano de los estudiantes como ambiente de aprendizaje para favorecer el desarrollo de competencias; la sistematización de sus experiencias significativas de aula. De igual manera, en los maestros en formación se evidenciaron aprendizajes pedagógicos y desarrollo de las competencias científicas a través de conceptos propios de la granja experimental y la valoración de la MEC como metodología para resignificar las prácticas de enseñanza, destacando el material didáctico como eje principal para el desarrollo de competencias, articulación de las tic como recurso pedagógico en la construcción del concepto semilla en el grado preescolar.

**Conclusiones**

La Metodología Estudio de Clase ha logrado permear las prácticas de enseñanza de los maestros de la Escuela Normal Superior “El Jardín” de Risaralda, específicamente en el área de ciencias naturales. A partir de ella, los docentes fundamentados en el constructivismo se han planteado el reto de generar aprendizajes significativos a largo plazo, por medio de la construcción de conceptos científicos y mediante lecturas de contextos cercanos a la cotidianidad de los estudiantes. Estos contextos se convierten en ambientes de dinamizadores para la regulación de los aprendizajes y el desarrollo de competencias científicas, como la identificación de problemáticas cercanas a su contexto, como el consumo de alcohol en los jóvenes, para construir los conceptos de alcohol e hidrocarburo; la contaminación auditiva en el aula para el desarrollo de competencias comunicativas y científicas y para construir conceptos como el ruido.

Estas problemáticas se convierten en insumos para el diseño de situaciones problémicas, experiencias demostrativas problemáticas; como también para desarrollar procesos de indagación que permiten conocer la evolución histórica de los conceptos a construir y fortalecer el trabajo en equipo.

En consecuencia, la Metodología Estudio de Clase es una alternativa para mejorar la calidad educativa, logrando responder a la diversidad de niveles y ritmos de aprendizajes, género, intereses y motivaciones de los estudiantes en el marco del aula, dada la diversidad de estrategias desarrolladas en cada etapa de la MEC.

Es una experiencia que ha sido seleccionada por el Ministerio de Educación Nacional como experiencia destacada y presentada en Marzo de 2011 en el II Encuentro nacional de *Estudio de Clase*; por la secretaría de educación municipal en el año 2010 como experiencia investigativa, pedagógica y de producción documental y por el premio compartir al maestro 2011 entre las mejores 52 experiencias del país la cual fue visitada en el mes de junio de 2011.

**Referencias Bibliográficas**

Bachelard, G. (2007) La formación del espíritu científico. Vigésimo sexta edición. Ed. Siglo XXI editores. México.

De Grégori, W. (1984) Teoría cibernética social. Brasil.

Icfes (2007). Fundamentación conceptual de ciencias naturales.

Japan International Cooperación Agency – Jica - Net. (2006) Sistema de Capacitación Docente en Japón y Estudio de las Clases: Maestros Aprendiendo Juntos. Japón.

Jorba, J. y Sanmartí, N., (1996). Enseñar, aprender y evaluar: un proceso de regulación continua. Propuestas didácticas para las áreas de Ciencias de la Naturaleza y Matemáticas. Madrid: MEC. Llorens, J.A., Ministerio de Educación Nacional. (1998) Lineamientos curriculares de ciencias naturales.

Ministerio de Educación Nacional. (2002) Estándares básicos de competencia en ciencias naturales.

Quintanilla, G. Mario. (2010). Unidades didácticas en química. Vol. 3. Primera edición. Ed. Greci. Chile.

Sánchez, M. (2005) La atención a la diversidad en ciencias a través de materiales curriculares adaptados. Revista Eureka sobre enseñanza y divulgación científica.

# PO-15 APRENDIENDO MATEMÁTICAS CON MATERIAL DIDÁCTICO

**Difariney González Gómez**
Magister en Estadística, Matemática
Docente Ocasional Tiempo Completo Instituto Tecnológico Metropolitano, ITM Medellín
difariney@gmail.com

**Carlos Andrés Marín**
Candidato a Magister en Matemática, Matemático
Docente Ocasional Tiempo Completo Instituto Tecnológico Metropolitano, ITM Medellín
camos62@gmail.com

**RESUMEN**

En el quehacer del docente de matemáticas no es nuevo encontrar el hecho que los estudiantes muestren desagrado con la matemática, que busquen cualquier evasiva para no estudiar carreras en las que tengan que "sufrir" con esta ciencia. Tampoco es nuevo que los pedagogos se preocupen por mejorar sus sistemas de transmisión de conocimiento. Pero si es relativamente nuevo, la introducción de materiales concretos y el cambio de perspectiva de transmisión de conocimiento por el docente de forma magistral y vertical, hacia una forma más flexible y horizontal.
Esta búsqueda ha llevado a la utilización de un sinnúmero de materiales didácticos, que buscan convertirse en mediadores para fortalecer la aprehensión de los conceptos matemáticos básicos. Gran parte de los materiales se sustentan en estudios de caso, que permiten evidenciar, como los niveles de comprensión y disfrute con la matemática mejoran significativamente.

Palabras claves: Material didáctico, aprendizaje cooperativo, aula taller.

**ABSTRACT**

In the occupation of mathematics teaching, it is not unusual to find that students have little interest for math. Often, they look for professional careers that do not include this science. It is not an innovation that the pedagogues worry about improving the educational system. But what is relatively new is the utilization of mathematical materials in order to make mathematics instruction less formal and more flexible. This has resulted in a new perspective for teachers in mathematics education.
This search for how to best introduce mathematics education has led to the utilization of a great variety of didactic material which seeks to strengthen mathematical concepts.
A Great part of the materials has been in use in math laboratories, and has demonstrate significantly improved levels of comprehension and enjoyment.

Key words: Didactic material, Cooperative learning, mathematics laboratory.

## Introducción

Es bien conocido que el desempeño de los estudiantes en los primeros semestres del ciclo profesional es deficiente, como lo muestra la alta mortandad (deserción) académica en los cursos correspondientes a las matemáticas, debido a la poca motivación que presentan frente al aprendizaje

de las ciencias básicas. Por esta razón las instituciones educativas deben adoptar y adecuar espacios donde los estudiantes interactúen con materiales didácticos que les proporcionen herramientas facilitadoras del conocimiento.
Surgen varias preguntas que se deciden analizar mediante las experiencias en el aula taller con profesores y estudiantes ¿Se pueden utilizar materiales didácticos en la enseñanza de las matemáticas? ¿Qué objetivos pueden conseguirse a través de la utilización de dichos materiales o juegos matemáticos? ¿Qué tanto se transforma el conocimiento en los profesores y en los estudiantes? ¿Qué transformación hay en las clases de matemáticas cuando se utilizan los materiales didácticos?

El objeto del presente trabajo es el estudio de uno de los elementos fundamentales de la estrategia docente: el empleo de recursos y materiales didácticos como apoyo a la docencia, cuya utilización se analiza dentro de una asignatura concreta como lo es Matemáticas Básicas trabajando con profesores y estudiantes del área. En la primera sección se presenta la introducción, la segunda sección recoge el concepto de aula taller y recurso o material didáctico y la tercera y cuarta sección dan a conocer algunos resultados y conclusiones de las experiencias en el aula taller.

## Aula Taller y Material Didáctico

### Aula taller

Se puede entender como aula taller un espacio en el cual el estudio de las matemáticas toma caminos diferentes a los métodos tradicionales utilizados en todos los niveles de educación, en los cuales no se percibe una motivación por parte de los estudiantes hacia el aprendizaje de las matemáticas. En el aula taller los estudiantes tienen la posibilidad de trabajar las matemáticas, a través de la experimentación, conectando las manos y el cerebro para permitir un aprendizaje más significativo, allí pueden aprender jugando, construyendo y pensando.
En el aula taller hay material didáctico concreto con el cual el profesor y el estudiante encuentran de manera más fácil la adquisición y aplicación de conocimientos matemáticos, es decir este espacio genera cambios en la enseñanza y aprendizaje de las ciencias básicas.
En este espacio el estudiante cambia de rol comparado con el que asume en el aula tradicional, allí tiene la posibilidad de tomar una postura de sujeto activo de su propio aprendizaje. Análogamente, el profesor, quien en algunos casos es considerado único poseedor del saber, pasa a ser un sujeto más en el proceso de aprendizaje. Su tarea será, sobre todo, la de acompañar, coordinar y aclarar algunos procesos cognitivos, utilizando para ello el diálogo, el debate y la construcción del conocimiento; más que dar respuestas deberá plantear preguntas, propiciando que la respuesta surja de los propios estudiantes motivados por el aprender y el conocer. Esto no implica pasar del autoritarismo a la permisividad, sino que profesores y estudiantes avancen juntos en la adquisición del conocimiento.
En el aula taller de matemáticas se trabaja en talleres y con material concreto, se utiliza la metodología de aprendizaje cooperativo, mediante la cual se facilitan la comunicación y el intercambio de conceptos entre los estudiantes, los profesores y demás personas que hagan parte del proceso enseñanza – aprendizaje; además de generar ambientes de amistad y de confianza, el trabajo en grupo estimula la libre expresión de las ideas, la valoración y respeto por los demás.

Recursos didácticos

Los materiales didácticos son instrumentos que permiten y facilitan el desarrollo de los métodos didácticos de enseñanza y se entienden como ayudas instructivas, es decir como materiales que mejoran la presentación de los conceptos matemáticos.
Cebrián de la Serna (1992), señala que los recursos didácticos son "elementos que facilitan la transmisión, representación y reconstrucción de los contenidos académicos", Blázquez Entonado (2002), afirma que los recursos sólo cobran valor didáctico en el seno del currículum, cuando el profesor los utiliza e incluye en la tarea escolar. Hernández (1989) define el recurso didáctico como un "mediador externo y tangible donde se apoyan las actividades didácticas y los contenidos". Ogalde Careaga y Bardavid Nissim (1991) definen los recursos didácticos como "todos aquellos medios y recursos que facilitan el proceso de enseñanza – aprendizaje, dentro de un contexto educativo global y sistemático, y estimula la función de los sentidos para acceder más fácilmente a la información, adquisición de habilidades y destrezas, y a la formación de actitudes y valores".

Cebrián de la Serna (1992) opina que se puede hablar de recursos o materiales didácticos cuando cumplan dos aspectos:

Se ajusten a las necesidades particulares de los proyectos educativos.

Representen un papel activo, dinamizador e integrador dentro del proceso educativo.

Algunos profesores del área de matemáticas piensan que se pierde el rigor al enseñar mediante la utilización de material didáctico y mediante el juego además de opinar que se pierde tiempo y autoridad pero según Guzmán (1984) el juego, al que habitualmente se le asocia un material manipulativo, es un recurso más que aparece como medio de acercar la educación a los intereses espontáneos del estudiante, ya que es un agente motivador y liberador de tensiones que estimula las relaciones personales y fomenta hábitos que permiten o garantizan un aprendizaje más activo y asequible.

La propia experiencia indica que la utilización de material didáctico facilita y favorece la comprensión e incluso la comunicación porque permite referirse a un soporte físico, facilita la visualización de algunos conceptos matemáticos lo cual es clave en la comprensión de conceptos y favorece la motivación y la actitud positiva hacia la Matemática, convirtiéndose su uso en el punto de partida de la construcción del conocimiento.

**Experiencia en el aula taller trabajando con material didáctico**

Durante el semestre 01 de 2011 se realizaron diferentes capacitaciones en el Aula taller del ITM (Instituto Tecnológico Metropolitano) se invitaron a estudiantes que estuvieran matriculados en la asignatura de matemáticas básicas para que asistieran a los talleres en los se presentaran temas de su interés y que quizás presentarán alguna dificultad.
El objetivo era propiciar espacios diferentes para el aprendizaje de algunos conceptos utilizando material didáctico además de la valoración y utilización del material existente.
En la tabla 1 se presentan algunos temas trabajados y materiales utilizados:

Tabla 2: Contenidos y Materiales

| | |
|---|---|
| Fracciones | Tortas fraccionarias, dominó, regletas, |

| | |
|---|---|
| Factorización | Áreas geométricas, plano algebraico, el álgebra es un juego |
| Lógica y teoría de conjuntos | Tablero electrónico DIGIMAN, bloques lógicos |
| Triángulo de Pascal. Sucesiones y series numéricas, combinatoria, probabilidades | Tartaglia o Pascal al final<br>una maravillosa tabla |
| Teorema de Pitágoras (diseccionar, mostrar y demostrar) | Rompecabezas pitagóricos y otros rompecabezas matemáticos (tangram chino, raíz de 10, Tangram huevo. Situaciones problema. Construcción de materiales. |

La metodología que se trabajó fue la realización de actividades en ambiente de taller, donde el conocimiento se adquiere por descubrimiento y asimilación y no por imposición, despertando curiosidad en torno al tema, actividad o problema planteado.

Al finalizar las sesiones se les hizo a los estudiantes algunas preguntas citando estos comentarios:

¿Qué significó para usted el haber trabajado algunos contenidos a través de material didáctico y en el aula taller?
*"Significó tener un apoyo de aprendizaje más completo y seguro, porque se resuelven más fácil las dudas y uno se entretiene mucho"*
*"Fue mucha ayuda para mi aprendizaje ya se puede ver de manera más clara algunos conceptos y definiciones, ya que con el material didáctico por el ejemplo áreas geométricas es más fácil entender los conceptos y procesos de factorización"*
*"Las matemáticas no eran mi fuerte y al entrar a esta institución me sentía inseguro pero a medida que fue pasando el tiempo y con los talleres del aula taller fui mejorando cada vez más".*

Dentro de este análisis cualitativo, se puede concluir que los estudiantes al utilizar materiales didácticos y al recibir capacitaciones o clases en el aula taller sienten más interés y motivación por las matemáticas, de igual manera aumenta su disciplina, responsabilidad, creatividad y buenas relaciones interpersonales ya que en este espacio se da un ambiente de aprendizaje colectivo y de construcción.

Adicionalmente, se realizaron capacitaciones a los profesores del curso de matemáticas básicas con el fin de implementar el uso de los materiales y el aula taller en sus cursos, teniendo como respuesta resultados positivos. A continuación se presentan los comentarios de algunos profesores de acuerdo a algunas preguntas:

¿Ventajas que se presentan en estudiantes y profesores al utilizar el material didáctico para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas?

Para el estudiante:
Evolución de sus conocimientos.
Comunicación de su pensamiento.
El logro de una formación integral como persona.
Interactuar con los demás.
Motivación por el aprender
Claridad en su conocimiento

Para el docente:
Aprender de los propios estudiantes y de sus motivaciones.
Comunicar una nueva relación afectiva.
Participar activamente con el estudiante de la realidad.
Redescubrir el placer de enseñar.
Incentivar y motivar a los estudiantes.
Reforzar y reaprender algunos conceptos.

Pregunta 2
Califique de 1 a 5 la capacitación recibida.
La calificación promedio fue de 4.4 y la moda de 5 es decir la mayoría de los profesores dieron una calificación sobresaliente a la capacitación recibida.

Pregunta 3
Le gustaría que se ofrecieran más capacitaciones en el aula taller
Todos los asistentes mostraron interés en recibir más capacitaciones en el aula taller para tomar herramientas e implementar más el uso de los recursos didácticos en sus clases.

Pregunta 4
Considera adecuadas las capacitaciones para la materia que dicta
Todos los profesores respondieron a esta pregunta “si”, lo cual refleja su interés en implementar un metodología con la utilización de materiales didácticos.

Pregunta 5
Proponga un tema de interés para tratar en otra capacitación
Los profesores muestran interés en temas como: factorización, ecuaciones y aplicaciones.

**Conclusión**

Finalmente se puede concluir que el aula taller es el lugar donde un grupo de personas algunos llamadas estudiantes y otras profesores se mezclan para aprender y enseñar, toman contacto directo, ven con sus propios ojos lo que está presente y siguen con su imaginación y creatividad lo muy real que no está, para así construir su conocimiento.
En este lugar es donde el estudiante logra dominar algunas herramientas adicionales al conocimiento abstracto de la matemática como el leer y el escribir, el expresar, el preguntar y el responder, el escuchar, el comprobar, el compartir y en donde se aprende a manejar con su creatividad esos instrumentos que le posibilitan "aprender a ser" y "aprender a dejar al otro que sea" para que juntos comprendan y construyan conceptos matemáticos.

**Referencias**

Blázquez Entonado, F. (2002). Materiales didácticos. La informática como recurso. Madrid: Biblioteca Nueva.
Cebrián de la Serna, M. (1992). La didáctica, el curriculum, los medios y los recursos didácticos. Málaga: Secretario de Publicaciones, Universidad de Málaga.
Guzmán, M. (1984). Cuentos con cuentas. Barcelona: Labor.
Hernández, P. (1989). Diseñar y Enseñar. Teoría y técnicas de programación y del proyecto docente. Madrid: Narcea.

Ogalde Careaga, I., & Bardavid Nassim, E. (1991). Los materiales didácticos. Medios y recursos de apoyo a la docencia. México: Trillas.

# PO-16 USO DE DIVERSAS HERRAMIENTAS METODOLÓGICAS COMO ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS PARA LA ENSEÑANZA DE LA FÍSICA A NIVEL UNIVERSITARIO[19]

**Cesar Leandro Londoño Calderón**
MSc. en Física, Ing. Físico
Docente Universidad Autónoma de Manizales, farro

**Jairo de Jesús Agudelo Calle**
MSc. en Física, Esp. computación para la docencia
Docente Universidad Autónoma de Manizales, Universidad Nacional de Colombia

**Francy Nelly Jiménez García**
Dra. en Ingeniería, MSc.en Física, Esp. computación para la docencia
Docente Universidad Autónoma de Manizales, Universidad Nacional de Colombia

**RESUMEN**

El crecimiento de la ciencia y la tecnología genera nuevos retos a los docentes de física tanto en la actualización de contenidos como en la incorporación de diversas herramientas metodológicas en el aula de clase, por ejemplo el uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TICs) es pieza fundamental, sin embargo su incorporación por sí sola, no generan necesariamente el desarrollo de aprendizajes comprensivos por parte de los alumnos, es decir, estas deben estar integradas a una propuesta didáctica clara e intencionada. Se presenta una experiencia pedagógica en la enseñanza de la física en la Universidad Autónoma de Manizales, en la cual se han incorporado herramientas como: TIC's, proyectos, prácticas de laboratorio guiadas y clase participativa, enmarcadas dentro de una propuesta metodológica que tiene en cuenta los distintos estilos de aprendizaje. Su uso ha logrado mayor motivación en los estudiantes, lo que conlleva a una mejor apropiación del conocimiento.

Palabras claves: TIC's, Didáctica de la física, estilos de aprendizaje

**ABSTRACT**

Science and Technology growth generates new challenges for physics teachers in updating of contents and the incorporation of several methodological tools in the class room, for example the use of Information and Communication Technologies (ICT) are fundamental pieces, however its incorporation by itself, does not necessarily generate the comprehensive learning from the students, it means, this should be integrated to a clear and intentioned didactic proposal. It is presented a pedagogical experience in the physics teaching at Autonomous University of Manizales, in which it has been incorporated tools as: ICT, projects, guided laboratory practices and participative class, they are frame under a methodological proposal that takes into account the different learning styles. Its use has reaches a higher motivation in the students, which entail to a better appropriation of knowledge.

[19] Proyecto: Diseño e implementación de unidades didácticas para la enseñanza de la física mecánica, empleando nuevas tecnologías. Grupo de Investigación en Física y Matemáticas con énfasis en la formación de ingenieros. Universidad Autónoma de Manizales

Key words: ICT, Didactic in Physics, Learning styles

**Introducción**

La educación siempre está a varios pasos atrás de las tecnologías y recae en los educadores la tarea de buscar alternativas y diseñar estrategias específicas para proveer principios teóricos sólidos y conocimiento tecnológico actualizado. En su formación, los estudiantes de ingeniería requieren desarrollar tanto destrezas prácticas con tecnología actual como la capacidad de generar nuevo conocimiento, esto con el fin de formar profesionales que puedan enfrentarse a problemas de la industria y de la investigación.

La tecnología informática y las herramientas computacionales tienen el potencial de generar entornos educativos poderosos y altamente interactivos, ideales para estas clases de disciplinas; muchas instituciones educativas a nivel mundial están incorporando nuevas tecnologías como una nueva metodología de enseñanza-aprendizaje para la formación de estudiantes, sin embargo la incorporación de las TIC's en la enseñanza, por sí solas, no generan necesariamente el desarrollo de aprendizajes comprensivos por parte de los alumnos, es preciso que sean integradas a una propuesta didáctica basada en la definición de qué es aprender y cómo se aprende, y por tanto qué es enseñar y cómo se enseña el conocimiento disciplinar.

Es una realidad que hoy en día la mayoría de los estudiantes tienen prioridades muy distintas a las que se tenían años atrás, se encuentran en un entorno lleno de atractivos distractores que dificultan su concentración y por tanto afectan en gran medida sus procesos de aprendizaje, sumado a esto está la desmotivación de los estudiantes ya que el modelo tradicional de enseñanza no despierta en ellos expectativas y deseos de aprender.

La física es una de las ciencias que presenta mayor dificultad en su comprensión, porque tiene un alto contenido conceptual, requiere una muy buena fundamentación en matemáticas ya que es su lenguaje por excelencia y requiere habilidades para la experimentación. La dificultad del aprendizaje de la física se hace evidente por el bajo índice de aprobación de las asignaturas y la prevención de los estudiantes frente a su aprendizaje, esto debido a la forma tradicional de enseñanza donde un experto da una clase magistral sin tener mayor interacción con los estudiantes y donde no se emplean estrategias adecuadas y variadas que den cuenta de los componentes antes mencionados.

Todo lo anterior pone de manifiesto la necesidad de diseñar e implementar nuevas estrategias de enseñanza de la física que tengan en cuenta los distintos estilos de aprendizaje de los estudiantes, el uso de nuevas tecnologías de la información y que favorezcan los procesos metacognitivos. En este trabajo se presenta una experiencia significativa en la enseñanza de la física en la Universidad Autónoma de Manizales en la cual se tiene en cuenta los tres aspectos mencionados.

Desarrollo de los contenidos

Los modelos pedagógicos existentes pueden en general clasificarse en dos grandes grupos, uno es la concepción tradicionalista y el otro es la concepción humanista. En el modelo tradicionalista se considera a la enseñanza como una absolutización externa y como una estandarización. Este tipo de modelo pedagógico se encuentra aun muy arraigado en muchas de las prácticas pedagógicas a todo nivel. También pueden incluirse en este grupo las teorías pedagógicas conductistas, encaminadas a "formar al sujeto" según el deseo del maestro. Para Freire (1971), la concepción tradicional o "bancaria" no supera la contradicción educador - educando, de donde resulta que el educador es siempre quien educa, el educando es quién resulta educado; el educador disciplina y el educando es disciplinado; el educador habla y el educando escucha; el educador prescribe y el educando sigue la prescripción; el educador elige el contenido y el educando lo recibe como "depósito"; el educador es siempre quien sabe y el educando el que no sabe, el educador es sujeto del proceso y el educando es objeto.

En el modelo humanista la enseñanza hace énfasis en los componentes personales, hay flexibilidad, los métodos son indirectos dinámicos y participativos; el maestro es una mediador del proceso de aprendizaje, tiene el papel de investigador del aula, de orientador, es flexible y espontáneo, acepta y promueve la diversidad entre sus alumnos, y debe ser capaz de trabajar con ella; el estudiante es activo, constructor del conocimiento, es reflexivo, creativo y comprometido. El modelo constructivista es un modelo humanista en el cual la preocupación principal radica en conocer como el individuo que aprende construye el conocimiento. El conocimiento se concibe como un producto de la interacción entre el sujeto que conoce y la realidad, en dicha interacción juega un papel importante las representaciones y las expectativas de los sujetos. Por tanto, el sujeto es quien construye el conocimiento en una forma activa, por ello no debería considerar al estudiante como una hoja en blanco sobre la cual el docente va a escribir sino considerar las ideas previas que trae sobre un tema en particular para que a través de la intervención en el aula se genere el cambio conceptual.

Los modelos didácticos en general pueden agruparse en tres grandes bloques como son: El modelo de recepción y transmisión, el modelo por descubrimiento y el modelo constructivista. El modelo de recepción y trasmisión ha sido reevaluado y criticado ya que presenta características como: Esta basado en la memoria, el centro es el docente y su papel es el de trasmisor de los conocimientos, no atiende a la sicología del aprendizaje, emplea un lenguaje básicamente verbal y/o escrito, se preocupa por cumplir con un listado de contenidos, el material por excelencia es el libro. A pesar de todo lo anterior y de lo claro que pueden resultar sus deficiencias, este es el modelo que mas emplea aun en este tiempo. En contravía con el modelo anterior se encuentra el modelo por descubrimiento, el cual presenta características como: El centro es el estudiante, el docente es un coordinador de actividades experimentales, privilegia destrezas de investigación y actividades experimentales, los contenidos no importan, promueve la relación entre estudiantes el material es variado como guías, equipos de laboratorio. El tercer gran grupo es el modelo constructivista de aprendizaje, este establece relación entre lo que ya se sabe, es decir, toma como partida las ideas previas, considera que el conocimiento es personal; el estudiante es el protagonista de su aprendizaje, el docente es el investigador del aula, es decir, es quien diagnostica los problemas del aula y busca soluciones, emplea estrategias metacognitivas; plantea la resolución de problemas como una estrategia, emplea recursos variados, el aprendizaje es colaborativo, favorece un clima de diálogo permanente.

En los distintos modelos didácticos se puede observar una gran variedad de metodologías de enseñanza una de ellas es el sistema 4MAT, el cual ha sido empleado en la enseñanza de diversas áreas y recientemente (Ramírez, 2010) en la física. Este sistema es el resultado de la superposición de las descripciones de estilos de aprendizaje del modelo Kolb. De acuerdo con Kolb (1984), los estudiantes aprenden según la manera en que prefieren recibir la información por parte del profesor; por medio de la experiencia concreta, de la observación reflexiva, de la conceptualización abstracta y de la experimentación activa. McCarthy (2006), retoma el esquema de Kolb, agregando la información de las investigaciones sobre el cerebro dando como resultado el sistema 4MAT. Para McCarthy el proceso continuo del sistema 4MAT se mueve desde la reflexión a la acción, la combinación de estas dos posibles elecciones en el individuo forma las diferencias individuales, a las cuales llama, Estilo 1, Estilo 2, Estilo 3 y Estilo 4, las cuales se caracterizan, (Ramírez (2004), por:

*Estilo 1:* Obtienen de la enseñanza un valor personal. Disfrutan las discusiones en pequeño grupos que nutren la conversación.
*Estilo 2:* Guardan la verdad. Requieren exactitud y orden. Se sienten cómodos con las reglas y construyen la realidad a partir de éstas. Son exigentes en la forma de expresión; metódicos y precisos.
*Estilo 3:* Se lanzan a la acción; pretenden que lo aprendido les sea útil y aplicable. No aceptan que les proporcionen las respuestas antes de explorar todas las posibles soluciones.
*Estilo 4:* Descubren las cosas por sí mismos. Tienen una fuerte necesidad de experimentar libertad en su aprendizaje, y tienden a transformar cualquier cosa.

Según el Sistema 4MAT, los estilos de aprendizaje precedentes describen comportamientos generales. Esto significa que un estudiante no puede ser identificado con un único estilo. Las características mencionadas en cada estilo son las que pueden ser observables con mayor frecuencia en cada individuo. Así, la forma en que los estudiantes aprenden un concepto determinado depende del estilo de su preferencia.

De acuerdo a lo anterior en la enseñanza de la física deberían tenerse en cuenta estos estilos de aprendizaje y diseñarse actividades que apunten a cada uno de ellos sin privilegiar más uno que otro, ya que quienes no aprenden del modo privilegiado están siendo de alguna forma ignorados y al no tener alternativas para el aprendizaje, esto puede llevarlos a no alcanzar los resultados esperados en su proceso de formación.

**Descripción de la experiencia**

Un grupo de docentes de la Universidad Autónoma de Manizales se ha dado a la tarea de rediseñar los cursos de física teniendo en cuenta que no todos los estudiantes aprenden de la misma forma, es decir, generando actividades que den cuenta de los cuatro estilos de aprendizajes planteados anteriormente. Se han diseñado cuatro tipos de actividades como son: Empleo de TIC's, Prácticas de Laboratorio, Desarrollo de proyectos y Clase participativa.

3.1 Empleo de TIC's: El cerebro procesa la información que obtienen a partir de los órganos de los sentidos y desarrolla la inteligencia, las emociones y los sentimientos. En ciertos tipos de aprendizaje se necesita más de un sentido que de otros, por ejemplo, cuando un profesor está exponiendo un tema, el estudiante hace uso del oído y la vista para captar lo que se le enseña pero como la gran mayoría de estudiantes en la actualidad son visuales se logra captar más atención si se emplean ayudas que estimulen este sentido. Por esta razón, en la experiencia que se presenta se están empleando herramientas como applets, simuladores, videos o algún software específico que por su alto contenido visual favorezcan los procesos de aprendizaje.

Los applets son componentes de ciertas aplicaciones que se ejecutan dentro de otro programa como por ejemplo en un navegador web. Los tipos de applets que se han utilizado, son resultado de una búsqueda minuciosa, en la cual se han seleccionado aquellos que más se acoplan a la metodología propuesta, utilizados bien sea en el desarrollo de la clase para mostrar visualmente lo que se está explicando u orientado con preguntas para que el estudiante interactué con ellos y pueda sacar sus propias conclusiones sobre un fenómeno en particular.

De igual manera se están utilizando simuladores de libre uso pero también se están diseñando otros con algunos estudiantes interesados, que incorporen ciertas características especiales para favorecer el aprendizaje por experimentación, la cual puede hacerse desde cualquier lugar sin tener un laboratorio a mano. Un ejemplo se muestra en la figura 1.


Figura 1. Simulador de Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado diseñado por el estudiante Alejandro Salazar Cubides

Se han construido además aulas virtuales (o blocks) los cuales permiten una interacción permanente entre el docente y el estudiante desde cualquier lugar y en cualquier instante. En estas aulas se dirigen las actividades extra clase, como corresponde a una modalidad de créditos y permiten adema el acceso directo a lecturas, talleres, videos, applets, simuladores, y comunicación con el docente. (ver figura 2).

Prácticas de Laboratorio: La UAM consta con un laboratorio de Física Básica en el que se pueden desarrollar prácticas encaminadas a comprobar leyes físicas fundamentales, para lograr mejores resultados en la realización de las prácticas, se ha desarrollo un paquete de manuales de Laboratorio de Física (ver figura 3) que constan de una guía y una cartilla los cuales sirven de apoyo al estudiante a la hora de preparar y desarrollar la práctica de laboratorio así como a la hora de realizar el informe correspondiente. Esta última parte es la que hace la diferencia con lo existente en otras instituciones ya que algunas no cuentan con guías claras y diseñadas estratégicamente y muchos menos con una cartilla que guie la elaboración del informe. Los informes de laboratorio se realizan en el momento mismo de la toma de datos, esto con el fin de garantizar que el trabajo se realice efectivamente en grupo y se haga la retroalimentación respectiva por parte del docente. Los manuales están diseñados de tal forma que el estudiante deba realizar un pre informe que incluye preguntas teóricas dirigidas a repasar los conceptos básicos necesarios para la realización de la práctica.

Se espera que el estudiante realice el experimento, tome datos, los grafique y realice los ajustes correspondientes para llegar a una relación matemática entre las variables. Se dirigen los cálculos, el análisis de los mismos, las graficas y las conclusiones mediante preguntas concretas que lleven al estudiante a comprender el fenómeno físico en estudio. Con estas prácticas se favorece el aprendizaje para los estudiantes ubicados en el estilo de aprendizaje tipo 3, de acuerdo al modelo 4MAT.


Figura 2. Aula virtual y block empleados en los cursos de Física

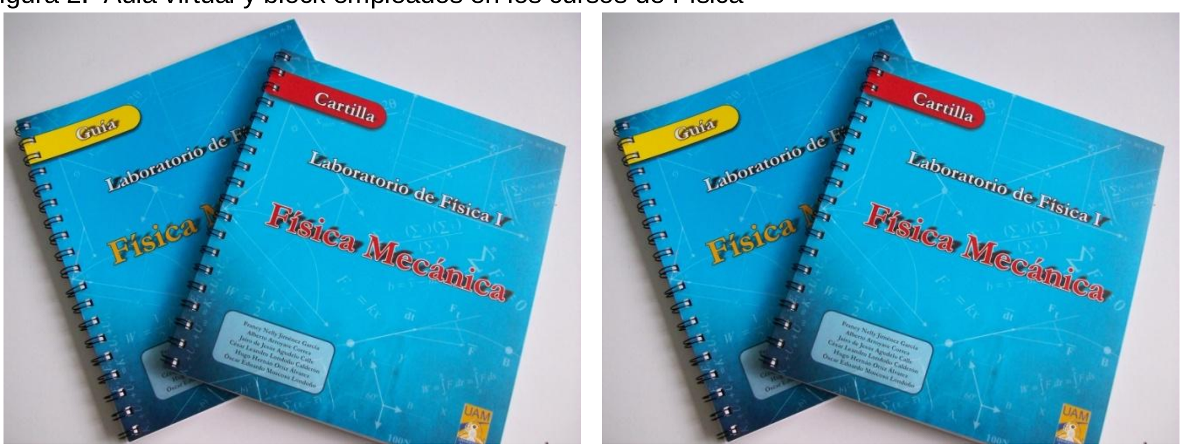



Figura 3. Manuales de laboratorio de Física

Presentación de proyectos: Los estudiantes distribuidos en grupos seleccionan uno de los temas planteados en el curso y proponen un proyecto que deben desarrollar en el transcurso del semestre con la asesoría del docente. El proyecto consta de varias fases, primero se plantea la propuesta, seguidamente se realiza la sustentación teórica del fenómeno, después viene la parte del trabajo manual o experimental (montaje de los modelos) y finalmente la presentación ante el grupo del proyecto con la respectiva sustentación. En la figura 4 se muestran imágenes de algunos proyectos presentados por los estudiantes en los cursos de física. La realización de estos proyectos favorece el aprendizaje para los estudiantes ubicados en el estilo de aprendizaje tipo 4, de acuerdo al modelo 4MAT.

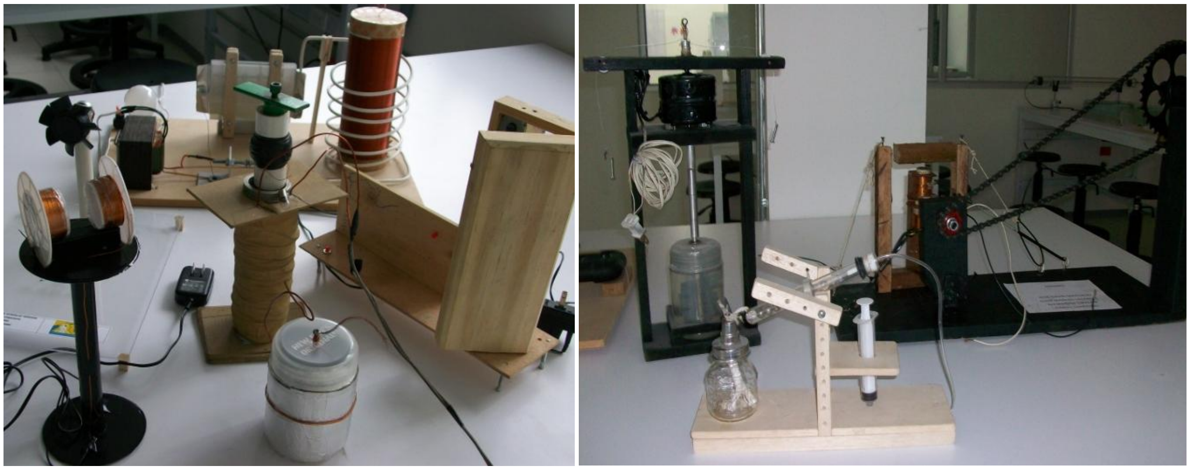


Figura 4. Montajes realizados por los estudiantes en el desarrollado de proyecto

3.4 Clase participativa: De acuerdo con la experiencia cotidiana, es usual que los estudiantes traigan algunas ideas preliminares sobre los temas que se van trabajar en física, estas ideas vienen de enseñanzas recibidas anteriormente o simplemente de su vida cotidiana. En ambos casos, es muy usual encontrar que dichas ideas previas, suelen presentarse fragmentadas, sin estructura y la mayoría de las veces son erróneas. El conocimiento de estas ideas previas, nos permite a los docentes tener las bases sobre las cuales se va a construir el conocimiento. La forma de conocer estas ideas es a través de las respuestas que dan los estudiantes a cuestiones planteadas por medio de cuestionarios escritos o en discusiones grupales donde el docente solo actúa como moderador. Basados en las respuestas obtenidas es posible programar la siguiente clase. Es muy importante que dichos cuestionamientos de ninguna manera sean preguntas directas pero tampoco demasiado amplias.

El reto como docentes es entender que una de las características principales de las ideas previas es que están muy arraigadas y no desparecen con facilidad. Cuando el docente y el alumno son consientes de esta dificultad, los procesos de metacognición pueden llegar a ser la solución, es decir, en la medida en la que el estudiante sea consciente que el concepto preliminar que posee acerca de un fenómeno en particular es incorrecto, existe una mayor posibilidad de que el pueda superar estas dificultades, identificándolas, reconociendo su propio error y aceptando de una manera justificada y consiente la verdad científica. El trabajo en clase propuesto, está basado en el constructivismo, que propugna que no hay nada en los objetos, situaciones, eventos, etc. de los que se pueda inducir ideas: estas deben ser construidas por los individuos. En este orden de ideas, el papel principal en el aula de clase es el desarrollado por parte del estudiante, el docente es solamente un facilitador entre las concepciones abstractas y el conocimiento que adquiere el estudiante. El docente debe generar las condiciones adecuadas por medio de talleres, preguntas, simulaciones, lecturas, videos entre otras, para permitir la construcción del conocimiento a partir de objetos, eventos y situaciones diversas.
La incorporación de TIC's se ha realizado con el fin de favorecer mejores representaciones graficas de los fenómenos físicos, aunque el docente puede tener muy claro el fenómeno que está describiendo, los alumnos pueden hacer mal interpretaciones creando ideas equivocadas que perduran en el tiempo. Esto sucede con mucha frecuencia y una razón para ello son las limitaciones al realizar esquemas 3-D en un tablero (2D) y además exigen al docente habilidades excepcionales para el dibujo, que normalmente no posee. Otra herramienta empleada en este sentido son los videos

ilustrativos que muestran diferentes puntos de vista un fenómeno físico, permiten el análisis de forma detallada (cuadro a cuadro) y una visualización de experimentos que no pueden realizarse en el aula.
Con el empleo de todas estas herramientas se facilitan las discusiones grupales las cuales son orientadas hacia el enriquecimiento del lenguaje científico y el trabajo colaborativo entre otras, estas discusiones favorecen el estilo de aprendizaje tipo 1 de acuerdo a la metodología 4MAT.
Todas estas actividades están complementadas con la intervención del docente, quien complementa los conceptos teóricos, realiza las deducciones matemáticas y demás lo cual ayuda a lograr un nivel de abstracción en los estudiantes. Todos estas actividades favorecen el estilo de aprendizaje tipo 2, de acuerdo con el modelo 4MAT.

**Conclusiones**

La incorporación de diversas herramientas metodológicas en el aula de clase ha mostrado una mayor motivación en los estudiantes al aprendizaje de la física y una mejor apropiación del conocimiento.

Se ha encontrado que las actividades dirigidas por fuera del aula de clase y asistidas por TIC's permiten al estudiante un mejor aprovechamiento del tiempo libre.

Los estudiantes se han hecho más conscientes de sus procesos mentales, esto unido al descubrimiento de su propio estilo de aprendizaje mejora la asimilación de conceptos debido a la reorganización cognitiva del conocimiento.

**Referencias**

FREIRE, Paulo. (1971). *Sobre la acción cultural.* Icira. Santiago. Chile.

McCarthy Bernice. (1987). 4MAT in action: creative lesson plans for teaching to learning styles with right/left modes techniques. Wauconda. IL; About Learning. Inc. 1981.

M.H. Ramírez Díaz. (2010). Aplicación del sistema 4MAT en la enseñanza de la física a nivel universitario. Revista Mexicana de Física. 56(1) pp. 29-40.

M.H. Ramírez Díaz. (2004). Estilos de Aprendizaje y Desempeño Académico. Innovación Educativa, Vol. 4, Num. 19, IPN.

# PO-17 CONCEPCIONES ACERCA DE LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS NATURALES DE LOS ESTUDIANTES DE LA LICENCIATURA EN PEDAGOGÍA INFANTIL DE LA UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA[20]

**Carlos Abraham Villalba Baza**
Lic. en Biología y Química
Especialista en Pedagogía y Desarrollo Humano, Candidato a Magister en Educación
Docente catedrático Universidad Tecnológica de Pereira; Coordinador I.E. La Inmaculada
cavillalbab@hotmail.com

**RESUMEN**

En el presente estudio se pretende comprender las concepciones de los estudiantes de la Licenciatura en Pedagogía Infantil de la Universidad Tecnológica de Pereira acerca de la enseñanza de la ciencia. Se llevo a cabo con 4 estudiantes de IX Semestre. Se abordan aspectos discursivos de las concepciones y a nivel de las Teorías Implícitas.

Las concepciones discursivas de los estudiantes apuntan a aspectos como el aprendizaje significativo, aprendizaje cooperativo y el desarrollo del pensamiento científico. En las clases, se evidencia que sus concepciones siguen teniendo una visión de tipo memorístico, centrada en contenidos, equipos de trabajo fragmentados y la argumentación reducida a la exposición.

Se concluye que las concepciones son resistentes al cambio y son reforzadas socialmente. Esta investigación pretende ser referente para planes de actualización del profesorado en ejercicio o en formación, lo que redundará en una mejor enseñanza de las ciencias en todos los niveles de la educación.

PALABRAS CLAVE: Concepciones, Enseñanza de las Ciencias, Profesorado en Formación.

**ABSTRACT**

In the present study is to understand students' conceptions of the BA in Childhood Education at the Technological University of Pereira about the teaching of science. Was conducted with 4 students from Semester IX. We also highlight the concepts and discursive level of implicit theories.

The discursive conceptions of students point to aspects such as meaningful learning, cooperative learning and the development of scientific thought. In classes, it is evident that his ideas still have a rote-type vision, focusing on content, teamwork fragmented and reduced exposure argument.

We conclude that conceptions are resistant to change and are reinforced socially. This research is intended to be referring to plans to update the practicing teachers or training, which will result in better science education at all levels of education.

[20] Informe preliminar de la tesis conducente al título de Magister en Educación, Director: Dr. Oscar Eugenio Tamayo, Maestría en Educación, Universidad Tecnológica de Pereira.

KEY WORDS: Conceptions, Sciencie Education, teachers in training.

**Introducción**

La Licenciatura en Pedagogía Infantil de la Universidad Tecnológica de Pereira forma profesionales encargados de orientar e investigar los procesos de formación para niños de educación inicial y básica primaria. Dentro de la propuesta curricular estos estudiantes reciben dos cursos de didáctica de las ciencias naturales, a través de los cuales se reflexiona sobre los principios teórico-prácticos actuales que rigen este campo del conocimiento.

Esta investigación pretende comprender las concepciones de los estudiantes de la licenciatura en Pedagogía Infantil de la Universidad Tecnológica de Pereira. La investigación pretende abordar aspectos no solo discursivos de las concepciones como los planteados por Viennot (1979), sino hacerlo de una forma mucho más profunda a nivel de las denominadas Teorías Implícitas como lo plantea Rodrigo et al (1993).

**Antecedentes**

Las investigaciones acerca de las Concepciones, nacen con el constructivismo, y en particular, con Laurence Viennot (1979), quien en su tesis doctoral acerca de la enseñanza de la Física, acuña por primera vez el término “Concepciones Alternativas”, describiendo cómo estas concepciones influyen en el aprendizaje de la misma.

A partir de la fecha, los estudios acerca de las concepciones se enfocan primeramente en los estudiantes y, sólo hasta la mitad de los años ochenta se plantean investigaciones acerca de las concepciones de los profesores.
Gené y Gil (Carrascosa, 2002) publican una investigación en la que afirman:
"*Un primer error en el diseño de la formación inicial del profesorado estriba en concebir ésta como realmente inicial ignorando que los futuros profesores poseen ya unos conocimientos, plantean unos procedimientos y tienen unas actitudes hacia la enseñanza y el aprendizaje, que son el resultado de una formación adquirida 'ambientalmente' a lo largo de los muchos años en que han seguido como alumnos las actuaciones de sus profesores”.*

A nivel internacional se destacan las investigaciones realizadas por Rafael Porlán (1998), Juan Ignacio Pozo (2006), Carlos Furió(1996) entre otros investigadores, las cuales se desarrollaron con estudiantes, profesores en formación o en ejercicio de educación secundaria y universitaria, y que, enmarcadas específicamente en el campo de las ciencias naturales, aportaron para la consolidación de una línea de investigación en formación del profesorado de Ciencias Naturales.

A nivel nacional, las investigaciones sobre concepciones de los profesores en enseñanza de las ciencias, también han tenido de forma general su enfoque en los profesores de los niveles de secundaria y universitario, básicamente en el componente declarativo, tal como lo plantean los estudios realizados por Gallego, R. y Pérez (1999, 2003), los que hacen un análisis a nivel nacional de las concepciones de los profesores y la forma en que piensan la enseñanza de las ciencias en relación con la epistemología y la pedagogía.

De igual manera, se han realizado estudios como los de Fanny Angulo (2003), los cuales parten de las concepciones de profesores y estudiantes, para plantear modelos didácticos de formación inicial para el profesorado de ciencias.

En el eje cafetero, se destacan los proyectos liderados por Oscar Eugenio Tamayo (2002), sobre concepciones de naturaleza, enseñanza y aprendizaje de las ciencias con diferentes grupos de profesores de la ciudad de Manizales, en los cuales se han hecho estudios profundos sobre el pensamiento de los profesores, para poder explicar las prácticas de aula, y poder llevar a cabo cambios en la praxis educativa de los profesores de ciencias naturales.

**Descripción del problema**

Los cambios que han ocurrido al interior de las ciencias experimentales y de la didáctica de las mismas, han llevado a replantear e introducir transformaciones importantes en los procesos de formación de los docentes. A estos cambios, la Licenciatura en Pedagogía Infantil de la Universidad Tecnológica de Pereira no ha sido ajena, y después de amplias reflexiones acerca de la importancia de fortalecer la formación de las(os) estudiantes del programa en la enseñanza y aprendizaje de las Ciencias Naturales, se reorganizan los conceptos, procesos y secuencias didácticas en cada una de las asignaturas relacionadas con la Didáctica de las mismas, bajo los títulos de Construcción y Didáctica de las Ciencias Naturales I y II, las cuales se desarrollan en sexto y octavo semestre respectivamente, con el propósito de que los(as) estudiantes puedan reflexionar, aprender y construir acerca de la enseñanza de las ciencias.

En contraste con el proceso planteado, cuando las (os) estudiantes de la licenciatura elaboran sus planeaciones en el área de Ciencias Naturales, se encuentran en ellas algunos elementos de la visión de enseñanza tradicional de la ciencia, relacionada con el transmisionismo de los saberes como acabados la enseñanza por descubrimiento, vista desde el método científico y las prácticas de laboratorio en forma de receta de cocina (ver figura 1), la enseñanza de contenidos declarativos sin incluir los procedimentales y actitudinales, donde se destaca el papel principal del maestro sobre el rol del estudiante.

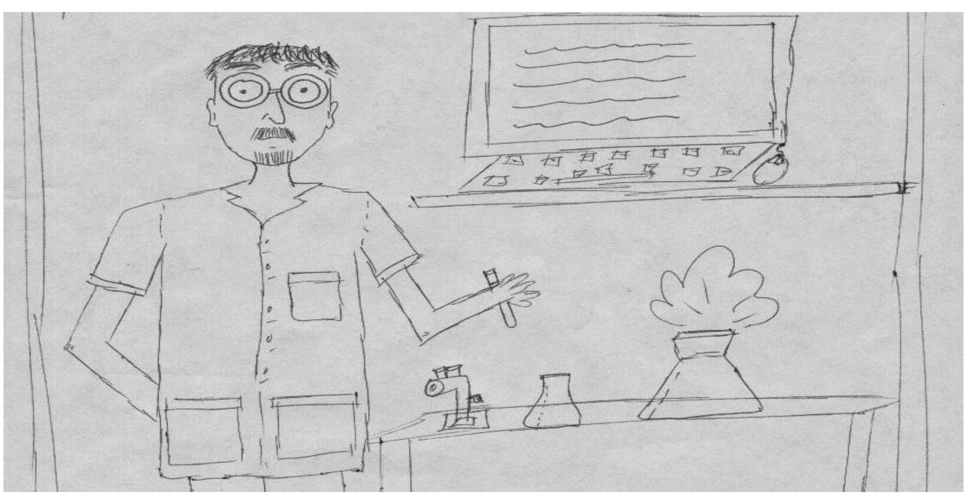


Figura 1. Concepción empiroinductivista de la enseñanza de la ciencia. (Fuente del diseño: elaborado por estudiante de VIII semestre, Universidad Tecnológica de Pereira, 2009.)

Se cree que estás características observadas en las planeaciones, se encuentran relacionadas directamente con las concepciones que las estudiantes tienen acerca de la enseñanza de la ciencia.

Por las razones anteriores, con el presente trabajo se pretende realizar una breve revisión de los estudios que se han llevado a cabo sobre las concepciones acerca de la enseñanza de la ciencia a nivel internacional, nacional y regional, pero específicamente investigar acerca de las concepciones en la enseñanza de las ciencias naturales en los(as) estudiantes de la Licenciatura en Pedagogía Infantil, y de esta manera, poder plantear recomendaciones para su transformación o complementación.

**Justificación**

El interés central en el estudio de las concepciones (creencias y acciones) de los profesores como fundamento para las propuestas de formación inicial y continuada, residen en una mejor comprensión del proceso de construcción y cambio de las Concepciones, lo que conllevaría a la transformación de las prácticas en el aula. Se cree que los(as) estudiantes de la Licenciatura en Pedagogía Infantil, han construido sus concepciones sobre la enseñanza de las Ciencias Naturales, con base en sus experiencias en la escuela, la universidad y la vida cotidiana, organizándolas coherentemente de acuerdo a sus creencias y requerimientos, poniéndolas de manifiesto al momento de ejercer su praxis en el aula.

Por tal razón, con base en lo que plantea Tamayo (2005), se requiere una mejor comprensión de las concepciones de los(as) estudiantes de la licenciatura referentes a la enseñanza de las Ciencias Naturales, “de cómo pueden éstas estar representadas en su mente, de cómo pueden cambiar o evolucionar…” de tal forma, que pueda potenciarse su transformación, trayendo como consecuencia el mejoramiento de su práctica en el aula; el desconocimiento de estos aspectos nos puede llevar a enfrentarnos con diferentes obstáculos en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Además, se destaca que existen gran cantidad de estudios acerca de las concepciones del profesor de ciencias de secundaria y bachillerato en formación y en activo, particularmente alrededor de las dimensiones epistemológica, pedagógica, psicológica y disciplinar específica. Sin embargo, este tipo de estudios son menos abundantes en el caso del profesorado del nivel primario, y prácticamente inexistentes en el nivel de la educación infantil (0 a 6 años) (Tamayo y Espinet, 2005).

**Objetivos**

Objetivo general Comprender los sentidos y significados de las concepciones acerca de la Enseñanza de la Ciencia de los (as) estudiantes de la Licenciatura en Pedagogía Infantil de la Universidad Tecnológica de Pereira

Objetivos específicos

Identificar las concepciones acerca de la Enseñanza de la Ciencia, de los(as) estudiantes de la Licenciatura en Pedagogía Infantil de la UTP.

Interpretar y categorizar los sentidos y significados de las concepciones acerca de la Enseñanza de la Ciencia de los(as) estudiantes de la Licenciatura en Pedagogía Infantil de la UTP.
5. Marco teórico

El desarrollo de la presente investigación implicó hacer un abordaje desde unos lineamientos conceptuales preliminares, puesto que el aporte teórico de la tesis aparece con mayor amplitud en el análisis de los resultados, debido a que la mirada inicial de los datos, exigió construir el marco teórico al tiempo que se analizaban los mismos. Este apartado se divide en tres partes: en la primera, se encuentran los aspectos relacionados con las concepciones. En la segunda, se hace un breve abordaje acerca de algunos referentes considerados para el desarrollo del proyecto como primordiales sobre la enseñanza de las ciencias y las categorías tomadas para el desarrollo de la tesis; y, en la última parte, se realiza una síntesis de algunas investigaciones sobre las concepciones acerca de la enseñanza de las ciencias.

Actualmente es imprescindible para quienes enseñan ciencias tener en cuenta las concepciones de los estudiantes, sin dejar de lado, las concepciones propias. Estas concepciones, denominadas inicialmente “concepciones alternativas” se pusieron en evidencia con la emergencia de la pedagogía y didáctica constructivistas, las cuales plantean que en los estudiantes existen concepciones alternativas a las teorías y conceptos que los profesores, dentro los contenidos curriculares, pretenden enseñar.

De acuerdo a esto, cada vez un mayor número de investigadores ha adoptado el término ‘‘Concepciones’’ para designar el conocimiento que el estudiante trae al aula, por considerar que no sólo se refiere a las explicaciones construidas por el estudiante basadas en la experiencia, para hacer inteligibles los fenómenos y objetos naturales, sino que también expresa respeto al estudiante, ya que implica que las concepciones alternativas son contextualmente válidas y racionales, y por otro lado tiene como fondo una visión interactiva y evolutiva del proceso de aprendizaje: ya que pueden llevar a concepciones más fructíferas, por ejemplo, las concepciones científicas (Furió, 1996). Además, el término concepción es uno de los más neutrales e indica cómo el sujeto construye una representación mental del mundo que le permite entender el entorno y actuar de forma apropiada.

Tamayo (2009) plantea que los estudiantes (incluyendo los profesores en formación), en general, no son conscientes de tener esas concepciones, las cuales no desaparecen con facilidad. Este autor menciona que algunas de las características más importantes de las concepciones son:
Las concepciones se presentan asociadas a una metodología denominada de la superficialidad, caracterizada por respuestas rápidas, poco reflexivas y que transmiten mucha seguridad.
Se construyen a lo largo de la vida del individuo mediante la influencia de los diferentes contextos en los cuales él participa.
Son de origen tanto individual como social.
Éstas son permeables a la edad, la capacidad, el género y las fronteras culturales de los estudiantes.
Son resistentes al cambio mediante estrategias de enseñanza tradicionales.

Los avances hechos a través de investigaciones en enseñanza de las ciencias, han encontrado relaciones profundas entre las concepciones de los maestros en formación y la enseñanza, convirtiéndose por tanto, la investigación de estas concepciones en un requisito necesario para lograr su comprensión, y por ende su transformación, lo cual conllevará a la mejora de la enseñanza de las ciencias, de la cual, se hablará a continuación.

La enseñanza de las ciencias ha sufrido un proceso de transformación a través de la historia reciente (últimos 50 años), respondiendo a las necesidades e intereses de cada momento histórico. Este proceso de transformación ha sido descrito por los investigadores a través de enfoques y modelos. Rafael Porlán plantea que el abordaje de la enseñanza de las ciencias se ha hecho desde tres modelos: Modelo por transmisión verbal, Modelo inductivista-tecnológico y Modelo por descubrimiento espontáneo. Porlán caracteriza cada uno de estos modelos, y propone el Modelo de enseñanza de las ciencias por Investigación, como una alternativa que parte de las falencias de los otros modelos, superándolas, y sintonizando a la ciencia con la realidad de la escuela.

Juan Ignacio Pozo, caracteriza 6 enfoques para la enseñanza de las ciencias, partiendo de los siguientes referentes: características del enfoque, metas de la actividad científica, uso de las concepciones alternativas, rol del maestro, rol del estudiante, selección de contenidos, estrategias de enseñanza y evaluación. Pozo hace una descripción sistemática de cada enfoque, mencionando sus ventajas y limitaciones. La clasificación hecha por este investigador es la siguiente: Enseñanza tradicional, Enseñanza por descubrimiento, Enseñanza expositiva, Enseñanza mediante conflicto cognitivo, Enseñanza mediante investigación dirigida, Enseñanza por explicación y contrastación de modelos.

La limitante de los modelos y enfoques planteados por Porlán y Pozo (y otros investigadores), es que circunscriben a los maestros a un solo modelo o enfoque de enseñanza, con lo cual no se deja espacio para comprender que el pensamiento docente está lleno de matices, que pueden utilizar más de un modelo o enfoque al tiempo, y que pueden coexistir en su accionar y en su pensar, incluso modelos con posturas teóricas y epistemológicas contradictorias.

**Diseño metodológico**

Se realizó un estudio cualitativo de corte comprensivo, la unidad de análisis fue Las concepciones de profesores en formación acerca de la enseñanza de las Ciencias Naturales. La unidad de trabajo fueron Las concepciones acerca de la enseñanza de las ciencias, de 4 Estudiantes de noveno y décimo semestre de la Licenciatura en Pedagogía Infantil de la Universidad Tecnológica de Pereira. La selección de las estudiantes fue intencional, no probabilística, cualitativa. Los instrumentos utilizados fueron:
Un cuestionario de preguntas abiertas.
La entrevista semiestructurada:
Revisión de la planeación de dos clases a cada una de las estudiantes.
Observación no participante, con base en la filmación de dos (2) clases desarrolladas por cada uno (a) de los(as) estudiantes.

**Conclusiones**

Al indagar las concepciones discursivas de los estudiantes, sus posiciones epistemológicas fueron centradas en aspectos como el aprendizaje significativo, el trabajo en equipo, la argumentación y el desarrollo del pensamiento científico, las que señalaron como fundamentales para la enseñanza de las ciencias, lo cual es acorde con lo planteado por Díaz- Barriga (2002), Sanmarti (2005), Pujol (2007), Jiménez Alexandre (2010), el MEN (2003), Tamayo (2009).

En contraste, cuando los estudiantes desarrollaron sus clases, se evidencia que sus concepciones de enseñanza no han sido transformadas y que siguen teniendo una visión empírico-positivista de la ciencia, de tipo memorístico repetitivo, centrada en el desarrollo de contenidos por parte del profesor, equipos de trabajo que no corresponden al modelo socioconstructivista y la argumentación se reduce a la exposición de material entregado por el docente.

La investigación muestra que tal como lo plantea Tamayo, las concepciones son resistentes al cambio y son reforzadas socialmente, lo cual en este caso específico se refleja en la labor docente de los estudiantes en aspectos como "las llamadas visiones deformadas de la actividad científica" (Furió1996) y de los problemas para de la enseñanza de la ciencia, ampliamente estudiados entre otros por Pozo (2003), Porlán (1998, 2000) y Gallego (1999, 2003). se pone de manifiesto que las concepciones epistemológicas y de aprendizaje de los profesores inciden en su práctica docente, y por ello, los cambios no se ven reflejados en la práctica de aula. De esta forma esas concepciones constituyen verdaderas teorías implícitas sobre el aprendizaje y la enseñanza profundamente enraizadas no sólo en la cultura escolar dominante, y en las prácticas cotidianas de enseñanza, organización social del aula, evaluación, etc., sino también en la propia estructura cognitiva de los profesores.

Esta investigación pretende ser referente de partida para la elaboración de planes de formación del profesorado en ejercicio o que se encuentre cursando estudios, lo que permita la transformación o evolución conceptual de sus concepciones, lo que lógicamente redundará en una mejor enseñanza de las ciencias en los niveles de educación inicial, básica y media.

**Bibliografía**

ABD-EL-KHALICK, LEDERMAN (2000), Norman. Improving teachers' conceptions of nature of science. Journal of Science Education. 655-701.

ANGULO, Fanny (2003), "Un modelo didáctico para la formación inicial del profesorado de ciencias" . En: Colombia. Revista Interuniversitaria De Formación Del Profesorado. Actas Del VIII Congreso Internacional Sobre Formación Del Profesorado .

CARRASCOSA, J., GIL, D., FERNANDEZ, I. (2002) Visiones deformadas de la ciencia transmitidas por la enseñanza. En: Enseñanza de las Ciencias (2002),

ERAZO PARGA (1999). Manuel. Caracterización de la influencia empiropositivista que guía el pensamiento de los profesores de ciencias. Universidad Pedagógica Nacional. Santafé de Bogotá.

ESPINET, M., TAMAYO, O., BADILLO, E. Y ADÚRIZ-BRAVO, A. (2005). Aportes para el estudio del conocimiento profesional de los maestros de educación infantil sobre la naturaleza, enseñanza y aprendizaje de las ciencias. Departamento de Didáctica de las Matemáticas y de las Ciencias Experimentales. Universidad Autónoma de Barcelona.

FERNANDEZ, I., GIL, D., CARRASCOSA, Jaime. (2002). Visiones deformadas de la ciencia transmitidas por la enseñanza. Universitat de València. Enseñanza de las Ciencias. 20(3), 477-488.

FLOREZ OCHOA, Rafael (2005). Pedagogía del Conocimiento. 2ª Edición. Mc Graw Hill. Bogotá.

FURIO MAS, Carlos (1996). Las concepciones alternativas del alumnado en ciencias: dos décadas de investigación. Resultados y tendencias. Alambique. Didáctica de las ciencias experimentales. No 7. P 7-17.

GALLEGO R., PEREZ, R., TORRES L (2007). Didáctica de las ciencias, aportes para una discusión. Universidad Pedagógica Nacional.

PEREZ Royman (1999). El problema del cambio en las concepciones epistemológicas, pedagógicas y didácticas. Universidad Pedagógica Nacional. Santafé de Bogotá.

GIORDAN André, DE VECCHI Gerard (1995). Los orígenes del saber. Díada Editores.

PORLAN, Rafael (1998). Teoría del conocimiento, teoría de la enseñanza y desarrollo profesional. Las concepciones epistemológicas de los profesores. Tesis Doctoral. Sevilla, Universidad de Sevilla. Departamento de Didáctica de las Ciencias.

POZO JUAN IGNACIO et al (2006). Nuevas formas de pensar la enseñanza y el aprendizaje. Editorial GRAO. España.

RODRIGUEZ, José María (1999). Las teorías implícitas sobre la enseñanza de los profesores en formación antes de las prácticas: el caso de Alicia. En: Revista de educación. Universidad de Huelva. Páginas 133-156.

TAMAYO Oscar (2005). De las concepciones alternativas al cambio conceptual en la enseñanza y aprendizaje de las ciencias. Universidad Autónoma de Manizales. Plumilla Educativa *ISSN:* 1657-4672 *ed:* Centro de publicaciones Universidad de Manizales *v.*2 *fasc.*N/A p.57 – 65.

TAMAYO, Oscar (2009). Didáctica de las ciencias: la evolución conceptual en la enseñanza de las ciencias. Editorial Universidad de Caldas. Manizales.

# PO-18 EL TRABAJO INDEPENDIENTE ESTRATEGIA DIDACTICA PARA LA ENSEÑANZA Y EL APRENDIZAJE DE ESTADISTICA, SOPORTE PARA LA INVESTIGACIÓN CUANTITATIVA.[21]

**Adriana Guerrero Peña**
Docente Auxiliar. Instituto Tecnológico Metropolitano
Docente investigador grupo DAVINCI
MBA de la U de M Especialista en Sistemas de información de EAFIT, Estadística de la U de M
adrianaguerreo@itm.edu.co

**Ismael Castrillón Gómez**
Docente Ocasional. Instituto Tecnológico Metropolitano
Docente investigador grupo DAVINCI
Ms. Educación Docencia Universidad de Manizales, Ingeniero Industrial de UNAULA
ismaelcastrillon@itm.edu.co

**María V. Buitrago Cardona**
Docente Ocasional. Instituto Tecnológico Metropolitano
Docente investigador grupo DAVINCI.
Ms. Administración de Proyectos Universidad para la Cooperación Internacional, Estadística de la U de M
mariabuitrago@itm.edu.co

**María de Los Ángeles Curieses P.**
Docente Ocasional. Instituto Tecnológico Metropolitano
Docente investigador grupo DAVINCI. Estadística de la U de M
mariacurieses@itm.edu.co

## RESUMEN

La estrategia fundamental de enseñanza y de aprendizaje del área de estadística del ITM (Instituto Tecnológico Metropolitano), es el *trabajo de campo*, por desarrollarse de manera coherente y cronológica, de acuerdo al microdiseño curricular de las asignaturas. El recorrido metodológico, va desde el diseño de variables por parte del estudiante, hasta realizar estimaciones y contrastar hipótesis en el estudio que se propone. El curso de estadística engrana con la adquisición de conocimiento a la luz del método científico, lo cual, hace de la estadística un curso pertinente en la formación en los objetos propios de los programas de tecnologías e ingenierías, por ser transversales, no solo en la malla curricular, sino a toda la actividad profesional del alumno en formación. Por lo tanto, la estrategia -*trabajo de campo*- pensada y discutida en comunidad académica, es el hilo conductor para la adquisición de aprendizajes significativos por los estudiantes de estadística.

Palabras Claves: Estadística, aprendizaje, estrategias.

[21] Estrategias didácticas para la enseñanza y el aprendizaje significativo de la Estadística, No. P08216. Grupo Davinci. Institución Universitaria INSTITUTO TECNOLOGICO METROPOLITANO.

**ABSTRACT**

The essential strategy of teaching and learning the statistics area at ITM (Metropolitan tecnology institute), is the work field to be developed in a coherent and chronology way, according to the curricular microdesign subjects. The course methodology, start from design variables by the student to perform estimates and test hypotheses in the proposed study. The statistics course works with the adquisition of knowledge in the scientific method, which makes a course in statistics relevant training in the proper objects of technology and engineering programs, to be cross, not only in the curriculum mesh, but all the professional activity of students in training. Therefore, the strategy -fieldwork- thought out and discussed in academy comunity, is the theme for the adquisition of meaningful learning by statistics students.

Keywords: Statistical, learning, strategies.

**Introducción**

Bajo la apremiante necesidad de atacar los flagelos educativos, tanto en los aspectos socioeconómicos, culturales y académicos, las IES (Instituciones de Educación Superior) deben apuntar a una mirada de su macroentorno, analizando las problemáticas de cobertura, inclusión y permanencia; que de igual manera, tiene su asiento en la cotidianidad universitaria, con manifestaciones de bajos rendimientos académicos, deserciones masivas y, por supuesto, un problema de orden nacional, arraigado en la célula fundamental de la sociedad, cual es, la esfera educativa.

En este sentido, el modelo pedagógico del ITM, (Urrego, 1999) plantea que:

*"Cuando en la dinámica competitiva de los países se aboga por el desarrollo humano como filosofía y el conocimiento como motor principal del progreso, se impone la armonización de estos dos elementos, para pensar en la formación de individuos íntegros con capacidad de vincularse al mundo del trabajo con una visión más amplia y unas competencias más fuertes que las requeridas para el desempeño concreto. Esto implica unas acciones efectivas que tengan expresión en sus currículos*".

Aspectos que en última instancia atañen directamente a la didáctica, específicamente a los desarrollos microcurriculares de las asignaturas y con especial cuidado, en la evaluación como instrumento de aprendizaje, *con metodologías innovadoras*, para poder medir el alcance de las competencias adquiridas.

Para ilustrar de manera más explícita, la concepción filosófica de la esencia educativa institucional, se presenta el siguiente mapa conceptual; allí no solamente está el currículo explicito, sino también el currículo implícito, con redes de pensamiento, bajos actividades intencionadas y demarcadas por la esencia del trabajo independiente; con pretensiones de formar competencias académicas y profesionales, ubicadas en contextos particulares, dependiendo de las necesidades y deseos de los educandos intervinientes en un proceso holístico, caracterizado por las múltiples interacciones de sujetos, comprometidos con la construcción y aplicación del conocimiento científico:

**Mapa Conceptual**

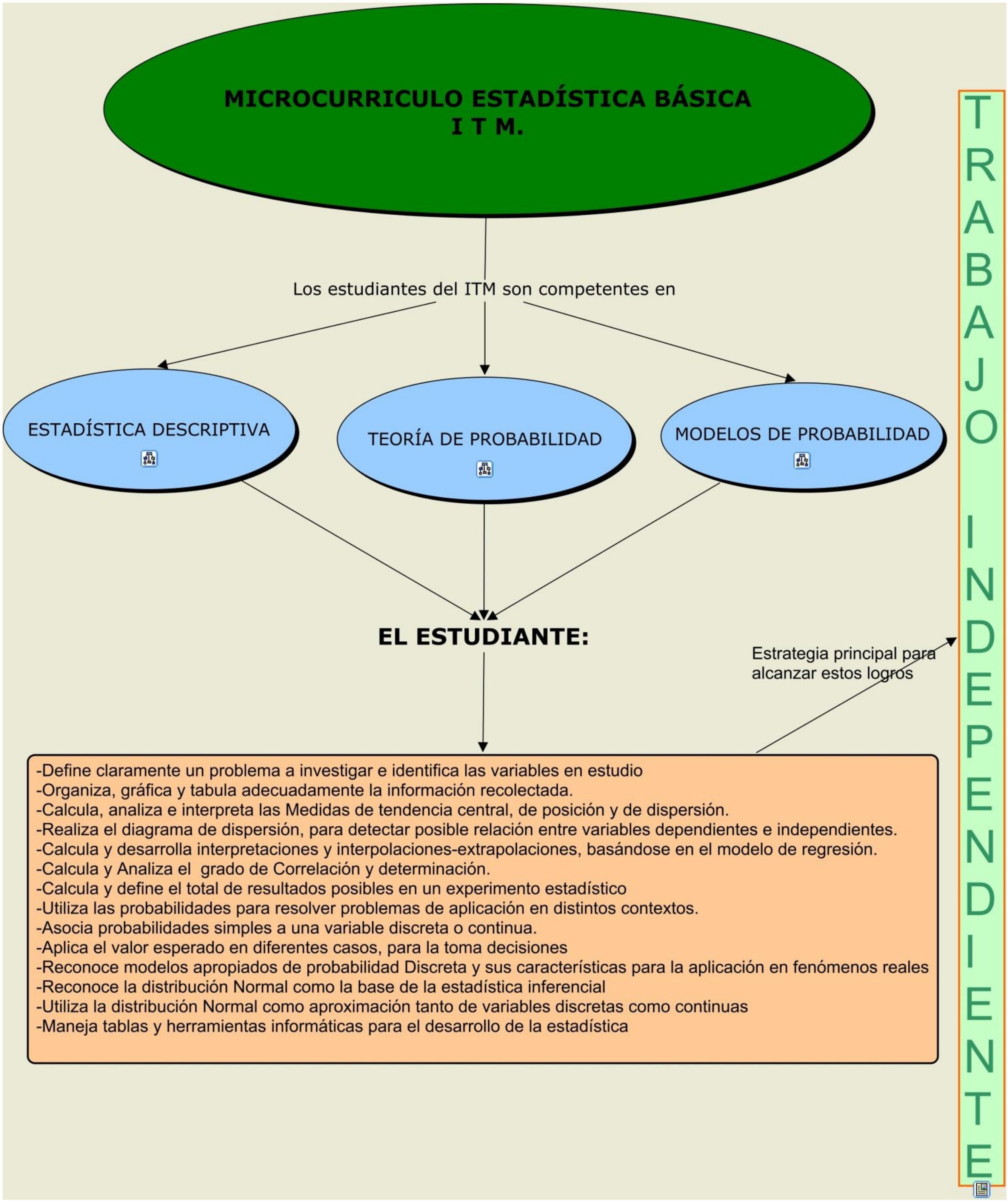



Figura1. Mapa Conceptual. Currículo de Estadística.

**Génesis del trabajo de campo.**

En el primer semestre de 2007, nace el proyecto de didáctica de la ciencia básica, como una necesidad del ITM, para generar estrategias de enseñanza y de aprendizaje hacia un aprendizaje significativo, en concordancia con los microdiseños curriculares de los cursos básicos servidos por la facultad de ciencias. Se permearon las experiencias en el diseño de instrumentos, como mediador en la interacción entre áreas de Ciencia Básica y, se logra interlocutar de tal manera que, se consolidan conceptos y tipos de estrategias, a la luz de los referentes teóricos.

**Ubicación histórica de la estrategia metodológica.**

Luego de un proceso de sensibilización con los docentes del área sobre la importancia del *proyecto Estrategias Didácticas para la Enseñanza y el Aprendizaje de la Estadística*, se conforma un equipo de trabajo con cuatro docentes de tiempo completo, con responsabilidades concretas en torno al diseño de instrumentos de recolección de información, aplicación, organización y análisis de la información arrojada por dichos instrumentos; así mismo en el diseño de estrategias, que operen en contexto, utilizando formatos útiles para la evaluación de desarrollos curriculares en el área. Dinámica que cohesionó el trabajo colaborativo del grupo de docentes, e impactó de manera significativa el proceso didáctico en los cursos de estadística básica (Guerrero, 2010), en el período 2008-I. Después de un análisis crítico de las experiencias vivenciadas por los docentes del área de estadística, utilizando instrumentos como fuente primaria de recolección de información, los referentes teóricos utilizados, las diferentes sesiones de estudio y la capacitación al interior de la facultad de ciencias básicas; se procedió a plantear la estrategia que posibilite un aprendizaje significativo de la estadística básica, aprendizaje traducido en los logros para: definir, seleccionar, organizar y analizar información bajo estudio en contextos curriculares, de investigación y de desempeño profesional; así es como, el colectivo docente elabora la propuesta metodológica para los desarrollos curriculares de los cursos de estadística y, la rótula: El trabajo de campo, estrategia fundamental de enseñanza y de aprendizaje del curso de estadística. En lo fundamental la estrategia en su estructuar metodológica comprende desde el planteamiento de una situación problémica que se desarrolla con el método de investigación cuantitativa (Hernadez, 2007), hasta realizar estimaciones y contrastar hipótesis (Mongomery, 1994) en el estudio que se propone.

**Mirada contextual.**

En concordancia con los principios misionales de institución universitaria de educación tecnológica, y bajo la filosofía educativa plasmada en el modelo pedagógico, se muestra la relevancia del aspecto tecnológico en las prácticas educativas; cuando dice que, (Urrego, 1999) " *La dinámica del conocimiento y del desarrollo del mundo, unida al carácter tecnológico de la institución, exige una conceptualización clara y comprometida, expresada también en su currículo sobre la relación ciencia, tecnología y técnica".* Manifestaciones que refuerzan las pretensiones de nuestro trabajo, al mostrar las bondades de la utilización de metodologías diferentes de enseñanza y de aprendizaje, apuntando a didácticas enmarcadas en una pedagogía constructivista, con la firme pretensión de lograr mayores niveles de cognición por parte de los estudiantes y, un nivel de interacción en el aula, donde el centro y protagonista del proceso sea el educando.

Ahora, partiendo de que una competencia se puede definir como la capacidad de un sujeto para contribuir de manera integral, con la solución de problemas a través de conocimientos científicos, técnicos, tecnológicos o artísticos; en otras palabras, es la manifestación práctica de los conocimientos y la inteligencia en determinado contexto, siendo la inteligencia un potencial, que actuando desde el ser, puede procesar información que sirve para resolver problemas o crear productos, en y para beneficio de una comunidad. En este sentido las estrategias didácticas implementadas en los cursos de estadística del ITM, contribuyen al desarrollo de competencias académicas o de formación y competencias de desempeño o laborales, esto es, colocar el conocimiento en contexto, sin redundar en el practicismo.

**Dimensión teórica e investigativa.**

Con elaboraciones conceptuales y fundamentaciones teóricas, resultado de las ricas discusiones de los seminarios permanentes de investigación pedagógica, en el desarrollo del *proyecto Estrategias Didácticas para la Enseñanza y el Aprendizaje de la Estadística* en el año 2008, se podrán comprender los planteamientos hilados de (Hernández,2001), en su texto *Hacia la construcción colectiva del conocimiento*, con la exigencia de abordar de forma rigurosa, los referentes teóricos a que hace alusión, para discernir la problemática de la investigación en la didáctica de la estadística, en torno al aprendizaje, y específicamente hacia el aprendizaje significativo, cual es, el eje central del trabajo independiente del área, a través de la estrategia principal para desarrollo curricular.
El planteamiento global de Hernández (pp.27), manifiesta la necesidad de una relación pedagógica diferente, y dice: *"La investigación actual de la enseñanza de las ciencias, parte del reconocimiento de la necesidad de establecer un diálogo significativo entre el docente y los estudiantes y entre los mismos estudiantes, que haga posible la expresión de las ideas de los estudiantes y que sea capaz de producir verdaderos cambios conceptuales, cambios que implican aprender a mirar los fenómenos de modos radicalmente nuevos".*

El referente teórico del autor para detectar los problemas principales de la investigación en la enseñanza de las ciencias, está soportado en *Daniel Gil (1991), Mario Carretero (1996) y en el Handbook of Science Education*, editado en 1998, y plantea que de la complejidad de la temática parte de los vínculos que se establecen entre la formación científica y la comunicación, la cultura, el desarrollo intelectual, la formación en valores y la investigación científica, como categorías determinantes para el análisis de la investigación en didáctica de las ciencias, y consecuente con ello, sostiene que la investigación en la enseñanza de las ciencias ha cobrado mucha importancia, por ser la *ciencia* motor de desarrollo de las naciones, al considerar su estrecha relación con los *desarrollos tecnológicos*, pilares del crecimiento económico y social de una nación. La transformación tecnológica produce cambios sustanciales en la vida del hombre, modifica la cultura contemporánea y por ende convoca a una formación distinta, emanada de la nueva Escuela, que para el caso plantea el autor *"Tanto el mundo social, objeto de las ciencias humanas, como el mundo de los fenómenos naturales, objeto de las ciencias exactas o empírico analíticas, deben ser abordados más significativamente".*

Los argumentos del autor son claros, flexibles y conducentes al cambio, con una clara intencionalidad, de la construcción de una nueva pedagogía, para una sociedad postmoderna, urgida de una sería *reflexión pedagógica y de constructos educativos* (Modelos Pedagógicos), que resuelvan las necesidades particulares del *hombre,* en el contexto de economías globalizadas, donde los satisfactores humanos se han ubicado en el campo netamente economicista. Para claridad de esta postura sería pertinente que el lector acucioso aborde los planteamientos teóricos de los economistas Amartya Sen[22] y Manfred Max Neef[23].

El Autor hace un aporte importante producto de sus reflexiones, al relacionar en su investigación autores como Ausubel[24], Bernstein, Driver, Novak, Gowin. Piaget, Vigotsky, Habermas[25], Horkheimer y otros; a la vez, hace un meritorio reconocimiento de otras ciencias sociales que se han ocupado en sus investigaciones del campo educativo, como la psicología, la antropología, la sociología. Visto de esta manera, los planteamientos del autor son abarcantes con una formación integral, al relacionar el aprendizaje en un entorno social, donde se promueven valores y formas de relación con otros; lo que concuerda con los planteamientos de Vigotsky[26], en tanto, es un aprendizaje social y mediado. La formación denotada por vertiginosos cambios tecnológicos y culturales, demarcan la semiótica educativa, con sujetos de aprendizaje influenciados por una nueva racionalidad, producto de la cultura digital manifiesta en las TICs.

Piaget[27], a la vez que relega la importancia de la relación social, da más categoría a la creación de las estructuras operatorias y enfatiza el proceso individual de construcción del conocimiento, primando el desarrollo sobre el aprendizaje; Vigotsky, por su parte, se centra más en la actividad personal del alumno mediada por el contexto y pone sobre todo su empeño en ver de qué modo la línea cultural incide en la natural, entendiendo el desarrollo como la interiorización de medios proporcionados por la interacción con otros, por lo que el aprendizaje puede suscitar procesos evolutivos que sólo son activos en este tipo de situaciones: el desarrollo viene guiado y conducido por el aprendizaje. Los dos autores recién descritos conciben el aprendizaje como una reestructuración progresiva de la

---

[22] Amartya Sen. El economista de lo social ganador del Premio Nobel de Economía en 1998, desarrolló una postura conceptual desde la cual las denominadas necesidades básicas, en cuanto apuntan a objetos, son solamente un elemento de discusión dentro del concepto mayor de capacidades humanas.

[23] Manfred.Max Neef, El postulado básico del Desarrollo a Escala Humana es que el desarrollo se refiere a las personas y no a los objetos. Plantea que cualquier necesidad humana no satisfecha de manera adecuada, produce una patología. Hoy en día nos vemos enfrentados a una cantidad de patologías colectivas que aumentan de manera alarmante, producto de necesidades no satisfechas. La calidad de vida dependerá de las posibilidades que tengan las personas de satisfacer adecuadamente sus necesidades humanas fundamentales.

[24] David Paul Ausubel,. Nació en los Estados Unidos (New York), en el año de 1918, hijo de una familia judía emigrante de Europa Central. Se preocupó por la manera como educaban en su época y en especial en su cultura. Estudió en la Universidad de Nueva York. El originó y difundió la teoría del Aprendizaje Significativo. Escribió varios libros acerca de la psicología de la educación. Valora la experiencia que tiene el aprendiz en su mente. En la actualidad vive en la ciudad de Ontario (Canadá).

[25] Jurgen Habermas. Estudio en la escuela de Frankfurt. Estudió fisica, topografia, literatura inglesa y economía en la Universidad de Gotinga, Zurich y Bonn, donde defendió su tesis doctoral sobre Schelling. De 1956 a 1959 fue ayudante y colaborador de Adorno en el Instituto de Sociología de Fráncfort del Meno. En 1961 defendió su habilitación, centrada en el concepto de lo público (Öffentlichkeit). Entre 1964 y 1971 ejerció como profesor en la Universidad de Fránkfurt, y se convirtió en uno de los principales representantes de la Teoría Crítica. De 1971 a 1983 se desempeñó como director en el Instituto Max Planck para la "investigación de las condiciones de vida del mundo técnico-científico"

[26] Lev Semenovich Vigotsky,. Nació en Rusia en el año 1896. Sus ideales eran netamente marxistas, pero propugnaba el pensamiento revisionista. En el campo de la preparación intelectual, cursó las materias de Psicología, filosofía y literatura. Obtuvo el título en leyes en la Universidad de Moscú en el año 1917

[27] Jean Piaget,. (Neuchâtel, Suiza, 1896-Ginebra, 1980) Psicólogo suizo. se licenció y doctoró (1918) en biología en la Universidad de su ciudad natal. A partir de 1919 inició su trabajo en instituciones psicológicas de Zurich y París, donde desarrolló su teoría sobre la naturaleza del conocimiento. Publicó varios estudios sobre psicología infantil y, basándose fundamentalmente en el crecimiento de sus hijos, elaboró una teoría de la inteligencia sensoriomotriz que describía el desarrollo espontáneo de una inteligencia práctica, basada en la acción, que se forma a partir de los conceptos incipientes que tiene el niño de los objetos permanentes del espacio, del tiempo y de la causa. En pedagogía se denomina constructivismo a una corriente que afirma que el conocimiento de todas las cosas es un proceso mental del individuo, que se desarrolla de manera interna conforme el individuo obtiene información e interactúa con su entorno.

información. Desde esta óptica, surge la aplicación de Constructivismo en educación, que conciben el aprendizaje como una reestructuración progresiva de la información.

El grupo FEDERICHI de la Universidad Nacional, guiado por los planteamientos Habermasianos y estructurando toda una teoría en torno a la pedagogía reeducativa, ha abordado las investigaciones en la enseñanza de las ciencias, y se han ocupado de la exploración en ideas previas y a las relaciones en el conocimiento escolar y extraescolar, para un efectivo aprendizaje; asunto que no raya con lo planteado por Hernández, al sostener la postura de que "al relacionar el aprendizaje en un entorno social, donde se promueven valores y formas de relación con otros", asunto que denota la importancia del sujeto que ubicado en un entorno interno y un entorno externo, y es protagonista desde toda su dimensión y complejidad del proceso de educación y formación.

Consecuente con las experiencias significativas del periodo 2007-II y 2008-I del constructo teórico de las estrategias vivenciadas en ciencia básica del ITM, el abordaje crítico de los planteamientos teóricos de los autores citados, y con el hecho precedente de que existen en investigación métodos cuantitativos y cualitativos, los cuales son aplicados de acuerdo a la problemática específica, sin dejar la posibilidad de la convergencia, según lo plantea el profesor Bernardo Restrepo[28], tratando de encontrar puntos de encuentro en las investigaciones de tipo hermenéutico, tradicionalmente ubicado en las ciencias sociales y la de tipo empírico-deductivo, propio de las ciencias naturales; se puede decir que, las competencias adquiridas por el alumno en los espacios áulicos han de trascender lo cognitivo desde el ámbito académico de la *estadística* y contextualizar al sujeto que vivencia problemáticas de desarrollo económico-social, *a través de un trabajo de campo – estrategia fundamental para el desarrollo curricular de los cursos de estadística-*, para potenciar soluciones individuales y colectivas dentro de un contexto social determinado, asimilando de manera significativa la relación dialógica de su educación y formación en un contexto social determinado.

De otra parte, para comenzar a entender las relaciones existentes entre el desarrollo y el aprendizaje se hace indispensable retomar el concepto Vigotskiano de zona de desarrollo próxima, que no es otra cosa que la distancia que existe entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución del problemas bajo la guía de un adulto – el maestro- o en colaboración con otro compañero capaz – su par académico-; en otras palabras el concepto evidencia la maduración intelectual del alumno y su potencialidad para resolver situaciones problemáticas con o sin la intervención de *"otro".* Estos hallazgos son de suma importancia para la actividad docente ya que él es ese *"otro significativo"* para el desarrollo del proceso de enseñanza y de aprendizaje, y el manejo de esa información le permite saber que todos nuestros alumnos independientemente de lo homogéneo o heterogéneo que resulte el curso, cuentan con esa capacidad intelectual de manera latente..
Valoración de la estrategia trabajo de campo.

Producto de las experiencias de los estudiantes ITM, con la estrategia trabajo de campo, se tienen prácticas valiosas, que reposan en los archivos de investigación del grupo Da Vinci del ITM, con resultados sorprendentes ganadores de ferias de ciencias; esto es valioso,  no solo para el estudiante, sino para los semilleros de investigación y el programa de emprendimiento institucional.

---

[28] Bernardo Restrepo Gómez, Profesor de la Universidad de Antioquia. *Investigación en educación*. Programa de especialización en teoría, métodos y técnicas de investigación social, ICFES, Bogotá, 1997.

La fundamentación en investigación para nuestros neófitos estudiantes, se realiza bajo la mirada de dos destacados autores nacionales, Cesar Augusto Bernal y Carlos Hernández Sampieri, que le han impreso una dinámica diferente a la investigación universitaria, con sello de placer por la investigación, al poner conocimiento, sabiduría y experiencias prácticas, al servicio de la metodología de la investigación.

Después de múltiples evaluaciones realizadas a la propuesta, por la comunidad académica, se ha concluido:

La estrategia de trabajo independiente, es un modelo a seguir como proyecto de aula que genera aprendizajes significativos.

La concepción del docente, con respecto al proceso de enseñanza y de aprendizaje del alumno, ha cambiado; esto es, el discurso didáctico y pedagógico ya no es ajeno al docente de estadística del ITM.

La institución universitaria ITM le apunta a la calidad con retención efectiva, basada en estrategias pedagógicas y didácticas, en la dirección de inclusión planteada por el Ministerio de Educación Nacional.

**Bibliografía.**

Ballester R, V. A. (1999). *El Aprendizaje Significativo en la Práctica.* España: Palma de Mayorca SETEI Num 102 75-77.
Bernal Torres, C. A. (2006). *Metodología de la investigación.* México: Pearson.
Guerrero P, A., Buitrago C, M. V., & Curieses P, M. d. (2010). *Estadistica Basica* (2da ed.). Medellín: Fondo Editorial ITM.
Hernadez, o. (2007). *Fundamentos de metodología de la investigación.* México: McGraw- Hill Interamericana.
Hernández Rodríguez, C. A. (2001). *Hacia la construcción colectiva del conocimiento.* (Primera ed., Vol. No. 7). Medellín, Antioquia, Colombia: Fondo editorial ITM.
Hernandez Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2007). *Fundamentos de metodología de la investigación.* México: McGraw- Hill Interamericana.
Instituto Tecnológico Metropolitano. (2008). *Plan de Desarrollo 2008-2012.* Medellín: Fondo Editorial ITM.
Mongomery, D. (1994). *Probabilidad y Estadística apicad a la Ingenieria.* Mexicp: Mc Hill.
Urrego, M. L. (1999). *"Pedagogía y Formación". Modelo Pedagógico.* (Vol. Los Cuadernos de la Escuela No.1). Medellin: fondo editorial ITM.

# PO-19 ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA A TRAVÉS DE LABORATORIOS MATEMÁTICOS

**Diana Marcela Londoño Duque**
Estudiante de Licenciatura en Matemáticas y Física, Universidad Tecnológica de Pereira
dimalondono@utp.edu.co

**Geovanny Preciado Muñoz**
Estudiante de Licenciatura en Matemáticas y Física, Universidad Tecnológica de Pereira
gpreciado@utp.edu.co

**José Rubiel Bedoya Sánchez**
Licenciado en Matemáticas y Física, Magíster en Enseñanza de la Matemática,
docente adscrito al departamento de matemáticas, Universidad Tecnológica de Pereira,
joserubiel@utp.edu.co

**RESUMEN**

El laboratorio matemático es una estrategia metodológica que fue aplicada a los grados novenos de la Institución Educativa Luís Carlos González Mejía, para enseñanza-aprendizaje de la estadística. En este se tuvo como experiencia la recolección de datos en el aula de clases, donde los estudiantes tomaron datos como: edad, peso y estatura.

**Palabras Clave:** Laboratorio, estrategias metodológicas, enseñanza-aprendizaje.

**ABSTRACT**

The math lab is a strategy that was applied to the ninth grade of School Luis Carlos Gonzalez Mejia, for teaching and learning of statistics. This was taken as the data collection experience in the classroom, where students took data such as age, weight and height.

**Key Words.** Implementation, methodological strategies, teaching and learning.

**Introducción.**

Las diferentes metodologías de enseñanza son mediaciones que favorecen el desarrollo de las habilidades y conocimientos. La fuente de mediación reside en una herramienta material, en un sistema de símbolos o en la conducta de otro ser humano. Taylor y Bogdan (1992) señalan que lo que define la metodología es simultáneamente tanto la manera cómo enfocamos los problemas "Sandoval, (2002)", como la forma en que le buscamos las respuestas a los mismos. Las estrategias metodológicas objeto de aplicación son:

> Metodología de enseñanza-aprendizaje basada en las nuevas tecnologías de la información y la comunicaciónTIC´S (Gómez. 2004)": TICS son las siglas de lo que llamamos TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN Y LA COMUNICACIÓN esto se entiende como una innovación en la forma de recoger y sintetizar información. Lo relevante de esto es que los estudiantes van a poder tener acceso al conocimiento de una manera autónoma, El aprendizaje a lo largo de la vida no solo trata

de ofrecer más oportunidades de formación sino también de generar una conciencia y motivación para aprender. Requiere de un estudiante que tome parte activa en el aprendizaje, que sepa aprender en multiplicidad de entornos, que sepa personalizar el aprendizaje y que construya en base a las necesidades específicas. Educar ya no es empaquetar los contenidos del aprendizaje y ponerlos al alcance de los alumnos sino capacitarles para la experiencia del aprendizaje.

<u>Metodología de enseñanza-aprendizaje basada en laboratorios matemáticos (Arce. 2006):</u> El Laboratorio de Matemáticas es una estrategia pedagógica de utilización del material, en la que se encuentra un conjunto de actividades matemáticas para ser desarrolladas autónomamente por los participantes a través del uso de variados materiales, proceso que proporciona un ambiente de aprendizaje en el que se genera la relación entre actividad matemática y material manipulativo, relación que contribuye a la construcción y fundamentación de pensamiento matemático.

<u>Metodología de enseñanza-aprendizaje basada en juegos didácticos (Macias):</u> ella posibilita el aprendizaje y la enseñanza en forma activa y participativa, tanto del estudiante, como del profesor, desarrollando capacidades de iniciativa, investigación, observación, entre otras.

<u>Metodología de enseñanza-aprendizaje basada en problemas:</u> Se podría interpretar como la forma de enseñar un tema de manera que sea el estudiante quien encuentre dicho conocimiento, se haría a través del planteamiento de un problema donde el estudiante al proponer respuestas sea capaz de interpretar y dar solución. Esta metodología permite tener en un papel activo el objeto de conocimiento, el estudiante, pero además el profesor, ya que él debe estar atento a las inquietudes y situaciones que los estudiantes presenten a medida que se intenta resolver el problema.

<u>Metodología de enseñanza-aprendizaje basada en proyectos</u>: Lo podemos considerar como un método que posibilita la construcción del conocimiento por parte de los estudiantes con el acompañamiento del profesor. Donde intervienen experiencias vividas de los estudiantes, saberes previos, y algo muy importante que es traer la realidad a las aulas. Esta metodología permite trabajo en equipo, la comprensión y estudio de la sociedad, practica del conocimiento adquirido, y algo que es lo que hace que el aprendizaje se vuelva mejor y el conocimiento más sólido y es la transferencia de conocimiento a partir de experiencias vividas, discusiones entre estudiantes y docentes.

**Laboratorio matemático**

Las actividades matemáticas que se desarrollan en el laboratorio de matemáticas tienen un carácter experimental, recreativo y lúdico y se desarrollan con el apoyo de materiales manipulativos. La relación entre actividades matemáticas y materiales manipulativos crean un ambiente para "hacer matemáticas". Por ello, se proponen actividades matemáticas que permitan asumir una actitud de investigación, abordar la formulación y resolución de problemas, realizar procesos de experimentación y asumir procesos de colaboración y de socialización; todas estas actividades como formas de producción de pensamiento matemático.

Así, más que la idea de un espacio donde se hacen diversos procedimientos y pasos para llegar a un resultado, se plantean actividades de Laboratorio que ponen énfasis en el hecho que quien participa lo hace de manera activa al construir sus propios conocimientos.

La relación que se desarrolla en el Laboratorio de Matemáticas de manera dinámica entre las actividades matemáticas y los materiales, contribuye a la formación del pensamiento matemático, de una manera más rápida y sólida que a través del sólo uso del papel y lápiz. Las afirmaciones de Piaget (1982) son contundentes en este sentido, por ejemplo cuando afirma que: **"*Un niño familiarizado con el plegado y desplegado de formas de papel durante su labor escolar está dos o tres años adelantado con respecto a los niños que carecen de esta experiencia*"**

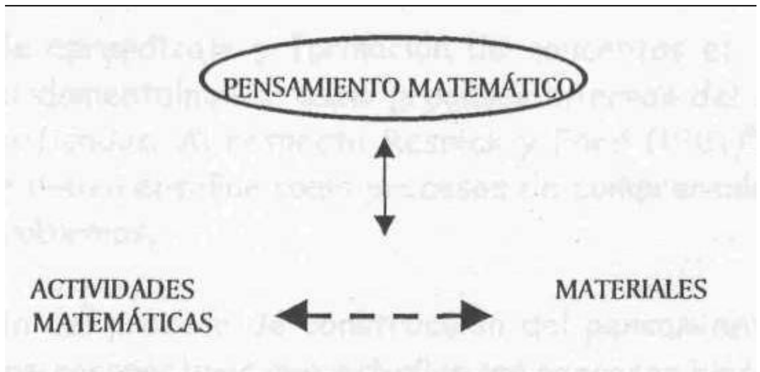



Figura N° 1

Con la relación dialéctica entre actividades matemáticas y materiales, se logra un acercamiento, fundamentación, aprehensión o construcción de pensamiento matemático desde una visión diferente a la tradicional, en cuanto se tiene la opción de manipular materiales, hacer experimentos, enfrentarse a actividades recreativas, utilizar herramientas y resolver problemas en un ambiente flexible, agradable y ameno donde se toman por parte de los participantes distintos caminos para resolver las actividades planteadas, al asumir el proceso de aprendizaje como propio. (Arce)

Es de aclarar, para la realización de un laboratorio matemático, o en el caso del ejemplo (2.1) mas adelante mostrado, no es estrictamente necesario la manipulación de materiales físicos, sino que también se puede realizar a través de una interacción humana; de donde a partir de la experimentación se construye el conocimiento.

En la actualidad se está aplicando la metodología de enseñanza-aprendizaje basada en laboratorios matemáticos en la Institución Educativa Luis Carlos González, en los grados novenos (9º A, B y C), trabajando específicamente en el pensamiento aleatorio y sistema de datos, se diseñó un laboratorio que se ajustara para la enseñanza de las siguientes temáticas: conceptos básicos de estadística (estadística, población, muestra, variable: cuantitativa y cualitativa), recolección de datos estadísticos, tablas de frecuencias para datos agrupados y no agrupados, gráficos estadísticos (barras, pastel, ojivas, entre otros). En el proceso de aplicación se ha encontrado que los estudiantes se motivan más para adquirir el conocimiento activamente, como en todos los cursos se encuentran estudiantes que se esmeran por el trabajo individual y en equipo, más aún, cuando se trata de la recolección de datos para realizar un análisis cualitativo y cuantitativo de una pequeña población como es el entorno del aula. Se ha notado que para un grupo de estudiantes en donde prima la indisciplina es necesario no conformar equipos de más de 3 personas, y mantenerlos en constate actividad, en general con la metodología se ha logrado que los estudiantes se interesen por saber qué es lo que hacen y para que lo hacen.

Para el diseño de un laboratorio matemático se siguieron los siguientes pasos.

- Se escogió los temas a tratar con el laboratorio.
- El tiempo que se va a estipular para el desarrollo del mismo, planteando unos objetivos específicos para la ejecución del laboratorio y los materiales requeridos.
- Pre informe o conceptos teóricos.
- La actividad experimental, y las actividades adicionales.
- El desarrollo del informe, teniendo en cuenta cada una de las actividades planteadas.
- Evaluación escrita (opcional), y evaluación cualitativa (se desarrolla durante el proceso de ejecución del laboratorio).

**Ejemplo**: Laboratorio aplicado actualmente en la Institución Educativa Luis Carlos González.

**METODOLOGÍA BASADA EN LABORATORIOS MATEMÁTICOS**

Nombre del laboratorio: Recolección y análisis de datos
Nivel de escolaridad: Básica secundaria
Grado: 9° A, B y C
Enfoque temático: Recolección de datos y manejo de tablas
Estándar:

- Reconozco la relación entre un conjunto de datos y su representación.
- Interpreto, produzco y comparo representaciones gráficas adecuadas para presentar diversos tipos de datos. (Diagramas de barras, diagramas circulares.)

Objetivos:

- Desarrollar en los estudiantes la habilidad de recolección de datos y manejo de los mismos.
- Diseñar e interpretar gráficos de datos agrupados.

Tiempo aproximado: 10 horas
Materiales:

- Cuaderno
- Hojas
- Lápiz
- Lapicero
- Regla
- Gráficos de revistas y/o periódicos

**PREINFORME:**
Consultar:

1. ¿Qué son datos?
2. ¿Qué son datos agrupados y no agrupados?
3. ¿Qué es frecuencia absoluta y frecuencia relativa?
4. que tipos de gráficos existen, y cuales son los más utilizados.
5. Cortar gráficos estadísticos de revistas y/o periódicos
6. 

**Primera parte:** conceptos básicos y recolección de datos
Desarrollo de la actividad:

- **Conceptos básicos**:

1. Con anterioridad se le solicita al grupo dividirse en dos partes iguales (que los llamaremos subgrupos), con el fin de llevar para esta actividad objetos que faciliten la actividad. Estos objetos serán dulces, como una opción un subgrupo llevará bombones y el otro subgrupo galletas.

2. Se plantea situaciones problemáticas de acuerdo a los grupos establecidos, dichas situaciones deben estar relacionadas con los conceptos básicos (muestra, población y variable). Se diseñará una tabla y grafica en donde cada subgrupo deberá diligenciar.

   Se puede iniciar la actividad con las siguientes preguntas:
   ¿Qué consideran que es la estadística?
   ¿Qué tipos de estadística conocen?
   A partir de esto se puede realizar un análisis cualitativo y cuantitativo (se diligenciarán en la tabla y en la grafica) de los objetos traídos por cada subgrupo, llevándolos así a la apropiación de los conceptos básicos antes mencionados, plateándoles preguntas tales como:
   - ✓ ¿Cómo se le puede llamar al conjunto de objetos de cada subgrupo?
   - ✓ Si se toma una porción de elementos del conjunto de objetos de cada subgrupo ¿Qué nombre le podríamos dar a esta porción de elementos?

- **Recolección de datos (datos agrupados y no agrupados) y tablas de frecuencias absolutas**.

  1. Se les pide a los estudiantes formar grupos hasta de 4 estudiantes.
  2. A cada grupo se le solicitará la recolección de datos, la población sugerida es los estudiantes del aula de clase, en donde se recolectaran por cada grupo una información diferente (edad, peso, estatura entre otras)
  3. Para realizar un análisis de los datos recolectados, cada grupo debe crear unas preguntas sobre lo encontrado en la información.
     **Ejemplo:** ¿Cuál es la edad mayor entre la muestra?
  4. Ahora los grupos deben introducir toda la información recolectada en una tabla de frecuencia absoluta, y desde allí sacar conclusiones de toda la información y del proceso llevado hasta el momento. Esto se explicará por parte del docente encargado.

**<u>Segunda parte</u>**: gráficos datos recolectados
Materiales:
- Compas
- Regla
- Hojas de block
- Sala de sistemas (opcional)
- Colores
- Artículos de revista o periódico
- Papel silueta
- 

Desarrollo de la actividad:
- **Diseño de graficas (Diagramas de barras, diagramas circulares y ojivas)**

1. Con anterioridad se le solicita a cada grupo ya formado traer de un periódico, revistas y demás gráficos estadísticos encontrados esto para que tengan un primer acercamiento y conocimiento de

estos, y empezar a realizar lecturas y análisis de lo que podemos encontrar en artículos públicos, de estos gráficos seleccionaremos lo que se trabajaran en esta actividad dando así una explicación pertinente construida por lo estudiantes y el docente.

2. Con los datos obtenidos en la actividad anterior y con las tablas realizadas se procede a realizar las siguientes gráficas.

- GRAFICOS DE BARRAS: para este grafico se necesita la marca de clase y la frecuencia absoluta.
- DIAGRAMA CIRCULAR: para este grafico se necesita la frecuencia porcentual o relativa.
- OJIVAS: para este grafico se necesita los extremos de la clase y la frecuencia absoluta acumulada o relativa acumulada.

Teniendo presente los datos obtenidos en las tablas de frecuencia, se procederá en este paso a graficar para realizar un análisis de una forma gráfica, y asi crear en el estudiante la capacidad de lectura de graficas que se pueden observar en periódicos, revistas etc. Que son de gran utilidad para conocer más un buen proceso estadístico.

**EVALUACIÓN:** (esta evaluación es opcional)
La evaluación cualitativa será un proceso dinámico y continuo donde se analizará por parte del docente el interés, la participación y la actitud del estudiante hacia la actividad.
La evaluación cuantitativa se realizará con respecto a los resultados esperados en la actividad. (Se realizará de forma escrita y/u oral), esta dependerá del trabajo en clase de cada uno de los estudiantes ya que se conformarán grupos para el trabajo que se entregará final entregado por cada uno de los grupos como resultado del proceso entonces.

**Resultados de la implementación.**

La motivación de los estudiantes hacia la innovación es el motor que hace que los estudiantes se interesen por la clase, realizando así las actividades propuestas, es de aclarar que los estudiantes muestran cierta desmotivación ya que creen que las notas que se saquen no se les van a tener en cuenta en la institución.

La participación ha sido es excelente, ya q ue en cada clase se les realizan preguntas sobre los conceptos básicos de estadística, que se propusieron al principio del laboratorio.

Las dificultades que se ha tenido en uno de los grupos es que prima la indisciplina, en los otros es un poco de inseguridad a la hora de dar respuestas a preguntas realizadas por el docente, aunque cuando se realiza un trabajo en equipo dinámico por parte de los grupos de trabajo esto permite una mayor concentración y participación de los integrantes, dispersando asi la indisciplina del grupo.

### 3. Conclusiones y recomendaciones

- El laboratorio matemático facilita la enseñanza-aprendizaje de una forma activa. El laboratorio matemático permite ciertas modificaciones en su proceso de ejecución, no se limita a lo que se construye en un principio.
- Es recomendable conocer el comportamiento y el desempeño académico del grupo el cual se considera aplicar un laboratorio matemático.

- En la evaluación debe tener en cuenta dos variable: cuantitativa y cualitativa, esto para no impedir una evaluación escrita, donde es necesario, tener en cuenta la participación activa del estudiante, resolviendo inquietudes que el docente plantea frente a la estadística y a los conceptos que se manejan dentro de la clase.

**Referencias bibliográficas**

Carlos A. Sandoval Casilimas, (Diciembre de 2002) Investigación cualitativa, recuperado el 20 de Septiembre de 2010, de http://es.scribd.com/doc/52074924/6/Fundamentos-epistemologicos-de-la-investigacion-cualitativa

José Ramón Gómez, (2004) Las TIC en educación: recuperado el 20 de Septiembre de 2010, de http://boj.pntic.mec.es/jgomez46/ticedu.htm

Jorge Arce, 26 de Noviembre de (2006) Laboratorio de matemáticas, recuperado el 24 de septiembre de 2010, de http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-113522_archivo.pdf

Luís Fernando Macias, el juego como método de enseñanza, recuperado el 25 de septiembre de 2010 de http://www.masblogs.net/educadores/archives/90

# PO-20 EL DESCUBRIMIENTO DE LAS MAGNITUDES INCONMENSURABLES Y LAS PARADOJAS DE ZENÓN: LA CRISIS QUE GENERARON Y SU INFLUENCIA EN EL DESARROLLO DE LOS MÉTODOS INFINITESIMALES QUE LLEVARON A LA FORMACIÓN DEL CONCEPTO DE LÍMITE[29]

**Sergio Alarcón Vasco**
Matemático. Magister en Educación Matemática
Profesor asistente Instituto Tecnológico Metropolitano. Medellín
sergioalarcon@itm.edu.co

**Héctor Herrera Mejía**
Matemático. Magister en Matemáticas Aplicadas
Profesor asistente Instituto Tecnológico Metropolitano. Medellín
hectorherrera@itm.edu.co

**RESUMEN**

La crisis que generaron en la matemática griega el descubrimiento de las magnitudes inconmensurables y las paradojas de Zenón condujo a la negativa, por parte de los filósofos griegos, de manejar el concepto de infinito. Esto influyó notablemente en sus estudios sobre métodos para resolver problemas de corte infinitesimal, impidiéndoles desarrollar el concepto numérico de límite. Esta situación ha permanecido históricamente durante el periodo de desarrollo de este concepto y se ha convertido, hoy día, en un obstáculo que retrasa su comprensión por parte de los alumnos.

Se hará entonces un escrutinio histórico de las circunstancias que llevaron al descubrimiento de las magnitudes inconmensurables y a la formulación, por Zenón, de sus paradojas. Igualmente, se mostrará como la crisis generada por estas dos situaciones ha permanecido, a través de la Historia, en las mentes de algunos matemáticos, convirtiéndose en un obstáculo que retrasó el desarrollo del concepto de límite.

Palabras clave: Inconmensurables, infinito, límite

**ABSTRACT**

The crisis generated in Greek mathematics by the discovery of the incommensurable magnitudes and the Zenon paradoxes led to the refusal by the Greek philosophers to handle the concept of infinity. This greatly influenced his studies on methods for solving infinitesimal problems, not allowing them to develop the numerical concept of limit. This situation has historically remained during the period of development of this concept, and until today has become an obstacle delaying its understanding by the students.

In this paper the circumstances that led to the discovery of the incommensurable magnitudes and the formulation of the Zenon paradoxes are given. Also it will be displayed how the crisis generated by

---

[29] Este trabajo está enmarcado dentro del proyecto de investigación "Diseño e implementación de una estrategia metodológica para la construcción de los conceptos básicos del cálculo, a partir del concepto de infinito potencial"; Grupo Da Vinci, ITM, Medellín.

these two situations has remained through history in the minds of some mathematicians, becoming an obstacle that delayed the development of the concept of limit.

Key words: Incommensurable, infinite, limit

**Introducción**

Como resultado de los interrogantes sobre el cambio y el movimiento aparecieron las primeras manifestaciones de tipo infinitesimal en la filosofía griega. De esta manera se dio origen al estudio de tres problemas fundamentales: La división de segmentos al infinito, la continuidad de los entes geométricos y la división atomística de entes intrínsecamente indivisibles. Dos acontecimientos importantes aportaron considerablemente a este estudio, el descubrimiento de las magnitudes inconmensurables, por Hipaso de Metaponto (470 a.C.), y las paradojas de Zenón de Elea contra la multiplicidad y el movimiento (445 a.C.); teniendo como protagonistas dos escuelas filosóficas, la pitagórica y la eleática, establecidas en Crotona y Elea respectivamente.

La filosofía pitagórica, mezcla entre misticismo y matemática, tuvo como máxima la de que todo cuanto existe en el universo podía ser explicado en términos de números (naturales) y de sus razones. Inicialmente estos números fueron considerados como entidades geométricas, físicas y aritméticas compuestas de puntos, cada uno de los cuales constituía una “unidad de existencia” que, al combinarse con otras de acuerdo con las distintas figuras geométricas, representaba el objeto material (Kline, 2000), (Mason, 2001). Así pues los números, además de tener un tamaño cuantitativo, poseían una figura geométrica; razón por la cual fueron considerados las formas e imágenes de los objetos materiales. De ahí que la explicación de todos los fenómenos naturales sólo pudiera lograrse con la ayuda de los números (Kline, 2000).

Esta concepción atomista de lo numérico y de lo geométrico permitió que los pitagóricos concibieran los segmentos y demás entes geométricos como una yuxtaposición de un número finito de puntos, lo cual significaba que podían ser siempre medidos con exactitud (González, 1992), (Pérez, 2001). Así, sólo hablaban de magnitudes conmensurables y de razones entre magnitudes conmensurables, es decir, razones entre dos magnitudes que pueden ser medidas por una unidad común. Esta concepción atomista se vio también reflejado en el tiempo y en el movimiento, concibiendo el tiempo como una sucesión de instantes y el movimiento como una adición de pasos de un punto a otro (González, 1992).

Por su parte la escuela eleática, con su teoría sobre la experiencia sensible, mantenía la idea de la inmutabilidad de las cosas, a pesar de la apariencia de cambio. Su principio fundamental era el de la unidad y la permanencia del ser, contrastando profundamente con la concepción pitagórica de la multiplicidad y el cambio. Sostenían que el movimiento o el cambio en general es imposible (Kline, 1994).

**El descubrimiento de las magnitudes inconmensurables**

En el libro X de los *Elementos* Euclides define las magnitudes inconmensurables como aquellas que no pueden ser medidas por una unidad común (Euclides, 1970). Los pitagóricos, afirman González y Klein, llamaban *alogos* ó *alogon* a las razones entre este tipo de magnitudes, que significa “lo inexpresable” (González, 1992), (Kline, 1994). Aunque, afirma Klein, también utilizaron el término *arretos* que significa “que no tiene razón” (Kline, 1994).

La mayoría de los investigadores están de acuerdo en que fue el pitagórico Hipaso de Metaponto (470 a.C.) el descubridor de las magnitudes inconmensurables. Sin embargo, no se sabe cuándo y cómo se hizo este descubrimiento. Suele admitirse que tuvo lugar por aplicación del teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo isósceles. Según González, esto pudo darse al intentar en vano repetidamente, de forma empírica, encontrar una unidad común que permitiera medir, de forma exacta, la diagonal y el lado del cuadrado (González, 1992).

Aristóteles exhibe una demostración, por *reducción al absurdo*, de la inconmensurabilidad de la diagonal del cuadrado con respecto al lado, basada en la distinción entre lo par y lo impar. Sin embargo, asegura Boyer, ésta no es aceptada como la base del descubrimiento original de los inconmensurables, debido al grado de abstracción tan alto que posee (Boyer, 1986). De acuerdo con Wussing, la demostración pudo haber pertenecido a un época posterior y habría servido como medio de constatar una situación ya observada en otro ámbito (Wussing, 1998).

Las investigaciones más recientes relacionan el descubrimiento de las magnitudes inconmensurables con la estrella pentagonal, formada al trazar las diagonales del pentágono regular, mostrando como la razón de la diagonal con respecto al lado de dicho pentágono es inconmensurable. Para esto se usa el hecho de que las diagonales del pentágono se cortan según media y extrema razón, es decir, según la sección áurea. En efecto, al trazar las cinco diagonales del pentágono, estas forman otro pentágono regular más pequeño, cuyas diagonales se cortan según media y extrema razón. A su vez, las diagonales de este segundo pentágono forman un tercer pentágono regular más pequeño que el anterior, donde sus diagonales se siguen cortando según media y extrema razón. Este proceso puede continuarse indefinidamente de tal forma que se obtengan pentágonos cada vez más pequeños y donde la sección áurea se repite una y otra vez. De esta forma, se llega la conclusión de que la razón de la diagonal al lado en un pentágono regular es inconmensurable (Boyer, 1986), (Wussing, 1998).

Con el descubrimiento de las magnitudes inconmensurables la filosofía pitagórica sufre un gran golpe. La creencia de que los números podían medirlo todo deja de tener valor, quedando eliminada de la geometría la posibilidad de medir siempre con exactitud. De acuerdo con Kline, antes del descubrimiento de las razones inconmensurables los pitagóricos hablaban de número y geometría, pero después de su descubrimiento esta identificación fue destruida; aunque consideraron todo tipo de longitudes, áreas y razones, se limitaron a considerar razones numéricas sólo para el caso conmensurable (Kline, 1994).

**Las paradojas de Zenón contra el cambio y el movimiento**

Zenón de Elea (445 a.C.), uno de los más dignos representantes de la escuela eleática, propuso una serie de paradojas con las que pretendía defender las teorías de su maestro Parménides (515 a.C.-440 a.C.), quien sostenía que el movimiento y el cambio eran imposibles. La idea central era la de demostrar la inconsistencia de los conceptos de multiplicidad y de divisibilidad (Boyer, 1986). Los argumentos de Zenón, asegura Kline, iban dirigidas contra dos concepciones opuestas del espacio y el tiempo: la primera, relacionada con el atomismo pitagórico, concebía el espacio y el tiempo como formados por pequeños intervalos indivisibles, por lo que el movimiento consistiría en una sucesión de minúsculos saltos; y la segunda concebía el espacio y tiempo como indefinidamente divisibles, en cuyo caso el movimiento resultaría ser “continuo” (Kline, 1994). A continuación se enuncian las cuatro paradojas y se hace un análisis de ellas desde la perspectiva de Boyer (Boyer, 1986).

Las dos primeras paradojas son la de la *Dicotomía* y la de *Aquiles*, con ellas Zenón quiere demostrar que el movimiento es imposible bajo la hipótesis de la divisibilidad indefinida del espacio y del tiempo. En la *Dicotomía* se afirma que un corredor, antes de recorrer una distancia dada, debe recorrer la mitad de dicha distancia; pero antes de recorrer esta, deberá recorrer un cuarto de la distancia inicial; y antes, deberá recorrer un octavo, y así indefinidamente. De esta manera, siempre va a quedar alguna parte de la distancia por recorrer y, por lo tanto, el comienzo del movimiento es imposible.

La segunda paradoja, la de *Aquiles*, establece que Aquiles compite en una carrera con una tortuga a la que le da una ventaja inicial. Al comenzar la carrera, cuando Aquiles llega al lugar de donde partió la tortuga, ésta ya ha avanzado alguna distancia, y cuando Aquiles haya recorrido ésta distancia, la tortuga habrá avanzado una nueva, y así el proceso se sigue indefinidamente. De esta forma, Aquiles por muy veloz que corra nunca va a alcanzar a la tortuga.

Las otras dos paradojas son la de *Flecha* y la del *Estadio,* Zenón quiere demostrar con ellas que el movimiento es imposible bajo la hipótesis de que la divisibilidad del espacio y del tiempo termina en indivisibles. En la *Flecha* Zenón afirma que una flecha moviéndose en el aire siempre va a ocupar un espacio igual a sí misma; pero lo que ocupa un lugar igual a sí mismo no puede estar en movimiento; por lo tanto, la flecha está en reposo en cada instante durante su vuelo, de esta forma el movimiento de la flecha es una ilusión.

El argumento de la paradoja del *Estadio* puede formularse de la siguiente manera: Supóngase que se tienen tres filas de soldados A,B y C (figura 1), y que en la menor unidad de tiempo la fila B se mueve una posición hacia la izquierda, mientras que en el mismo tiempo la fila C se mueve un posición hacia la derecha. Entonces, relativamente a B, C se he movido dos posiciones, y por lo tanto ha debió haber una unidad de tiempo menor al cabo de la cual C estaría una posición a la derecha de B, o bien la mitad de la unidad de tiempo resultaría ser igual a la unidad misma.

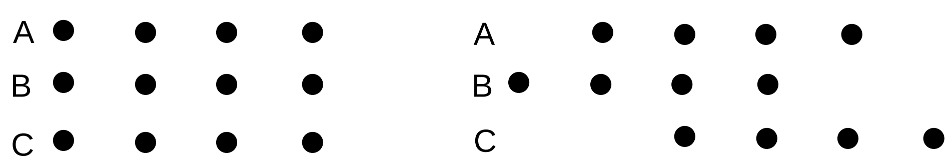



Figura 1. Paradoja del Estadio

Las consecuencias que generaron el descubrimiento de las magnitudes inconmensurables y las paradojas de Zenón

El descubrimiento de las magnitudes inconmensurables y las inquietudes que generaron las paradojas de Zenón contra la pluralidad y el movimiento trajeron consecuencias que afectaron de manera considerable el desarrollo las matemáticas griegas. A continuación se exponen algunas de ellas:

Al descubrirse las magnitudes inconmensurables la máxima pitagórica "el número es la esencia de todas las cosas" sufre un gran tropiezo, ya que se elimina de la geometría la posibilidad de medir siempre con exactitud. Según González esto hizo que se quebrantaran las bases de la geometría griega, llevando a que se invalidaran todas las pruebas pitagóricas de los teoremas que utilizaban proporciones, generando así la primera crisis de fundamentos en la Historia de la Matemática (González, 2008).

Con el descubrimiento de las magnitudes inconmensurables y los interrogantes generados por las paradojas de Zenón, se desbarata el paralelismo que habían establecido los pitagóricos entre el concepto numérico y la representación geométrica. El número, asegura Boyer, siguió conservando las propiedades características de lo discreto, mientras que las magnitudes continuas fueron separadas del número y tuvieron que ser tratadas con métodos puramente geométricos (Boyer, 1986).

Toda la problemática que provocaron en la matemática griega el descubrimiento de las magnitudes inconmensurables y las paradojas de Zenón, contra la pluralidad y el movimiento, desencadenó en una gran crisis que generó lo que se conoce como el "horror al infinito", caracterizada por la negativa de los griegos de manejar el concepto de infinito. Esta situación y el hecho de tratar las magnitudes continuas separadas del número, llevó a que los griegos desarrollaran métodos infinitesimales basados en métodos puramente geométricos, lo que les impidió desarrollar el concepto numérico de límite. El infinito se ve entonces camuflado en el axioma de continuidad, en el principio de eudoxo y en el método de exhaución, que son la traducción geométrica del paso al límite.

Esta problemática se siguió presentando en el tiempo, en el desarrollo de los métodos infinitesimales que llevaron a la formación del concepto de límite. Descartes, por ejemplo, no utilizó límites ni infinitesimales. Descartes, afirma González, aunque desarrolló un método puramente algebraico para hallar la tangente a una curva, fue incapaz de aplicar su método a curvas mecánicas, por ejemplo la cicloide, por lo que inventa el concepto de centro instantáneo de rotación, donde aplica la idea de velocidad instantánea para sustituir a los límites y a los infinitesimales". (González, 1992)

**Referencias bibliográficas**

Boyer, C. B. (1986). Historia de la Matemática. Madrid: Alianza Editorial.
Euclides. (1970). Elementos de Geometría. En F. Vera, Científicos griegos, Vol.1,. Madrid: Aguilar.
González, P. (1992). Las raíces del cálculo infinitesimal en el siglo XVII. Madrid: Alianza Editorial.
González, P. (2008 ). La solución de Eudoxo a la crisis de los inconmensurables: La teoría de la proporción y el método de exhaución. SIGMA, 101-129.
Kline, M. (1994). El pensamiento matemático de la Antigüedad a nuestros días, I. Madrid: Alianza Editorial.
Kline, M. (2000). Matemáticas: La pérdida de la certidumbre (quinta edición). México : Siglo XXI.
Mason, S. F. (2001). Historia de las Ciencias: 1.La ciencia antigua, la ciencia en Oriente y en la Europa medieval. Madrid: Alianza Editorial.
Pérez, P. (2001). Los conceptos matemáticos: Su génesis y su docencia. Valencia: Universidad Politécnica de Valencia.
Wussing, H. (1998). Lecciones de Historia de las Matemáticas. Madrid: Siglo XXI Editores.

# PO-21 DESARROLLO DEL DOMINIO DE LA MEDIDA A TRAVÉS DE LA UTILIZACIÓN DE PROCESOS DE MODELACIÓN[30]

**Yaneth Milena Agudelo Marín**
Estudiante de Maestría en Enseñanza de las Ciencias
Línea de investigación en Didáctica de las Matemáticas
Lic. en Educación con énfasis en matemáticas
Docente de la Institución Educativa Hans Drews Arango y
del Colegio del sagrado Corazón de Jesús Bethlemitas
Pereira Risaralda
agudeloyanethmilena@gmail.com

**RESUMEN**

El dominio de la medida dentro del dominio de Competencia en Matemática es considerado como la construcción de conceptos de magnitud, conservación, estimación, uso de unidades de medida y patrones, sistemas monetarios y sistema métrico decimal, constituyéndose en una fuente de herramientas que de trabajarse adecuadamente permiten preparar a los estudiantes para afrontar diferentes necesidades cotidianas. Sin embargo y a pesar de la importancia que reviste, en las prácticas usuales de enseñanza se sigue enfatizando en la memorización de unidades de medida y realización de cálculos numéricos, impidiendo la consideración de aspectos cualitativos requeridos para la construcción del dominio. Teniendo en cuenta la reflexión anterior, en esta investigación se considera que el uso de procesos de modelización como práctica de enseñanza es una herramienta didáctica que posibilita una visualización clara por parte del estudiante de la estrecha relación que hay entre el mundo real y la medición.

**Palabras clave:** Modelización, dominio de la medida.

**ABSTRACT**

The domain of the measure inside the domain of Competition in Mathematics is considered to be the construction of concepts of magnitude, conservation, estimation, use of units of measure and bosses, monetary systems and metric decimal system, being constituted in a source of tools that of working adequately from the geometry allow to prepare the students to confront different daily needs. Nevertheless and in spite of the importance that re-dresses, in the usual practices of education it continues being emphasized in the memorization of units of measure and accomplishment of numerical calculations, preventing the consideration of qualitative aspects needed for the construction of the domain. Having in it counts the previous reflection, in this investigation it thinks that the process use of modeling like practice of education is a didactic tool that makes a clear visualization possible on the part of the student of the narrow relation who exists between the real world and the measurement.

**Key Words:** Modeling, Domain of the measure

[30] Este trabajo se deriva de un avance de investigación de la tesis: “Desarrollo del dominio de la medida a través de la utilización de procesos de modelación” propuesto para alcanzar el título de Magister en Enseñanza de las Ciencias en la Universidad Autónoma de Manizales.

**El dominio de la medición**

La Medida con los dominios cognitivos y las áreas temáticas que incluye, -Entendiendo dominio de la medida como aquel que analiza los niveles que la configuran y su relación con otros dominio matemáticos (Piaget, Chamorro, Dickson, Alsina, Gutiérrez, Fortuny)- es uno de los campos de la matemática que reviste gran importancia para lograr un buen desempeño en esta rama del conocimiento, lo ilógico es que a pesar del reconocido papel que juega, su influencia se ve opacada por múltiples factores. Al respecto, Proenza, Y. y Leyva, L. (2007) destacan las insuficiencias que tanto estudiantes como profesores presentan frente a esta rama de las matemáticas, señalando, entre otros, a la estimación y conversión en el trabajo con magnitudes como un punto neurálgico. Dichas actividades hacen referencia específica al dominio de la medición definido por SERCE-ICFES (2003) como la construcción de conceptos de magnitud, procesos de conservación, unidades de medida, estimación de magnitudes y de rangos, selección y uso de unidades de medida y de patrones, sistemas monetarios y sistema métrico decimal, constituyéndose en una vasta fuente de herramientas que de trabajarse adecuadamente en la educación matemática permite preparar a los alumnos para afrontar las necesidades cotidianas.

Con el interés de atender a esta necesidad presente en el sistema educativo colombiano, el Ministerio de Educación Nacional (MEN) diseñó los documentos: *Lineamientos Curriculares: Matemáticas* (1998), y *Estándares básicos de competencias en Matemáticas* (2006), los cuales diferencian claramente entre las características y el desarrollo de los diferentes tipos de pensamiento matemático -para esta investigación definidos como dominios de competencia en Matemática- dando relevancia suficiente a cada dominio para que se implementen y desarrollen de acuerdo a sus perfiles en consonancia con 4 procesos: Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos, razonamiento, resolución y planteamiento de problemas, y comunicación, que como lo explica Villa-Ochoa et al (2009) le imprime a las matemáticas escolares un sentido más amplio que posibilita al alumno la utilización de sus conocimientos fuera del ámbito escolar; en contextos donde pueda formular hipótesis y tomar decisiones para abordar y adaptarse a nuevas situaciones.

Precisamente, Olmo et al. (1993) citado por Zapata, F y Cano, N.(2008) refuerza estas definiciones al considerar que la educación matemática además de "involucrar aspectos geométricos, aritméticos y de resolución de problemas, ayuda al desarrollo de destrezas y habilidades". Corroborando lo anterior, se destaca la importancia del estudio de la medida de las magnitudes en un contexto escolar, donde las matemáticas y la realidad se puedan relacionar haciendo que el alumno pueda acceder a un mundo de significados propios del contexto donde éste desarrolla su cotidianidad. Zapata, F y Cano, N. (2008)

El interrogante que surge después de revisar someramente este panorama es sin duda, ¿Por qué si es conocida la necesidad de desarrollar en los estudiantes dominios matemáticos de diferente índole, y en especial dominios de medición dada la utilidad que éstos ofrecen para que una persona se desenvuelva con facilidad en la sociedad en diferentes ámbitos, no se han puesto en marcha estrategias de apropiación de los dominios de contenido y cognitivos por parte de los profesores de matemáticas quienes la orientan? Quizá la respuesta esté en relación con lo planteado nuevamente por Zapata, F y Cano, N. (2008) cuando afirman que "generalmente el tratamiento que se le da a la enseñanza de las magnitudes y su medida es hacia el dominio del sistema métrico decimal, donde los alumnos se ven sometidos a tareas de conversión de unidades, sin haberse acercado conceptualmente a las magnitudes y sus medidas y sin darse cuenta de la necesidad misma de medir. Contrario a esto, la enseñanza de las magnitudes y su medida exige: la construcción de los conceptos y procesos de conservación de las magnitudes; en la selección de unidades de medida, los patrones e instrumentos; en la asignación numérica; en la estimación y en el papel de trasfondo social de la medición". Gutiérrez, J y Vanegas, D. (2005)

Así pues, el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática escolar debe realizarse de modo que los alumnos se apropien de los conocimientos esenciales y desarrollen habilidades que les permitan aplicar de forma independiente sus conocimientos para resolver los problemas del entorno social, incluyendo dos grandes bloques de contenidos: los aritméticos y los geométricos y para ello se debe partir como lo indican Polo, M, et al (2005) de que el problema central, el objetivo fundamental, el núcleo de la cuestión es la optimización de la enseñanza, considerado en su globalidad con el fin de mejorar la calidad del aprendizaje de los alumnos.

En tal sentido, y para dar cuenta de la necesidad manifiesta en los párrafos anteriores, esta investigación versa sobre cómo lograr que los estudiantes desarrollen dominio de la medida a través de la utilización de procesos de modelación, ya que aprovechando palabras de Villa-Ochoa (2008) desde el punto de vista educativo, la modelación tiene fuertes vínculos con el estudio de situaciones y solución de los problemas del mundo real. Se sugiere "la implementación de la modelación como proceso y recurso en el aula de matemáticas" Bassanezi, (2002) citado por Villa-Ochoa (2009) porque se considera como una actividad científica que se adapta a la enseñanza de tal manera que se convierte en estrategia didáctica para abordar conceptos matemáticos (y por lo tanto métricos) Villa-Ochoa (2009), además y como complemento, este trabajo discurre sobre las bases de la ingeniería didáctica como metodología de investigación propia de la Educación Matemática. Tal metodología se basa teóricamente en tres aspectos especificados claramente por Luque, C et al (2004):

La conceptualización de la Didáctica de las Matemáticas como un campo teórico e investigativo cuyo objeto de estudio son las relaciones entre el saber matemático, profesor, estudiante y el medio (sistema didáctico).
La teoría de la transposición didáctica propuesta por Chevallard (1991) y,
La teoría de situaciones didácticas enunciada por Brousseau (1983), que permiten caracterizarla.

**Un vistazo a lo que pasa en Colombia**

En Colombia, es común que las prácticas de enseñanza (con respecto al dominio de la medida) enfaticen en la memorización de unidades, sus equivalencias y la conversión interna dentro de un sistema de medidas; así como en la aplicación de fórmulas y la realización de cálculos numéricos, de tal forma que existe una escasa consideración de los aspectos cualitativos requeridos para la construcción de diferentes magnitudes: Identificación de atributos medibles, comparación de objetos atendiendo a una cierta magnitud y construcción del concepto de unidad de medida. Además, desde lo cuantitativo, no se adjudica la suficiente importancia a actividades de medición directa y a uso de instrumentos de medida, tal como lo plantearon en Asocolme (2002) al analizar la vinculación que puedan tener estos énfasis en la enseñanza con respecto al desempeño de los estudiantes colombianos en los procesos de medición.

En consecuencia, corresponde a los docentes organizar y planificar actividades que potencien el desarrollo geométrico-métrico de los niños, niñas y jóvenes, poniendo estas nociones dentro de un contexto específico que les permita resolver situaciones problémicas. De ahí la necesidad de permitir que los estudiantes realicen experiencias sensoriales (ver, tocar, oír, etc.), para pasar del espacio vivenciado (en el colegio, en el patio, en el parque, etc.) a un espacio representado. Así mismo, se requiere que haya conciencia sobre el proceso de la enseñanza del dominio de la medida, ya que éste involucra una serie de conceptos y procesos previos para su aritmetización, que implican en primer lugar que se realice un trabajo práctico de medición, donde el estudiante pueda observar las múltiples aplicaciones que tiene ésta en la cotidianidad y que además se presente en una serie de situaciones donde su uso sea indispensable para la solución de problemas prácticos. Desde esta perspectiva, las investigaciones de María Del Olmo (1993), concuerdan plenamente con la orientación de esta investigación, pues sugieren que la formación del dominio de la medida viene dada por tres tipos de aproximaciones: Repartir Equitativamente, Comparar y Reproducir, y Medir y que asociados a estos conceptos están los procesos de percepción, comparación, medida y estimación, procesos que están relacionados transversalmente.

Teniendo en cuenta las reflexiones anteriores, en esta investigación se considera que el uso de procesos de modelización como práctica de enseñanza pueden ser una herramienta didáctica que posibilite una visualización clara por parte del estudiante de la estrecha relación que hay entre el mundo real y la medición, debido a que como afirma Blomhøj, M (2004) “Las actividades de modelización pueden motivar el proceso de aprendizaje y ayudar al aprendiz a establecer raíces cognitivas sobre las cuales se puedan construir importantes conceptos matemáticos… en las que se incluya el uso conciente y autónomo de dichas herramientas”

Así como lo plantea Chamorro (2003) citada por Cañón, M (2009), el reto didáctico va a consistir en encontrar situaciones didácticas que permitan la construcción con significado de los conceptos esenciales de medida. Este trabajo pretende ampliar los espacios de reflexión sobre el desarrollo del dominio de la medición buscando encontrar una ruta clara y precisa en la introducción de la modelación matemática en el aula, esperando que “cuando los alumnos enfrenten situaciones problémicas de interés sean capaces de explorar formas de representarlas en términos matemáticos (en este caso geométricos), de explorar las relaciones que aparecen en esas representaciones, manipularlas y desarrollar ideas poderosas que se puedan canalizar hacia las matemáticas (geometría) que se quiere enseñar” Lehrer y Schauble, (2000); Lesh e English (2005) citados por Trigueros, M (2009).

**La Modelización como metodología de la enseñanza**

Para nadie es un secreto que la educación actual refiere continuamente el interés de aumentar la aplicación de la matemática en situaciones cotidianas de la realidad. Esta investigación, se sustenta en las investigaciones de Biembengut, M. Hein, N. Bassanezi, R. Aravena, M. Villa-Ochoa, J. y autores como Bruner, (Saber es un proceso y no un producto), Adler (Debemos buscar maneras de desarrollar precozmente, en los alumnos, la capacidad para leer e interpretar el campo de la matemática… y “el divorcio entre el pensamiento y la experiencia directa, priva al primero de cualquier contenido real y lo transforma en una concha vacía de símbolos sin significados), D’Ambrosio (aprendizaje es una relación que envuelve reflexión y acción, cuyo resultado es un permanente cambio de realidad), Bassanezi (la enseñanza debe estar enfocada en los intereses y necesidades prácticas de la comunidad), y Piaget (comprender es inventar o reconstruir a través de la reinvención, y que será necesario inclinarse ante tales necesidades si lo que se pretende para el futuro es tener individuos capaces de producir o de crear y no sólo, apenas de repetir) quienes coinciden con Chevallard en considerar que la modelización facilita la consideración de la actividad matemática, y la actividad de estudio de las matemáticas como un conjunto de actividades humanas y por lo tanto aplicables a la vida real.

**Investigaciones previas**

A pesar del alcance que tiene la problemática del trabajo con el dominio de competencia matemática y específicamente con el dominio de la medición, no hay continuidad temática en esta línea de investigación. Si bien es cierto, existen diferentes estudios que abordan este dominio ninguna de ellas se acerca al problema desde la metodología de la modelación. Esta aseveración se sustenta con base en los resultados más importantes sobre investigaciones referidas al tema, hallados después de realizar una revisión bibliográfica:

Son varias las investigaciones que sugieren que la modelación como metodología de enseñanza, favorece la resolución de situaciones matemáticas al facilitar la interpretación y re-significación de contextos tanto de los estudiantes como de los profesores en relación con el aula y la realidad, como lo muestran los resultados de investigaciones llevadas a cabo por Villa-Ochoa et al. (2008), El proceso de modelación matemática, una mirada a la práctica del docente, Biembengut, M. y Hein, N. (1997), Modelo, modelación y modelaje: métodos de enseñanza—aprendizaje de matemáticas, Blomhøj, M. (2004), Modelización matemática-una teoría para la práctica, Trigueros, M. (2009), El uso de La modelación en la enseñanza de las matemáticas. Villa-Ochoa y Ruíz, H. (2009) Modelación en educación matemática: una mirada desde los lineamientos y estándares curriculares colombianos. Sin embargo, es el estudio “La modelización matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar, una propuesta desde la teoría antropológica de lo didáctico”, llevado a cabo por Bosh, M et al, (2006) el que de una manera rotunda hace referencia a “la necesidad de hacer explícita la enseñanza de técnicas o destrezas específicas de modelización” preguntándose: Cómo conseguir que los alumnos elaboren por sí mismos estrategias de modelización no rutinaria de sistemas generalmente extra-matemáticos y cómo actúa o podría actuar, un sujeto cuando se enfrenta a la tarea de resolver un “problema real” concreto que implica la construcción de un modelo, concluyendo que “es necesario seguir trabajando en el estudio y problematización de los procesos de modelización y en el papel que pueden desempeñar en la enseñanza de las matemáticas”.

Con respecto a los saberes específicos de la matemática, como la geometría, el estudio realizado por Samper, C. et al. (2003) “Tareas que promueven el razonamiento en el aula a través de la geometría”, identificó como tareas primordiales que contribuyen al desarrollo de la actividad geométrica, (propuestas por el profesor a los estudiantes) la conceptualización, la investigación y la demostración, manifestando estar de acuerdo con Balacheff (2000) cuando considera que la mayor parte de los trabajos propuestos a los estudiantes corresponden a la aplicación directa del contenido adquirido, acción que no genera nuevos conocimientos, porque se trabaja en forma mecánica sin necesidad de tomar decisiones ni validarlas, reduciéndose a aplicaciones rutinarias. Son muchos los estudios que demuestran que a los estudiantes -en todos los niveles de escolaridad- se les dificulta el dominio conceptual de la medición refiriéndose al conjunto de conceptos, propiedades, procedimientos y relaciones entre magnitudes y medida. Así mismo se evidencia que las propuestas para abordar el tema e intentar aproximarse a él son variadas. Por ejemplo, Cañón, M. (2008) en su investigación: orientaciones didácticas al tratamiento de la longitud en la escuela: del reconocimiento de atributos a la comprensión de los procesos de conservación, encuentra varias situaciones adversas como: la estructuración de los planes de estudio en términos de pérdida de secuencialidad y continuidad; descuido de los textos escolares en cuanto a la linealidad y continuidad natural del problema de la medida y el difícil acceso a la bibliografía existente sobre la didáctica de las magnitudes y decide realizar un ejercicio de planear y diseñar secuencias de actividades estructuradas en unidades de enseñanza/aprendizaje. Por su lado, Zapata, F y Cano, N. (2008) en su investigación “La enseñanza de la magnitud área”, determinaron que la enseñanza de la magnitud área tradicionalmente ha sido a partir de un enfoque aritmético donde sobresale el uso de fórmulas, las conversiones de unidades, y aplicaciones enmarcadas bajo el área de polígonos y propusieron adoptar un enfoque de problemas con el que concluyeron que el mejor camino para iniciar con los procesos de medición es a partir de unidades no estándar pues son más asequibles y permiten facilitar el acercamiento a la naturaleza continua y aproximativa de la medida. Así mismo, Dickson, L et al.(1991) En "El aprendizaje de las matemáticas", se ocupa de las nociones de medida y de las dificultades que para los niños conllevan estas ideas, revisando con detalle la naturaleza de la medida, las etapas de desarrollo del proceso de medida, la unidad de medida y la relación entre medida y número atendiendo frecuentemente a la posición de J. Piaget.

**Referencias**

Alsina, C. (2007). Si Enrique VIII tuvo 6 esposas, ¿cuántas tuvo enrique IV? El realismo en educación matemática y sus implicaciones docentes. *Revista iberoamericana de educación. N.º 43*, págs. 85-101

Biembengut, M y Hein, N (1997). Modelo, modelación y modelaje: métodos de enseñanza—aprendizaje de matemáticas. *Epsilon: Revista de la sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales". Nº 38.* Págs. 209-222

Blomhøj, M (2004) Mathematical modelling – a theory for practice. *International perspectives on learning and teaching mathematics. National center for mathematics education*. (Suecia), pág 145-159

Bosh, M et al (2006). La modelización matemática y el problema de la articulación de la Matemática escolar, una propuesta desde la teoría antropológica de lo didáctico*, Revista Educación matemática, agosto, volumen 18, número 002.* Santillana págs 37-74

Cañón, M (2009) Conferencia: Orientaciones didácticas al tratamiento de la longitud en la escuela: del reconocimiento de atributos a la comprensión de los procesos de conservación*. En memorias 9º Encuentro colombiano de matemática educativa*. Asociación colombiana de matemática educativa ASOCOLME pág 141-146

Colección: cuadernos de matemática educativa, cuaderno no. 5 (2002) *Estándares curriculares - área matemáticas: aportes para el análisis. A*sociación colombiana de matemática educativa, ASOCOLME

Dickson, L. Brown M, Gibson, O. El aprendizaje de las matemáticas. Editorial labor S.A Ministerio de educación y ciencia (1991) Madrid, 1991

EDUTEKA. (2003) *Competencia en matemáticas (ocde / pisa).* Traducción realizada de algunos apartes de la sección correspondiente a "Competencias en Matemáticas" del documento "The PISA 2003 Asssessment Framework" publicado (en inglés, en formato PDF, 1.7MB) por OECD/PISA. . Recuperado el 14 de marzo de 2011, de http://www.eduteka.org/Pisa2003Math.php

Leyva L. Proenza Y, (2007) *"Reflexiones sobre la evaluación de la calidad del aprendizaje en la práctica pedagógica en la escuela primaria*". Recuperado el 25 de marzo de 2011, de www.monografías.com/trabajos44/calidad- aprendizaje/calidad-aprendizaje

Leyva, L. y Proenza, Y (2007). Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa. Recuperado el 19 de Abril de 2011, de
http://www.revistaciencias.com/publicaciones/EEuppuEypptWxYWqJG.php

Leyva, L. Proenza, Y (2008). "Las áreas de contenido, dominios cognitivos y nivel de desempeño del aprendizaje de la Matemática en la educación primaria". *Revista Iberoamericana de Educación n.º 45/1* – 25 EDITA: Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura (OEI)

Luque, C et al. (2004). *"Algunas situaciones de aprendizaje para el desarrollo del proceso matemático de medir".* Universidad Pedagógica Nacional.

Ministerio de educación nacional. (2006). Estándares básicos de competencias. Bogotá: Magisterio.

Ministerio de educación nacional. (1998). Lineamientos curriculares. Bogotá: Magisterio

Polo, M. Campuzano, L. Lamothe, M. (2005). Texto recuperado el 16 de abril de 2011, de http://www.revistaciencias.com/publicaciones/EEEluVAupkSELGakrT.php

Samper, C. et al. (2003) Tareas que promueven el razonamiento en el aula a través de la geometría, *colección: cuadernos de matemática educativa. Cuaderno Nº 6.* Asociación colombiana de matemática educativa, *ASOCOLME,* primera edición. Grupo editorial Gaia

SERCE. Análisis Curricular. Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior (ICFES), 2004

Trigueros, M (2009) El uso de La modelación en la enseñanza de las matemáticas. *Revista Innovación educativa*, *vol 9.*núm 46 enero-marzo pág 75-87

Villa-Ochoa, J. Ruíz, H (2009) Modelación en educación matemática: una mirada desde los lineamientos y estándares curriculares colombianos. *Revista virtual universidad católica del norte* Nº 27, mayo – agosto de 2009. Colombia www.revistavirtual.ucn.edu.co

Villa-Ochoa et al. (2008), El proceso de modelación matemática, una mirada a la práctica del docente. Recuperado el 13 de marzo de 2011 de, http://funes.uniandes.edu.co/902/1/alme__22_javo_et_al.pdf
Zapata, F. Cano, N. (2008) *La enseñanza de la magnitud área*. 9º Encuentro colombiano de matemática educativa. *ASOCOLME*

# PO-25 MAPAS MENTALES Y CONCEPTUALES COMO HERRAMIENTA AL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO EN LA ENSEÑANZA DE LA QUÍMICA

**Miriam Janet Gil Garzón**
Magister en Ciencias-Química, Química
Docente Instituto Tecnológico Metropolitano, ITM Medellín
miriamgil@itm.edu.co

**Omar Darío Gutiérrez Flórez**
Magister en Ciencias-Química. Ingeniero Químico
Docente Instituto Tecnológico Metropolitano, ITM Medellín
omargutirrez@itm.edu.co

**Adriana María Soto Zuluaga**
Magister en Ciencias-Química, Licenciada en Biología y Química
Docente Instituto Tecnológico Metropolitano, ITM Medellín
adrianasoto@itm.edu.co

**Jorge Iván Usma Gutiérrez**
Candidato a Magister en Ciencias-Química, Ingeniero Químico
Docente Instituto Tecnológico Metropolitano, ITM Medellín
jorgeusma@itm.edu.co

## RESUMEN

Los procesos de adquisición del conocimiento han sido acompañados de representaciones gráficas, desde pinturas rupestres, hasta las TIC´s, pasando por la televisión, DVD e internet entre otros; en una sociedad en la que los estudiantes viven la era de la informática y los medios de comunicación, es necesario implementar un lenguaje gráfico-visual en los procesos de enseñanza y aprendizaje que genere una motivación y acercamiento positivos a las ciencias básicas. En este trabajo se estudia la propuesta de implementar organizadores gráficos, tales como mapas conceptuales y mentales, con el fin de reforzar los procesos mentales en la enseñanza de la Química, para potenciar mejores procesos de aprendizaje, usando programas en línea de libre acceso. Los resultados permiten evidenciar un aprendizaje significativo; aun contando con un elevado número de conceptos, el estudiante realiza un análisis más integral del objeto de estudio, pues logra una mayor organización en la estructura del conocimiento.

Palabras Claves. Mapas mentales, mapas conceptuales, aprendizaje significativo

## ABSTRACT

In order to implement a visual language during teaching and learning processes, graphic representations such us rough drawings, TV, DVD, Internet and ICT have been used during acquisition of knowledge methods, especially nowadays when technology is a tool that everybody uses. As a result, students have gotten a positive attitude that motives them to Basic Sciences studies.

The goal of this project is to present a proposal to implement conceptual and mental maps in order to improve mental learning processes in a chemistry course, utilizing on-line software of free access. Results show that it is possible to achieve a significant learning. Students are able to do a complete analysis of a concept under study despite of the huge amount of information, because they accomplish a more organized knowelege structure.

Key Words. Mental maps, conceptual maps, significant learning

**Introducción.**

Las capacidades humanas de pensamiento, comprensión y entendimiento son potencialidades que no evolucionan espontáneamente, sino que deben ser desarrolladas de una forma especial (Señas, et al., 2004). Es necesario que el individuo advierta los niveles de desarrollo que consigue, lo ya aprendido, lo que se encuentra en proceso de formación y lo que sería capaz de aprender con la ayuda de otras personas más capaces (Carretero, 1997, Fernández, 1998); para ello, quien enseña no debe limitarse a trasmitir un conocimiento, sino estimular el desarrollo de las potencialidades del educando, la forma de trabajo y el tiempo en el que lo realiza, determinando así la evolución que el estudiante pueda conseguir. Para lograr un buen aprendizaje no basta con acumular información, es necesario que los nuevos conceptos adquiridos se relacionen de modo no arbitrario y sustancial con lo que el alumno ya sabe, esto potencia significativamente el aprendizaje. Se ha comprobado que el aprendizaje significativo es más resistente al olvido, porque no se encuentra aislado sino integrado dentro del conjunto jerárquico que representa una determinada área temática (Señas, et al, 2004). Para que se produzca un aprendizaje significativo, la persona debe estar dispuesta a establecer esa relación. Ausubel y colaboradores (Ausubel, et al., 1997), consideran que hay dos formas de aprender: la primera es por percepción que es cuando la información es proporcionada en su forma final y el estudiante es un receptor de ella y la segunda es por descubrimiento, donde el estudiante descubre el conocimiento y solo se le proporcionan elementos para que éste llegue a él. De acuerdo con esto, Ausubel plantea una metodología de trabajo donde el concepto de ideas previas son la base de lo que se denomina “el andamiaje” del conocimiento, entendiéndose el aprendizaje como un proceso de interacción entre el estudiante y el profesor (Wood, et al.,1976). De otro lado, la teoría constructivista afirma que el conocimiento se construye por el aprendizaje individual y resalta la importancia de la diferencia individual en la cognición (Tsai, 2001), el estudiante debe apropiarse activamente del conocimiento relacionando los conceptos aprendidos con los ya existentes (Regis, Albertazzi,1996) y el profesor debe proporcionar las herramientas fundamentales, representando las estructuras cognitivas en forma gráfica y cuantitativa, que permitan al estudiante adquirir un aprendizaje significativo.

**Referente a los Mapas conceptuales.**

Los mapas conceptuales, en las últimas dos décadas, han sido ampliamente usados como la manera de representar la estructura cognitiva de los estudiantes en la ciencia, son definidos clásicamente, como un recurso esquemático para representar un conjunto de significados conceptuales incluidos en una estructura de proposiciones (Novak, Gowin,,1984). La elaboración de los mapas conceptuales puede utilizarse no solo como una técnica de estudio, sino que también es de gran valor para que el docente pueda evaluar los conocimientos adquiridos por los estudiantes sobre un tema determinado (Señas, et al., 2004).

Trazar un mapa conceptual implica relacionar a través de las palabras de enlaces, dos o más términos conceptuales para generar las proposiciones; de la misma forma sirven para relacionar los conceptos, los cuales representan palabras o signos con los que se expresan regularidades (Díaz, Fernandez, 1997). La utilidad de esta técnica es múltiple y flexible ya que contribuye a desarrollar valores educativos en la dimensión cognitiva o capacidad de pensar y la dimensión personal o social, en la que se potencian tanto valores personales como el trabajo individual del estudiante mediante la elaboración de mapas (Melero, Carpena, 2006).

Para lograr un aprendizaje significativo, los mapas conceptuales, fortalecidos con los recursos que brinda la tecnología en línea (Mindomo), constituyen un excelente instrumento de construcción de conocimiento con herramientas efectivas, atractivas y dinámicas en la elaboración, mantenimiento (reorganización) y aplicación de los conceptos, potenciando el aprendizaje continuo de las ciencias en los estudiantes.

La utilización de la tecnología en la construcción de los mapas conceptuales, presenta algunas ventajas que ayudan a la elaboración y posterior lectura, a saber:
Permite la creación de mapas conceptuales, introduciendo toda clase de contenido, ya sea texto, hiperenlaces, vídeos, música o imágenes.

Facilita la construcción de mapas conceptuales con un levado número de conceptos, agilizando el proceso de refinamiento que conduce al mapa definitivo.

Permite la reorganización y reestructuración de los conceptos, sin necesidad de rehacerlo.

Permite el acceso de manera rápida y desde cualquier lugar, existiendo una interacción lector – autor más activa.

Como está compuesto por diferentes imágenes, puede mostrarse una pantalla del mapa que no supere muchos conceptos, permitiendo una agradable percepción de los conceptos.

Los conceptos pueden ser seleccionados y jerarquizados, en la que las ideas más inclusivas ocupan el ápice e incluyen las proposiciones, conceptos y datos fácticos progresivamente menos inclusivos y más diferenciados (Carretero,1997, Gutiérrez, 1987).

**Plataforma para el trabajo de Mapas conceptuales con Herramienta Mindomo**

El diseño de la plataforma para la construcción del mapa conceptual, presenta un modo de trabajo en el que el autor elabora y modifica el mapa, al igual que un modo en cual el mapa puede ser recorrido e inspeccionado. Cuenta con una interface gráfica en la que se encuentra una barra de herramientas con distintas opciones disponibles para la construcción y modificación, con menú desplegable para el trabajo de edición. Provee la posibilidad de tener una visión global de todo el mapa, posibilitando la integración conceptual de todas las imágenes en una única representación, al igual que ocultar algunas imágenes, recorrer el mapa y abrir zonas que se quiere ver en detalle.

La implementación de los mapas conceptuales en línea, dentro del aula de clase de química, permiten resultados exitosos y un mayor entendimiento del material.

**Metodología Propuesta**

El propósito de este estudio, fue analizar la utilización de mapas conceptuales en línea con estudiantes de pregrado, como metodología de aprendizaje. Los mapas conceptuales se usaron como una herramienta de ilustración para reforzar la comprensión de los estudiantes, en conceptos utilizados en química básica como: La Materia y La Energía. Al estudiar sobre estos conceptos, a los estudiantes normalmente se les dificulta hacer conexiones entre las diferentes representaciones, por consiguiente, el uso de mapas conceptuales en línea pueden ayudar a los educandos a hacer estas conexiones y permitirles organizar su propio pensamiento de una manera gráfica y fácil de asimilar.

El presente estudio, compara entre estudiantes que utilizan la herramienta del mapa conceptual en línea y aquellos que no utilizan la herramienta en el aprendizaje.
3.2 Participantes

El trabajo se realizó en el Instituto Tecnológico Metropolitano (ITM), Medellín, con los estudiantes de Química Básica, matriculados en el semestre 01-2011. El desarrollo de la experiencia se llevó a cabo de forma paralela en dos cursos, bajo la dirección del mismo docente; en uno de los cursos se trabajó con la construcción del mapa conceptual en línea y en otro con la metodología tradicional, es decir exposiciones magistrales como tradicionalmente se ha hecho en semestres anteriores. Como resultados del análisis se utilizaron las calificaciones de los estudiantes en la evaluación de los temas en experimentación.

El curso que trabajo con el mapa conceptual en línea, dispuso de los recursos tecnológicos para la elaboración de éste y en un primer momento se les explicó con ejemplos claros, simples y complejos, las características que debe tener un mapa conceptual en cuanto a conceptos, palabras de enlace, proposiciones y jerarquización para lograr la construcción de una base común en lo relativo a la comprensión de la técnica y sus posibilidades de aplicación, se utilizaron conceptos básicos, sobre el tema La Materia, conocidos por todos los estudiantes y puestos en común, los cuales fueron representados por el docente en la plataforma; igualmente se explicó el manejo de la plataforma Mindomo para la construcción del mapa conceptual.

En segunda instancia, con un tema específico (Energía y clases de energía) y algunos conceptos puestos en común, los estudiantes construyeron su propio mapa conceptual en línea, durante la experiencia el docente estimaba la conveniencia de las proposiciones del mapa conceptual en línea, con la finalidad de evitar el aprendizaje de errores técnicos, referidos a los conceptos específicos del tema desarrollado.

El tercer paso, fue mostrar a los estudiantes el mapa conceptual en línea construido por el docente, permitiendo a los estudiantes una comparación constructiva.

**Evaluación final de la experiencia**

El docente observo diversas instancias áulicas, como el interés de los estudiantes, clima del aula para todos los participantes y el grado de correlación entre la comprensión de la técnica para los estudiantes que trabajaron con los mapas conceptuales en línea.

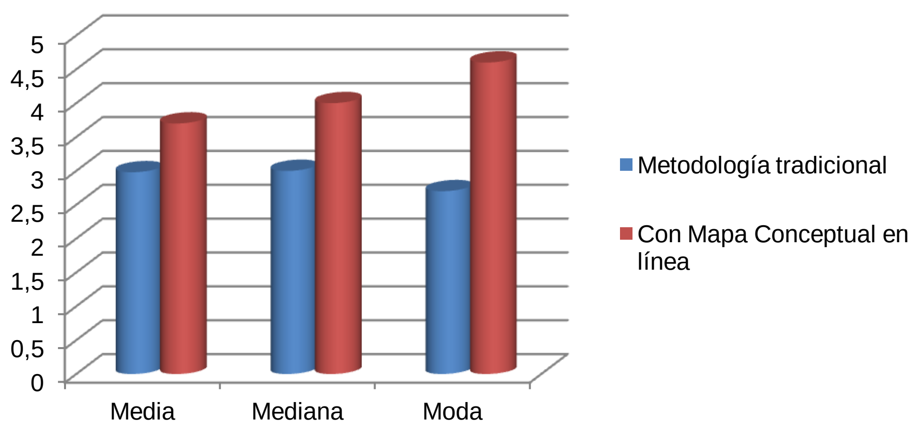
La parte académica se valoró con una prueba cuantitativa para todos los participantes, estudiantes que construyeron los mapas conceptuales en línea y estudiantes con la metodología tradicional. La evaluación incluyo los temas de la composición de la materia, energía y clases de energía; con preguntas fundamentales que permitieron valorar el aprendizaje y dominio de los temas.

**Resultados de la Evaluación de la experiencia**

De los resultados obtenidos se infiere que a la mayoría de los estudiantes que realizaron la experiencia con la metodología tradicional, los conceptos dados en la explicación impartida por parte del docente se hacen confusos y ligados, los conceptos no son retenidos, las clases se hacen monótonas y el estudiante no muestra motivación por el aprendizaje de los temas expuestos; mientras que en los estudiantes que trabajaron con el mapa conceptual en línea, desde el comienzo de la actividad, se pudo observar como el uso de la computadora los estimula a la utilización de la herramienta, permitiéndole trabajar de manera ordenada, sin problemas de espacio, fácil de corregir y de forma rápida; igualmente se facilitan la clasificación, relación y jerarquización de los conceptos, permitiéndoles a los estudiantes una mejor asimilación y aprendizaje. Además, el ambiente se tornó agradable y propicio para la enseñanza.

Los resultados obtenidos en la valoración cuantitativa se muestran en la siguiente gráfica

Gráfica. Resultados de medidas descriptivas con respecto a las notas de las pruebas




Como se puede apreciar en la figura anterior, la media de los resultados con el grupo experimental, que trabajo con los mapas conceptuales en línea como herramienta de aprendizaje, es más elevada y con una nota aprobatoria (> 3.0), mientras que el grupo que trabajo con la metodología tradicional presenta una media por debajo de la nota aprobatoria, apreciándose una mejora sustancial en el resultado general de los estudiantes, al utilizar los mapas conceptuales en línea.

El valor promedio en la nota, corresponde a una calificación de 2.5 (sobre 5.0), lo que significa que el grupo experimental tuvo en promedio, más estudiantes por encima de éste, que el grupo que trabajo con la metodología tradicional.

Igualmente la mediana muestra un valor muy alto para el grupo experimental, lo que conduce a que los estudiantes obtuvieron un mejor desempeño académico. Es decir que el 50% de los estudiantes sacaron notas superiores a 4.

La moda muestra, como el grupo experimental obtuvo de manera más frecuente una nota superior de 4.6, mientras que el grupo que trabajo con la metodología tradicional su nota modal o más común fue de 2.7, esto permite deducir que no solo los estudiantes están adquiriendo noción de los conceptos, sino que también están aprendiendo significativamente, permitiéndoles obtener resultados altos en sus pruebas.

Al realizar un intervalo de confianza exacto al 95% (0.459 – 0.749) para diferencia de proporciones se obtiene que la metodología con el mapa conceptual en línea, ayuda a que los estudiantes obtengan mejores resultados en su aprendizaje.

**Conclusiones.**

La construcción del mapa conceptual utilizando la tecnología informática, constituye un medio novedoso para representar las ideas, plasmar conceptos, y relacionarlos, además que facilita la adquisición de nuevos conocimientos y su relación con los ya adquiridos de forma significativa y con retención a largo plazo.

La integración del mapa conceptual en línea en la enseñanza, permite evidenciar la participación activa y significativa de los estudiantes en las Ciencias Químicas, lo que facilita a los mismos, organizar su propio pensamiento, presentar el material de estudio de diferentes maneras y dominar las ayudas del material presentado, además de ser una estrategia de control del aprendizaje porque revela la forma en que los conocimientos se encuentran organizados en la estructura mental del estudiante.

Con la implementación del mapa conceptual en línea, se obtiene mejores resultados académicos.

Los estudiantes que utilizaron la herramienta, aprendieron no solo los contenidos impartidos, sino también a usar el mapa conceptual como estrategia de aprendizaje.

Se encontró diferencias significativas entre el grupo que trabajo con la herramienta y con el que trabajó con la metodología tradicional, las dificultades son más notables en el grupo que trabajó con la metodología tradicional.

**Bibliografía.**

Aussubel, D.P., Novak, J.D., & Hanesian, H. (1997). “Psicología Educativa: un punto de vista cognoscitivo”. México: Trillas.

Carretero, M. (1997). “Constructivismo y educación”. México: Progreso

Díaz, F., & Fernandez, G. (1997). “Estrategias docentes para un aprendizaje significativo: una interpretación constructivista. México: McGraw

Fernandez, G. (1998). “Paradigmas en psicología de la educación”. México: Paidós Educador

Gutiérrez, R. (1987). “Psicología y aprendizaje de las ciencias: El modelo de Ausubel”. Enseñanza de las Ciencias. Vol. V, núm 2, pp. 118-128

Melero, R., & Carpena, M. (2006). “Los mapas conceptuales como herramienta didáctica para la enseñanza de ciencias en terapia ocupacional”. Experiências em Ensino de Ciências. Vol. III, pp. 01-08

Novak, J.D., & Gowin, D. B. (1988). “Learning How to Learn”. Cambridge University. N.Y

Regis, A., & Albettazzi, P. (1996). “Concept Maps in Chemistry Education”. Journal of Chemical Education. Vol. LXXIII, núm. 11, pp. 1084-1088

Señas, P., Moroni, N., & Vitturini, M. (2004). “Hypermedial Conceptual Mapping: A development methodology”. 13th International Conference on Technology and Education. University of Texas at Arlington, Departament of Computer Science an Engineering. New Orleans”.

Tsai, C.C. (2001). “Probing students´ cognitive structures in science: the use of a flow map method coupled with a meta–listening technique”. Studies in Educational Evaluation. Vol. XXVII, pp. 257 – 268

Wood, D. J., Bruner, J.S., & Ross, G. (1976). “The role of tutoring in problem solving”. Journal of Child Psychology and Psychiatry. Vol.XVII, pp. 89-100

# PO-26 PHYSLAB: "UNA EXPERIENCIA EN LABORATORIOS REMOTOS PARA LA ENSEÑANZA DE LA FISICA"[31]

**Ing. James Andrés Barrera Moncada**
Ingeniero electricista
Docente de tiempo completo Universidad Católica de Pereira
james.barrera@ucp.edu.co

**Ing. Juan Carlos Henao López**
Ingeniero Electricista
Docente Catedratico de la Universidad Católica de Pereira
juank_henao@hotmail.com

**RESUMEN**

Las dinámicas propias de los procesos de aprendizaje en los estudiantes de pregrado en instituciones de educación superior vienen modificándose acorde con las necesidades, recursos y expectativas con que actualmente cuentan, por lo que los métodos tradicionales de enseñanza no están generando el impacto deseado para el desarrollo de competencias y niveles de competencia esperados. PHYSILAB es un proyecto de investigación desarrollado por tres universidades en Risaralda, Caldas y Antioquia y financiado por el Ministerio de Educación Nacional tendiente a medir la eficacia de las tecnologías de la información y la comunicación en los procesos de aprendizaje relacionados con la física clásica.

Palabras Clave: TIC, RENATA, Laboratorio Remoto, EpC

**ABSTRACT**

The dynamics of learning processes in students of undergraduate colleges are modified according to the needs, resources and expectations that are currently in, so traditional teaching methods are not generating the desired impact for the development skills and expected levels of competency. PHYSILAB is a research project developed by three universities in Risaralda, Caldas and Antioquia, and funded by the Ministry of Education aimed at measuring the effectiveness of information technology and communication in learning processes related to classical physics.

Key Words. TIC, RENATA, Remote lab , EpC

**Introducción**

Existe un cambio en el paradigma en la forma como se desarrollan los procesos de aprendizaje en las nuevas generaciones, hecho evidenciado por la dificultad que tienen ahora para abordar conceptos cuando los docentes hacen uso de metodologías tradicionales de enseñanza, que eventualmente o se convierte en fracaso académico o por bajos rendimientos al abordar otras disciplinas que tienen su fundamento en los principios que se debían haber estructurado sólidamente. La física no es la excepción a esta problemática, cada vez es más frecuente encontrar estudiantes de pregrado con

[31] Physi-Lab "Laboratorio Remoto y virtual para la enseñanza de la Física". Desarrollado por el grupo de investigación GEMA y financiado por el Ministerio de Educación Nacional

profundas deficiencias en sus desempeños que dan cuenta de las explicaciones a fenómenos naturales, acompañado de una pobre capacidad para describir tanto de forma literal como de forma matemática, los principios físicos elementales y que más adelante, en otras áreas de formación dentro de sus programas académicos tendrán un impacto negativo.

PHYSILAB, es un proyecto de investigación financiado por el Ministerio de Educación Nacional y desarrollado por la Universidad Católica de Pereira –UCP–, la Universidad Católica de Manizales –UCM– y la Universidad de Medellín –UdeM– que busca explorar el impacto en las estructuras mentales de los estudiantes de pregrado en estas tres universidades cuando se usan las tecnologías de la información y la comunicación (TICs) en comparación a metodologías tradicionales y de las que se tiene mucha información analítica y estadística; la propuesta se centra en desarrollar una herramienta tecnológica en adición a los procesos curriculares que tradicionalmente de adelantan en los cursos de física, montando una serie de laboratorios virtuales y remotos haciendo uso de RENATA –Red Nacional Académica De Tecnología Avanzada– creando una interfaz web que permita ser accesada desde la misma RENATA, posibilitando a diferentes usuarios que tengan acceso a la red, la realización de prácticas remotas y virtuales con el fin de complementar los conocimientos y habilidades adquiridas con el fortalecimiento de las operaciones mentales y los niveles de competencias dentro de ambientes sociales de uso compartido y colaborativo de la información y el conocimiento.

**Planteamiento del Problema**

Los programas de pre–grado relacionados con alguna ingeniería o tecnología como la civil, la de sistemas, la mecánica, la eléctrica, la misma ingeniería física entre otros, tienen un fuerte componente de formación en ciencias básicas con especial atención a la matemática y la física; de ahí radica la importancia de un buen desarrollo de habilidades con construcción significativa de conocimientos que le permitan a estos estudiantes una mayor capacidad de análisis e inferencia para dar cuenta a otras áreas disciplinares de su programa académico y que son elemento central de la formación profesional.

Los planes de curso de física que se trabaja en los primeros semestres de las universidades aporta las bases teóricas y prácticas necesarias para asignaturas como Mecánica, Termodinámica, Mecánica de Fluidos, Hidráulica, Resistencia de Materiales, Cálculo de Estructuras, Electromagnetismo, Electrónica, Estado Solido, entre otras, proporcionando a los estudiantes los fundamentos necesarios para el desarrollo de algunas habilidades mentales y mejoramiento de los niveles de competencia, con el objeto de cimentar la formación para comprender desde lo científico y la razón, el funcionamiento de los sistemas e instrumentos al reemplazar el conocimiento nocional por un conocimiento de conceptos. Sin embargo y a pesar de su importancia, la enseñanza de los conceptos involucrados en el área de Física se ha convertido en un problema que preocupa cada vez más a los docentes y a las instituciones de educación media y superior, debido a que es una de las áreas disciplinares que junto con el cálculo, presenta mayores índices fracaso y deserción escolar entre los estudiantes, fracaso que se traslada eventualmente a la universidad evidenciados con bajos resultados y pobres desarrollos cognitivos y cognoscitivos para este nivel en la cadena de formación que no corresponden con los requerimientos y estándares nacionales e internacionales.

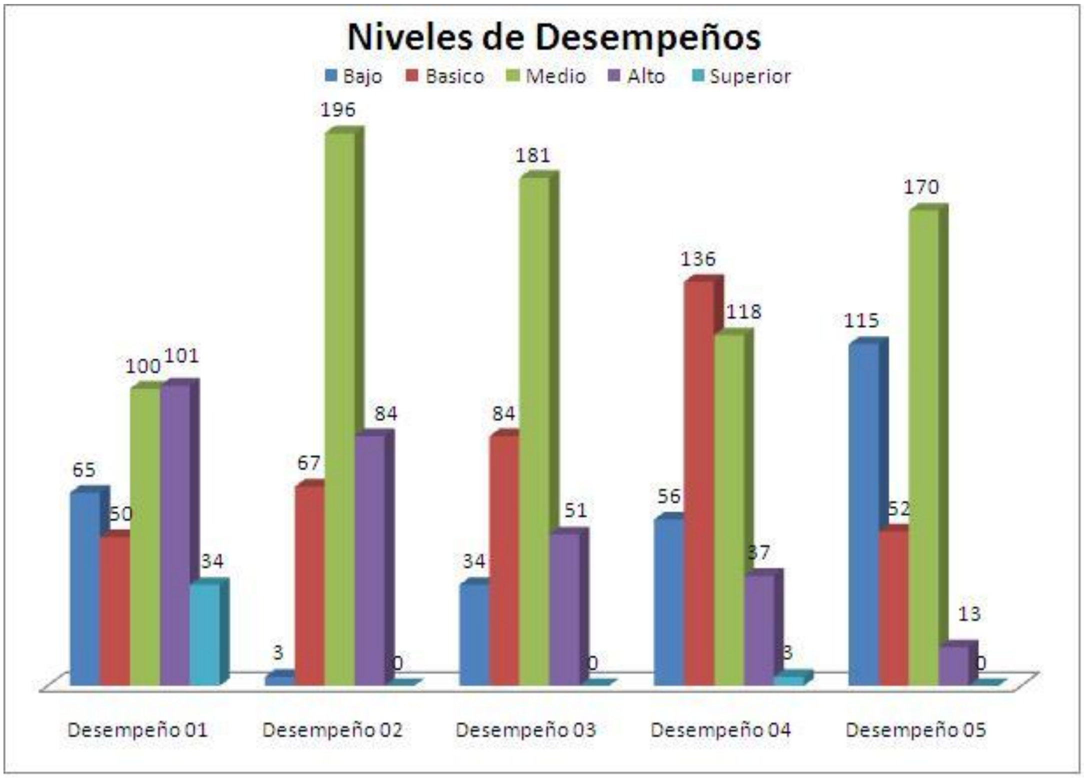



*Figura 1. Niveles de Desempeño en cinco competencias básicas para el área de física.*

Este hecho se hizo particularmente evidente en 350 estudiantes de programas como ingeniería civil, ingeniería en sistemas, telecomunicaciones, física, ingeniería comercial que iniciaron en el 2010 los cursos de física en las tres universidades participantes del presente proyecto de investigación y que sirvieron como población de muestra a la que se le aplicaron una serie de pruebas diagnósticas con el fin de dar cuenta el nivel de desarrollo de sus estructuras mentales y cognoscitivas, dentro de estas pruebas hubo una especial, que medía el nivel de desempeño en cinco competencias básicas (ver artículo), parte de los resultados se muestra en la figura 1. Se esperaría que la mayoría de la población tuviera niveles de desempeños medio o superiores, pero el análisis efectuado arroja que gran parte de la población tiene niveles de desempeños medio, básico y bajos en competencias relacionadas con la mecánica newtoniana, la interpretación física y matemática de eventos comunes y la predicción de situaciones próximas conocidas algunas situaciones previas, lo que corrobora el sentimiento de muchos profesionales de la educación en cuanto a la calidad de las estructuras cognitivas y cognoscitivas de los estudiantes que llegan a la universidad y a estos programas.

**Generalidades de la estrategia metodológica**

Dado lo anterior, se hace clara la necesidad del uso de metodologías de enseñanza creativas, motivadoras, atractivas y significativas que se adapten al contexto actual y a las necesidades del estudiante, tanto en horarios flexibles como en el uso de TICs, que permitan alcanzar un aprendizaje significativo en un ambiente colaborativo, haciendo uso de las redes sociales de conocimiento donde haya una mayor participación de los estudiantes en la elaboración y construcción de su propio proceso de aprendizaje. PHYSILAB, busca por tanto invertir esta tendencia a través del desarrollo de prácticas de laboratorio que fomenten el interés por la Física Experimental a nivel básico e intermedio y que puedan ser usadas por diferentes universidades a través de la red RENATA.

Las prácticas de laboratorio remoto se desarrollan sobre una interfaz tecnológica educativa, dentro de redes colaborativas sociales de conocimiento que tienen como objetivo guiar al estudiante a través de actividades previamente diseñadas donde pueda tener acceso a los equipos reales, modificar variables en el experimento y observar la respuesta en tiempo cuasi-real, sin requerir que se encuentre físicamente presente en el laboratorio. Además del experimento real controlado de forma remota, los estudiantes podrán también observar una simulación del fenómeno físico que le permita entender mejor el concepto involucrado en la práctica y obtener conclusiones más acertadas, logrando así un aprendizaje significativo, válido, veraz y contextualizado a las necesidades regionales y nacionales. Un laboratorio remoto permite al estudiante realizar prácticas de laboratorio de forma presencial pero no en el mismo sitio donde se encuentran los equipos, pero que se manipulan a través de redes informáticas, haciendo uso de Webcams, micrófonos, hardware específico para la adquisición local de datos y software para dar una sensación de proximidad con el equipamiento. La figura 2 proporciona una arquitectura de referencia, así como pautas a seguir para completar los diferentes componentes involucrados en los laboratorios remotos (Servidor de Aplicaciones, Aplicaciones Remotas, etc.) de forma que los aprendientes del laboratorio se puedan concentrar en la funcionalidad del laboratorio remoto.


*Figura 2. Esquema generalizado para laboratorios remotos*

A través de unos actuadores, sensores y demás elementos de adquisición de datos, imagen y sonidos el aprendiente puede manipular de forma real, pero remota diversos equipos que muy posiblemente se encuentren en otra ciudad, igualmente estos datos y un itinerario de descubrimiento puede dar cuenta de los principios físicos tratados.


*Figura 3. Fases del proceso de construcción de conocimiento*

A través de una exploración de saberes previos, el docente que acompaña del proceso de grupo ajusta la metodología de trabajo y envía a cada alumno a desarrollar una serie de laboratorios virtuales, los cuales se pueden trabajar de forma simultánea por todos los estudiantes del curso, una vez el alumno alcance las metas de comprensión esperadas, el aprendiente debe hacer una reserva de equipos para adelantar su práctica remota sobre RENATA, estos equipos deben están a su disposición las 24 horas del día y solamente limitarse por la cola de reservas anteriores. Finalmente se adelantan otra serie de prácticas reales al final de las cuales, el aprendiente debe haber adquirido los desempeños deseados con un nivel de desempeño medio o superior y que desde luego le servirá al docente y a la universidad como elemento de análisis para determinar la aprobación o no del curso de física.

Con el fin de articular efectivamente estos elementos, se plantea desarrollar sobre la plataforma otros recursos como son las consultas a material de estudio y demás referencias bibliográficas conseguidas o construidas por le docente, para esto se planea usar un LMS llamado Moodle y para la construcción colectiva de contenido que eventualmente se puede transformar en curso, la plataforma contará con un CMS llamado MediaWiki para este fin.

**Elementos básicos de la Arquitectura de PHYSILAB**

Los laboratorios remotos se desarrollan bajo la arquitectura de cliente – servidor pues es la que presenta mejores desempeños para sistemas operativos multi-usuarios a través de la red RENATA, y existen diversas estrategias la de mayor flexibilidad es la mostrada en la figura 4

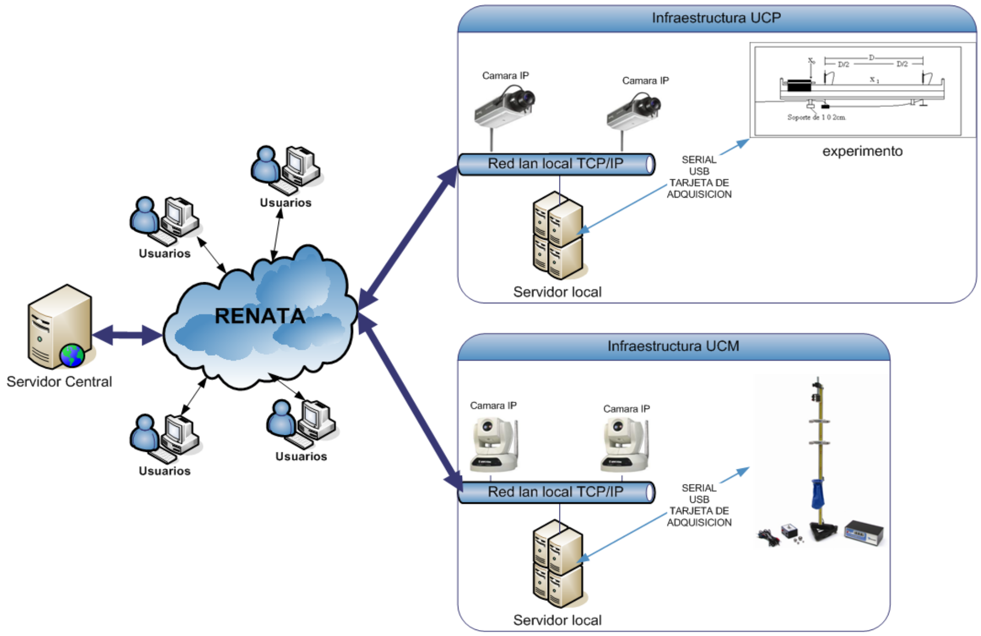



*Figura 4. Arquitectura básica del laboratorio remoto.*

Donde el usuario se conecta a través de un servidor central y a través de RENATA a la universidad donde quiere o reside la experiencia a manipular de experimentación, es el software que reside en el servidor local el que permite que el usuario pueda manipular los sensores y actuadores necesarios para poner en operación en el equipo y realizar la prueba; esta computadora debe contar con el servidor de comandos y consultas al servidor central. La red es el nexo de unión entre el cliente de experimentación y el servidor de comandos y consultas. En cada laboratorio presente en cada universidad debe existir la instrumentación que agrupa a todo el hardware utilizado para la conexión del laboratorio con el servidor central y finalmente debe existir un sistema gestor de base de datos, que contiene toda la información referente a datos de estudiantes y grupos, reserva de tiempo, definición y parametrización de experimentos entre otros datos.

**Propuesta para principios pedagógicos.**

Como ya fue enunciado, el objetivo con el presente proyecto de investigación es medir el impacto de las tecnologías de la información y la comunicación en las estructuras mentales de los estudiantes y así necesariamente se debe plantear unos principios pedagógicos claros sobre los cuales se oriente el trabajo en los laboratorios, por ello después de analizar los resultados obtenidos en la fase diagnóstica aplicada a los 350 estudiantes de las tres universidades, los recursos informáticos y tecnológicos con que cuenta PHYSILAB y los cambios en los paradigmas de los mecanismos con los cuales una personas aprende algo nuevo, se decide utilizar dos estrategias metodológicas, una es la diseñada por la universidad de Harvard en el caso particular de laboratorios de física y denominada Enseñanza para la Compresión (EpC) en la cual se supone que un individuo aprende comprensivamente si es capaz de actuar, pensar y reflexionar flexiblemente con lo que sabe y la segunda es Aprendizaje Significativo (AS) como apoyo para algunos subprocesos especialmente en la etapa de exploración de los conocimientos previos de los estudiantes y sus subsensores.

En la fase diagnóstica se dio respuesta en primera instancia a las preguntas de la EpC sobre *lo que se debe enseñar* –tópicos generativos– siendo en términos generales necesario plantar los principios del movimiento con las causas que lo originan y lo que *vale la pena comprender* –metas de la comprensión– que es poder dar cuenta de las características presentes o a presentarse en un movimiento o sistema. En cuanto a las preguntas sobre cómo se debe enseñar –que corresponden a los desempeños de la comprensión– y cómo saber lo que se sabe –evaluación continua– el mismo desarrollo de las prácticas de laboratorio virtual, remoto y real al final del proceso determinarán la efectividad o no de la metodología.

**Bibliografía**

ANDRADE R. F. Experiencia piloto: Enseñanza de las fuerzas en física general en el marco del EEES Revista de Ciencia, Tecnología y Medio Ambiente VOLUMEN VIII. AÑO 2010

ATKINS, D; (2003). Revolutionizing Science and Engineering Through Cyberinfrastructure: Report of the National Science Foundation Blue-Ribbon Advisory Panel on Cyberinfrastructure.

CALVO, I., Marcos, M., Orive D., Sarachaga I. "Building Complex Remote Laboratories", Computer Applications in Engineering Education, Vol. 18. 2008

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE BROOKLYN, 2001. Enlace al Laboratorio Remoto basado en Web en Mecatrónica y Control de Procesos del Instituto Tecnológico de Brooklyn. Página consultada en abril de 2010. En: http://mechatronics.poly.edu/MPCRL/.

INSTITUTO TECNOLÓGICO STEVENS. Enlace al Laboratorio Remoto en Sistemas Dinámicos del instituto Tecnológico Stevens. Página consultada en abril de 2010. En: http://www.stevens.edu/remotelabs/Experiments.html

NEDIC, Z., MACHOTKA J. y NAFALSKI A.. Remote laboratories versus virtual and real laboratories. Proc 33rd ASEE/IEEE Frontiers in Education Conference. Boulder, Colorado, USA, 2003.

REDISH & RIGDEN (editors), 1997, The changing role of Physics departments in modern universities. Proceedings of International Conference on Undergraduate Physics Education, American Institute of Physics, New York.

RÖHRIG, C. & JOCHHEIM, Andreas; (1999). The Virtual Lab for Controlling Real Experiments Via Internet. En: IEEE International symposium on Computer – Aided Control System Design, CACSD'99, Kohala Coast Island of Hawaii, Estados Unidos.

ROSADO L. y HERREROS J.R., Laboratorios virtuales y remotos en la enseñanza de la Física y materias afines, Didáctica de la Física y sus nuevas Tendencias, Madrid, UNED, pp. 415-603, 2002.

SANDOVAL J. M., et all. Desarrollo Tecnológico de Los Laboratorios Remotos de Estructuras e Ingeniería Sísmica y Dinámica Estructural. Ciencia e Ingeniería Neogranadina, Vol. 18-2, pp. 77-99. Bogotá, Diciembre 2008. ISSN 0124-8170.

SICKER D.S., et. all, Assessing the Effectiveness of Remote Networking Laboratories, Proc 35th ASEE/IEEE Frontiers in Education Conference, Indianapolis, 2005.

TORO, J., DEVIA, A., BARCO, H. y ROJAS, E. Curso interactivo de física con laboratorio virtual para el aprendizaje y simulación de algunos sistemas físicos, usando internet. Manizales: Universidad Nacional, 2001.

# PO-30 EXPERIENCIAS DE ENSEÑANZA DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS

**Hugo Fernando Pardo**
Matemático, Magister en Educación
Profesor Asistente Pontificia Universidad Javeriana Cali. Colombia.
hfpardo@javerianacali.edu.co

**Jorge Hernando Figueroa**
Lic. Matemáticas, Magister en Educación
Profesor Asistente Pontificia Universidad Javeriana Cali. Colombia
jfigueroa@javerianacali.edu.co

**RESUMEN**

En este documento se presenta una experiencia metodológica de enseñanza y aprendizaje de las Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden, implementado en un grupo de estudiantes de Ingeniería de la Universidad Javeriana Cali, en la cual se utilizó la coordinación de los registros de representación gráfico, numérico y algebraico en situaciones tradicionales de enseñanza, buscando una participación más activa de los estudiantes, así como una mayor comprensión de los temas tratados. Para tal efecto, se diseñaron guías de actividades de cada tema del curso, las cuales eran resueltas por los estudiantes fuera de clase. En las guías se introdujeron conceptos previos de Álgebra lineal, Cálculo diferencial e integral, necesarios para el tema respectivo, este curso maneja deducciones y pre-saberes que exigen del estudiante un nivel de pensamiento que quizás no ha alcanzado.

Palabras claves: Sistemas de representación, ecuaciones diferenciales ordinarias, guías.

**ABSTRACT**

In this paper, is presented a methodological experience of teaching and learning of first-order differential equations, implemented in a group of engineering students from the Universidad Javeriana Cali, which the coordination of the records of graphical numeric and algebraic representation, was used in traditional teaching situations, looking for a more active participation of students, as well as a greater understanding of the topics covered. For this purpose, activities guides were designed for each topic of the course, which were solved by students outside of class. In the guides prior concepts were introduced to linear algebra, differential and integral calculus, necessary for the matter in question, this course manages deductions and pre-knowledge that requires the student a level of thinking that perhaps he has not reached

Key Words: Systems of representation, ordinary differential equations,guides.

## Introducción

La metodología utilizada cuando se imparte un curso de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias en la mayoría de las universidades colombianas generalmente es de tipo “clase expositiva”. De acuerdo con (Peltier, 1993), citado por (Moreno y Azcarate, 2003),

*“… este es un estilo denominado dogmático o magisterial, centrado en el contenido cuyo objetivo es dar y comunicar un saber a los estudiantes. En este modelo el profesor adquiere un papel muy activo y el estudiante es un receptor pasivo de unos conocimientos, presentados por el profesor, completamente acabados y construidos.”*

Con el fin de cambiar esta metodología expositiva, se implementó un curso piloto para el segundo semestre del 2010, en la Pontificia Universidad Javeriana Cali, para el cual se elaboraron guías de trabajo (ver anexo), cuyas preguntas incluían implícitamente las estrategias de solución para que los estudiantes construyeran los aspectos conceptuales de forma natural, buscando con ello que elevaran el nivel de razonamiento y no solo entendieran y manipularan el algoritmo de solución. Para documentar (analizar) los roles del profesor y los estudiantes, se filmaron las clases durante todo el semestre y al terminar el curso se aplicó una encuesta para indagar algunos aspectos acerca de la metodología implementada.

**Guías de actividades**

Partiendo del hecho que la concepción dominante en la enseñanza de las ecuaciones diferenciales ordinarias es la algorítmica-algebraica, que trae como consecuencia inmediata para los estudiantes una visión sesgada y muy limitada sobre los diferentes acercamientos que existen para encontrar las soluciones, las cuales requieren en muchos casos acercamientos numéricos y geométricos así como la articulación entre ellos; el colectivo de profesores del área de matemáticas elaboro unas guías de actividades los temas del curso ; para tal efecto , a partir de una reflexión curricular sobre los contenidos y metodologías utilizadas, se distribuyó el trabajo en grupos, con el ánimo de diseñar situaciones que orientaran al alumno en el análisis y modelización de problemas interesantes relacionados con tales situaciones, estimulando con ello la búsqueda autónoma y el propio descubrimiento paulatino de conceptos matemáticos involucrados en tales situaciones.

Para el diseño de unidades o guías de enseñanza por parte de los profesores, se les pidió el favor de formular y/o proponer problemas de aplicación de las ecuaciones diferenciales y el análisis de las decisiones tomadas en la solución de dichos problemas ; con base en esto, los profesores diseñaron unidades didácticas centradas en los problemas propuestos, teniendo presente que encontrar la solución del problema no es la meta final de las matemáticas , " sino el punto inicial para encontrar otras soluciones, extensiones, generalizaciones de ese problema, relaciones con otros problemas,...." (Schoenfeld, 1989).

Se presentaron muchas dificultades en la construcción de las guías, entre otros motivos por las concepciones de los profesores, el excesivo trabajo que demanda, y la falta de experiencia en el trabajo con guías en la universidad, y la falta de conocimiento acerca de cómo impulsar o dar indicaciones que faciliten el descubrir, hallar, inventar vías de solución a problemas, así como la identificación , en varias guías, de aquellos conocimientos de uso indispensable para alcanzar el éxito(pre-saberes).
Los contenidos del curso, se dividieron en tres capítulos: una introducción a las ecuaciones diferenciales de primer orden, sistemas de ecuaciones diferenciales y solución de ecuaciones diferenciales usando la transformada de Laplace.

**Roles de los estudiantes y del profesor durante las clases**

La clase se dividió en tres momentos, en el primer momento, los estudiantes presentan sus avances y dificultades en el desarrollo de la guía, enseñando sus hipótesis y conjeturas acerca de la solución de las situaciones planteadas; en el segundo momento, se validan las hipótesis y conjeturas planteadas en el momento anterior, se llega a acuerdos, se discute por qué y para qué de la actividad, qué de ella le sirvió, que aprendió. En algunas ocasiones, se proponían algunos ejemplos y ejercicios que permitían afianzar los temas y conceptos abordados en la guía. En el tercer momento se hacia la institucionalización de los conceptos trabajados en la cual el profesor aclaraba la intención didáctica de la actividad, y daba una presentación o introducción a los temas a trabajar en la siguiente guía. El orden de los momentos varió en muchas clases, porque los estudiantes manifestaban no comprender los enunciados de la guía, no encontraba estrategias para resolverla o simplemente porque no les alcanzaba el tiempo para resolverla la guía en casa.
Como las clases fueron filmadas, el comportamiento de los estudiantes varió durante el transcurso del semestre, inicialmente eran muy tímidos, nerviosos y temerosos de cometer errores que les hiciera quedar en evidencia frente a sus compañeros, les disgustaba la presencia de la cámara y la participación en la clase era muy poca, pero con el transcurrir del tiempo la participación aumento y la presencia de la cámara dejo de ser disculpa para participar en la clase.
La guía que incluyo el primer registro numérico presento muchas dificultades para su solución y evidencio grandes falencias en los concepto de función, de razón de cambio y relación entre las variables implicadas, por el no uso de este tipo de registros en los cursos anteriores.
La participación de los estudiantes en las primeras cinco semanas del semestre fue muy reducida, siempre eran los mismos, pero al finalizar el curso las discusiones y la exposición de las hipótesis y conjeturas que se hacían en el primer momento de la clase permitieron que la totalidad de los estudiantes participaran activamente de la misma.

**Opiniones de los estudiantes respecto a la metodología**

Al terminar el curso se aplicó una encuesta escrita al grupo de estudiantes, con el fin de indagar algunos aspectos de la metodología implementada en el curso de Ecuaciones Diferenciales. La encuesta tenía 4 preguntas:

1. ¿Qué aspectos destaca de la metodología implementada en el curso?
2. ¿Qué aspectos se deben mejorar?
3. Comparado con los cursos de matemáticas vistos, este le permitió hacer más matemáticas?.
4. ¿La metodología implicó cambios en su método de estudio?

A continuación se recogen algunas impresiones de los estudiantes respecto a las preguntas

¿Qué aspectos destaca de la metodología implementada en el curso?

*“El hecho de hacer talleres en la casa puede ayudar a que uno venga más preparado a la clase, pero considero que se debía explicar más en clase”*

*“Las clases magistrales fueron de excelente ayuda al aprendizaje obtenido”*

“*Hay temas que no se comprenden estudiándolos por nuestro lado, es muy bueno que el profe llegue a darnos un apoyo”*

De acuerdo con la opinión de los estudiantes, se puede señalar que añoran la clase de tipo magistral cuyo discurso es de carácter expositivo.

Para otros, la metodología implementada les permitió llegar a la clase con una idea del tema a tratar, con dudas y los motivó a consultar. En cierta medida los motivó a ser más responsables y autónomos:

"*Las actividades previas ayudan a llegar a la clase con una idea de lo que se va a ver e inquietudes"*

*"Nos induce a buscar por nuestra cuenta, sino lo hacemos, nos quedamos sin entender"*

*"Permite comprender los temas antes de clase"*

*"Libertad y autonomía porque depende de cada persona lo que desea aprender, pues cada uno es más responsable de buscar lo que se estudia"*

*"Nos permite desarrollar un poco más nuestras competencias y nos ayuda a investigar más"*

Los estudiantes también consideran que esta metodología favorece la evaluación del curso:

"*Hay un estudio constante de los temas y esto hace que estemos preparados para el parcial*"

*"Se levantaron las notas ya que no solo se tomó en cuenta la parte conceptual sino la aplicación, el trabajo y el esfuerzo"*

*"Los talleres y actividades dan más oportunidad para entender y evaluar los temas"*

*"Los proyectos me parecieron una buena forma para aplicar lo aprendido, además que sirven para ayudar en caso de necesitar nota"*

Respecto a la pregunta ¿Qué aspectos se deben mejorar?, los estudiantes manifestaron:

*"Más clases magistrales para resolver dudas".*

*"Explicar antes de dejar una tarea".*

*"Las actividades previas no se deberían calificar y más bien la tarea después de la explicación de la clase que ya se aclararon dudas"*

De nuevo, algunos estudiantes reclaman clases magistrales en la cual según (González ,2002), "el estudiante no ha realizado ningún esfuerzo previo para estudiar y comprender los contenidos en estudio y toma una actitud necesariamente receptiva y/o pasiva durante la clase".

Otro aspecto que los estudiantes sugieren se debe mejorar, es el contenido de las guías, consideran que es demasiado, y además cuando consultan algunos temas, estos no los comprenden en su totalidad:

*"No dejar guías para cada clase, no entendemos una y ya tenemos a otra que tampoco"*

"*Hay temas que cuando se investiga en libros o en Internet no se entienden*"

Otros estudiantes consideran que la metodología se podría mejorar si,

*"La metodología se implementa desde los primeros semestres y no en 5 semestre"*

*"No todo se debe introducir con actividades, sería bueno una corta socialización del tema y después desarrollar las actividades"*

Con respecto a la pregunta, Comparado con los cursos de matemáticas vistos, este le permitió hacer más matemáticas?. Los estudiantes manifestaron:

*"Si porque aunque uno no sabía por donde arrancar, intentaba por lo que recordaba y buscaba una manera de hallar una respuesta"*

*"Se combina todo lo de lineal, diferencial, integral y multivariable"*

*"Las actividades dejadas eran necesarias para recodar todo lo visto en clases anteriores"*

*"Se recopilaron muchos temas vistos en los cálculos"*

Algunos estudiantes consideran que hicieron más matemáticas que en los otros cursos, por los proyectos que manejaron durante el curso y por las consultas que realizaron, en tanto que otros, consideran que no realizaron más matemáticas por que no comprendieron todos los contenidos,
*"Los proyectos permitieron hacer énfasis en las matemáticas y el análisis"*

*"Nos tocó buscar por nuestros medios"*

*"No me quedó claro el 100 %"*

Respecto a la pregunta ¿La metodología implicó cambios en su método de estudio?, los estudiantes en su mayoría contestaron que sí. Los aspectos destacados, se relacionan con la preparación de las actividades, proyectos y las consultas que realizaron:

*"Si ya que tocaba hacer un estudio previo e investigación previa para realizar las actividades"*

*"Sacar más tiempo para las actividades y el proyecto"*

*"Si, consulté más a menudo al profesor"*

*"Si, ya que me tocaba leer el libro con más detenimiento, porque antes cogía el libro pero con conocimiento previo y ahora no, comenzaba desde cero"*

Para algunos estudiantes que posiblemente no realizaron las actividades previas, la metodología implicó cambios en su método de estudio, quizá porque en la "clase" no comprendieron lo necesario:

*"Tenía que estudiar mucho más, ya que en las clases no entendía nada"*

## Conclusiones

Se presentaron muchas dificultades en el desarrollo e implementación de las guías, entre otros motivos por las concepciones de los profesores y los alumnos sobre la clase tradicional y el papel que juega cada uno en la misma, los alumnos desean que se les "explique" y los profesores no confían en el trabajo de los estudiantes además de considerar que la elaboración de las guías demanda mucho trabajo.

El presentar actividades que involucraban diferentes registros de representación, permitió al estudiante: asimilar los conceptos tratados en la clase desde otras perspectivas; descubrir otras formas de resolver los problemas planteados y el uso de herramientas computacionales como Excel y Matlab para la solución de ecuaciones desde los registros numérico y geométrico.

## Referencias

González, J. H. (2002). *De la clase magistral … al aprendizaje activo*. Cartilla Docente, Universidad Icesi. Segunda edición.

Hernández, A. (1999). Tesis doctoral. Departamento de Matemática Educativa, Cinvestav-IPN. México.

Moreno, M. y Azcárate, C. (2003). "Concepciones y creencias de los profesores universitarios de matemáticas acerca de la enseñanza de las ecuaciones diferenciales". *Enseñanza de las ciencias*, 21.2, pp. 265-280.

Ortiz, H; Jiménez, F. (2007). "Una experiencia pedagógica en la enseñanza de las ecuaciones diferenciales exactas y los factores integrantes" [En línea]. Scientia et técnica. Universidad Tecnológica de Pereira. Año XIII, N 37. pp 497 – 501. http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/849/84903785.pdf.

Peltier, M. L. (1993). Una visión general de la didáctica de las matemáticas en Francia. *Educación Matemática*, 5 (2), pp. 4-10.

Schoenfeld, A.(1989) . Ideas in the air: Speculations on small group learning, environment and cultural influences on cognition, and epistemology. *International Journal of Educational Research,13(1).*

## Anexo

Módulo I: Introducción a las Ecuaciones Diferenciales

Actividad Nº 1

Solucione cada una de las siguientes situaciones:

1. Halle la ecuación de la curva que pasa por el punto (1,2) y cuya pendiente en un punto (x, y), está dada por $g(x) = x^2 - 4$.

2. A continuación se da una tabla de valores donde se muestra la población (en millones) de un país determinado con respecto al tiempo en intervalos de 10 años. Además, se sabe que la variación instantánea de la población es directamente proporcional a la población con una constante de proporcionalidad igual a 0.027737.

| Año | Población en millones | Año | Población en millones |
|---|---|---|---|
| 1790 | 3.93 | 1900 | 83.0721432 |
| 1800 | 5.186242 | 1910 | 109.626532 |
| 1810 | 6.844048 | 1920 | 144.669152 |
| 1820 | 9.031780 | 1930 | 190.913305 |
| 1830 | 11.91883 | 1940 | 251.939613 |
| 1840 | 15.72874 | 1950 | 332.473257 |
| 1850 | 20.75650 | 1960 | 438.749847 |
| 1860 | 27.391419 | 1970 | 578.998233 |
| 1870 | 36.147198 | 1980 | 764.077654 |
| 1880 | 47.701813 | 1990 | 1008.318555 |
| 1890 | 62.9499160 | | |

Halle la ecuación de la función que describe la población en términos del tiempo y la variación instantánea en 1945.

A continuación se da una tabla y una gráfica donde se ilustra la forma en que se desintegra una sustancia radioactiva.

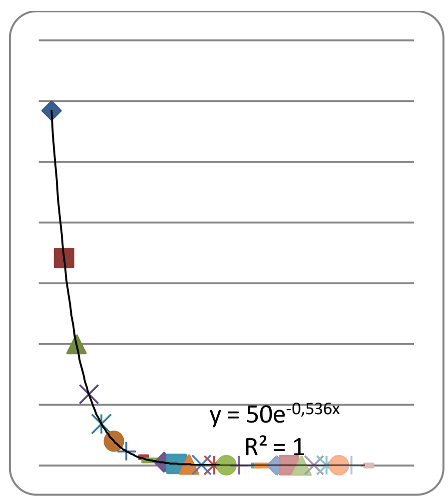
3. Halle la variación promedio de desintegración de la sustancia para intervalos de 1 día; es decir, de 1 a 2, de 2 a 3, de 3 a 4 y así sucesivamente

   b. Halle la variación instantánea para el día 18. ¿Es posible hallar una ecuación para la función ilustrada en la tabla y en la gráfica y una ecuación para la variación instantánea? Si es posible,

   c. Determine las ecuaciones.

   d. Existe alguna relación entre la variación promedio y la variación instantánea? explique

| Tiempo en días | Cantidad de la sustancia en gramos |
|---|---|
| 0 | 50 |
| 1 | 29,2401774 |
| 2 | 17,0997595 |
| 3 | 10 |
| 4 | 5,84803548 |
| 5 | 3,41995189 |
| 6 | 2 |
| 7 | 1,1696071 |
| 8 | 0,68399038 |
| 9 | 0,4 |
| 10 | 0,23392142 |
| 11 | 0,13679808 |
| 12 | 0,08 |
| 13 | 0,04678428 |
| 14 | 0,02735962 |
| 15 | 0,016 |



# PO-31 SIMULACIÓN Y SENSIBILIDAD DE UN MODELO PARA TRANSMISIÓN DEL VIH EN UNA POBLACIÓN DIVERSIFICADA[32]

**Juan C. Castillo P.**
Licenciado en matemáticas
Docente catedrático universidad del Quindío
jccastillo@uniquindio.edu.co

**Aníbal Muñoz L.**
Doctor en ciencias matemáticas BUAP-México
Docente investigador y de planta universidad del Quindío
anibalml@hotmail.com

**Oscar M. García A.**
Msc. en matemáticas Universidad Nacional de Colombia
Docente tiempo completo universidad del Quindío.
omgarcia@uniquindio.edu.co.

## RESUMEN

Se formula un modelo de simulación con base en un sistema dinámico de ecuaciones diferenciales no lineales para la dinámica de transmisión del VIH en una población homosexual, diferenciado la población infectada entre diagnosticados y sin diagnosticar, incorporando diferentes controles constantes, según la población infectada, a través de medidas preventivas que reduzca la transmisión de la infección. Se determina e interpreta el umbral epidémico realizando el análisis de sensibilidad del R0 respecto a cada uno de los parámetros. Se finaliza simulando el sistema utilizando MAPLE con datos hipotéticos y de la literatura para los parámetros.

Palabras claves: modelo de simulación, sistema dinámico, VIH/SIDA, umbral epidémico, análisis de sensibilidad, $R_0$.

## ABSTRACT

A simulation model for HIV transmission dynamics is proposed the model is formulated as a nonlinear differential equations system and considers transmission in a homosexual population with diagnosed and non diagnosed individuals. Model incorpores preventive measures as control strategy to reduce the infection impact this determined the basic reproductive number $R_0$ and the sensitivity analysis was made. Finally numerical simulations were made on MAPLE with synthetic data from literature.

## Introducción

[32] Modelado de la dinámica y el control óptimo con medidas preventivas de la transmisión del VIH en una población homosexual y sexualmente activa. Grupo de modelación matemática en epidemiologia (GMME). Universidad del Quindío.

Al principio de la década de los ochenta, el mundo presenció la aparición de una nueva enfermedad, el síndrome de inmunodeficiencia adquirida (SIDA) sobre cuya etiología se formularon diversas hipótesis de naturaleza infecciosa, tóxica, degenerativa y nutricional, entre otras. La expansión de la epidemia no ha diferenciado países, ni clases, ni género; ha afectado a toda la sociedad teniendo mayor impacto en aquellas regiones con escasa información de la enfermedad; actualmente existen tratamientos para mejorar la calidad de vida de las personas infectadas (Ramirez, Jaime; Rugeles M.T., 2007).

El SIDA o Síndrome de inmunodeficiencia adquirida es un conjunto de manifestaciones clínicas que aparecen como consecuencia de la depresión del sistema inmunológico debido a la infección por el virus de la inmunodeficiencia humana (VIH). Es una enfermedad de carácter terminal y considerado como una de las epidemias del siglo XXI; ha producido innumerables muertes en todo el mundo, en mayor número en aquellos países sin mecanismos de prevención (Ramirez, Jaime; Rugeles M.T., 2007).

El VIH no posee cura ni vacuna alguna, llevando a que la única manera de evitarlo y controlar su propagación entre las personas es a través de la prevención; siendo el mejor mecanismo de prevención la abstención de tener relaciones sexuales con otras personas, más considerando el contexto de nuestra sociedad, este mecanismo es absolutamente inoperante. Otros métodos de prevención del VIH consisten en tener una pareja estable, el uso del condón y la no utilización de materiales quirúrgicos como jeringas o agujas, pero la más eficaz es el conocimiento de la enfermedad.

El avance de esta epidemia ha suscitado el interés de la comunidad científica, principalmente en áreas de la salud y la medicina en busca de una cura o vacuna para contrarrestar su desarrollo. No siendo ajena a esto, las matemáticas se convierten en un instrumento ideal para el estudio del impacto que el SIDA presente en nuestra sociedad; de allí es de donde se plantea la necesidad de modelar la dinámica de transmisión del VIH/SIDA en una población homosexual sexualmente activa y considerando el uso de medidas preventivas (Alexandro V, Slochevski S, Lemak S., 1998).

Se plantea y analiza un modelo matemático que describe la dinámica básica de transmisión del VIH en una población homosexual, donde se considera la interacción entre poblaciones susceptible, e infectadas diagnosticadas y sin diagnosticar, con supuestos tales como población total variable, tasa de mortalidad natural y a causa del virus, y el uso de medidas preventivas como mecanismo de control de la enfermedad. Determinando el $R_0$ como umbral epidémico en la propagación de la enfermedad y el análisis de sensibilidad en cada uno de los parámetros que conforman el $R_0$.

**Modelo**

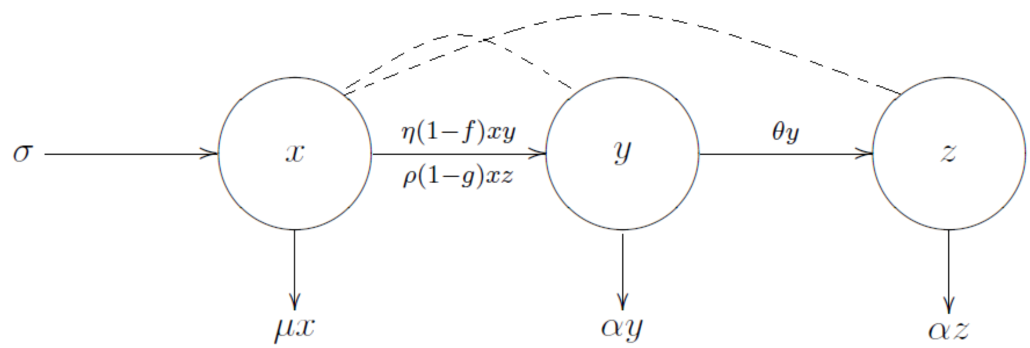
Se construye y analiza un modelo para la dinámica de la transmisión del VIH en una población homosexual, sexualmente activa, considerando la interacción de la población susceptible con poblaciones infectadas con y sin conocimiento de poseer el virus y que plantea los siguientes supuestos:

La población total es variable.
La tasa de mortalidad en la población infectada es solo por causa del virus.
El uso de medidas preventivas como mecanismos de control de la enfermedad, diferenciando las medidas preventivas de las poblaciones infectadas.

Se considera el principio de acción de masas.

Las variables y parámetros que describen la dinámica son los números promedio de hombres homosexuales susceptibles de adquirir VIH, infectados sin diagnosticar e infectados diagnosticados con VIH respectivamente, σ flujo constante de hombres que pasan a ser sexualmente activos, η y ρ tasa de infección de hombres susceptibles por contacto con hombres sin diagnosticar y diagnosticados respectivamente, y fracción de hombres que se protegen con medidas preventivas, μ tasa de mortalidad de los hombres susceptibles, α tasa de mortalidad a causa de la infección y θ tasa de hombres infectados que entran en tratamiento.

El flujograma que describe la dinámica del modelo es:




Dinámica de la transmisión del VIH, diferenciado la población infectada.

Con los supuestos considerados anteriormente, la dinámica se interpreta mediante las ecuaciones diferenciales

Donde , y

La población total está dada por y la región de sentido epidemiológico esta dado por:

La cual por el teorema de Brikhoff y Rota (Perko, 2000) de desigualdades diferenciales, es una región de invariancia. En consecuencia el conjunto de soluciones del sistema anterior en están contenidos en . Los resultados de unicidad, existencia y continuidad se cumplen para dicho sistema. Por lo tanto, el sistema de ecuaciones diferenciales que interpretan la dinámica de transmisión y control por prevención del VIH para una población homosexual, sexualmente activa con diferenciación de la población infectada esta matemática y epidemiológicamente bien planteado.

**Número básico de reproducción**

Conocer cuál es el curso de la enfermedad cuando se introduce un individuo infeccioso en una población enteramente susceptible. El número básico de reproducción $R_0$ funciona como un umbral que establece condiciones para que no haya riesgo de una epidemia (Muñoz L, 2008).

Es de suma importancia en el estudio del modelo, el impacto que tiene el uso de estrategias de control a través de medidas preventivas para determinar el comportamiento de la enfermedad del VIH, por lo tanto se da el en función de y , donde es el período infeccioso de los infectados, η y ρ son las probabilidades de transmisión, la población total susceptible, y fracciones de homosexuales que no toman medidas preventivas.

El número básico de reproducción sin medidas preventivas está dado por:

Quien representa el número de casos secundarios causados por un infeccioso en ausencia de medidas preventivas.

Análisis de sensibilidad de los parámetros

Para examinar la sensibilidad de $R_0$ en cada uno de sus parámetros, propuesto por Arriola y Hyman, el índice de sensibilidad es normalizado hacia adelante con respecto a cada uno de los parámetros, se calcula a través (White, 2007):

Donde al que se le quiere analizar la sensibilidad:

Determinemos la sensibilidad de

Así, por ejemplo, un aumento en 4% se traducirá en un aumento de la $R_0$ del 4%.

Realizando este proceso con cada uno de los parámetros se tiene la siguiente tabla:

| Parámetro | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Índice | y | 1 | -1 | -0.85 | -0.145 | 0.989 | 0.0109 | 0 | 0 |
| | y | 1 | -1 | -0.86 | -0.138 | 0.981 | 0.0181 | -0.31 | -0.34 |

La tabla anterior muestra que paramentos como son directamente proporcionales en el $R_0$, a diferencia del que son inversamente proporcionales, lo que muestra un resultado valioso en la reducción de le enfermedad, intentar disminuir la tasa de contagio a cauda del contacto con personas sin diagnosticar, llevaría a un disminución notoria en el $R_0$ y posterior control de la propagación de la enfermedad, lo que conlleva a que las estrategias de control se centren en esta población, enfatizada en campañas dirigidas a la prevención y detención del virus del VIH.

**Simulación numérica**

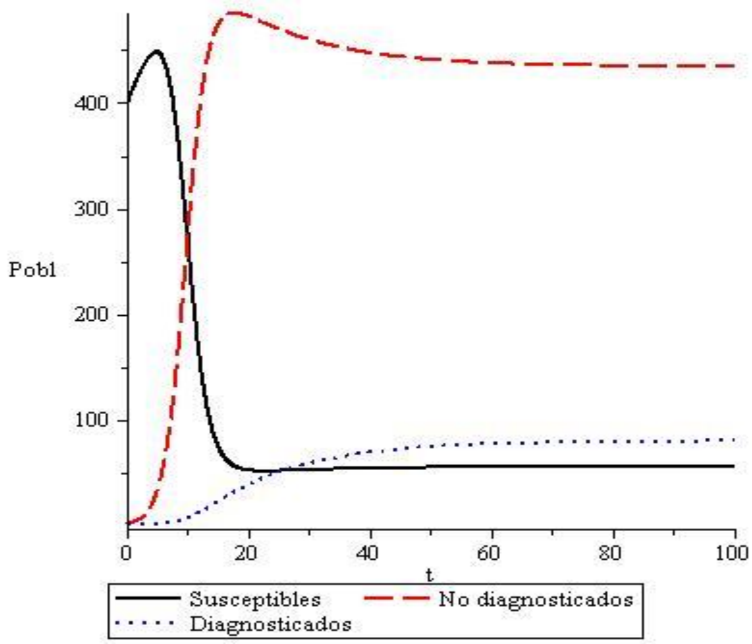
Se muestra el comportamiento de las poblaciones susceptibles e infectadas según varios escenarios, donde se simula con diferentes valores para y , donde el y .

Variables y parámetros del modelo del VIH

| Parámetro | Símbolo | Valor |
|---|---|---|
| Promedio de homosexuales | | 400 |
| Promedio de homosexuales no diagnosticados | | 2 |
| Promedio de homosexuales diagnosticados | | 2 |
| Flujo constante de hombres homosexuales | | 100 |
| Probabilidad de infectados por | | 0.65 |
| Probabilidad de infectados por | | 0.003 |
| Tasa de hombres que entran en tratamiento | | 0.01 |
| Tasa de mortalidad por VIH | | 0.054 |
| Tasa de mortalidad natural de los susceptibles | | 0.013 |

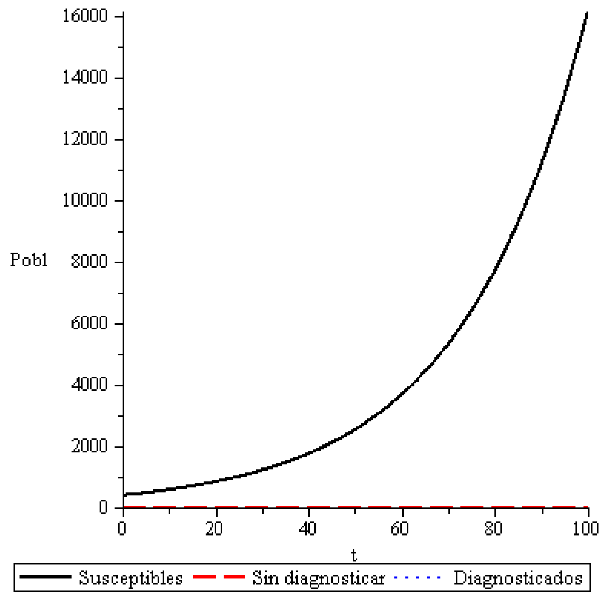
Los valores utilizados en la simulación numérica son escenarios hipotéticos, a diferencia de los datos demográficos tomados según la literatura, la unidad de tiempo utilizada son meses.

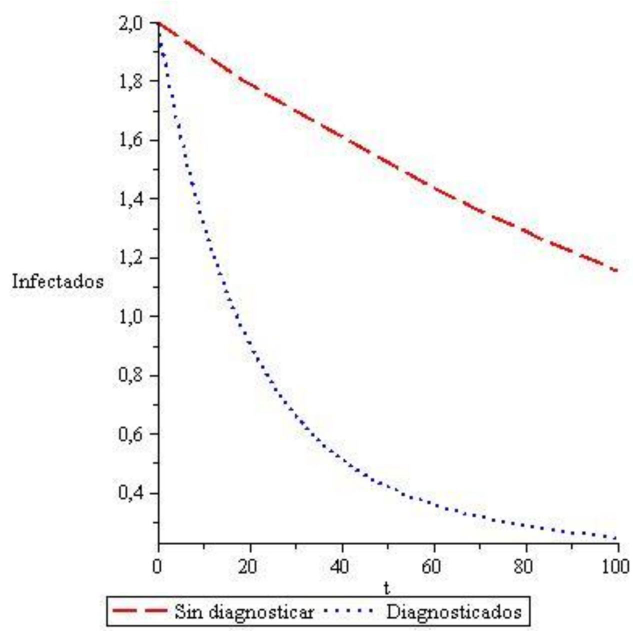
*$R_0$>1*



Cuando la fracción de protección es nula, la población susceptible presenta un pico, pero decrece rápidamente en un intervalo de tiempo muy corto, para luego estabilizarse; las poblaciones de infectados crecen de forma continua, lo que indica que al no haber protección por parte de las poblaciones, la propagación de la epidemia es casi total.

$R_0<1$




Cuando las fracciones de protección en la población infectada sin diagnosticar es superior al 90% y en la diagnosticada superior al 85%, la población susceptible presenta crecimiento continuo, las poblaciones de infectados decrecen de forma continua, lo que indica la efectividad de la protección en el control de la enfermedad.

**Referencias**

Alexandro V, Slochevski S, Lemak S. (1998). *Introduccóon a la modelacion matemática en sistemas controlables.* Pueba México.

Muñoz L, A. (2008). Modelos Biomatemáticos I. Armenia Quindio: Elizcom Colombia.

Perko, L. (2000). Differential equations and dynamical systems. New York: Tex in applied mathematics 7.

Ramirez, Jaime; Rugeles M.T. (2007). Origen no infeccioso del SIDA, ¿mito o realidad? Asociación colombiana de infectologíıa , 190-207.

White, E. (2007). Heroin epidemics, treatment and ODE modelling. Mathematical Biosciences , 312-324.

# PO-32 MODELO DE SIMULACIÓN PARA LA TRANSMISIÓN Y CONTROL DEL DENGUE CON RETARDOS

**Luis Eduardo López**
Estudiante Maestría en Ciencias – Matemática Aplicada,
Docente Ocasional, Universidad Nacional de Colombia, Manizales-Colombia,
lelopezm@unal.edu.co

**Aníbal Muñoz Loaiza**
Director Grupo de Modelación Matemática en Epidemilogía (GMME), Docente Investigador T.C., Facultad de Ciencias Básicas y Tecnologías, Universidad del Quindío, anibalml@hotmail.com

**Gerard Olivar Tost**
PCI Perception and Intelligent Control, ABC Dynamics, Docente Investigador T.C.,
Departamento de Ingeniería Electrica y Electronica y Ciencias Computacionales,
Universidad Nacional de Colombia, Manizales-Colombia,
golivart@unal.edu.co

**RESUMEN**

Se formula un problema de control que modela la dinámica de transmisión del dengue incluyendo el ciclo de vida del mosquito *Aedes aegypti,* mediante un sistema de ecuaciones diferenciales con retardos constantes en las variables de estado.

Se aplican tres controles: uno por medidas preventivas (uso de mosquiteros, ropa adecuada, etc.) a la población humana susceptible; un control químico (insecticida) a la población de mosquitos maduros (portadores y no portadores), y un control químico (larvicida) a la población de mosquitos inmaduros (huevos, larvas y pupas).

Este problema es resuelto mediante un algoritmo implementado en el software MATLAB, utilizando estimaciones de los parámetros con datos obtenidos del Departamento Nacional de Estadísticas de Colombia (DANE), la Organización Mundial de la Salud (OMS) y la revisión de literatura. Finalmente, se presenta dos escenarios, uno sin tener en cuenta la aplicación de los controles, y el otro con su aplicación.

Palabras Clave: Dengue, Aedes aegypti, Ecuaciones Diferenciales con Retardo.

**ABSTRACT**

It is formulated a control problem to model dengue transmission dynamics including *Aedes aegypti* life cycle, through a differential equations system with constant delays on state variables.

Three controls are used: preventive measures (use of mosquito nets, adequate clothing, etc.) in susceptible human population; chemical control (insecticide) on the mature population of mosquitoes (carriers and non carriers of dengue virus), and chemical control (larvicide) on the population of immature mosquitoes (eggs, larvae and pupae).

This problem is solved by an algorithm implemented in MATLAB, using data estimated by the National Department of Statistics of Colombia (DANE), the World Health Organization (WHO) and from literature. Finally, we present two scenarios, one without taking into account the implementation of controls, and the other with its application.

Key words: Dengue, Aedes aegypti, Delay differential equations.

**Introducción**

El dengue es una enfermedad viral transmitida al hombre por mosquitos (vectores) de la familia *Aedes*, generalmente los de la especie *aegypti*; se propaga en zonas tropicales y subtropicales por debajo de los 2200 metros sobre el nivel del mar. Es una enfermedad sintomática que comienza con una fiebre indiferenciada hasta llegar a formas más graves con hemorragias y choque, donde se definen tres formas específicas: Dengue Clásico (DC), Dengue Hemorrágico (DH) y Síndrome de Choque por Dengue (SCD), cada una con diversos tipos de gravedad (OMS, 2009).

El mosquito transmisor es de tipo doméstico, cuya distribución geográfica es de los $30^0$ latitud norte hasta los $20^0$ latitud sur, se cría en climas tropicales húmedos; pica con mayor frecuencia entre las 06:00 a 08:00 horas y las 17:00 a 19:00 horas del día. Su ciclo de vida comprende: el huevo, cuatro estados larvarios, un estado de pupa y el mosquito adulto; las tres primeras corresponden a la etapa acuática (mosquito inmaduro) y la última a la etapa aérea (mosquito maduro). El único que pica es el mosquito hembra, el macho se alimenta del néctar de las plantas. Las hembras se alimentan de sangre para madurar sus huevecillos y para obtener fuentes de energía alterna. La ovoposición y los estados larvarios se desarrollan en depósitos de agua, generalmente limpia formados en objetos abandonados o en recipientes destinados al almacenamiento de agua para el consumo humano (Espinoza, 2002).

El dengue es causado por un arbovirus del género *Togaviridae* y familia *Flaviviridae*; se reproduce en las células del sistema hematopoyiético y reticuloendotelial, produciendo así, una fuerte fiebre hemorrágica viral y un severo síndrome de choque viral; se reconocen cuatro tipos antigénicos llamados DEN-1, DEN-2, DEN-3 y DEN-4 bien diferenciados. Cuando una persona está enferma con alguno de estos serotipos, al recuperarse adquiere inmunidad permanente contra ese serotipo, pero sigue siendo susceptible con los otros tres (Ruíz, 2004).

En la actualidad, esta enfermedad constituye uno de los problemas más importantes en salud pública en el mundo, exclusivo de los países tropicales, ya que según la Organización Mundial de la Salud (OMS) unos 2500 millones de personas (dos quintos de la población mundial) corren el riesgo de contraer la enfermedad, y cada año puede haber cerca de 50 millones de casos de dengue en todo el mundo; sin embargo, los recientes cambios climáticos globales, hacen temer una propagación a regiones hasta ahora libres de la enfermedad.

En Colombia, en el año 2010 se registraron 157.152 casos de los cuales hubo 217 muertes a causa de esta enfermedad; hasta la fecha ya se han registrado 14.586 casos de los cuales han habido 30 muertes. Los departamentos con mayor tasa de incidencia son: Norte de Santander, Antioquia, Huila, Valle, Casanare, Meta, Santander y Tolima.

Aún no se ha aprobado una vacuna que brinde inmunidad temporal o permanente contra todos los serotipos del virus, ya que los conocimientos que se tienen acerca de la patogénesis de la enfermedad y las respuestas inmunitarias protectoras son limitados. Sin embargo, dos vacunas experimentales se encuentran en fase de evaluación clínica en países endémicos, mientras que otras están en fase de desarrollo. Es por eso, que en el momento la única alternativa que se tiene para erradicar la enfermedad, es hacer un control de los mosquitos que la transmiten (Espinoza, 2002).

El control de los vectores se basa principalmente en la gestión del medio y los métodos químicos. Se distinguen tres tipos: El control Mecánico o también llamado control preventivo, el control biológico y el control químico. Una estrategia para determinar la eficacia del control aplicado, es la monitorización y vigilancia activa de la población natural de mosquitos.

El empleo de modelos matemáticos ha crecido en grado significativo en los últimos años y estos han sido de gran ayuda para establecer eficaces medidas de control y erradicación de las enfermedades infecciosas. La Epidemiología actual está en una etapa de transición que va de la identificación de factores de riesgos hacia la identificación de sistemas que generan patrones de enfermedades en las poblaciones.

**El Modelo Matemático**

Para el planteamiento del modelo se tienen en cuenta los siguientes supuestos:

En la población humana, una persona puede pasar por todos o algunos de los siguientes estados: susceptible (persona sana, no posee la enfermedad), infeccioso (persona que tiene la enfermedad y puede transmitir el virus a mosquitos no portadores) e inmune (persona que se ha recuperado de la enfermedad y tiene inmunidad permanente contra ese serotipo). Se tiene en cuenta la reinfección a otro serotipo.

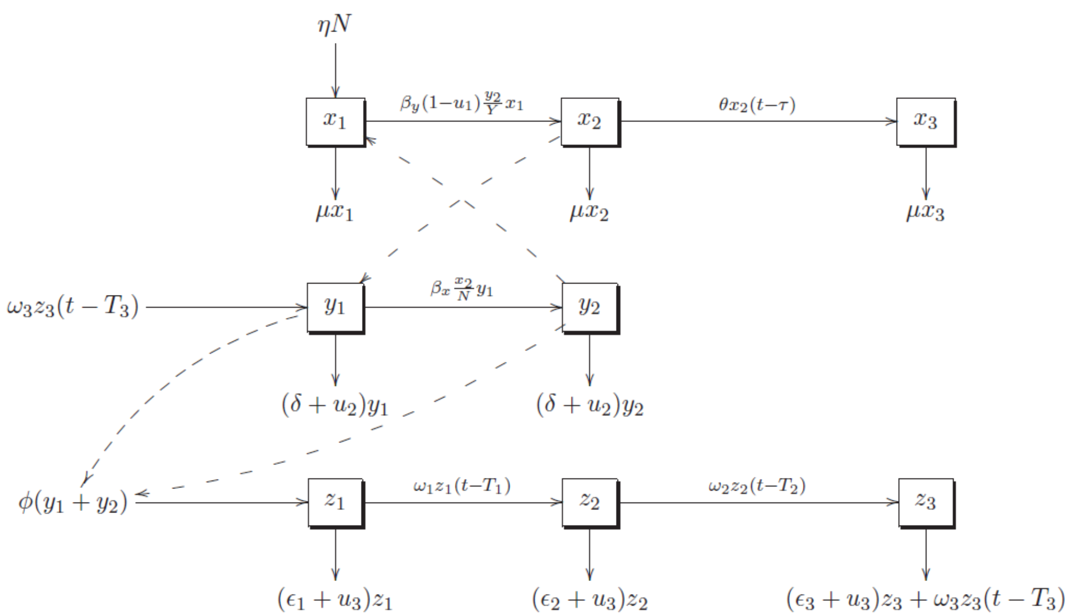
En la población del mosquito se distinguen dos grupos: los mosquitos maduros (mosquitos maduros portadores y no portadores del virus), y los mosquitos inmaduros (huevos, larvas y pupas).

Una persona susceptible pasa al estado infeccioso, al ser picada por un mosquito maduro portador; mientras que un mosquito no portador (mosquito sano) para a ser mosquito portador, al picar a una persona infecciosa.

Bajo estos supuestos, se propone el siguiente problema de control del mosquito *Aedes aegypti* mediante la utilización de tres controles: uno por medidas preventivas a la población humana, y los otros dos, aplicados a la población del mosquito, uno a la fase aérea (mosquitos maduros) y el otro a la fase acuática (huevos, larvas y pupas), integrando la dinámica de la población humana. Dicha dinámica se interpreta mediante un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales con retardos constantes en las variables de estado para las magnitudes promedio.

Las variables y parámetros del modelo son: $x_1$: número promedio de personas susceptibles en un tiempo $t$, $x_2$: número promedio de personas infecciosas en un tiempo $t$, $x_3$: número promedio de personas con inmunidad a un serotipo en un tiempo $t$, $y_1$: número promedio de mosquitos maduros no portadores del virus en un tiempo $t$, $y_2$: número promedio de mosquitos maduros portadores del virus en un tiempo $t$, $z_1$: número promedio de huevos viables en un tiempo $t$, $z_2$: número promedio de larvas viables en un tiempo $t$, $z_3$: número promedio de pupas viables en un tiempo $t$, $N = x_1 + x_2 + x_3$: tamaño de la población humana, $Y = y_1 + y_2$: tamaño de total de mosquitos maduros, $\eta$: tasa de personas susceptibles que ingresan a la población, $\beta_y$: probabilidad de transmisión del virus del mosquito al hombre, $\beta_x$: probabilidad de transmisión del virus del hombre al mosquito, $\theta$: tasa de personas infecciosas que adquieren inmunidad a un serotipo, $\mu$: tasa de muerte natural en los humanos, $\delta$: tasa de muerte por factores ambientales del mosquito maduro, $\phi$: tasa de ovoposición de los mosquitos maduros, $\omega_1$: tasa de huevos que pasan al estado larval, $\omega_2$: tasa de larvas que pasan al estado de pupa, $\omega_3$: tasa de pupas que pasan al estado de mosquito maduro, $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$: tasas de mortalidad natural de huevos, larvas y pupas, respectivamente, $\tau$: tiempo que se tardan las personas infecciosas en alcanzar la inmunidad a un serotipo, $T_1, T_2, T_3$: tiempos de desarrollo de huevos, larvas y pupas, respectivamente, $u_1$: control por medidas preventivas, $u_2$: control químico a mosquitos maduros (insecticida) y $u_3$: control a mosquitos inmaduros (huevos, larvas y pupas).

La dinámica de transmisión de la enfermedad incluyendo las variables y parámetros antes mencionados, se representa en el siguiente diagrama de compartimientos:



El sistema de ecuaciones diferenciales que modela la dinámica de transmisión de la enfermedad del dengue está representado por las siguientes ecuaciones, que cada una interpreta la variación continua (razón de entrada menos razón de salida) en cada subpoblación, tanto en la población humana como en la del mosquito transmisor.

$$\frac{dx_1}{dt} = \eta N - \beta_y (1-u_1)\frac{y_2}{Y}x_1 - \mu x_1,$$
$$\frac{dx_2}{dt} = \beta_y (1-u_1)\frac{y_2}{Y}x_1 - \theta x_2(t-\tau) - \mu x_2,$$
$$\frac{dx_3}{dt} = \theta x_2(t-\tau) - \mu x_3,$$
$$\frac{dy_1}{dt} = \omega_3 z_3(t-T_3) - \beta_x \frac{x_2}{N} y_1 - (\delta + u_2) y_1,$$
$$\frac{dy_2}{dt} = \beta_x \frac{x_2}{N} y_1 - (\delta + u_2) y_2,$$
$$\frac{dz_1}{dt} = \phi(y_1 + y_2) - \omega_1 z_1(t-T_1) - (\varepsilon_1 + u_3) z_1,$$
$$\frac{dz_2}{dt} = \omega_1 z_1(t-T_1) - \omega_2 z_2(t-T_2) - (\varepsilon_2 + u_3) z_2,$$
$$\frac{dz_3}{dt} = \omega_2 z_2(t-T_2) - \omega_3 z_3(t-T_3) - (\varepsilon_3 + u_3) z_3.$$

Con condiciones iniciales: $x_1(0) = x_{10}$, $x_2(0) = x_{20}$, $x_3(0) = x_{30}$, $y_1(0) = y_{10}$, $y_2(0) = y_{20}$, $z_1(0) = z_{10}$, $z_2(0) = z_{20}$, $z_3(0) = z_{30}$,

Resultados Numéricos

La estimación de los parámetros que intervienen en el planteamiento del modelo matemático, algunos de ellos se hizo en base a datos obtenidos por el Departamento Nacional de Estadísticas (DANE), la Organización Mundial de la Salud (OMS) y la revisión de los artículos (Adams et. al, 2009), (Derouich et. al, 2006) y (Garba et. al, 2008); algunos parámetros como $\eta$, $\beta_y$, $\beta_x$, $\tau$, $T_1$, $T_2$ y $T_3$ fueron asignados hipotéticamente. Los cuales se presentan en la siguiente tabla.

Tabla 1. Valores de los parámetros

| Parámetro | Valor | Parámetro | Valor | Parámetro | Valor |
|---|---|---|---|---|---|
| $\eta$ | 0.004 | $\phi$ | 0.5 | $\varepsilon_3$ | 0.123 |
| $\beta_y$ | 0.1 | $\omega_1$ | 0.05 | $\tau$ | 10 |
| $\beta_x$ | 0.1 | $\omega_2$ | 0.05 | $T_1$ | 3 |
| $\theta$ | 0.02 | $\omega_3$ | 0.05 | $T_2$ | 7 |
| $\mu$ | 0.000042 | $\varepsilon_1$ | 0.123 | $T_3$ | 3 |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $\delta$ | 0.05 | $\varepsilon_2$ | 0.123 | | |

La figura 1 muestra el comportamiento de cada subpoblación tanto en la población humana como en la del mosquito, en un periodo de tiempo de aproximadamente 120 días sin utilizar control; es decir, $u_1 = 0,\ u_2 = 0$ y $u_3 = 0.$

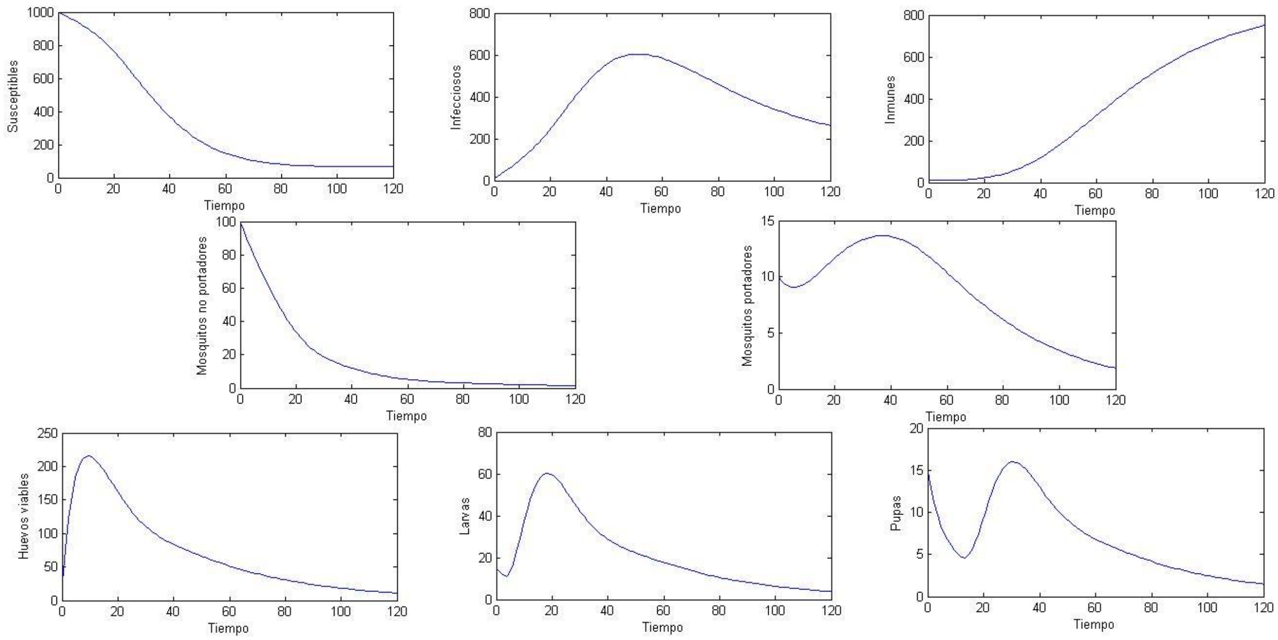



Figura 1. Modelo Sin Control

La figura 2 muestra el comportamiento de cada subpoblación tanto en la población humana como en la del mosquito, en un periodo de tiempo de aproximadamente 120 días aplicando los tres controles con una efectividad de $u_1 = 0.4,\ u_2 = 0.15$ y $u_3 = 0.15.$

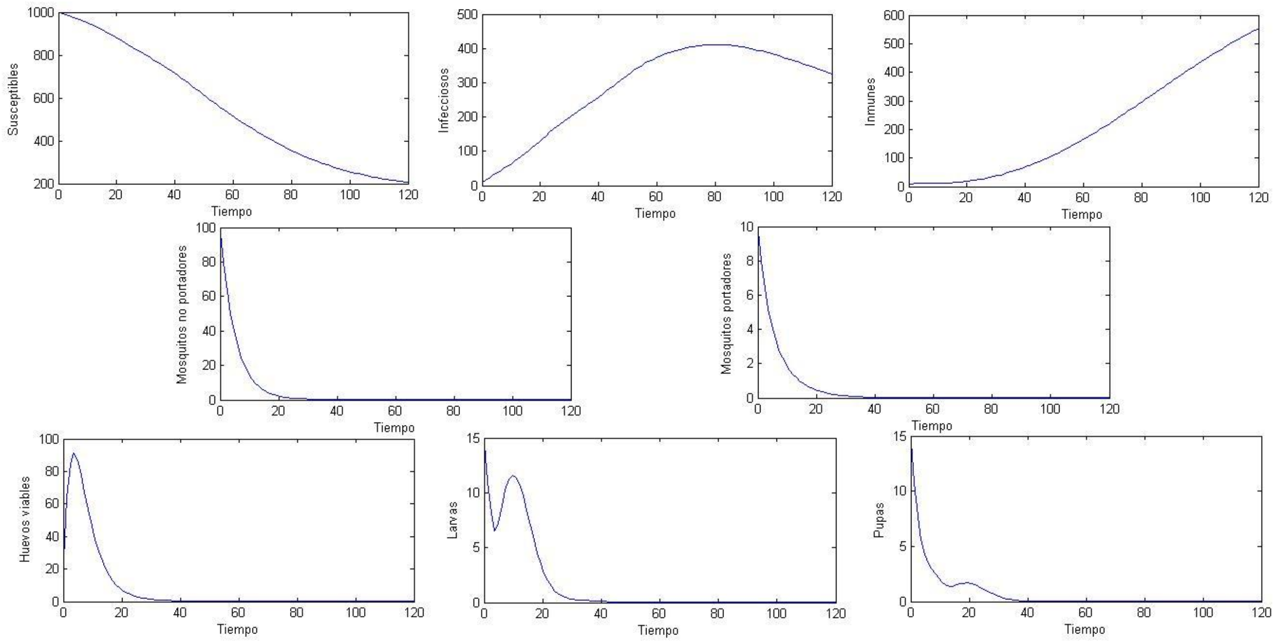



Figura 2. Modelo Con Control

**Conclusiones**

Se presentó un modelo matemático mediante un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales con retardos constantes en las variables de estado, que representan la dinámica de transmisión de la enfermedad del dengue, incluyendo el ciclo de vida del mosquito transmisor *Aedes aegypti* y su relación con la población humana.

Teniendo constantes algunos parámetros del modelo tales como la tasa de muerte natural en la población humana $\mu$, su tasa de recuperación $\theta$, los parámetros que rigen la dinámica en el mosquito, se presenta un brote epidémico en el medio durante los primeros 20 días aproximadamente, si las tasas de transmisión $\beta_y$ y $\beta_x$ son iguales o superiores al 10% (0.1). Sin embargo, al aplicar los controles con una efectividad del 40% ( $u_1 = 0.4$ ), 15% ( $u_2 = 0.15$ ) y 15% ( $u_3 = 0.15$ ), respectivamente; se logra controlar la población del mosquito y por ende se logra disminuir el número de personas infectadas.

Este escenario nos muestra que si tenemos un brote epidémico de la enfermedad en el medio, para su eliminación, se deben aplicar los tres controles pero con una exhaustiva monitorización y vigilancia en la población natural de los mosquitos, con mayor peso en la utilización del control mecánico o control preventivo $u_1$.

**Referencias Bibliográficas**

Adams, B. and Kapan, D. (2009). Man bites mosquito: Understanding the contribution of human movement to vector-borne disease dynamics. Departament of biology. Kyushu University. Fukuoka. Japan.

Beretta, E. and Takeuchi, Y. (1994). Global stability of an SIR epidemic model with time delays. Journal of mathematical biology. Springer-Verlag.

Brauer, F. and Castillo-Chávez, C.(2000). Mathematical models in population biology and epidemiology. Text in Applied Mathematics 40. Ed. Springer-Verlang. New York, USA.

Derouich, M. and Boutayeb, A. (2006). Dengue fever: Mathematical modeling and computer simulation. Departament of Mathematics. Faculty of Sciences. Mohamed I University. Marroco.

Espinoza, F. (2002). Dinámica de transmisión del dengue en la ciudad de Colima, México. Tesis Doctoral. Facultad de Ciencias. Área: Biotecnología. Universidad de Colima. Colima-México.

Garba, S., Gumel, A. and Abu, B. (2008). Backward bifurcations in dengue transmission dynamics. Mathematical Biosciences. Recuperado Junio de 2011 de www.elsevier.com/locate/mbs

Organización Mundial de la Salud (OMS) (2009). Dengue y dengue hemorrágico. Centro de prensa. Nota descriptiva No. 117. Recuperado 09 marzo de 2011, de http://www.who.int/mediacentre/factsheets/fs117/es/

Reyes, R., Salazar, H. y Romero, I. (2000). Introducción a la modelación matemática de sistemas controlables: Teoría de sistemas dinámicos controlables. Versión Español. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. Puebla. México.

Ruiz, J. (2004). Modelo estocástico de transmisión del dengue en poblaciones estructuradas. Tesis Doctoral. Facultad de Ciencias. Área: Biotecnología. Universidad de Colima. Colima-México.

Sánchez A., Arazoza H., Noriega T., Barrios J. and Marrero A. (2009). A theoretical model for the dengue epidemic Using Delayed Differential Equations: Numerical Approaches. Universidad de La Habana, San Lázaro y L. Vedado. Plaza de La Revolución. Ciudad de La Habana 14000. Cuba. IWWAN 2009. Part I. LNCS 5517. pp. 893-900.

# PO-33 MODELO DE SIMULACIÓN PARA LA TUBERCULOSIS CON MULTIRRESISTENCIA

**Aníbal Muñoz Loaiza**
Doctor en Ciencias matemáticas
Docente de planta del programa de licenciatura en Matemáticas de la universidad del Quindío.
anibalml@hotmail.com

**José Alfonso Zuleta Acevedo**
Estudiante de sexto semestre de licenciatura en Matemáticas de la universidad del Quindío.
jose_z_813@hotmail.com

**Maribel Restrepo Triviño**
Estudiante de sexto semestre de licenciatura en Matemáticas de la universidad del Quindío.
maribel.restrepo@hotmail.com

## RESUMEN

Se construye y analiza un modelo de simulación con base en ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales que interpretan la dinámica de transmisión de la tuberculosis multirresistente (TBM), con población variable (flujo de personas susceptibles y la tasa de muerte natural) incluyendo estados de latencia y estados activos. Se simula el modelo mediante MATLAB para diferentes escenarios.

Palabras Clave: Modelo determinista, infección activa, tuberculosis multirresistente.

## ABSTRACT

It is formulated and analyzes. A non linear ordinary differential equations system for multiresistant tuberculosis transmission dynamics with non constant population (constant susceptible source term and natural death rate) including latent and active states. Numerical simulation were made an MATLAB for differential scenarios.

Key words: Deterministic model, infection activates, tuberculosis multirresistente.

## Introducción

El Mycobacterium tuberculosis afecta a la humanidad desde hace más de 20 000 años. Su morbimortalidad es elevada, por lo que repercute económicamente en los países en desarrollo. La infección latente, caracterizada por la presencia de bacilos vivos en tejidos del huésped, con ausencia de signos y síntomas clínicos, es una característica de esta enfermedad, ya que la mico-bacteria puede adaptar su metabolismo para mantenerse viva con baja o nula replicación, dificultando su eliminación de los tejidos por los fármacos antituberculosos y permaneciendo inadvertida al reconocimiento y eliminación por el sistema inmunológico. La tuberculosis se contagia a través del aire, cuando una persona afectada con TBC pulmonar tose o estornuda. Para que la infección ocurra es necesario que se produzca una exposición prolongada a un enfermo con TBC sin tratamiento (Mazzei et al., 1998).

La tuberculosis multirresistente (MDR TB, por sus siglas en inglés) es la tuberculosis resistente a por lo menos dos de los medicamentos más eficaces utilizados contra esta enfermedad: isoniacida y rifampicina. Estos medicamentos se consideran de primera línea y se usan para tratar a todas las personas que tienen la tuberculosis activa. La resistencia a los medicamentos aparece como consecuencia de un uso indebido de los antibióticos al tratar con ellos a pacientes afectados de tuberculosis fármaco-sensible. El uso indebido es resultado de una serie de acciones, en particular la administración de regímenes terapéuticos inadecuados por parte de los agentes de salud y el hecho de que éstos no se aseguren de que el paciente siga el tratamiento hasta el final. La farmacorresistencia surge principalmente en zonas donde los programas de lucha antituberculosa son deficientes.

En cuanto a la falla del tratamiento en pacientes con resistencia adquirida se puede evitar con el régimen de retratamiento estándar, también orientado por la OMS, que es el siguiente: isoniacida, rifampicina y etambutol durante los 8 meses de tratamiento más la pirazinamida los primeros 3 meses, además de estreptomicina los 2 primeros meses. El régimen estándar de tratamiento debe ser aplicado a los pacientes con falla del tratamiento nacional estándar, recaída y pacientes que regresan al tratamiento después de una interrupción prematura del mismo, si el tratamiento se hace completo y directamente observado, la mayoría de los pacientes se curaran. Los pacientes tratados previamente con 1 o varios cursos de quimioterapia y en los cuales el esputo permanece positivo por directo o cultivo se observan 3 sub-poblaciones de bacilos: los que permanecen susceptibles a todas las drogas antituberculosas, los que son resistentes a isoniacidas, pero siguen susceptibles a rifampicina y los que son resistentes, al menos, a isoniacida y rifampicina; la proporción mayor es la del primer grupo en las regiones o países donde la quimioterapia ha sido aplicada adecuadamente en los últimos años. Por el contrario en los pacientes que tienen falla después del retratamiento si fue administrado completo y bajo observación directa, la mayoría excretan bacilos resistentes (80 %) y hasta el (50 %) será multirresistente.

El tratamiento de la TBC se basa, fundamentalmente en la utilización de varios fármacos con el fin de evitar la selección y/o de resistencias, así como en el empleo de pautas prolongadas en el tiempo para evitar la aparición de recaídas debidas a la reactivación de bacilos. En los últimos siete años la tasa de incidencia de tuberculosis ha venido presentando un lento y sostenido descenso, aproximadamente, de 0,6 casos por 100.000 habitantes. En el 2006 se reportaron al Programa Nacional de Tuberculosis 10.696 casos nuevos de tuberculosis para una tasa de incidencia de 24 casos por 100.000 habitantes. Con respecto al tipo de tuberculosis, es importante el aumento de la tuberculosis en los últimos años, la cual ha pasado de 2,1 casos por 100.000 habitantes en 1997 a 3,3 en el 2001 y a 3,7 por 100.000 en el 2006. (Departamento de salud New York 2010).

El primer modelo matemático específicamente relacionado con la tuberculosis que se conoce es de la forma de un sistema discreto lineal. Fue introducido por de Waaler en 1962, es decir, casi cinco décadas después del trabajo de Ross. Los dos modelos de Waaler incluyen tres clases epidemiológicas: latente susceptible, (TB), e (TB) infecciosas. El objetivo de los dos modelos de Waaler es captar sobre todo los patrones de los datos de TB reportados. (Blower, et al., 1995)

La progresión de la tuberculosis no es uniforme, es decir, algunas personas infectadas son más propensas a desarrollar TB activa. Los modelos que incorporan una tasa variable y de progresión han sido formulados y estudiados por Zhilan Feng y Sally M. Blower. Calculando el impacto de la variabilidad en la latencia del uso de distribuciones arbitrarias y se enteraron de que una única generalización resultó en términos cuantitativos. Los modelos que han incluido múltiples cepas de la tuberculosis también se han desarrollado por Sally M. Blower y Castillo Chávez. El profesor Feng presentó un modelo con múltiples cepas y períodos variables de latencia. Estos investigadores encontraron que los dos modelos generalizados de cepa llevaron a conclusiones similares como los de Castillo Chávez. Es decir, resistentes a los antibióticos inducida (como resistencia a los pesticidas) aumenta, a menudo considerablemente la probabilidad de que la tuberculosis sensible y resistente a los medicamentos contra la tuberculosis coexiste. (Castillo-Chavez et al., 1997)

**Modelo**

Se formula un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales que interpretan la dinámica de transmisión de la tuberculosis multirresistente con población variable y mortalidad por patologías asociadas con la infección activa.

Las variables y parámetros del modelo son:

Número promedio de personas susceptibles en un tiempo .
Número promedio de personas infectadas no activas en un tiempo .
Número promedio de personas con tuberculosis multirrresistente (TBM) en un tiempo .
Número promedio de personas identificadas con tuberculosis que reciben profilaxis en un tiempo .
Número promedio de personas con tuberculosis activa en un tiempo .
Número promedio de personas con tuberculosis activa que reciben tratamiento en un tiempo .
Población total variable en un tiempo .
Flujo de personas al estado susceptible.
Tasa de mortalidad natural.
Tasa de mortalidad por patologías asociadas a la tuberculosis activa.
Probabilidad de transmisión.
Fracción de personas que reciben profilaxis pero multirresistente.
Fracción de personas que reciben profilaxis no multirresistente.
Tasa de personas con TBM que evolucionan al estado de tuberculosis activa.
Tasa de personas identificadas con tuberculosis que reciben profilaxis y que evolucionan a tuberculosis activa.
Tasa de personas con tuberculosis activa que reciben tratamiento.
Tasa de personas tratadas que recaen a tuberculosis activa.

El flujo grama de la dinámica es:

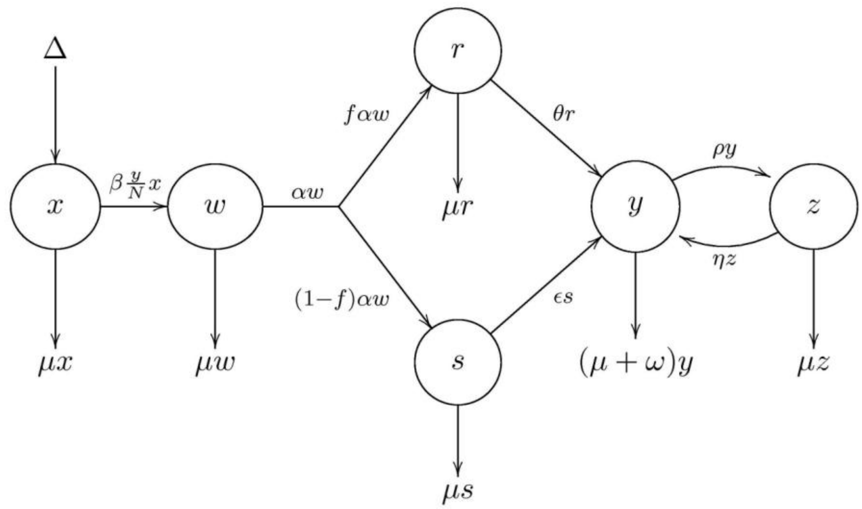



Figura 1: Dinámica de transmisión de la TBM.

Las ecuaciones diferenciales que gobiernan la dinámica son:

De las ecuaciones que interpretan la dinámica tenemos que en equilibrio y en ausencia de personas con tuberculosis actica ( ):

Sustituyendo en las ecuaciones para — y — , obtenemos:

Ahora, remplazando y en la ecuación diferencial para la población con tuberculosis activa:

Si se introduce al menos una persona con tuberculosis activa , se tiene que
− , además crece cuando — Por lo tanto,

Número básico de reproducción

Se define este umbral epidemiológico en términos biológicos, como: número promedio de casos nuevos que una persona con tuberculosis activa puede producir durante el periodo de infección activa en una población susceptible.

O bien,

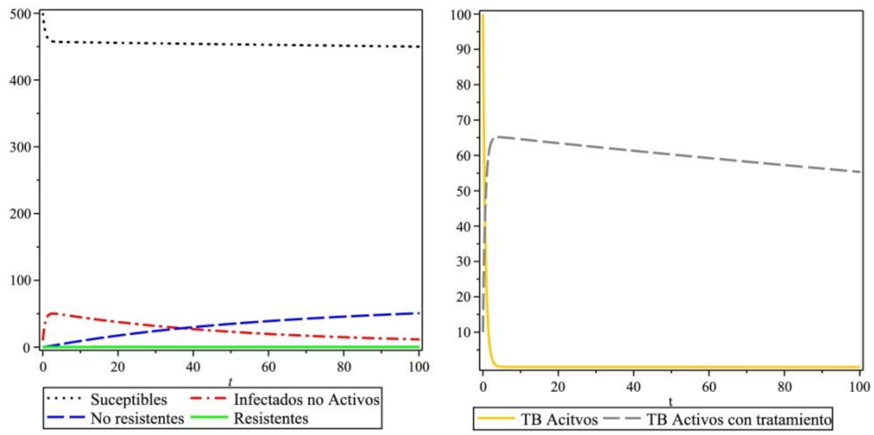
Donde,

Número promedio de casos con tuberculosis activa multirresistente.

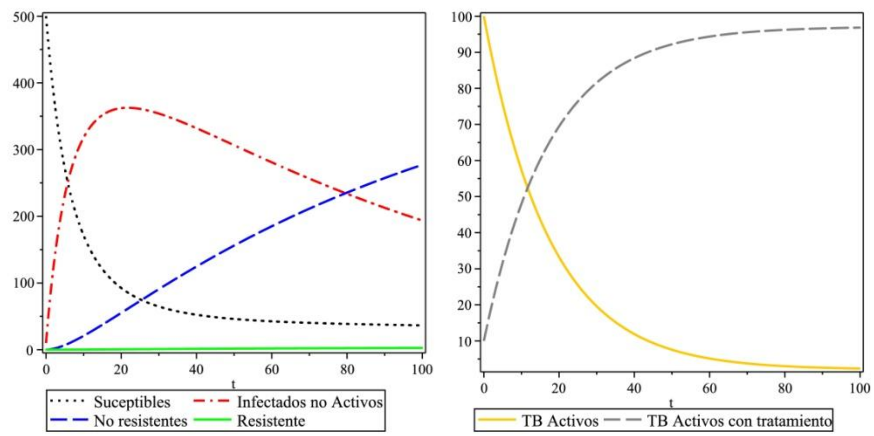
Número promedio de casos con tuberculosis activa no multirresistente.

Número promedio de casos que recaen a tuberculosis activa.

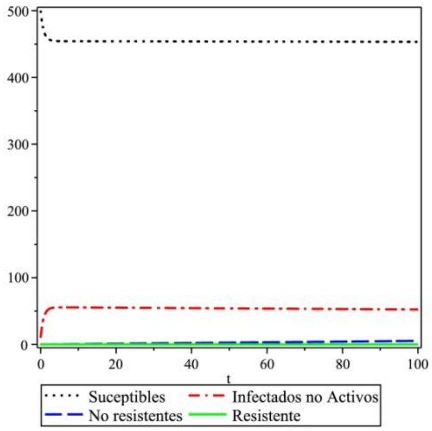
Simulaciones

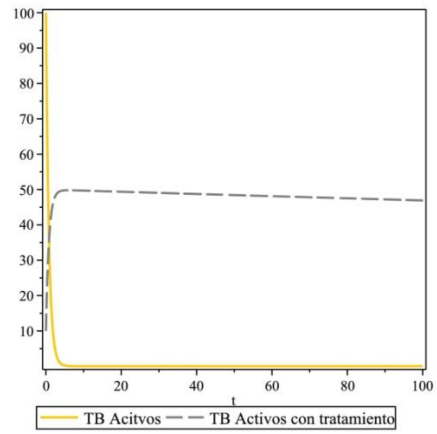



Cuando el umbral epidemiológico da a entender que hay un balance entre la transmisión de la tuberculosis, las personas infectadas no activas y las que son resistentes a la profilaxis.




Cuando el umbral epidemiológico se puede observar que las personas susceptibles pasan a ser infectadas no activas, siendo en cierto tiempo tratados y a su vez no mostrando resistencia a la profilaxis.




Cuando el umbral epidemiológico se puede observar que las personas susceptibles pasan a ser infectadas no activas en un porcentaje muy bajo pero con el agravante de que las personas que son tratadas con la profilaxis se vuelven resistentes al tratamiento.

**Referencias**

Blower, S. M., McLean , A. R., Porco, T. C., Small, P. M., Hopwell, P. C., Sanchez, M. A. & Moss, A. R. (1995). The intrinsic transmission dynamics of tuberculosis epidemics. *Nature Medicine* 1 (8), 815-821.

Blower, S. M., Small, P. M. & Hopwell, P. C. (1996). Control strategies for tuberculosis epidemics: new models for old problems. *Science* 273, 497-500.

Castillo-Chavez, C., Feng, Z.: To treat or not to treat: the case of tuberculosis. Technical report 95-16, Cornell University (1996). To appear. J. Math. Biol. (1997).

Feng, Z., Castillo-Chavez, C. and Capurro, A.F. (2000) A Model for Tuberculosis with exogenous reinfection. *Theor. Pop. Biol.* 57, 235-247.

Mazzei L, Croce GF, Zarzana A, Biagioli D, Sposato B, Pulcinealli A. Drug-resistance of Mycobacteryum tuberculosis in time. Eur Rev Med Pharmacol Sci 1998; 2(1): 21-4.

Departamento de salud New York 2010.

Salud pública de México / vol. 52, no. 1, enero-febrero de 2010.

# PO-35 MODELO PARA EL CONTROL ÓPTIMO DE LA ADICCIÓN A LA COCAÍNA

**Vicky Rocío Bonilla Vente**
Estudiante Licenciatura en matemáticas, Universidad del Quindío
vior5@hotmail.com

**Aníbal Muñoz Loaiza**
Doctor en ciencias matemáticas
Docente de planta Licenciatura en Matemáticas Universidad del Quindío,
anibalml@hotmail.com

**Gustavo Villalobos Nieto**
ingeniero catastral y geodesta
docente de topografía
vilgustavo@gmail.com

**RESUMEN**

Se presenta un avance sobre la formulación y análisis de un problema de control óptimo determinista para la dinámica de la adicción a la cocaína con población variable, planteando un funcional objetivo de costos cuadrático ligado a un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales que interpretan dicho proceso. Dicho problema se analiza aplicando el principio del máximo de Pontryaguin y el problema de contorno se resuelve utilizando el MATLAB con datos hipotéticos y de literatura para los parámetros.

Palabras claves: Control óptimo, Máximo Pontryagin, Cocaína

**ABSTRACT**

There is formulated and analyzes a problem of ideal deterministic control for the dynamics of the addiction to the cocaine by variable population, raising a functional quadratic aim of costs tied to a system of differential ordinary not linear equations that interpret the above mentioned process. The above mentioned problem is analyzed applying the beginning of Pontryaguin's maximum and the contour problem is solved using the MATLAB with hypothetical information and of literature for the parameters.

Key words: Optimal Control, **Pontryaguin's maximum, cocaine**

## Introducción

El consumo de psicoactivos constituye un problema social muy discutido y documentado, que según los últimos estudios nacionales disponibles se ha incrementado, en especial en población joven; entre los grupos de mayor interés se encuentran los estudiantes de educación superior. Basta la presencia de una droga y de un sujeto para que se desencadene la adicción; por lo tanto, la sustancia y el consumidor representan un peligro para el orden social. La sustancia por ser el veneno; el individuo porque después de ser prevenido por todos los medios, de víctima potencial se transforma en sospechoso portador del mal.
Algunos estudios realizados en torno a las drogas adictivas son:

Almedera C. y otros (2004) presentaron un modelo considerando explícitamente la distribución de edad de los usuarios. Sobre la base de la OFA se presentaron 2-grupos de modelos en el que la población se divide en un usuario y un grupo de no consumidores; Everingham Sohler M. y otros (1995-2006) realizaron un modelo basado en los flujos de población dentro y fuera del consumo de cocaína. El modelo cuantifica como la epidemia de consumo en el pasado da una luz para el uso intensivo de la droga a futuro; Kaya C. (2004) llevo a cabo un modelo de control de la epidemia de cocaína donde los controles toman efecto a partir del año 1967 y 1990 respectivamente. La mejor estrategia surge de esta manera primero prevención, luego tratamiento; Mulone a G. y Straughan b B. (2009), en una nota sobre las epidemias de heroína proponen que el tratamiento de consumidores de heroína o consumidores de otras drogas como el crack y la cocaína es un procedimiento costoso y es una carga importante para la salud y el sistema de cualquier país. Además se agrego que los modelos matemáticos son un medio para proporcionar una herramienta de predicción de como las clases de consumidores de drogas se comportan, y como tal, esperamos que podría convertirse en un instrumento útil para ayudar a especialistas y equipos en la elaboración de estrategias de tratamiento.
Romualdi P. y otros (2007) realizaron un estudio sobre las disminuciones en N / Niveles de péptido que produce la cocaína. Además agregaron que la Cocaína interactúa con el neurotransmisor y con múltiples sistemas en el cerebro. Aunque la cocaína directamente influye en la neurotransmisión serotoninérgica y dopaminérgica a través de la inhibición de la absorción de transmisor, también tiene efectos indirectos sobre los sistemas de péptidos opioides.

En relación al control óptimo y aplicación del principio del máximo de Pontryaguin, se encuentran aplicaciones deterministas en Cáncer, VIH-SIDA, Tuberculosis, Cólera, Dengue,
Malaria, Influenza y dinámicas en ecología de poblaciones.

**Métodos**

Se propone un problema de control óptimo por prevención de la adicción, mediante un funcional objetivo de tipo cuadrático ligado a un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales que interpretan dicha dinámica. Dicho problema se analiza aplicando el
principio máximo de Pontryaguin.

**Formulación del problema de control óptimo**

Los supuestos del modelo son: población constante, grupo de riesgo de personas al consumo de cocaína desde la edad promedio de 12 años, incidencia estándar, pérdida de recuperación a la adicción. Las variables y parámetros del proceso de adicción son:
*x*: número promedio de personas mayores de 12 años susceptibles al consumo de cocaína, y: numero promedio de personas mayores de 12 años adictas al consumo de cocaína, z:número promedio de personas mayores de 12 años recuperadas como consumidoras de cocaína, N: Población total, $\mu N$: flujo de personas a la población susceptible del grupo de riesgo de los consumidores de cocaína, $\mu$: tasa de mortalidad natural, $\beta$: probabilidad de adicción al consumo de cocaína, $\alpha$: tasa de recuperados que recaen a consumidores de cocaína, : tasa de consumidores de cocaína que se recuperan por tratamiento, u1: control preventivo a la adicción dependiente del tiempo, $\tau$ : tiempo fijo, $\eta_i$, i=1,2: pesos de los costos directos e indirectos.
Se plantea el funcional objetivo:

—

Ligado al sistema dinámico de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales:

con condiciones iníciales, y la región de sentido sociológico donde tienen sentido las trayectorias solución del sistema (1) a (3) es:

El flujograma de la dinámica es,

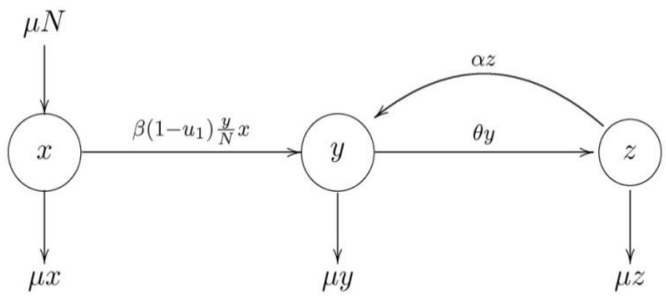



Figura 1: Dinámica con control de adicción a la cocaína.

Se trata de hallar un control óptimo tal que , en donde,
.

**Resultados**

La función Hamiltoniana o (función de Pontryaguin) es de la forma , donde donde es el vector de variables de estado el vector de controles, el vector de variables adjuntas o conjugadas y L es el Lagrangiano integrando del funcional. Es decir,

donde son multiplicadores de penalización tales que:

Aplicando la condición de primer orden – en particular — se obtiene:

de donde

Caso 1:

Si entonces por 3.1 y = 0 Sustituyendo en (3.2) se tiene que: De forma análoga,

Caso 2:
Si entonces por (3.1) y y sustituyendo en (3.2) se tiene, Luego despejando obtenemos:

Caso 3:
Y si entonces por (3.1) y , y sustituyendo (3.2) entonces, Despejando obtenemos:

De lo anterior se deduce que,

$$\bar{u}_1(t) = \begin{cases} 0 & ; \quad \left(\frac{\lambda_2-\lambda_1}{\eta_2}\right)\beta\frac{y}{N}x \leq 0 \\ \left(\frac{\lambda_2-\lambda_1}{\eta_2}\right)\beta\frac{y}{N}x & ; \quad 0 < \left(\frac{\lambda_2-\lambda_1}{\eta_2}\right)\beta\frac{y}{N}x < 1 \\ 1 & ; \quad \left(\frac{\lambda_2-\lambda_1}{\eta_2}\right)\beta\frac{y}{N}x \geq 1 \end{cases}$$

De este modo una forma de caracterizar el control es la siguiente,

El sistema conjugado (o sistema adjunto) tiene la forma:

Es decir,

**Problema de contorno**

Está formado por el sistema de variables de estado de la dinámica de la cocaína con sus respectivas condiciones iníciales, el sistema conjugado y las condiciones terminales y el control:

3.2. Resultados numéricos

El análisis del problema de contorno:

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{x}}{dt} = F(\mathbf{x}, \bar{\mathbf{u}}, \lambda) \\ \frac{d\lambda}{dt} = G(\mathbf{x}, \bar{\mathbf{u}}, \lambda) \\ x(0) = x_0 \\ \lambda_i(\tau) = 0, i = 1, 2, 3. \\ \bar{u}_1(t) = \text{mín}\left(\text{máx}\left(0, \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\eta_2}\beta\frac{y}{N}x\right), 1\right) \end{cases}$$

Se realizó utilizando el programa MATLAB 13 con las condiciones iníciales, condiciones terminales y valores hipotéticos de los parámetros que se muestran en el cuadro 1.

En la figura 1 se observa que la población susceptible con control permanece casi estable mientras que sin control ésta decrece lentamente. Por otro lado la población adicta sin control crece y con control tiende a estabilizarse muy lentamente, lo cual no es beneficioso ya que se esta aplicando un control máximo. Finalmente la población de recuperados por tratamiento crece cuando no hay control pues depende directamente de la población adicta; cuando hay control dicha población también crece pero es un crecimiento suave.

En el caso de la figura 3.2 se ve que la población susceptible sin control empieza a decrecer en un tiempo aproximadamente de 15 años y con control se mantiene estable. En cuanto a la población adicta se observa que sin control empieza a crecer en un tiempo aproximadamente de 15 años mientras que con un control máximo permanece estable a un nivel.

Cuadro 1: Variables y parámetros

| parámetros | Escena 1 | Escena 2 |
|---|---|---|
| | 100000 | 100000 |
| | 5 | 5 |
| | 0 | 0 |

| | | |
|---|---|---|
| | 0,09 | 0,3 |
| | 0,000037 | 0,000037 |
| | 0,01 | 0,01 |
| | 0,02 | 0,02 |
| | 5,49 | 15,9 |

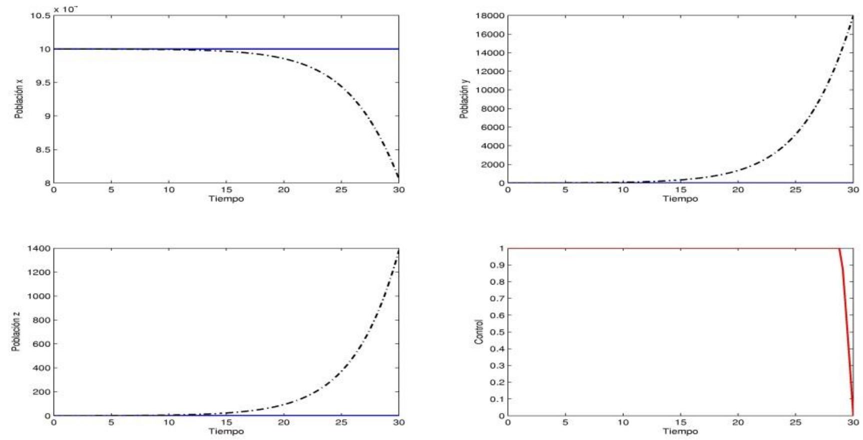



Figura 1: comportamiento en el tiempo de las personas susceptibles , personas adictas y personas recuperadas , sin control (−) y con control (- -) con R0 = 5,49.

En esta figura se observa que la población susceptible con control permanece casi estable mientras que sin control ´esta decrece lentamente. Por otro lado la población adicta sin control crece y con control tiende a estabilizarse muy lentamente, lo cual no es beneficioso ya que se esta aplicando un control máximo. Finalmente la población de recuperados por tratamiento crece cuando no hay control pues depende directamente de la población adicta; cuando hay control dicha población también crece pero es un crecimiento suave.

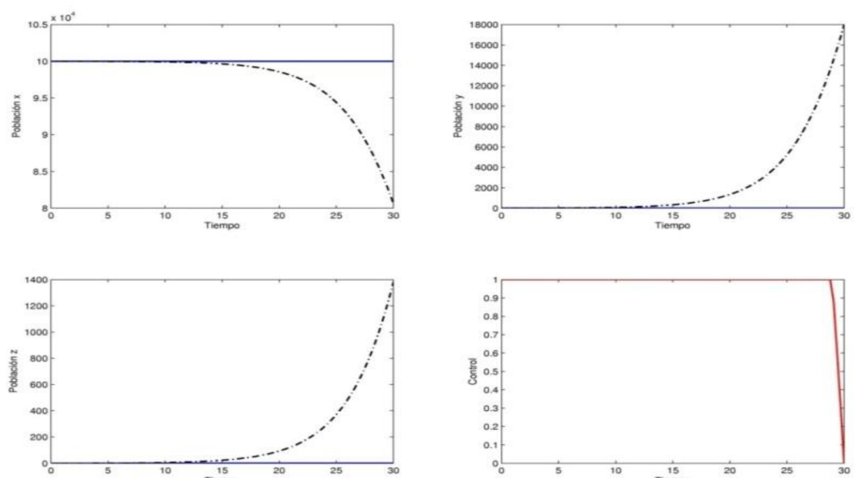


Figura 2: Comportamiento en el tiempo de las personas susceptibles , personas adictas y personas recuperadas , sin control (−) y con control (−) con R0 = 15,9.

En este caso se ve que la población susceptible sin control empieza a decrecer en un tiempo aproximadamente de 15 años y con control se mantiene estable. En cuanto a la población adicta se observa que sin control empieza a crecer en un tiempo aproximadamente de 15 años mientras que con un control máximo permanece estable a un nivel bajo, es decir que no es ventajoso. Por último la población de recuperados por tratamiento empieza a crecer en un tiempo aproximadamente de 15 años cuando no hay control, cuando hay control está estable a un nivel bajo.

**Referencias**

Alexandrov V. V., Slochevski S. I., Lemak S. S., Parushnikov N. A., Reyes S.R., Salazar I. H., Romero M. I. (1998), *Introducción a la modelación matemática de sistemas controlables*, Tomo I y II, Universidad Estatal de Moscú: M. V. Lomonosov, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México.

Almedera C., Caulkinss P. J., Feichtingera G., Traglera G. (2004), *An age-structured single-state drug initiation model-cycles of drug epidemics and optimal prevention programs*, Socio-Economic Planning Sciences 91-1095.

Bowong S, 21 March 2010, *Optimal control of the transmission dynamics of tuberculosis,* Nonlinear Dyn.

Caetano M.A., Yoneyama T. 2001, *Optimal and sub-optimal control in Dengue epidemics, Optim.* Control Appl. Meth.pp. 63-73

Everingham Sohler M. S., Rydell P. C. and Caulkins P. J. (1995-2006), *Cocaine Consumption in the United States: Estimating Past Trends and Future Scenarios,* Socio-Econ. Plann.Sci. Vol. 29, No.4 pp. 305-314.

Gumel A.B., Sharomi O. (2008), *A mathematical modeling ap-proach,* Applied Mathematics and Computation, pp.475-499.

G.P.Samanta. *Dynamic behaviour for a nonautonomous heroin epidemic model withtime delay,* J. Appl. Math. Comput.

Hattaf K., Rachik M., Saadi S., Yousfi N. (2009), *Optimal Control of Treatment in a Basic Virus Infection Model,* Applied Mathematical Sciences, Vol. 3, pp.949-958.

Joshi H.R. 2002, *ptimal control of an HIV immunology model,* Optim. Control Appl.Meth 199-213.

Jung E., Iwami S., Takeuchi Y., Chang Jo T. (2009), *optimal control strategy for prevention of avian influenza pandemic,* Journal of theoretical Biology pp. 220-229.

Kbenesh W., Gumel A., Lenhart S., Clayton T. (2009), *Backward Bifurcation and Optimal control in Transmission dynamics of West nile Virus,* Bulletin of mathematical Biology

# PO-36 ANÁLISIS Y FORTALECIMIENTO DEL MODELO DE ENSEÑANZA EN CLASES TELE-PRESENCIALES, APLICADO A LA ASIGNATURA DE QUÍMICA GENERAL: EL CASO DE LA SEDE AMAZONIA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA[33]

**Ángela Andrea González Villa**
Ingeniera Química
Docente Ocasional, Universidad Nacional de Colombia Sede Amazonia
agonzalezvil@unal.edu.co

**RESUMEN**

El Programa Especial de Admisiones y Movilidad Académica, fue implementado por la Universidad Nacional de Colombia en la Sede Amazonia desde el año 2008. Dicho programa ha sido innovador no sólo dentro de la Universidad sino a nivel Nacional.

El trabajo desarrollado con los estudiantes de Principios de Química de la Universidad Nacional de Colombia Sede Amazonia, del primer semestre del 2011, buscó a través de encuestas y observaciones directas, caracterizar y analizar la metodología de la *tele-presencia*, encontrando las principales dificultades y a partir de ellas se propuso una estrategia pedagógica, que permitiera fortalecer la metodología, considerando que es una herramienta actual, vanguardista y de gran utilidad para ofrecer educación profesional en zonas de difícil acceso como Leticia.

Palabras clave: Tele-presencia, estudio de caso Sede Amazonia, PEAMA.

**ABSTRACT**

The Special Program of Admissions and Academic Mobility, was implemented by the Universidad Nacional de Colombia in the Sede Amazonia since the year 2008. The above mentioned program has been innovator not only inside the University but also at the national level.
The present work, developed with the students of Beginning of Chemistry of the Universidad Nacional de Colombia Sede Amazonia, I-2011, it searched across surveys and direct observations, to characterize and to analyze the methodology of the tele - presence, finding the principal difficulties and from them to develop a pedagogical strategy, which was allowing to strengthen the methodology, considering that is a current newly tool and of great usefulness to offer professional education in zones of difficult access as Leticia.

Keywords: Tele-presencia, study of case Sede Amazonia, PEAMA.

## Introducción

El uso e implementación de tecnologías en la educación ha permitido llegar a regiones apartadas, con modelos como el implementado recientemente por la Universidad Nacional de Colombia en las Sedes de Frontera, denominado, Programa Especial de Admisiones y Movilidad Académica, PEAMA, que combina las clases presenciales con la *tele-presencia*.

[33] Proyecto: Los programas de pregrado en la Sede Amazonia, contextos interculturales, aprendizajes y perspectivas. Grupo: Educación, pedagogía en la Amazonía. Universidad Nacional de Colombia Sede Amazonia.

Con la entrada en funcionamiento del PEAMA en la Sede Amazonia y sus 40 carreras ofertantes; se abrió una gran oportunidad a la población estudiantil de la región, que históricamente no ha contado con una oferta estable en carreras universitarias, y a quienes por costos, tanto en transporte como en alojamiento, no les ha sido fácil desplazarse al centro del país en busca de centros educativos en donde puedan continuar con su formación profesional, limitando así su desarrollo y por el ende el de la región.

Puesto que la *tele-presencia* es un modelo totalmente nuevo e innovador tanto en la Sede como en la región, y debido al poco tiempo que lleva el programa en funcionamiento, se cuenta con limitada información al respecto, por lo que fue necesario iniciar con su caracterización, para evidenciar la problemática real que éste ha tenido y así poder proponer estrategias pedagógicas encaminadas básicamente a mejorar los resultados académicos.

La asignatura de Principios de Química ofrecida en la Sede Amazonia, es impartida por la metodología de la *tele-presencia*, dicho modelo genera en el estudiante, dificultades adicionales al proceso de adaptación propio al que se enfrenta cuando ingresa a la educación superior, pues se evidencia un cambio significativo en las rutinas académicas, dado que viene acostumbrado a clases magistrales con grupos pequeños, poca cultura digital, tareas dirigidas, horarios controlados, entre otros.

El presente trabajo, se desarrolló con los estudiantes de la asignatura del I-2011 de Principios de Química del PEAMA, en la Sede Amazonia de la Universidad Nacional de Colombia. Para lo cual fue necesario, hacer una revisión bibliográfica sobre la evolución de las escuelas hasta llegar a las tendencias actuales, establecer sus ventajas y desventajas teóricas; paralelamente, se realizo un diagnóstico del modelo real implementado en las clases, se identificaron los actores, los roles de cada uno, la interacción entre ellos, los apoyos técnicos y logísticos con que se cuentan, la eficacia de éstos y su alcance real dentro del modelo; a través de encuestas y entrevistas a los actores involucrados.

Así, con la tabulación de dicha información fue posible identificar los principales problemas que se presentan en las clases, que se encuentran directamente relacionados con la didáctica; y a partir de ella, se realizó una propuesta pedagógica, la cual fue aplicada en un tema escogido al azar, y permitió hacer la evaluación de la misma.

**Creación del Programa Especial de Admisiones y Movilidad Académica, PEAMA, en la Sede Amazonia**

En el año 2007, con la expedición del Acuerdo 025 de 2007 del Consejo Superior Universitario, la Universidad Nacional de Colombia, adopta el Programa Especial de Admisiones y Movilidad Académica, PEAMA, en las Sedes de Presencia Nacional: Orinoquia, Amazonia y Caribe.

Dicho programa, tiene como principal fin, aumentar la posibilidad de ingreso a la educación superior a personas de las zonas fronterizas. Estos jóvenes están distantes geográficamente de las Sedes denominadas Andinas, por lo que, por lo general, no aplican a los exámenes de admisión, limitando así sus posibilidades de desarrollo profesional y el de los lugares de los cuales son oriundos.

Es importante mencionar, que al PEAMA, sólo pueden acceder estudiantes que vivan en los Departamentos que componen la Amazonia: Caquetá, Putumayo, Guainía, Vaupés y Amazonas. Este factor genera en el grupo estudiantil un alto grado de diversidad, no sólo cultural, sino también académica.

El programa, consta de tres etapas. En la primera o inicial, el estudiante después de presentar el examen de admisión y ser aceptado, inicia los estudios en la sede para la cual se presentó, cursa un núcleo básico, de acuerdo a las asignaturas que ofrece cada sede y debe aprobar un mínimo de créditos ya establecidos para cada carrera.
Luego, en la segunda etapa, se desplaza a una de las cuatro Sedes Andinas (Bogotá, Manizales, Medellín, Palmira) en donde continúa con su carrera y en la etapa final, preferiblemente, debe regresar a la sede de frontera, a realizar su trabajo de grado.

El programa se implementa en la Sede Amazonia, con la Resolución 125 de 2008, estableciendo las áreas y los programas a ofrecer. Así, se inicia con 26 carreras en las áreas de: Ciencias, Ingenierías, Ciencias Agropecuarias y Ciencias Económicas.
En cuanto a la metodología, el programa maneja dos componentes: uno tradicional o presencial, en el que se cuenta con un docente que dirige personalmente sus clases y otro semi-presencial o también denominado de *tele-presencia*, en el que el docente se encuentra en la Sede Bogotá y se conecta simultáneamente con las sedes de Presencia Nacional, para dictar la clase.

**Caracterización del grupo de trabajo**

La asignatura Principios de Química, empieza a ser dictada en la Sede Amazonia el I-2009, y se sigue dictando semestralmente con una población creciente llegando a tener un total de 42 estudiantes (I-2011). Con este grupo se realizó el presente trabajo, pues corresponde al periodo en el cual se elabora la documentación.

Para la segunda semana de clases, con las listas definitivas, se tiene que el grupo de principios de química, semestre I-2011, está conformado por 42 estudiantes, de los cuales 3 son asistentes: 27 hombres y 18 mujeres; 30 estudiantes cursan alguna de las ingeniería, 4 pertenecen a ciencias agronómicas y los 8 restantes a carreras de ciencias. El 43% son estudiantes de primer semestre, otro 43% son de segundo semestre, 3% del tercero, 2% del cuarto, 2% del quinto y el 7% restante corresponde a los asistentes.

**Ofrecimiento de la asignatura**

Para el ofrecimiento de la asignatura, se requiere de recurso técnico y humano:

**Recurso técnico**

Para el salón desde donde se proyecta la clase, en la Sede Bogotá: una cámara, un televisor (que proyecta lo que enfocan las cámaras conectadas a la videoconferencia), un computador con acceso a internet, un micrófono y un tablero digital.
Para el salón conectado a la clase, en la Sede Amazonia: una cámara, un computador con acceso a internet, un micrófono y dos proyectores. Por uno se proyecta lo que enfoca la cámara en la Sede Bogotá y por el otro, denominado *escritorio*, lo que se escribe en el tablero digital.

**Recurso humano**

Se cuenta con un *docente titular* que dicta la clase a través de una videoconferencia en simultáneo para las sedes de presencia Nacional que estén ofreciendo la asignatura. Se encarga de preparar los temas a desarrollar durante el semestre, su profundidad, el tiempo de dedicación, las actividades, sistema de evaluación, diseño del material para los parciales y pruebas cortas, preparar las clases y trabajos. Además, es el encargado de ingresar las notas al sistema de información.

Un *tutor*, que hace el seguimiento académico a los estudiantes de forma presencial, acompaña las clases y apoya al docente en el control de asistencia, aplicación de pruebas cortas, parciales, recepción y calificación de trabajos y evaluaciones. Además, debe realizar la retroalimentación de notas al docente periódicamente.

*Técnicos del área de sistemas*, uno por sede involucrada en la clase, quienes se encargan de coordinar los aspectos técnicos para el desarrollo de la clase y dar el respectivo soporte,

*Una docente auxiliar*, vinculada a la Universidad y que labora en la Sede Bogotá. Su función es apoyar al docente titular en las *visitas* que se hacen durante el semestre a las Sedes de presencia Nacional.

**Metodología**

Los estudiantes de Principios de Química de la Sede Amazonia, semanalmente asisten a 2 sesiones de videoconferencia, con una intensidad de 5 horas y a una sesión de dos horas de tutoría. Adicionalmente, para el I-2011, se les programaron 3 *visitas.* El objetivo de cada sesión se describe a continuación:
Videoconferencias: en estas sesiones, los estudiantes reciben la clase normal, impartida por el profesor desde la sede Bogotá.
La tutoría: que consiste en una sesión que se desarrolla de forma presencial, preparada y dirigida por el tutor, en la que se refuerzan conceptos o se desarrollan ejercicios relacionados con el tema tratado.
Las *visitas*, son sesiones programadas al principio del semestre y que se desarrollan durante este periodo; en ellas, el profesor titular o el docente auxiliar vinculado al programa, se desplaza a la sede de presencia nacional y desarrolla ocho horas de trabajo adicional con los estudiantes en un fin de semana; en las sesiones se repasan, profundizan o refuerzan los temas vistos.

Adicionalmente, la asignatura cuenta con un espacio en la plataforma Black Board, que es un espacio en el que el docente publica material de apoyo y anuncios que deba socializar a los estudiantes como compromisos, tareas, sugerencias, entre otras.

**Relación docente – estudiantes**

El docente interactúa con los estudiantes durante la clase a través del micrófono y por fuera de ella, a través de los anuncios publicados en el Black Board. Por su parte, el estudiante, tiene la posibilidad de interactuar con el profesor, por el micrófono durante las clases o a través del correo electrónico por fuera de ellas.

Y de forma conjunta y con una mayor significancia e interacción, al momento de las visitas; cuando tienen la oportunidad de conocerse y dialogar.

**Relación docente – tutor**

La interacción docente – tutor y viceversa, se da, esencialmente, a través del correo y telefónicamente; teniendo mayor uso el correo, por donde el docente envía el material de trabajo: documentos, videos, enlaces, pruebas cortas, parciales y comentarios en general. A su vez, el tutor hace preguntas, retroalimenta las notas y hace los comentarios pertinentes.

**Relación tutor – estudiantes**

Debido a que se desenvuelven en el mismo espacio académico, la interacción es permanente y personal en las clases, tutorías y espacios que el estudiante, también necesite por fuera de ellos.

**Desarrollo de la clase**

La Sede Amazonia, cuenta con salones amplios, dotados con todos los elementos técnicos y físicos requeridos para que el estudiante se ubique cómodamente, ventilación e iluminación natural y artificial apropiada. En la pared opuesta a los estudiantes, se ubica, en un rincón, la cámara; de forma tal, que enfoque la mayor parte de los estudiantes. Un tablero acrílico, la proyección del escritorio y finalmente la proyección de las cámaras ubicadas en las diferentes sedes.

El único micrófono con el que se cuenta, se ubica en la primera mesa (distancia que permite el largo del cable del micrófono) y aunque a él puede llegar cualquiera de los estudiantes, la distribución de las mesas hace que únicamente lo utilicen los que están cerca.

Se tiene un programa muy ajustado al tiempo: 12 temas para ser vistos en 16 semanas, con 3 parciales y un examen final. Por lo que, con el ánimo de guiar a los estudiantes en su estudio, se les da al principio del semestre, como libro guía: Química de Raymond Chang, (aunque se advierte que no es el único), y el material de apoyo que eventualmente se publica en el Black Board. De allí, el profesor les asigna ejercicios que deben desarrollar y entregar en fechas establecidas. Actualmente la sede cuenta con 4 libros para préstamo y 1 de reserva; que es una cantidad muy baja para el total de estudiantes; y una oferta de 23 computadores en la sala de informática abierta en promedio, 7 horas diarias, y 19 computadores en la biblioteca, a los que pueden acceder los 177 estudiantes matriculados para este semestre.

Dentro del componente evaluativo, se programaron 3 parciales y un examen final que suman el 60% de la nota final; 20% actividades dirigidas y el 20% restante, corresponde a pruebas cortas y ejercicios. Las pruebas cortas, suelen ser actividades no anunciadas rutinarias al principio del semestre y que hacen que el estudiante esté atento durante la clase; además, permite hacer un sondeo de la comprensión del tema. En cuanto a los parciales, se ha evidenciado a través de los semestres, que el desempeño en el primero suele ser muy bajo; argumentos como que por ser el primero, por nervios, por falta de comprensión…, son causales del desempeño tan bajo.
En cuanto a los aspectos tecnológicos, los mayores problemas con los que se ha contado durante el semestre, son debido a la lentitud del servidor, haciendo que lo que se escribe en el tablero digital, tarde minutos en proyectarse generando desconcentración y desmotivación en el personal. Pues, el profesor que viene con su explicación asume que todos siguen lo que se está diciendo; cuando en realidad no es así. Aunque es un problema meramente técnico, incide directamente y seriamente en el rendimiento académico de los estudiantes.

De igual forma, cuando se tiene el desfase en el audio, los estudiantes escuchan lo dicho por el profesor con algunos segundos de diferencia, ocasionando que se vea algo que aún no se ha explicado o viceversa. La participación de estos durante la clase, es mínima y se limita a las preguntas que puntualmente el profesor dirija a la Sede Amazonia y que voluntariamente el estudiante que está cerca al micrófono desee responder. Cuando se presentan estas situaciones, el tutor debe repetir la pregunta y hacer un consenso entre todos los estudiantes para que el joven que está cerca al micrófono se anime a responder. Se evidencia en el general de los estudiantes un amplio temor a participar por el micrófono y preguntarle al profesor, prefieren hacerlo directamente al tutor.

**Opiniones de los estudiantes**

Con el ánimo de recopilar las opiniones de los estudiantes frente a las clases de Principios de Química, se les pidió que contestaran una encuesta, la cual fue adaptada del material diseñado por la Dirección Nacional de Bienestar, complementado por la Oficina de Bienestar de la Sede Amazonia y aplicado el II-2010 a la población estudiantil vinculada con el Programa, con el fin de: "*evaluar el funcionamiento del Programa Especial de Admisión y Movilidad Académica para las sedes de presencia nacional (PEAMA) e identificar debilidades y fortalezas del programa, que permitan mejorar el desarrollo de éste".*

**Análisis de los resultados de la encuesta**

Los estudiantes consideran que el problema en el desempeño está directamente ligado a las bases insuficientes (30,8%) y a los hábitos inadecuados de estudio (27,4%) que tienen y no del todo con el uso de la *tele-presencia* como metodología de clase (10,6%).

Con relación a la *tele-presencia*, consideran que es una metodología útil (14,3 %) y además que es una buena opción para zonas alejadas (19,0%) como ésta; sin embargo, algunos manifiestan que no les gusta (23,8%) y la consideran molesta (19,0%), ambas opiniones ligadas a la demora en la conectividad.

Consideran como fortalezas las sesiones de tutorías y visitas (23,8%) y que permiten el desarrollo de competencias vinculadas al uso de las nuevas tecnologías y promueve el trabajo con mayor autonomía (23,8%).

En cuanto a las debilidades, la conectividad se convierte en un factor común (42,3%) en la mayor parte de los encuestados, la baja concentración (19,3%) que está directamente vinculada a la lentitud de la conexión y la poca interacción docente – estudiante (15,5%).
En general tienen una buena opinión sobre los espacios que les ofrece la Universidad, aunque el 51,9% consideran que el internet es regular.

**Propuesta de mejoramiento**

Después de realizar una aproximación a los aspectos teóricos involucrados con la evolución de la educación hasta las tendencias actuales y los retos a los que se ve enfrentada la educación superior con la evolución tecnológica por la que atraviesa la sociedad actual; se propone una actividad para el fortalecimiento de las clases de Principios de Química impartidas por *tele-presencia,* consistente en un taller proyectado de acuerdo a los temas presentados en el programa, al alcance y a la profundidad que se había observado en los semestres anteriores para ese tema; partiendo de las situaciones más básicas y aumentando la dificultad de las preguntas, hasta cubrir la temática.

Atendiendo al calendario y avance del curso, se procedió a seleccionar el tema de gases, para la ejecución de la propuesta de fortalecimiento; tomando como referencia la bibliografía utilizada para el curso, se proyectó un taller; el cual se desarrolló en dos sesiones de tutoría de 4 horas. En la primera, se hizo un breve resumen de la clase y se les entregó a los estudiantes el taller, se les pidió que trabajaran en parejas y que al final de cada sesión entregaran los avances obtenidos.

De los 18 ejercicios, en dos sesiones con 3 horas de dedicación, se obtuvieron los siguientes resultados: El 8.1% trabajaron entre 0 y 3 ejercicios, el 16.2% entre 4 y 6, 62.2% y el 13.5% restante, entre 10 y 12. En general, la concentración y atención de los estudiantes es mayor, el uso del material permite observar las debilidades de cada pareja, se crea un ambiente de colaboración e intercambio entre los estudiantes. En cuanto al trabajo del tutor, es mayor y más exigente, pues además de la elaboración del taller, al momento de desarrollarlo con los estudiantes, se requiere estar en continuo movimiento entre los participantes, repitiendo las explicaciones de forma individual o grupal, según el caso.

Como evaluación, control de la actividad, se realizó una prueba corta antes de empezar la tutoría correspondiente al siguiente tema, el ejercicio propuesto, correspondía al último del taller trabajado; debido a que las sesiones de tutoría no suelen ser obligatorias, la prueba corta solo fue realizada por 36 de los estudiantes, de los cuales el 38.8% obtuvieron una nota inferior a 3.0 y el 61.2% restante una calificación de 5.0.
El taller tuvo una buena aceptación entre los estudiantes, se sintieron satisfechos con el trabajo y manifestaban sentirse confiados con el dominio del tema.

**Conclusiones**

La implementación de las clases *tele-presenciales*, de acuerdo a la metodología establecida por la Universidad Nacional de Colombia, no es una alternativa que ofrezca educación a menor costo, todo lo contrario, requiere de una alta inversión económica no solo en equipos y en tecnología, sino en personal que garantice resultados con calidad. Es una excelente opción para ofrecer educación superior, en zonas en las que los habitantes no cuentan con las suficientes oportunidades para acceder a ella.

Sin embargo, en asignaturas como Principios de Química, conformada por estudiantes de primeros semestres, que aún están muy influenciados por sus hábitos del colegio, requieren un acompañamiento presencial (tutor), que medie el proceso y los guíe a través de la metodología, pues la adaptación requiere de tiempo y de cambio de actitudes frente al sistema.
Así, entre el docente y el tutor, se requiere de una comunicación eficiente, encaminada a aprovechar al máximo las sesiones de tutoría de los estudiantes, que apoyen la adaptación de los estudiantes y la labor del docente buscando la consecución de los objetivos propuestos; y así disminuir las dificultades tecnológicas que se presentan durante las sesiones *tele-presenciales*.

En el desarrollo de las clases *tele-presenciales,* se ha encontrado que los estudiantes requieren un nivel de concentración mayor al tradicional, por lo que es recomendable dedicar tiempo a actividades guiadas individuales o grupales, con el fin de mantener la atención, concentración y motivar la participación de ellos.

El uso de talleres es una buena alternativa, aunque la implementación de estos, requiere mayor inversión de tiempo por parte del docente; sin embargo, puede garantizar mejores resultados que el tratar de extender una clase tradicional presencial a un auditorio *tele-presencial*; además, se pueden aprovechar más las bondades que ofrece las TIC desarrollando materiales virtuales más completos (Objetos Virtuales de Aprendizaje – OVA), que sirvan tanto al estudiante como apoyo bibliográfico, como al docente en los casos en que se enfrente a asignaturas como la de Principios de Química, que cuenta con un contenido muy amplio a ser abordado en un tiempo relativamente corto. Igualmente, se requiere que los participantes: docente, tutor y estudiantes, tengan una alfabetización digital mínima para poder acceder satisfactoriamente a ésta metodología.

**Bibliografía**

Acuerdo 025 de 2007. Por la cual se adopta el Programa Especial de Admisiones y Movilidad Académica para las Sedes de Presencia Nacional.

Cabero A. Julio. (2000). *La formación virtual: principios, bases y preocupaciones.* Universidad de Sevilla. Recuperado el 2 de mayo de 2011, de http://tecnologiaedu.us.es

De Zubiría, Julián (2009). *Los modelos pedagógicos.* Hacia una pedagogía dialogante. Editorial Magisterio. Colombia.

Garrison, D.R. y Anderson T. (2005). *El e-learning en el siglo XXI.* Investigación y práctica. Ediciones Octaedro. España

Maecha D., Frieri G. S. (2010) *Informe final del proyecto: transición escolar y diversidad en las aulas del Amazonas*: estudio de caso en dos centros educativos de secundaria en Leticia y la Universidad Nacional de Colombia Sede Amazonia.

Prendes María Paz y Castañeda Linda (2010). *Enseñanza superior, profesores y TIC.* Estrategias de evaluación, investigación e innovación. Ediciones de la U. Bogotá.

Resolución 1302 del 11 de octubre de 2007. Por la cual se reglamenta el Programa Especial de Movilidad Académica y se dictan algunas disposiciones para su implementación en la Sede Orinoquia de la Universidad Nacional de Colombia

Resolución Nº 781 03 JUN. 2009 "Por la cual se modifican las resoluciones de Rectoría números 1302 de 2007, 16, 125 y 1093 de 2008, reglamentarias del Programa Especial de Admisión y Movilidad Académica -PEAMA y se establecen disposiciones para adaptar este programa a los lineamientos académicos vigentes"

Salcedo Luis E., Villareal Martha E., Zapata Pedro N., Colmenares Elizabeth, Salinas Jesús, Duarte Ana Ma. y Domingo Jesús (2000). *Nuevas tecnologías aplicadas a la educación.* Editorial Síntesis Educación. España.

UNESCO, (1998). *Declaración mundial sobre la Educación Superior en el Siglo XXI: Visión y acción* y Marco de acción prioritaria para el cambio y el desarrollo de la Educación Superior. Recuperado el 2 de mayo de 2011, de http://www.unesco.org/education/educprog/wche/declaration_spa.htm

# PO-37 COLECTIVO DOCENTE: MODELAMIENTO DE VIBRACIONES FORZADAS EN SISTEMAS FISICOS Y SU ANALOGIA ELECTRICA.[34]

**Mónica María Gómez Hermida**
Estudiante de Doctorado en Ingeniería-Ciencia y Tecnología de Materiales
Magister en Ciencias-Física - Ingeniera Física
Docente Universidad Católica de Pereira
Grupo de Investigación GEMA
monica.gomez@ucp.edu.co

**Daniel Posada Gamboa**
Estudiante de Ingeniería de Sistemas y Telecomunicaciones
Universidad Católica de Pereira
vr46gp@hotmail.com

**Andrés David Pinzón Gonzales**
Estudiante de Ingeniería de Sistemas y Telecomunicaciones
Universidad Católica de Pereira
Andres90_25@hotmail.com

**Fabio Andrés Betancourt Valencia**
Estudiante de Ingeniería de Sistemas y Telecomunicaciones
Universidad Católica de Pereira
Jaiolo32@gmail.com

## RESUMEN

El colectivo docente es la estrategia pedagógica de la Universidad Católica de Pereira, la cual tiene como objetivo crear un espacio de desarrollo académico común, entre docentes y estudiantes; para ello se propone un problema que integre de forma adecuada las temáticas tratadas en las asignaturas que integran un semestre académico del programa. En este trabajo se presentan los avances realizados en el proceso de colectivo docente desarrollado con estudiantes de V semestre de Ingeniería de Sistemas y Telecomunicaciones (IST) de la Universidad Católica de Pereira, en el que se les propuso analizar el comportamiento de sistemas que presentan vibraciones forzadas y encontrar su analogía a través de un circuito eléctrico.

PALABRAS CLAVES: Colectivo docente, vibraciones forzadas, Ecuaciones Diferenciales, circuitos eléctricos

## Introducción

Las vibraciones forzadas son aquellas que se producen por la acción de fuerzas externas dependientes del tiempo sobre sistemas físicos. Su estudio es de gran interés en diversas áreas y en

[34] Producto derivado del Colectivo docente "*MODELAMIENTO DE VIBRACIONES FORZADAS EN SISTEMAS FÍSICOS Y SU ANALOGÍA ELÉCTRICA*" desarrollado en el primer semestre del 2011 con los estudiantes de V semestre de ingeniería de Sistemas y Telecomunicaciones de la Universidad Católica de Pereira.

muchos casos el análisis matemático se puede reducir a la solución analítica de una ecuación diferencial ordinaria de segundo orden. Este tipo de vibraciones también es posible representarlas a través de circuitos eléctricos oscilantes, que pueden ser muy útiles para obtener modelos de simulación numérica y física simplificados. Además, en el momento de realizar ensayos es muchos más sencillo implementar un circuito RLC y modificar su respuesta cambiando los valores de inductancia, resistencia o capacitancia y así conocer también cual sería el comportamiento del sistema mecánico análogo a este circuito al conocer las equivalencias entre los dos sistemas.
Teniendo en cuenta esto, se propuso como actividad de Colectivo Docente de quinto semestre de Ingeniería de Sistemas y Telecomunicaciones (IST) simular el comportamiento de sistemas físicos sometidos a vibraciones forzadas, encontrando además la analogía eléctrica del sistema mecánico estudiado.

Esta actividad fue propuesta buscando vincular las asignaturas de Ciencias Básicas y la asignatura de metodología de programación IV presentes en el quinto semestre del programa de IST, de tal manera que el estudiante pudiera aplicar sus conocimientos de programación en el modelamiento de sistemas presentes en la vida diaria que pueden explicarse en términos físicos y analizarse por medio de ecuaciones diferenciales ordinarias con solución analítica.

**Desarrollo Experimental**

Para cumplir con el objetivo de la actividad, se propuso a los estudiantes enfocarse en el desarrollo de tres temas diferentes, de los cuales cada grupo seleccionó uno para trabajar. Los temas propuestos fueron:

- Estructura de un piso sometida a una fuerza externa
- Estructura de un piso sometida a la acción de un sismo
- Simulación de un Sismógrafo
- Para el desarrollo de cualquiera de estos temas los estudiantes seguían el siguiente derrotero
- Conocer el problema y poderlo analizar desde el punto de vista físico.
- Plantear la ecuación diferencial que describiera adecuadamente el problema.
- Aplicar el método adecuado para solucionar la ecuación diferencial.
- Elaborar el prototipo para la modelación computacional, haciendo uso del paradigma orientado a objetos.
- Encontrar el circuito eléctrico análogo al sistema mecánico trabajado.
- Simular el movimiento del sistema trabajado.

En este trabajo se presentan los resultados obtenidos en el desarrollo del modelamiento del movimiento de una estructura de un piso sometida a una fuerza externa, donde el rozamiento entre las columnas y la viga se puede asociar con una fuerza amortiguadora con constante de amortiguamiento $\beta$ y al ser un sistema rígido este se opone al movimiento lo que se asocia con la fuerza restauradora de constante de elasticidad $k$ (Figura 1).

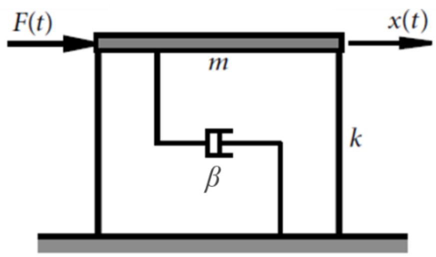



Figura 1. Estructura sometida a una fuerza externa

Teniendo en cuenta estas características, la estructura puede ser representada por un sistema masa-resorte con amortiguamiento, por medio del cual usando la segunda ley de Newton se puede obtener la sumatoria de fuerzas involucradas en el sistema, como se muestra en la figura 2.

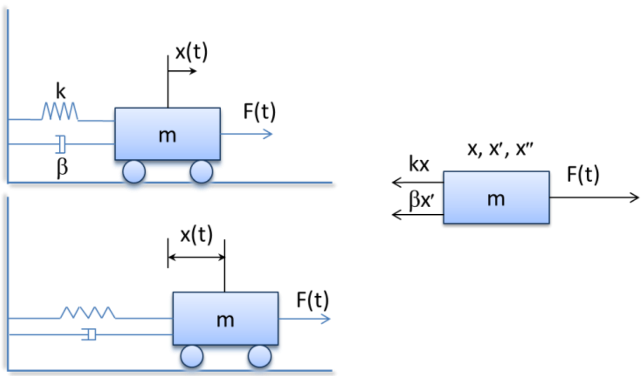



Figura 2. Diagrama de fuerzas en un sistemas con resistencia y amortiguamiento

Según el diagrama de fuerzas se obtiene la ecuación 1 la cual describe el movimiento. Esta es una ecuación diferencial de segundo orden con coeficientes constantes y no homogénea, la cual puede ser resuelta por métodos analíticos. Para el caso particular se usó el método de coeficientes indeterminados suponiendo una fuerza externa de la forma $F_o sen(\Omega t)$ donde Ω es la frecuencia de la fuerza externa y $F_0$ su amplitud.

— — Ecuación 1.

Para encontrar la solución de la ecuación diferencial, primero se encuentra la solución sin considerar la perturbación externa, tomando la ecuación diferencial homogénea (Ecuación 2).

— — Ecuación 2.

De esta ecuación se obtienen tres diferentes soluciones dependiendo de la forma de las raíces obtenidas de la ecuación característica (tabla 1) Donde $\lambda=\beta/2m$ y $\omega^2=k/m$.

| | | |
|---|---|---|
| $\sqrt{\lambda^2-\omega^2}>0$ | $x = Ae^{(-\lambda+\sqrt{\lambda^2-\omega^2})t} + Be^{(-\lambda-\sqrt{\lambda^2-\omega^2})t}$ | M. Sobre amortiguado |
| $\sqrt{\lambda^2-\omega^2}=0$ | $x = Ae^{-\lambda t} + Bte^{-\lambda t}$ | M. críticamente amortiguado |
| $\sqrt{\lambda^2-\omega^2}<0$ | $x = e^{-\lambda t}\left(A\cos(\sqrt{\lambda^2-\omega^2}t) + Bsen(\sqrt{\lambda^2-\omega^2}t)\right)$ | M. sub amortiguado |

Tabla 1. Tipos de movimientos de acuerdo a la forma de la raíz

Para el caso de la estructura sometida a una fuerza externa se tomó el caso de un movimiento sub amortiguado.

La solución de la ecuación diferencial completa, se encontró aplicando el método de coeficientes indeterminados, obteniendo la solución particular (ecuación 3) al suponer una posición y velocidad inicial de cero.

$$x(t) = e^{-\lambda t}\frac{F_0}{m\sqrt{\left(\omega^2-\Omega^2\right)^2+4\lambda^2\Omega^2}}\left(-sen(\varphi)\cos(\sqrt{\omega^2-\lambda^2}t) - \frac{\lambda sen\varphi + \Omega\cos\varphi}{\sqrt{\left(\omega^2-\lambda^2\right)}}sen(\sqrt{\omega^2-\lambda^2}t)\right) + \\ + \frac{F_0}{m\sqrt{\left(\omega^2-\Omega^2\right)^2+4\lambda^2\Omega^2}}sen\left(\Omega t+\varphi\right)$$

Ecuación 3

Donde φ es un ángulo de desfase dado por $\tan^{-1}\left(\frac{2\lambda\Omega}{\omega^2-\Omega^2}\right)$.

Una vez obtenida la solución de la ecuación diferencial, se procedió a desarrollar el software que permitió visualizar la respuesta del sistema a la perturbación externa.

El software fue desarrollado a partir de los criterios de Programación Orientada a Objetos (POO) en el lenguaje de programación JAVA, con la herramienta Netbeans. La estructura del software está conformada por una serie de clases encargadas de diferentes tareas como la graficación, la interfaz gráfica y evaluación de las ecuaciones.

Para el modelamiento del movimiento es posible modificar los valores de los parámetros *m, k, β, Ω y* $F_0$ para obtener de esta manera respuestas diferentes.

El software muestra la solución de la ecuación diferencial y su gráfica, además, simula la respuesta del sistema y entrega un circuito RLC análogo al sistema mecánico modelado usando las equivalencias mostradas en la tabla 2.

| **Sistema Mecánico** | **Sistema Eléctrico** |
|---|---|
| Masa (m) | Inductancia (L) |
| Amortiguamiento (β) | Resistencia (R) |
| Elasticidad (k) | Inversa de la capacitancia (1/C) |
| Posición (x) | Carga del capacitor (Q) |
| Velocidad (v) | Corriente en el inductor (I) |

Tabla 2. Equivalencia entre un sistema mecánico y un sistema eléctrico

El programa permite resolver y modelar cualquier movimiento que se represente con la ecuación 1 y cuya solución de la ecuación homogénea sea del tipo de un movimiento sub-amortiguado, para ello la interfaz requiere el ingreso del valor de la masa de la estructura (m), de la constante de amortiguamiento (β), de la constante de resistencia del material (k), la amplitud ($F_0$) y la frecuencia (Ω) de la fuerza externa.

**Resultados y Discusión**

En la figura 3. Se muestra la ventana de inicio del software, al dar click en inicio se abre una segunda ventana donde se muestra el menú y las casillas donde, una vez ingresados los datos, aparecerá la solución de la ecuación diferencial (figura 4).

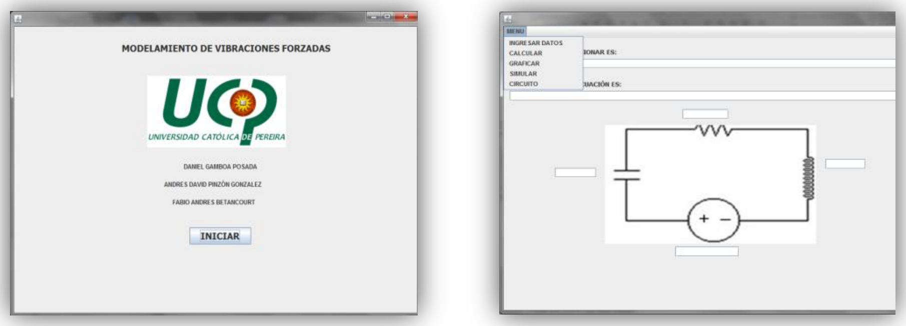



Figura 3: Página de inicio del software y menú

En la interfaz se deben ingresar los valores de *m, k, β, Ω y* $F_0$. Para cada valor se especifican las unidades de medidas en las que se deben ingresar los datos. Una vez se ingresan los parámetros, el usuario puede oprimir el botón calcular para obtener la solución particular de la ecuación y puede oprimir graficar para ver la respuesta de la amplitud del movimiento en función del tiempo (figura 4).

El software también cuenta con las opciones de simular el movimiento y la opción "*circuito*", para la cual entrega los valores de resistencia, inductancia y capacitancia análogos al sistema mecánico trabajado.

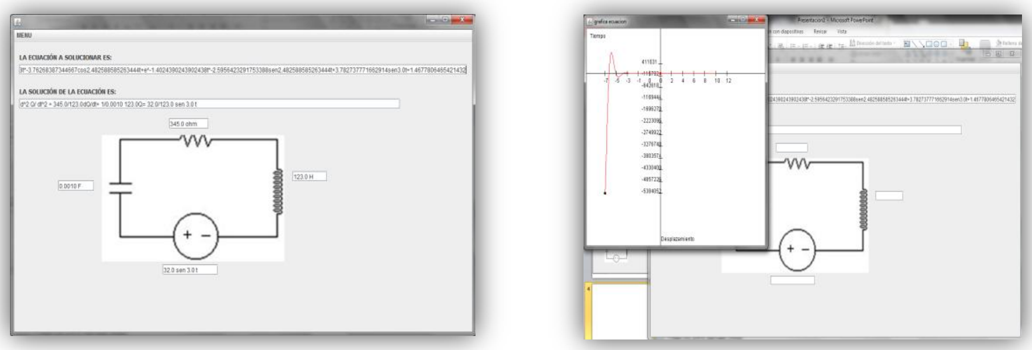



Figura 4 Interfaz de la solución y circuito análogo y grafica que muestra el software

En el desarrollo del programa se encontró que es posible mejorar la respuesta del sistema al tener un mejor graficador, ya que la resolución del usado no permite hacer un análisis preciso de la gráfica, al realizar la simulación del sistema se procedió a diseñar un diagrama cuya velocidad variara de acuerdo a la amplitud, pero también se hace necesario mejorar esta característica.

**Conclusiones**

Con el fin de evaluar el proceso del colectivo docente, se acordó realizar una sesión de sustentaciones donde cada grupo presentó el desarrollo de su trabajo.

Además de la sustentación, cada grupo entrego la interfaz del programa desarrollado el cual incluyó un manual de usuario y un documento del trabajo.

Durante las sustentaciones se pudieron observar los siguientes puntos claves:
La claridad en el manejo conceptos de los estudiantes

A pesar de no contar con algunos conocimientos necesarios para realizar el análisis del movimiento a través de la gráfica obtenida de la ecuación diferencial, se pudo observar la indagación que los estudiantes hicieron para poder graficar sus resultados por medio de otras alternativas

La creatividad a la hora de desarrollar su interfaz

Aunque el objetivo del colectivo incluía la simulación del fenómeno, debido a problemas de tiempo y planeación, no se pudo cumplir plenamente con este objetivo, sin embargo los estudiantes incluyeron animaciones del fenómeno desarrolladas en Flash

Algunas deficiencias de los estudiantes para presentar conclusiones de los trabajos que desarrollan.

Teniendo en cuenta la claridad de los trabajos desarrollados por los estudiantes, se ha considerado continuar con su mejoramiento con el fin de lograr una producción académica y la formación de semilleros de investigación en los cuales se trabajen temas similares.

**Agradecimientos:**

Los autores agradecen a los docentes participantes en el Colectivo: James Andrés Barrera, Luis Eduardo Peláez, Diego Fernando Arias y Julio Cesar Cano y Ricardo Alonso Hurtado Mosquera. A la Facultad de Ciencias Básicas e Ingeniería y a la Universidad Católica de Pereira.

**Bibliografía**

Hestenes, D (1995) Modeling software for learning and doing physics. Thinking Physics for Teaching 25-65 http://modelingnts.la.asu.edu/pdf/ModelingSoftware.pdf

García Barneto, A. & Gil Martín, M, *Entornos constructivistas de aprendizaje basados en simulaciones informáticas*, *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, v 5. Artículo 6. En http://www.saum.uvigo.es/reec, 2006.

# Primer Encuentro Internacional sobre la Enseñazan de las Ciencias Naturales y Exactas

*Uno de los problemas actuales más relevantes para la sociedad es la revolución tecnológica, la cual ha producido cambios muy rápidos en el ámbito de las diversas disciplinas que conforman la academia en el tejido social, los cuales se manifiestan en lo cultural, político y económico.*

*Estos cambios necesariamente permean los procesos de aprendizaje de los estudiantes que están inmersos en cualquiera de los niveles del sistema educativo, involucrando directamente a los encargados de abrir y cerrar la triada, de ser los guías y acompañantes en este proceso como lo son los docentes mediante la enseñanza y la evaluación. En consecuencia, es necesario crear espacios de dialogo académico que permitan mostrar, reflexionar y retroalimentar el proceso enseñanza-aprendizaje-evaluación.*

*Es por lo anterior que la Universidad Católica de Pereira, convoca a docentes representantes del Sistema Educativo de Risaralda y del país a formar parte activa del "PRIMER ENCUENTRO INTERNACIONAL SOBRE LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES – TERCER ENCUENTRO NACIONAL" con sus experiencias y dificultades, para que con ellas enriquezcan las actividades que se llevan a cabo en la enseñanza de estas ciencias, contribuyendo de esta manera a la búsqueda de soluciones de este problema que aqueja a la educación actual.*

ALCALDIA DE PEREIRA
Región de Oportunidades
SECRETARIA DE EDUCACION

GOBERNACIÓN DE RISARALDA
¡SENTIMIENTO DE TODOS!
SECRETARIA DE EDUCACION

"Las ciencias básicas como eje articulador del conocimiento"

MEMORIAS