

PO-05 REPRESENTACIONES SEMIOTICAS EN EL APRENDIZAJE DEL TEOREMA DE PITÁGORAS¹¹

Licenciada Luz Elena Osorio Mansilla

Estudiante de Maestría en la enseñanza de las ciencias

Universidad Autónoma de Manizales

na-na-osorio@hotmail.com

Magister Ligia Inés García Castro

Docente e investigadora Universidad Autónoma de Manizales

ligiaines.garcia@gmail.com

RESUMEN

Este artículo presenta algunas de las representaciones semióticas que giran alrededor del objeto matemático Teorema de Pitágoras y las actividades cognitivas (de tratamiento y conversión) que se presentaron en el proceso de aprendizaje de un grupo de estudiantes, que cursan grado séptimo de la Institución Educativa Santo Domingo Savio, del municipio de Balboa Risaralda.

Esta investigación se ubica en un enfoque semiótico y cognitivo, ya que toma en cuenta el contexto de representación en que están dadas las matemáticas y los procesos de conceptualización que se dan en el proceso de aprendizaje. Para ello se apoya de la teoría de campos conceptuales desarrollada por Gerard Vergnaud (1990), y de registros de representación semiótica, por Raymond Duval (2004).

PALABRAS CLAVE: Representaciones semióticas, Teorema de Pitágoras, Aprendizaje.

ABSTRACT

This article presents some of the semiotic representations that turn around the mathematical object Theorem of Pythagorean and the cognitive activities (treatment and conversion) those presented in the learning process of a group of students, who are studying seventh grade of the high school Santo Domingo Savio in Balboa Risaralda.

This research is located in a semiotic and cognitive approach, because it takes into account the context of representation given in the mathematics and the processes of conceptualisation that occurs in the learning process. This supports of the theory of conceptual fields developed by Gerard Vergnaud (1990), and registers of semiotic representations, by Raymond Duval (2004).

KEY WORDS: Semiotic representations, Theorem of Pythagorean, Learning.

¹¹ Propuesta de Tesis presentada a la Facultad de Estudios Sociales y Empresariales de la Universidad Autónoma de Manizales, para optar al título de Magister.

Introducción

Esta investigación buscó reconocer las representaciones semióticas que giran alrededor del concepto Teorema de Pitágoras, a partir de actividades cognitivas relacionadas con el tratamiento y conversión de dichos registros, como también el impacto en su aprendizaje.

Referente teórico

El desarrollo de esta investigación buscó dar respuesta a aspectos de tratamiento y conversión de representaciones semióticas que favorecieran el aprendizaje de objetos matemáticos, para este caso el Teorema de Pitágoras. Lo que involucró la intervención de procesos cognitivos.

Dentro de la didáctica de la matemática, esta investigación se ubica en un enfoque cognitivo y semiótico, teniendo en cuenta las siguientes consideraciones:

El enfoque cognitivo centra sus investigaciones en el aprendizaje del alumno como también el pensamiento de profesor buscando explicar la complejidad del proceso de enseñanza y aprendizaje. Dentro de este enfoque de investigación se destaca la línea de investigación de la teoría de campos conceptuales.

La teoría de los campos conceptuales, desarrollada por Gerard Vergnaud (1990), es una teoría cognitiva que procura brindar un estudio referencial del desarrollo cognitivo y del aprendizaje de competencias del estudiante en el aprendizaje de las matemáticas como también en otras ciencias. Es por esto que esta investigación adopta esta teoría en el abordaje de procesos de conceptualización en los estudiantes.

El enfoque semiótico incorpora aspectos sobre las prácticas matemáticas, como lenguaje simbólico y sistema conceptual lógicamente organizado. Su campo de investigación involucra todos los lenguajes y prácticas significantes que son prácticas esencialmente sociales. Esta investigación adoptó la teoría de registros de representación semiótica, expuesta por Raymond Duval (2004), dada la importancia de su estudio en los diferentes tipos de representación, considerando que el acceso y la comprensión de los objetos matemáticos no pueden darse sino por sus representaciones.

Diseño metodológico

La metodología propuesta para el desarrollo de esta investigación es de carácter cualitativa, con un alcance comprensivo, ya que pretende hacer un proceso de inferencia al reconocer cómo se dan los procesos de tratamiento y conversión de representaciones semióticas en el aprendizaje del concepto Teorema de Pitágoras en un grupo de estudiantes que cursan grado séptimo.

El diseño de esta investigación inicia con la exploración de ideas previas, con el fin de detectar los preconceptos que traen los estudiantes objeto de esta investigación. Estos preconceptos giran alrededor del Teorema de Pitágoras y se consideran prerrequisitos para su abordaje.

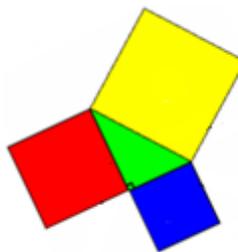
A partir de esta información se utiliza un instrumento de intervención en el aula (unidad didáctica), en donde se trabajan varios registros de representación semiótica, que involucra tratamiento en cada uno de ellos y conversión a otros registros de representación semiótica.

Análisis de la información

Análisis Descriptivo De Aspectos Relacionados Con El Tratamiento Y La Conversión De Representaciones Semióticas Del Teorema De Pitágoras

La aplicación del instrumento de aprendizaje del objeto matemático, se abordó inicialmente desde un registro semiótico geométrico, teniendo en cuenta otras investigaciones (Suydam y Dessart , 1976, citado por Dickson,1991, Vasco,1999). En donde se recomienda partir de los sistemas concretos y no de sistemas simbólicos, distinguiendo en todo sistema matemático subsistemas como el concreto, el conceptual y el simbólico.

Es entonces la siguiente figura, la representación semiótica de carácter geométrico del Teorema de Pitágoras que se trabajó en el instrumento:



Teorema de Pitágoras en su acepción geométrica

Esta representación geométrica es la que valida que el área de los cuadrados de los catetos es igual al área del cuadrado de la hipotenusa del triángulo rectángulo.

Es importante mencionar que existen múltiples representaciones de carácter geométrico del Teorema de Pitágoras, para ello se cita a Barreto (2009), escogiéndose ésta para facilitar los procesos de tratamiento y conversión en el aprendizaje del objeto matemático para estudiantes de grado séptimo.

Buscando provocar una aprehensión operatoria de las figuras, que conllevara a modificar la configuración inicial, los estudiantes desarrollaron tratamientos como conteo de las unidades cuadradas en las comparaciones de las áreas, pavimentación de superficies, cálculo de áreas por fórmula, entre otros.

A partir de este registro y los tratamientos que allí se dieron, se procedió a una aprehensión discursiva que se refiere a aquel proceso cognitivo que implica la asociación de la configuración hallada con afirmaciones matemáticas.

Aquí se dio prioridad a la conversión efectuada en el sentido de representación no discursiva a la expresión en lengua natural, considerando que la tarea descriptiva hace un llamado a la espontaneidad del sujeto. Duval (2004)

Según el autor, esta asociación se da como un cambio de anclaje que va desde una aprehensión visual a una aprehensión discursiva. Este cambio de anclaje es de suma importancia pues es el que facilita el proceso de conversión de la representación semiótica de un registro geométrico a un registro semiótico de lenguaje verbal.

La conversión, considerada como proceso de transformación externa relativa a un registro de representación de partida, diferente a los procesos de tratamiento que son procesos de transformación internos dentro de un registro de representación, es considerado como uno de los procesos más complejos, ya que la simple conversión de registros de representación sin una coordinación entre ellos no garantiza la comprensión del objeto matemático. Esta coordinación se da cuando existe congruencia.

Duval (2004) plantea que generalmente los procesos de conversión entre registros de representación diferentes, es espontánea para los estudiantes cuando dichos registros son congruentes. Para ello debe cumplir tres condiciones:

Correspondencia semántica entre las unidades significantes que las constituyen

Igual orden posible de aprehensión de estas unidades en las dos representaciones

Univocidad semántica terminal, a cada una unidad significativa en la representación de partida en una sólo unidad significativa en la representación de llegada.

En la medida que existan condiciones de congruencia entre los diferentes registros de representación, podría decirse habría mejores procesos de comprensión en el aprendizaje del concepto matemático.

Análisis Interpretativo De Aspectos Relacionados Con El Tratamiento Y La Conversión De Representaciones Semióticas Del Teorema De Pitágoras

A continuación se realiza el análisis de uno de los grupos de trabajo, objeto de esta investigación:

Análisis de congruencia entre los diferentes registros de representación

Para realizar el análisis de congruencia entre los diferentes registros de representación utilizados por los estudiantes para el Teorema de Pitágoras, se hace necesaria la segmentación en sus unidades significantes:

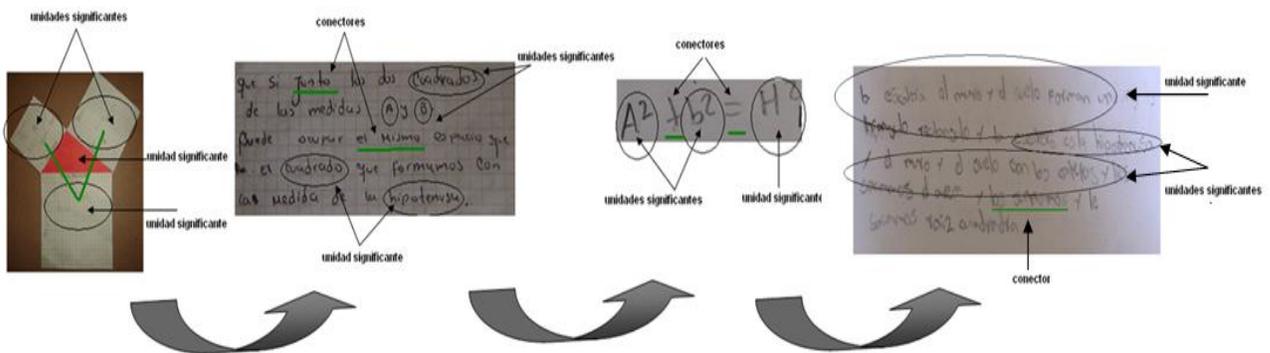


Ilustración 1. Congruencia entre registros de representación del Teorema de Pitágoras del grupo 1

En el gráfico pueden identificarse cuatro unidades significantes que se refieren a: El triángulo rectángulo, cuadrado del cateto a, cuadrado del cateto b y cuadrado de la hipotenusa. Como también conectores que van desde el lenguaje verbal al lenguaje algebraico y lenguaje natural.

A continuación se exponen los aspectos relacionados con la congruencia de acuerdo con las condiciones planteadas por Duval, en los diferentes registros:

Correspondencia semántica: Se verifica que en los cuatro registros existe una correspondencia semántica, cada unidad significativa simple de una representación, se asocia con otra unidad significativa simple de la otra representación. Puede verse que se conservan las variables que identifican la medida de los lados de los cuadrados en los tres primeros registros (A, B y H).

Igual orden de aprehensión: Hay identidad entre la codificación de la representación semántica interna de las frases de los dos registros verbales y la representación simbólica de las operaciones aritméticas:

CODIFICACION INTERNA DE LAS REPRESENTACIONES		
Registro Lenguaje Verbal	Registro Algebraico	Registro Lenguaje Natural
“Junto”	“ + ”	“Sumamos”
“Lo mismo”	“ = ”	<i>Aunque no hay una codificación precisa que lo exprese como en los anteriores registros, si relaciona cómo hallar la solución con la información dada</i>

Univocidad semántica terminal: Puede verificarse dentro de las diferentes representaciones que a cada unidad significativa de partida, le corresponde sólo una unidad significativa de llegada:

Univocidad semántica terminal entre unidades significantes			
Registro geométrico	Registro Lenguaje Verbal	Registro Algebraico	Registro Lenguaje Natural
	Cuadrado A	A^2	“...el muro y el suelo son los catetos y les sacamos el área..”
	Cuadrado B	B^2	“... el muro y el suelo son los catetos y les sacamos el área..”
	Cuadrado Hipotenusa	H^2	“ ...la escalera es la hipotenusa”
	<i>Sólo hace alusión a la hipotenusa del triángulo</i>	<i>No hace referencia (presente de manera implícita)</i>	“Escalera el muro y el suelo forman un triángulo rectángulo”

Es de anotar que se considera la presencia de la unidad significativa relativa al triángulo rectángulo cuando hacen alusión a sus lados al mencionar los catetos o la hipotenusa.

Análisis Comprensivo Desde El Aprendizaje Del Objeto Matemático Teorema de Pitágoras

Si bien esta investigación centra su interés en los procesos de tratamiento y conversión de representaciones semióticas que realizan los estudiantes, es con el fin de comprender procesos de

conceptualización y comprensión que los estudiantes realizan en el aprendizaje del objeto matemático.

Pudo evidenciarse en el grupo de estudiantes objeto de esta investigación, que se realizó una transferencia desde un anclaje visual a un anclaje discursivo, efectuando asociaciones a modo de deducciones, inferencias y conclusiones; generando procesos de modelización matemática y reconocimiento del objeto matemático en otros contextos.

Conclusiones y recomendaciones

Por el mismo estatus epistemológico de las matemáticas, en donde su acceso sólo puede darse en un contexto de representación, creemos que el estudio de sistemas de representación semiótica es de gran importancia en la Didáctica de las matemáticas.

Las dificultades que los estudiantes presentan en el aprendizaje de las matemáticas, invita a que se realice mayor investigación en este campo. Considerando la teoría de Duval, creemos que entre más representaciones semióticas se vinculen alrededor de un objeto matemático y que dentro de estas representaciones existan condiciones de congruencia, se pueden lograr mayores aprendizajes. Considerando además que en los procesos de enseñanza se debe tener en cuenta un orden en la presentación de las representaciones semióticas del objeto matemático a estudiar, tendientes a facilitar los procesos de conversión. Puesto que reconociendo la diversidad de representaciones y registros de representación semiótica posibles para los objetos matemáticos, no todas facilitan estos procesos.

Es así que consideramos que el instrumento aplicado logró que los estudiantes pudieran realizar tratamiento y conversión de diferentes registros de representación del objeto matemático Teorema de Pitágoras de manera que se lograra también mejorar el aprendizaje, cuando podían reconocerlo en otros contextos de aplicabilidad.

La identificación de las actividades cognitivas de tratamiento y conversión que hicieron los estudiantes nos permitieron visualizar sus procesos de conceptualización.

Bibliografía

Barreto, J. C. (10 de abril de 2009). *Deducciones del Teorema de Pitágoras a lo largo de la historia como recurso didáctico en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática*. (S. C. matemáticas, Editor, & N. R. matemáticas, Productor) Recuperado el 10 de 12 de 2009, de http://www.sinewton.org/numeros/numeros/70/Articulos_01.pdf.

Dickson, L., Brown, M., & Gibson, O. (1991). *EL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS*. Madrid: Labor S.A.

Duval, R. (2004). *SEMIOSIS Y PENSAMIENTO HUMANO*. Cali, Colombia: Universidad del Valle, Instituto de educación y pedagogía, Grupo de Educación matemática.

Duval, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática :La habilidad para cambiar el registro de representación. *LA GACETA DE LA RSME*, Vol 9.1, p.143-168.

otá: MEN.

(2), p.275-300.

Vergnaud, G. (1990). LA TEORIA DE LOS CAMPOS CONCEPTUALES. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol.10 (2,3), 133-170.