

CURSILLOS

CU-02 LA VISUALIZACIÓN EN MATEMÁTICAS ARTICULADA A LA MODELACIÓN: ALGUNOS EJEMPLOS

Francisco Javier Córdoba Gómez
MSc. en Educación
Profesor Auxiliar ITM
franciscocordoba@itm.edu.co

Elkin Alberto Castrillón Jiménez
MSc(C) en Gestión Energética Industrial
Profesor Auxiliar ITM
elkincastrillon@itm.edu.co

RESUMEN

Una dificultad mayor que se tiene en el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas tiene que ver con la modelación matemática de situaciones o problemas en el aula. Aunque estas situaciones o problemas sean tomados de la vida real, para los estudiantes es difícil comprenderlos e interpretarlos. Un análisis del proceso de modelación en el aula permitirá identificar aquellos aspectos que lo caracterizan y las principales dificultades que presentan los estudiantes. Es en este caso en el que la visualización de tales problemas, con la ayuda de programas matemáticos y especialmente la geometría dinámica, permite plantear diferentes alternativas de solución.

Palabras Clave: modelación, visualización, GeoGebra.

ABSTRACT

A major difficulty in learning and teaching of mathematics is about mathematical modeling of situations or problems in the classroom. Although these situations or problems are taken from real life for students is difficult to understand and interpret them. An analysis of the modeling process in the classroom will identify those aspects that characterize it and the main difficulties presented by the students. It is in this case that the visualization of such problems, with the help of mathematical software, in special with dynamic geometry, can pose different solution alternatives.

Key Words: modeling, visualization, GeoGebra

Introducción

La visualización como ayuda al desarrollo del pensamiento matemático mediante el uso de ayudas computacionales puede convertirse en un elemento central en la enseñanza de las Matemáticas que despierte el interés de los estudiantes y permita crear nuevos ambientes de trabajo que permita que ciertos problemas que normalmente se resuelven con modelos matemáticos simbólicos puedan ser llevados a representaciones gráficas en las que se pueda obtener una primera aproximación a la solución, es el caso por ejemplo de algunos geométricos y de cálculo diferencial. En el desarrollo de este trabajo primero se hará una breve descripción de la visualización, luego de la modelación y se mostrarán algunos ejemplos de aplicación.

La visualización

En Matemáticas visualizar no significa simplemente ver al objeto matemático, ya sea una figura, gráfica, representación algebraica o cualquiera otra, sino que se refiere a un proceso más complejo en donde las imágenes estimulan el pensamiento abstracto del que las percibe o genera (Kerlegand, 2008).

Para autores como Zimmermann y Cunningham (1991) (citados por Kerlegand, 2008) por ejemplo, la visualización es un proceso mediante el cual se forman imágenes (mentalmente, con lápiz y papel, o con ayuda de la tecnología) y se utilizan para una mejor comprensión de los objetos matemáticos y para estimular el proceso de descubrimiento y construcción de las nociones. La experimentación y la visualización permiten reorganizar el pensamiento matemático, elaborar más fácilmente conjeturas que promuevan la investigación y construcción de conocimiento. Balacheff (2000) (citado por Scaglia y Götte, 2008) reflexiona en torno al uso de entornos informáticos en la enseñanza de las matemáticas, señalando que “modifican el tipo de matemáticas que se puede enseñar, el conjunto de problemas y las estrategias didácticas. El conocimiento profesional del profesor también debe modificarse” (p.36).

Por su parte Castañeda (2004), frente a la pregunta sobre la visualización, se remite a las palabras de Guzmán (1996)

Nuestra percepción es muy primordialmente visual y así no es de extrañar en absoluto que el apoyo continuo en lo visual esté tan presente en las tareas de matematización, [...]. Y aun en aquellas actividades matemáticas en las que la abstracción parece llevarnos mucho más lejos de lo perceptible por la vista, los matemáticos muy a menudo se valen de procesos simbólicos, diagramas visuales [...] que les acompañan en su trabajo [...]. La visualización aparece así como algo profundamente natural [...] en la transmisión y comunicación propias del quehacer matemático. (p.114)

Para Suárez y Cordero (2005), el potencial de la graficación puede ir más allá si se le considera en sí misma una modelación. Las características que debería cumplir son: las gráficas se obtienen a partir de una simulación que lleva a cabo múltiples realizaciones y hace ajustes en el movimiento para producir un resultado deseable en la gráfica, y tiene un carácter dinámico que permite crear modelos gráficos que se convierten en argumentos para nuevas descripciones de movimientos, propicia la búsqueda de explicaciones y enfatiza los comportamientos invariantes en las situaciones. La práctica de la graficación soporta el desarrollo del razonamiento y de la argumentación y así mismo se puede estudiar como categoría que sirva de vehículo para implementar el trinomio modelación-graficación-tecnología en la construcción de conocimiento matemático en el salón de clases (Suarez y Cordero, 2005).

La visualización al mismo tiempo permite que se puedan hacer otro tipo de representaciones de objetos matemáticos o de problemas, Duval (1999) por ejemplo, refiriéndose a la formación de conceptos matemáticos, asume la necesidad de construir el concepto a partir de la interacción con las diferentes representaciones del objeto matemático, ya que cada una de ellas por sí sola es parcial, siendo importante para el proceso de comprensión, la conversión de una representación a otra.

En la siguiente presentación se pretende mostrar cómo el proceso de visualización se puede favorecer mediante el uso de un software de Geometría Dinámica y de qué manera se pueden implementar algunas acciones en el aula que favorezcan el aprendizaje de conceptos matemáticos y ayuden en la modelación.

La modelación

Para algunos autores como Castro y Castro (2000) la modelización matemática es una forma de resolución de problemas de la vida real en la que no solo se tiene en cuenta la solución del mismo sino que exige la utilización de un gran número de habilidades matemáticas y no llega solo a una respuesta específica sino a un rango de respuestas que describen la conducta del fenómeno considerado y da al resolutor sentido de participación y control en los procesos de solución. Esto hace que la modelización matemática sea un poderoso instrumento de aprendizaje significativo, a tener en cuenta para trabajar en el aula.

Para Sadovsky (2005, p. 27) un proceso de modelación supone en primer lugar recortar una cierta problemática frente a una realidad generalmente compleja en la que intervienen muchos más elementos de los que uno va a considerar, identificar un conjunto de variables sobre dicha problemática, producir relaciones pertinentes entre las variables tomadas en cuenta y transformar esas relaciones utilizando algún sistema teórico-matemático, con el objetivo de producir conocimientos nuevos sobre la problemática que se estudia.

La modelación también se ha asumido como una construcción social de conocimiento matemático y no como una simple aplicación del conocimiento matemático, tal como lo proponen Cordero y otros (2009), una de las creencias frecuentes en las prácticas de enseñanza de la matemática consiste en que la modelación es una aplicación de la matemática. Ello conlleva enseñar matemáticas y después buscar la aplicación de tal conocimiento, para este grupo de investigación la modelación es, en sí misma, una construcción social del conocimiento matemático.

Otro tipo de construcción es el que propone Suárez (2008) cuando afirma en su investigación que la modelación es una construcción teórica que un individuo realiza al enfrentar una tarea matemática en la que pone en juego sus conocimientos. Se supone en este caso que son conocimientos previos, es decir, la modelación para que pueda ser significativa debe estar apoyada en ciertos conocimientos que permitan nuevas construcciones. Para esta autora, la hipótesis es que las matemáticas que se construyen con las actividades de modelación cobran un nuevo sentido (Suárez, 2008)

Para Arrieta (2003, p. 100) la modelación se constituye en un proceso de matematización en el aula de actividades que desarrollan interactivamente docentes y alumnos usando las matemáticas para interpretar y transformar un fenómeno de la naturaleza confrontando y argumentando diferentes versiones.

Algunos ejemplos

A continuación se muestran algunos ejemplos con ayuda de GeoGebra en los cuales la modelación puede ser llevada a ambientes dinámicos y a partir de la manipulación se pueden obtener respuestas aproximadas a tales problemas. A continuación se muestran algunas imágenes tomadas del ambiente gráfico de GeoGebra.

En la imagen 1, se presenta un problema de modelado que se puede resolver usando elementos del cálculo diferencial (optimización), pero que también con ayuda de la visualización usando GeoGebra se puede resolver y encontrar una muy buena aproximación a la solución. Se puede observar que en la misma zona gráfica se pueden ir planteando inquietudes que pueden ir conduciendo a la respuesta y que el mismo estudiante puede manipular los objetos para que vaya confrontando sus respuestas y así llegar a la solución.

En la imagen 2, se plantea un problema clásico de la geometría euclidiana que también se puede llevar al ambiente gráfico:

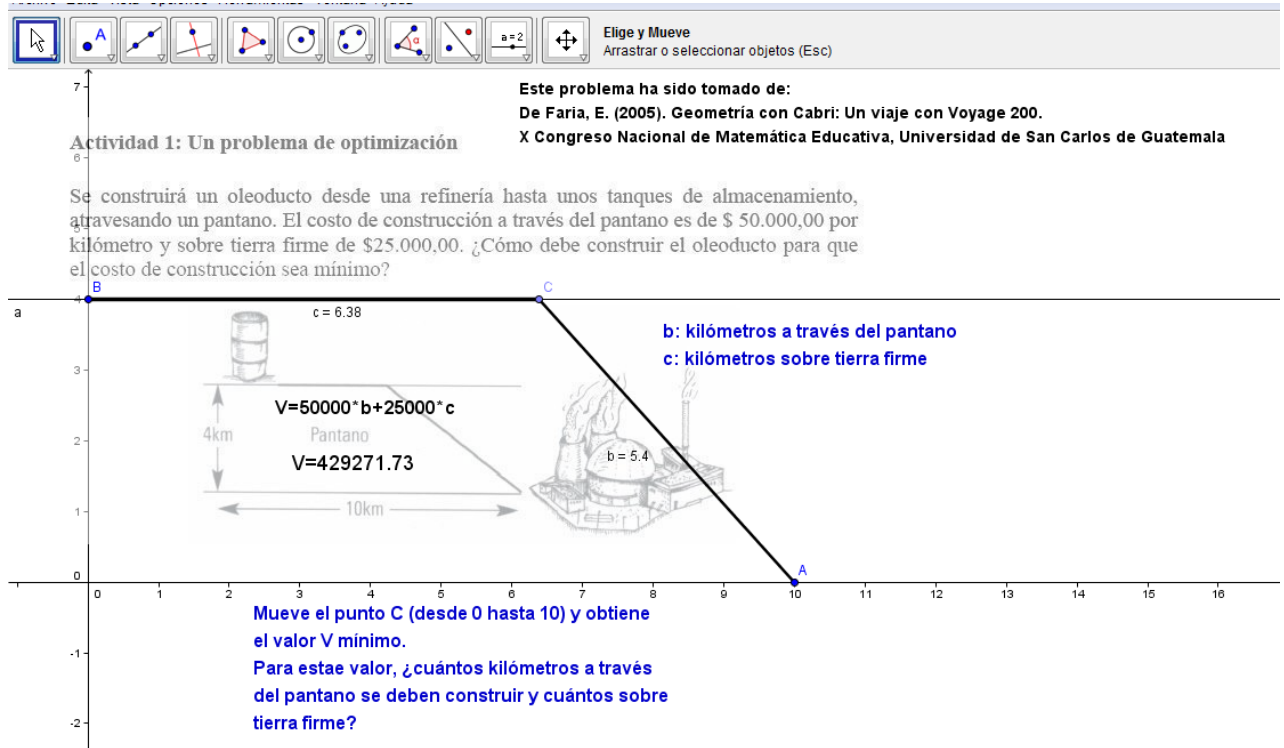
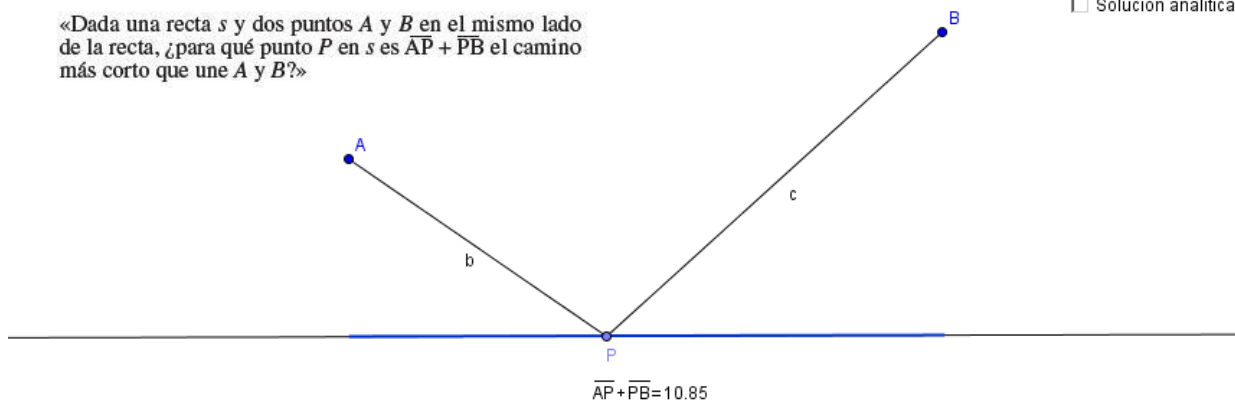


Imagen 1. Construcción de un oleoducto.

Formulamos el problema de Herón de la siguiente manera (Courant y Robbins, 1941):

«Dada una recta s y dos puntos A y B en el mismo lado de la recta, ¿para qué punto P en s es $\overline{AP} + \overline{PB}$ el camino más corto que une A y B ?»

Solución analítica



Tomado de:

Figueiras, L. y Deulofeu, J. (2005). Atribuir un significado a la matemática a través de la visualización. *Enseñanza de las Ciencias*, 2005, 23(2), 217-226.

Imagen 2. Formulación del problema de Herón.

En este caso, el estudiante puede mover el punto P y observar cual es la ubicación que da el camino más corto.

Actividades como las anteriores son las que se pueden diseñar en un ambiente de trabajo que combine la visualización, apoyada en la geometría dinámica y la modelación.

Referencias bibliográficas

Castañeda, F. (2004). *Visualización y Matemáticas*. Universidad del País Vasco.

Cordero, F. et al. (2009). La modelación y la tecnología en las prácticas de enseñanza de las matemáticas. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, Vol. 22. Colegio Mexicano de Matemática Educativa, México. Lestón, P. (Ed.).

De Faria, E. (2005). *Geometría con Cabri: Un viaje con Voyage 200*. X Congreso Nacional de Matemática Educativa Universidad de San Carlos de Guatemala, 21 al 25 de noviembre del 2005.

Hohenwarter, M. & Iavicza, Z. (2007). Mathematics teacher development with ICT: towards an International GeoGebra Institute. In D. Kuchemann (Ed.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning mathematics*. 27(3): 49-54. University of Northampton, UK: BSRLM. Recuperado el 18 de agosto de 2011, de <http://www.geogebra.org>

Kerlegand, C. (2008). *Desarrollo de dos propiedades de la circunferencia usando el modelo de Van Hiele y la visualización*. CICATA-IPN. Tesis de Maestría no publicada

Scaglia, S.& Götte, M. (2008). Una propuesta de capacitación docente basada en el uso de un software de geometría dinámica. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*, 3 (1)

Suárez, L. (2008). Modelación- Graficación, una categoría para la matemática escolar. Resultado de un estudio socioepistemológico. Tesis doctoral no publicada, Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav-IPN, México.

Suárez, L. & Cordero, F. (2005). Modelación en Matemática Educativa. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 18, 639-644. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.