CU-07 IMPLEMENTACIÓN DE UNA ESTRATEGIA METODOLÓGICA PARA EVIDENCIAR Y SUPERAR EL OBSTÁCULO EUCLÍDEO CON AYUDA DEL CONCEPTO DE INFINITO POTENCIAL [6]

Sergio Alarcón Vasco
Matemático. Magister en Educación Matemática
Profesor asistente Instituto Tecnológico Metropolitano. Medellín
sergioalarcon@itm.edu.co

Héctor Herrera Mejía
Matemático. Magister en Matemáticas Aplicadas
Profesor asistente Instituto Tecnológico Metropolitano. Medellín
hectorherrera@itm.edu.co

Carlos Restrepo Restrepo
Ingeniero. Magister en Física
Profesor asistente Instituto Tecnológico Metropolitano. Medellín
carlosrestrepo@itm.edu.co

RESUMEN

Comprender el concepto de recta tangente a una curva, como el límite de una secante variable, es de gran importancia para la construcción del concepto de límite ya que puede ayudar a resolver, en gran parte, muchas de las dificultades que se presentan durante dicho proceso. No obstante, cuando se interroga a los estudiantes sobre el concepto de recta tangente, la mayoría responde de acuerdo a la definición III-2 de *Elementos* de Euclides, como "una recta que toca a una curva y prolongada no la corta". Esta concepción euclídea de recta tangente se convierte en un obstáculo de tipo epistemológico que impide hallar la tangente a ciertas curvas por algunos puntos de ellas. Si este obstáculo no es evidenciado y luego superado puede traer problemas no sólo para la comprensión del concepto de recta tangente a una curva sino, más tarde, durante el proceso de construcción del concepto de límite.

Palabras clave: obstáculo euclídeo, construcción de conceptos, recta tangente.

ABSTRACT

Understanding the concept of tangent line to a curve as the limit of a variable secant is of great importance for the construction of the limit concept, because it can help to resolve, in large part, many of the difficulties that arise during such process. However, when asked to students about the concept of tangent line, most respond according to the definition III-2 of Euclidean Elements, i.e as the line that touches a curve and when prolonged, it does not cut the curve. This Euclidean conception of tangent line becomes an epistemological obstacle that makes difficult to find the tangent lines on a few points of some curves. If this obstacle is not exposed and then overcome, it may bring troubles in the

[6] Este trabajo está enmarcado dentro del proyecto de investigación "Diseño e implementación de una estrategia metodológica para la construcción de los conceptos básicos del cálculo, a partir del concepto de infinito potencial"; Grupo Da Vinci, ITM, Medellín.

understanding of the concept of tangent line to a curve and, later, problems during the construction process for the limit concept.

Key words: Euclidean obstacle, construction of concepts, tangent line

Introducción

Previa a la formalización de un concepto, los alumnos poseen concepciones personales, tales como ideas, intuiciones, imágenes y conocimientos, de la experiencia diaria, que usan con familiaridad. Puede observarse, durante el proceso de construcción del concepto, que estas concepciones no desaparecen sino que se mezclan con los nuevos conocimientos convirtiéndose en obstáculos de aprendizaje y llevando, muchas veces, a una comprensión errada o parcial del concepto. Así, un alumno puede tener simultáneamente en su mente ideas contradictorias que pueden hacer que la formación del concepto imagen entre en conflicto con la definición formal, lo que los lleva a desarrollar imágenes que relacionan concepciones erradas de dicho concepto; este fenómeno que ha venido siendo estudiado desde la primera mitad del siglo pasado es conocido como *obstáculo epistemológico*.

El concepto de obstáculo epistemológico fue introducido por Gastón Bachelard en su libro *La formación del espíritu Científico* (1938), donde caracteriza los procesos de producción del conocimiento científico en términos de errores rectificables de obstáculos superados (Bachelard, 1993). La transposición a la didáctica de las matemáticas de la noción de obstáculo epistemológico fue hecha por Guy Brousseau, quien describe el conocimiento como el resultado de la adaptación de un alumno a una situación específica, y muestra como el aprendizaje por adaptación, a medio entrenar, puede llevar a conflictos cognitivos que pueden ser previstos mediante un estudio directo de situaciones y conocimientos y no sólo por estudios indirectos de comportamientos de los alumnos, lo cual hace que se le dé gran importancia a la interpretación de los errores de los alumnos, siendo ahí donde los obstáculos epistemológicos cobran importancia (Brousseau, 1989).

Los obstáculos epistemológicos se manifiestan entonces por los errores recurrentes de los alumnos, lo que hace que sea importante estudiarlos ya que, según Brousseau, el error es constitutivo del sentido del conocimiento adquirido. De esta forma, asegura, las investigaciones sobre obstáculos epistemológicos en matemáticas deben estar dirigidas a los siguientes tres aspectos:

Encontrar los errores recurrentes y mostrar que se agrupan alrededor de concepciones.
Encontrar los obstáculos en la historia de las matemáticas.
Confrontar los obstáculos históricos con los obstáculos de aprendizaje y establecer su carácter epistemológico.

Además de Brousseau otros investigadores han dado sus aportes al estudio de los obstáculos epistemológicos, se destacan los nombres de Cornu, Doureax y Sierpinska. Cornu define un obstáculo epistemológico como una porción de conocimiento que resulta ser eficaz en la solución de ciertos problemas, pero que al enfrentarse a otros tipos de problemas resulta ser inadecuado, llevando a que se cometan errores recurrentes en el intento de adecuación (De la Torre, 2003).

Una manera de explicar los errores conceptuales de los alumnos es por medio del *concepto imagen* y del *concepto definición*. Estos términos fueron introducidos por Vinner y Hershkowitz para describir la manera cómo funciona la estructura conceptual de un individuo (Vinner, 1991). El concepto imagen se usa para describir la estructura cognitiva asociada con un concepto. Puede ser una representación visual del concepto, un cuadro mental, una colección de impresiones o experiencias que pueden ser traducidas en formas verbales. El *concepto definición*, por su parte, es una forma de palabras que un individuo usa para dar su propia explicación de su concepto imagen; puede ser aprendido de manera rutinaria por un individuo o ser una reconstrucción personal de una definición.

El obstáculo euclídeo

Comprender el concepto de recta tangente a una curva como el "límite de una secante variable" es de gran importancia para la construcción del concepto de límite ya que puede ayudar a resolver, en gran parte, muchas de las dificultades que se presentan durante dicho proceso. Sin embargo, cuando se interroga a los alumnos sobre el concepto de recta tangente, la mayoría responde de acuerdo a la concepción euclídea como "una recta que toca a la curva y prolongada no la corta" (Alarcón & Suescún, 2004). Esta concepción les permite hallar la tangente a ciertas curvas por algunos puntos de ellas pero les impide hallarla en otras, llevándolos a cometer errores, muchas veces recurrentes, en su intento. De esta forma, la concepción euclídea de recta tangente a una curva se convierte en un obstáculo de tipo epistemológico que puede dificultar en los alumnos la comprensión del concepto de recta tangente como el "límite de una secante variable". Este obstáculo fue llamado por Alarcón y Suescún el *obstáculo euclídeo* (Alarcón & Suescún, 2004).

El concepto de infinito potencial

El infinito potencial puede ser una herramienta de gran valor a la hora construir en los alumnos el concepto de recta tangente a una curva, pues en él se encuentra implícito el concepto de límite; su estudio y comprensión pueden ayudar en el diseño de estrategias metodológicas que permitan a estos alumnos superar el obstáculo euclídeo.

El concepto de infinito potencial está relacionado con la reiteración de un proceso que nunca finaliza. Es un infinito cuyas partes son construidas sucesivamente y que no puede completarse, es decir, que sólo existen en potencia. Este concepto, que fue introducido por Aristóteles en la *Física,* ha llevado a discusiones de índole filosófica y matemática que han ayudado, entre otras, el desarrollo de los conceptos básicos del Cálculo, particularmente en lo que hace relación a la idea de límite.

Desarrollo del cursillo

Objetivos. Implementar una estrategia metodológica que permita, en los estudiantes que ingresan a los cursos de Cálculo, evidenciar el obstáculo euclídeo y luego, con la ayuda del concepto de infinito potencial, poder superarlo.
Metodología. Las actividades desarrolladas en el cursillo integran dos componentes, el teórico y el práctico. Se desarrollará en dos sesiones. La primera sesión comprende un cuestionario escrito de 10 preguntas con el que se quiere, mediante el análisis del concepto imagen, poner en evidencia el obstáculo euclídeo. La segunda sesión consta de dos situaciones. Con la Situación 1 se busca construir el concepto de infinito potencial. Con la Situación 2 lo que se quiere es implementar la estrategia metodológica para superar el obstáculo euclídeo, con la ayuda concepto de infinito potencial.
Resultados. Se espera que al final del cursillo los participantes puedan ver la eficacia de esta estrategia metodológica en el proceso de construcción del concepto de recta tangente a una curva en un punto dado. Igualmente, que vean la importancia del concepto de infinito potencial no sólo durante

el proceso de construcción del concepto de recta tangente sino, también, durante el proceso de construcción de los conceptos básicos del Cálculo. Además, que tengan una comprensión clara de la noción de obstáculo epistemológico y que adviertan la necesidad, dentro del proceso de construcción conceptual, de poder evidenciarlo y superarlo. Por último, se espera que los participantes puedan ver la necesidad, dentro del proceso de construcción de los conceptos básicos del Cálculo, de comprender el concepto de recta tangente a una curva como el límite de una secante variable.

Conclusiones. El concepto de infinito potencial ayuda a superar el obstáculo euclídeo y a determinar la tangente a cualquier tipo de curva, lo que lo convierte en el elemento clave de la estrategia metodológica. El concepto de recta tangente a una curva, como el límite de una secante variable, es clave para la construcción del concepto de límite; su falta de comprensión puede traer dificultades en dicho proceso. La construcción conceptual facilita la comprensión de los conceptos y la detección de obstáculos de aprendizaje. Las concepciones de los alumnos se pueden convertir en obstáculos de aprendizaje que llevan, muchas veces, a comprender de manera errada o parcial un concepto.

Referencias bibliográficas

Alarcón, S., & Suescún, C. (2004). *El obstáculo euclídeo en la construcción del concepto de tangente (Tesis de Maestría).* Medellín: Universidad de Antioquia. Facultad de Educación.

Bachelard, G. (1993). *La formación del espíritu científico.* México: Siglo XXI.

Brousseau, G. (1989). Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques. *Construction des savoirs: Obstacles et conflits.* Ottawa: CIRADE.

De la Torre, A. (2003). *Modelización del espacio y del tiempo.* Medellín: Universidad de Antioquia.

Vinner, S. (1991). The Role of Definitions in the Teaching and Learning of Mathematics. En D. O. Tall, *Advanced Mathematical Thinking.* Boston: Kluwer.