



CAPÍTULO I

La mediación de las tecnologías
de la información y de la
comunicación en la enseñanza
de las matemáticas

DOI: <https://doi.org/10.31908/eucp.65.c636>

Este capítulo involucra las teorías de Polya que conciernen a la resolución de problemas matemáticos, como también hace referencia a las teorías de las situaciones didácticas de D'Amore y otros autores, todo esto complementado con el acervo matemático expuesto por Godino en el planteamiento del uso de una correcta base ontosemiótica en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Además, y acorde a la época actual, este manuscrito tiene en cuenta los aportes de Coll, específicamente en lo que respecta al triángulo interactivo donde se presenta la importancia del reconocimiento objetivo de la relación entre estudiante-conocimiento-docente como punto inicial de la mediación de las TIC en el aula de clase.

INTRODUCCIÓN

Hablar de mediación de las tecnologías de la información y de la comunicación (TIC) en los procesos educativos requiere contar con aspectos fundamentales en la puesta en marcha de metodologías pedagógicas que contemplen estas posibilidades.

En atención a estas consideraciones, se han realizado varias propuestas inherentes a este tema en el grupo de investigación Entre Ciencia e Ingeniería de la Universidad Católica de Pereira (UCP). De la misma manera, y a partir de la experiencia adquirida de estas investigaciones, se ha llegado a concluir que para la implementación de las TIC en el ámbito educativo se requiere la interrelación de tres pilares fundamentales para la apropiación del conocimiento (La pedagogía en sí misma, el uso pedagógico de las TIC y el saber disciplinar). Todas estas observaciones se relacionan también con aspectos pedagógicos, disciplinares y tecnológicos, que conforman una tríada fundamental en la propuesta metodológica de la cual se ha venido hablando.

En este sentido, no solo se involucran aspectos pedagógicos en el proceso, sino que también se contemplan elementos didácticos que ayudan a darle mayor coherencia a la dosificación de los contenidos matemáticos que se desean impartir.

Por consiguiente, autores como Godino dan soporte al componente disciplinar, al componente tecnológico le aportan autores como Coll, al componente pedagógico autores como Piaget y Vygotsky, finalmente desde lo didáctico se hace referencia a D'Amore, entre otros muchos autores que se abordan en este libro.

Por otro lado, es importante entender que la enseñanza de las matemáticas también ha sido un proceso altamente dinámico, al igual que los mismos desarrollos de las matemáticas. Sin embargo, el objeto fundamental de estudio hace referencia a cómo los recursos tecnológicos impactan significativamente los procesos de pensamiento matemático de los estudiantes y, por ello, se debe asumir que esta es una actividad

sociocultural o una actividad humana entendida como una relación también dinámica y dialéctica entre el estudiante y el docente y de este último con el conocimiento. Esta relación es compleja en el sentido de que demanda una comprensión psicológica de las condiciones preexistentes en los estudiantes, pero también de la comprensión y la disposición que tiene el maestro frente a su quehacer.

1. 1 Las matemáticas como componente disciplinar

Dado que en el plan de curso de la asignatura de Matemáticas I que se imparte en la UCP se establece que los estudiantes deben apropiarse las siguientes competencias:

- Resuelve ecuaciones lineales y aplica sus propiedades para la resolución de problemas.
- Usa las propiedades del álgebra de funciones para manipular expresiones y despejar variables.
- Usa las representaciones de situaciones contextualizadas para encontrar el valor de cantidades desconocidas.
- Describe las relaciones de superioridad o inferioridad entre diferentes cantidades dentro de las expresiones algebraicas.
- Usa las propiedades de las ecuaciones trascendentales para resolver situaciones problemáticas que las involucra.
- Identifica los elementos más representativos que definen una función y los aplica en descripciones lógico-matemáticas.
- Describe las características y propiedades más importantes de las funciones trascendentales más connotadas.
- Propone modelos explicativos sobre situaciones reales o académicas sujetos de interpretación matemática.
- Determina de forma analítica el valor de límites de funciones polinomiales, racionales y trascendentales.
- Usa las propiedades de los límites para predecir los comportamientos matemáticos de funciones matemáticas en una variable.
- Aplica los principios y las propiedades de la derivada para encontrar pendientes de funciones polinomiales simples.

- Comprende la regla de la cadena para encontrar la derivada de funciones racionales.
- Obtiene derivada de funciones transcendentales tanto de primer orden como de órdenes superiores.
- Usa las herramientas de análisis proporcionadas por el cálculo, para dar sentido matemático al comportamiento de las funciones.
- Usa las herramientas proporcionadas por el cálculo diferencial para analizar diversos problemas contextualizados a situaciones académicas o reales.

Y en atención a que el curso de matemáticas de la UCP sirve de apoyo al estudiante de primer semestre, en procura del fortalecimiento de habilidades diversas de pensamiento, siendo algunos de ellos el métrico geométrico, el numérico variacional y el probabilístico aleatorio, que van más allá de la adquisición de saberes para convertirse en estructura cognitiva plástica y flexible, que pueda tratarse para responder a situaciones problemas no solo de las matemáticas, sino también de otras disciplinas e, incluso, situaciones cotidianas en que el estudiante considere que pueden ser aplicadas.

Para ello, se requiere que los agentes del sistema educativo adquieran habilidades para el análisis, la síntesis y la modelación, siendo la estrategia mediadora el cálculo diferencial en una variable. Esta es una herramienta necesaria para abordar adecuadamente temas relacionados con cambios de variable en campos como la física, la química, la estadística, la termodinámica, dentro de las ciencias básicas, pero también funge como referente para el desarrollo de otras habilidades en áreas disciplinares de la ingeniería en sistemas de telecomunicaciones como la ingeniería industrial.

Para el desarrollo de las competencias, se parte de tres momentos importantes: una fase de diagnóstico, una fase de fundamentación y una fase de valoración del trabajo, realizando en la competencia alcanzada lo que comúnmente se denomina evidencia.

En el diagnóstico, la propuesta curricular inicia con una exploración de los saberes previos de los estudiantes, con intención de identificar en ellos el estado de las herramientas cognitivas y cognoscitivas. A partir de este

diagnóstico, el docente propone una serie de actividades para fundamentar el desarrollo de las competencias de forma autónoma en el estudiante, a través de herramientas tecnológicas tales como plataforma de gestión del aprendizaje, dispositivos robóticos o plataformas móviles, que es el eje fundamental de esta investigación, y valorar en ella su nivel de impacto en estos procesos de pensamiento alcanzados por los estudiantes.

En la fase de evaluación, se propende más a la autoevaluación entendida como el conjunto de acciones metacognitivas mediante las cuales el estudiante de manera crítica comprende, pero también evidencia sus avances en su proceso formativo. Tal referente permite no solo identificar fortalezas y debilidades por parte del alumno, sino que también se convierte en elemento motivador y dinamizador del aprendizaje en razón de que se adquiere consciencia del camino recorrido y transforma a cada agente en un activo valioso y empoderado.

A partir de las consideraciones anteriores, y dada la importancia que recobra en los resultados de aprendizaje la apropiación de cada una de las competencias mencionadas, se precisa que en lo referente al pensamiento variacional hay que reconocer que uno de sus principales propósitos es que el estudiante pueda realizar modelaciones matemáticas adecuadamente de cada una de las situaciones que se le presenten y que sean matemáticamente modelables.

A esto se suma que, siendo el álgebra uno de los pilares fundamentales de la actividad de modelamiento matemático, en su proceso de enseñanza-aprendizaje el maestro deberá ir evaluando los significados que el estudiante acomoda en su forma de pensamiento cada vez que se propone desarrollar una actividad que requiera la aplicación de objetos de saber inherentes al tipo de pensamiento variacional. Ante estas circunstancias, Godino y Vicenç (2003) exponen:

La identificación y designación de las variables que caracterizan el sistema a modelizar es el primer paso de la modelización matemática, que vendrá seguido del establecimiento de relaciones entre dichas variables. A continuación, viene el trabajo con el

modelo, la manipulación formal de las expresiones simbólicas que muestra las propiedades del sistema modelizado y permite obtener nuevos conocimientos sobre el mismo. Finalmente, se realizará la interpretación y aplicación del trabajo realizado con el modelo algebraico. (p. 778)

Así mismo, se debe propender por garantizar un escenario educativo acorde con las necesidades del estudiante en que se promuevan, entre otros factores, algunas estrategias encaminadas a potenciar en él la forma correcta de resolver diferentes tipos de problemas matemáticos.

Ante esta situación, Polya (1945) recomienda para la solución de problemas matemáticos seguir los siguientes pasos:

- Comprender el problema
- Concebir un plan
- Ejecución del plan
- Examinar la solución obtenida

Por tanto, y a partir de las posturas de Godino (2003) y Polya (1945), en primera instancia, comprender el problema por parte del estudiante requiere identificar en este las variables como aquellos términos independientes involucrados en la situación problema que se le plantea.

En segunda instancia, el hecho de concebir un plan en la postura de Polya (1945) conlleva la construcción de un modelo algebraico que represente la posible o posibles soluciones que se les pueda dar al problema planteado.

A continuación, la ejecución del plan exige que el estudiante haya realizado una depuración del modelo desarrollado, habiendo realizado múltiples pruebas que le permitan validar que dicho modelo sí entrega los resultados que de la situación problema se pretenden obtener. Esto último es lo que denomina Polya (1945) la examinación de la solución obtenida.

Ejemplo 1: de aplicación en clase

Una industria fabrica tres tipos de transformadores eléctricos: tipo A, tipo B y tipo C, en líneas de producción que involucran tres procesos: ensamble, prueba y embalaje. La tabla siguiente ilustran la cantidad de horas mensuales de trabajo necesarias para cada tipo de transformador y la cantidad de tiempo disponible en el mes.

	Ensamble	Prueba	Embalaje
Tipo A	6 horas	4 horas	1 hora
Tipo B	4 horas	2 horas	30 minutos
Tipo C	2 horas	3 horas	1h 30 minutos
Horas disponibles	1840 horas	1440 horas	510 horas

¿Cuántos transformadores de cada tipo se fabrican en esta empresa?

Solución: Sea A cantidad de transformadores tipo A, B cantidad de transformadores tipo B y C cantidad de transformadores tipo C. En la tabla, se muestra la cantidad de horas disponibles para actividad, con lo cual el sistema de ecuaciones queda:

$$6A + 4B + 2C = 1840$$

$$4A + 2B + 3C = 1440$$

$$A + 0,5B + 1,5C = 510$$

Nótese que para que el sistema sea consistente, todos los datos deben estar en horas. Aplicando cualquier método de solución, se puede demostrar fácilmente que se deben fabricar en el mes:

$$A = 120 \text{ transformadores tipo A}$$

$$B = 180 \text{ transformadores tipo B}$$

$$C = 200 \text{ transformadores tipo C}$$

Cuando se analiza un problema, es importante comprender el contexto en que se desarrolla, pues de ahí se puede inferir información necesaria para la solución.

En este sentido, se planteó a los estudiantes participantes de este proceso investigativo el desarrollo de actividades encaminadas a potenciar el pensamiento variacional en el tiempo que duró el curso. Además, como se presenta en capítulos posteriores, los estudiantes realizaron retos que conllevaron la creación de actividades en plataformas móviles (App Inventor) y el planteamiento de otros retos matemáticos que se llevaron a cabo usando dispositivos robóticos Lego Mindstorms y otro tipo de aplicaciones tecnológicas.

Por otro lado, en el trasegar de cada una de las clases dispuestas para el desarrollo del curso de Matemáticas I, se planteó en las sesiones de clase actividades inherentes a potenciar el pensamiento variacional, como se presentan a continuación algunas de ellas.

Ejercicios Sección 1.1. Resolución de sistemas de ecuaciones lineales.

1. La suma de dos números es 10 y su diferencia es 2, determine cada uno de los números.
2. En una granja, se crían gallinas y conejos. Si el granjero cuenta 26 cabezas y 80 patas, ¿cuántos animales tiene de cada tipo?
3. La edad de un padre y su hijo suman 24 años, y dentro de cuatro años la edad del padre triplicará la edad del hijo. ¿Qué edad tiene cada uno?
4. El perímetro de un rectángulo mide 28 cm. Si el triple del largo equivale al cuádruple del ancho, ¿cuáles son las medidas del rectángulo?

Se debe agregar que otro de los temas que se abordan en los cursos de Matemáticas I se refieren a funciones matemáticas, para lo cual se precisa que, a medida que el estudiante va apropiando competencias en este tópico, a su vez se encuentra potenciando el pensamiento variacional directa y simultáneamente con cada uno de los otros cuatro tipos de pensamiento matemático según las aplicaciones o los problemas que se estén desplegando en cada una de las sesiones de clases.

De igual manera, para que el estudiante llegue a cumplir con este cometido, se demanda que este reconozca, como primera medida, su forma operativa, componentes y restricciones si las presentase. Para ser más específicos, se necesita que el estudiante apropie amplia y claramente los conceptos concernientes a la estructura propia de una función (variable independiente, variable dependiente, términos independientes), y a continuación se requiere que el educando determine el dominio y rango de la función.

Como segunda medida, luego que el estudiante reconozca cada uno de los componentes mencionados, es conveniente que las funciones abordadas en cada sesión de clase también se representen de forma gráfica. Finalmente, se sugiere a los maestros plantear múltiples situaciones de estudio que sean susceptibles de ser modeladas con el uso de funciones matemáticas y llevar a cabo cada una de las recomendaciones anteriores.

En el proceso de formación de los estudiantes en estos temas, luego de haber fundamentado de buena manera el pensamiento variacional a través del álgebra, se analizan las funciones como tipos especiales de relaciones matemáticas, y se definen en ellas características y propiedades importantes.

Este proceso se lleva a cabo explicando paso a paso cada uno de los elementos constitutivos y correspondientes al tema expuesto, tal y como se muestra a continuación:

Tómese como ejemplo la función lineal $f(x) = 2x + 1$ que puede convertirse en una ecuación lineal de dos variables como

$$y = 2x + 1,$$

la cual tiene infinitas soluciones. Ahora, si $y = 7$, por ejemplo, la ecuación de dos variables se convierte en una ecuación lineal con una sola variable.

$$7 = 2x + 1$$

Que desde luego se puede solucionar llegando a la respuesta $x = 3$. Nótese entonces la relación tan estrecha que tienen las funciones y las ecuaciones y lo sencillo que es convertir una en otra.

Para los fines de este curso, se prefiere trabajar primero de forma independiente las ecuaciones para aprender a manipularlas, y así comprender más fácil las funciones. Sin embargo, en esta sección, se toman como unidad funcional, que es el sentido verdadero que deben tener las funciones y las ecuaciones.

Análogamente, según lo expresado por Godino et al.(2006) con respecto a la importancia de la enseñanza de las funciones matemáticas:

El concepto de función es un buen ejemplo para mostrar la diversidad de sistemas de prácticas y contextos de uso, progresivamente más amplios, en los cuales podemos mostrar la pluralidad de significados parciales [...] (entendidos en el EOS como subsistema de prácticas). La reconstrucción de los “significados de la función” es un primer paso necesario para poder comprender los procesos de enseñanza efectivamente implementados y elaborar criterios para su mejora. (p. 10)

Donde se puede apreciar que este autor hace un énfasis específico en que el estudiante comprenda en profundidad el significado de función. Por tanto, y siguiendo las directrices presentadas, a esa significación se puede llegar de una buena manera mediante la representación gráfica.

Ejemplo de aplicación en clase

Ejemplo 2: Dada la función mediante la ecuación

$f(x) = x^2 - 2x + 1$, calcular la imagen cuando:

- a. $x = 0,5$ b. $x = -1$ c. $x = 1$ d. $x = x - h$

Solución: Para calcular la imagen o el valor de la función para los valores indicados de la variable x (variable independiente), se reemplazan estos valores en la ecuación que define la función.

a. $f(0,5) = (0,5)^2 - 2(0,5) + 1 = 0,25 - 1,0 + 1 = 0,25$

b. $f(-1) = (-1)^2 - 2(-1) + 1 = 1 + 2 + 1 = 4$

c. $f(1) = (1)^2 - 2(1) + 1 = 1 - 2 + 1 = 0$

Para el último caso, se debe reemplazar la variable x por $x-h$, lo que resulta en:

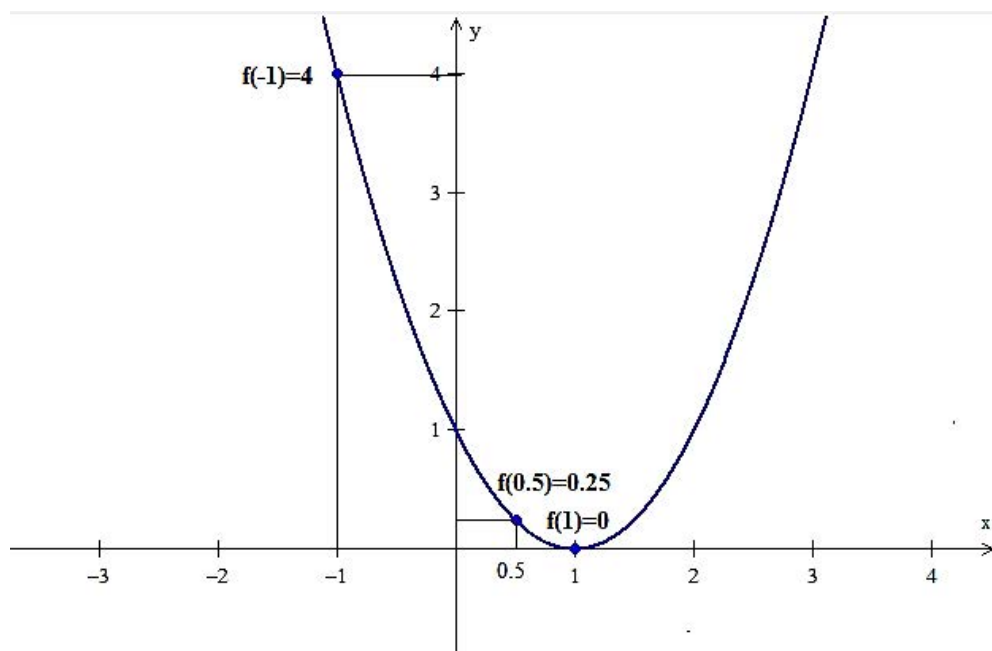
$$f(x - h) = (x - h)^2 - 2(x - h) + 1$$

Lo que lleva a plantear:

$$f(x - h) = x^2 - 2xb + b^2 - 2x + 2b + 1,$$

que es la respuesta buscada.

Figura 1.2. Gráfica de aplicación de funciones



Fuente: elaboración propia

En consonancia, para las sesiones de clase referentes a las funciones, se propusieron una serie de actividades y retos para que el estudiante los resolviera tanto en clase como extracurricularmente. A continuación, se presenta un corto modelo misceláneo de estas actividades.

Ejercicios Sección 2.1. Introducción al concepto de funciones

I. Responda a las siguientes preguntas y cuestiones

1. ¿Qué semejanzas y diferencias encuentra entre las funciones y las relaciones?	6. Construya diversos diagramas de Ven para ilustrar relaciones y funciones.
2. Establezca cuatro situaciones reales en que se vean claramente aplicadas relaciones y funciones de cualquier naturaleza.	7. Discuta la afirmación “existen funciones de conjuntos no vacíos en el dominio con conjuntos vacíos en el rango”.
3. Defina cuatro situaciones en el ámbito laboral, familiar o académico en que le gustaría aplicar modelación por funciones.	8. ¿Existen funciones que no sean pares ni impares? En caso afirmativo, proponer algunas de ellas.
4. ¿Qué otras singularidades matemáticas existen aparte de las ya propuestas que no estén definidas en las matemáticas reales?	9. ¿El dominio de la función compuesta puede ser diferente del dominio de la función que la compone?
5. Proponga una tesis sobre por qué en funciones que tienen que ver con el tiempo no se aceptan valores negativos.	10. ¿El recorrido de la función compuesta puede ser diferente del recorrido de la función que la compone?

II. En los ejercicios siguientes, evalúe la función en los puntos dados si es posible y simplifique el resultado

Dado $f(x) = x + 1$ hallar:

11. $f(2)$

12. $f(x + 3)$

13. $f(x^2 + 1)$

14. $\frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

Dado $f(x) = x^2 - 2x + 1$ hallar:

15. $f(2)$

16. $f(x + 3)$

17. $f(x^2 + 1)$

18. $\frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

Dado $f(x) = 2x^3 + x^2 - 4x + 1$ hallar:

19. $f(2)$

20. $f(x + 3)$

21. $f(x^2 + 1)$

22. $\frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

III. Problemas de Aplicación

A continuación, usted va a encontrar una serie de situaciones problemáticas en diversas áreas del conocimiento (ciencias sociales, ciencias humanas, ciencias aplicadas), las cuales debe interpretar, modelar y resolver para

dar cuenta de la solución. Ilustre y explique claramente los modelos propuestos, identificando las variables utilizadas, explicando también el método de solución y la calidad de la solución encontrada.

23. **Caso de depreciación:** Debido a la baja demanda de productos para el aseo, las ventas (en Euros) de máquinas para este tipo de actividad han presentado una baja sustancial en su precio. Suponga que dentro de x meses, el precio de cierto modelo de estas máquinas será $P(x) = 40 + \frac{30}{x+1}$ Euros.

- ¿Cuál será el precio dentro de 6 meses?
- ¿En cuánto bajará el precio en el séptimo mes?
- ¿Qué le sucederá con el precio de venta a largo plazo?

24. **Un caso de contaminación ambiental:** Un estudio realizado en una ciudad de Colombia ha entregado como resultado que el nivel promedio por día de monóxido de carbono en el aire generado por los diferentes emisores de gases será $C(p) = \sqrt{0,8p + 15,6}$ unidades cuando la población sea p miles. Se estima que dentro de t años la población será $p(t) = 10 + 0,5t^2$

- Escriba los niveles monóxido de carbono en el aire como una función del tiempo.
- ¿Cuál será el nivel de monóxido de carbono dentro de 10 años?
- ¿Cuándo llegará a 20 unidades el nivel de monóxido de carbono?

Se debe anotar que lo anteriormente expuesto representa una mínima parte del trabajo llevado a cabo con los estudiantes en su proceso de formación.

Nota: Cabe resaltar que las actividades restantes propuestas a los estudiantes de este curso se encuentran publicadas en el texto denominado: “Guía didáctica para la enseñanza de las matemáticas” (figura N°1.2)

Figura 1.3. Distribución de los temas del curso


Fuente: elaboración propia

Es necesario recalcar que, desde la postura de Godino et al.(2003), el uso de aplicaciones matemáticas en el contexto educativo le facilita al estudiante organizar la información en su entorno más cercano, como el mundo físico, social, político y económico.

Partiendo de estas consideraciones, gran parte de este libro sintetiza no solo el componente disciplinar de la enseñanza de las matemáticas, sino también aquellos aspectos tecnológicos, económicos, culturales, políticos, biológicos y de política pública que inferen directamente en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y de cualquier otra área de formación en el ámbito académico sin excepción.

Nuestro mundo biológico Dentro del campo biológico, puede hacerse notar al alumno que muchas de las características heredadas en el nacimiento no se pueden prever de antemano: sexo, color de pelo, peso al nacer, etc. [...] *El mundo físico* Además del contexto biológico del propio individuo, nos hallamos inmersos en un medio físico. Una necesidad de primer orden es la medida de magnitudes como la temperatura, la velocidad, etc. [...] *El mundo político* El Gobierno, tanto a nivel local como nacional o de organismos internacionales,

necesita tomar múltiples decisiones y para ello necesita información. Por este motivo la administración precisa de la elaboración de censos y encuestas diversas.

[...] *El mundo económico* La contabilidad nacional y de las empresas, el control y previsión de procesos de producción de bienes y servicios de todo tipo no serían posibles sin el empleo de métodos y modelos matemáticos. En la compleja economía en la que vivimos son indispensables unos conocimientos mínimos de matemáticas financieras. (Godino et al., 2003, pp. 23, 24)

En consideración a que el hecho de involucrar el contexto conexo e inmediato del estudiante se erige en una de las formas más adecuadas para que este pueda apropiarse del conocimiento que se propone entregar desde los diferentes campos que comprende las matemáticas, se recomienda orientar las sesiones de clase con el uso de secuencias didácticas.

1.2 La didáctica de las matemáticas

Comprendiendo que la enseñanza de las matemáticas en cualquier contexto educativo requiere no solo la implementación de fundamentos pedagógicos, sino también la mediación de elementos contextuales que ayuden a la apropiación del conocimiento que se quiere adoptar.

Desde otro punto de vista, se hace referencia a D'Amore et al. (2007) con sus teorías de didáctica de las matemáticas.

Para empezar, D'Amore expone en su teoría la importancia que presenta la interacción social entre el docente y el estudiante, lo cual conlleva a la promoción de normas que coadyuvan directamente a la apropiación del conocimiento matemático de una manera mancomunada con cada actor del proceso en busca de un bien común, que, en este caso, responde a la apropiación de las nociones matemáticas.

Sostienen D'Amore et al. (2007) que con la constitución de una microsociedad se puede llegar de una mejor manera a obtener resultados de aprendizaje de forma más objetiva. En primer lugar, el rol del maestro y el estudiante deben de ser claros, tal y como lo explican D'Amore et al. (2007) en el siguiente apartado:

Se han propuesto cinco niveles o tipos de análisis aplicables a un proceso de estudio matemático

- 1) Análisis de los tipos de problemas y sistemas de prácticas (significados sistémicos);
- 2) Elaboración de las configuraciones de objetos y procesos matemáticos;
- 3) Análisis de las trayectorias e interacciones didácticas;
- 4) Identificación del sistema de normas y metanormas que condicionan y hacen posible el proceso de estudio (dimensión normativa);
- 5) Valoración de la idoneidad didáctica del proceso de estudio. (pp. 49, 50)

En atención a estas consideraciones realizadas por D'Amore et al. (2007), las aplicaciones de estos niveles se aplicaron en el proyecto de intervención presentado en este libro de la siguiente manera:

- Desde la gestión curricular, se aplicaron los tres momentos que se sugiere se deben seguir para llevar a cabo una clase acorde con los propósitos planteados para esta, entre ellos la planeación, la dosificación de contenidos y la evaluación.
- Desde la planeación se considera cada una de las competencias que deben apropiarse los estudiantes para los temas que se desarrollarán en el aula de clase.
- En la dosificación de contenidos, se llevó a cabo una secuencia didáctica que se encontraba conformada por actividades iniciales o también llamadas de activación cognitiva. A continuación, se suministraban los temas establecidos en el programa de asignatura, los cuales se presentaban en la plataforma Moodle de la UCP y también de forma magistral.

- Luego que los estudiantes reconocían las dinámicas de entrega de los contenidos, se planteaban retos para ser llevados a cabo usando los dispositivos robóticos Lego Mindstorms y mediante el diseño de actividades en App Inventor.
- El uso de material concreto como los dispositivos robóticos Lego Mindstorms les facilitó a los estudiantes interactuar de forma activa entre ellos en busca de alcanzar un fin común como conseguir que el robot siguiera las instrucciones para llegar a alcanzar la meta trazada en su respectivo reto.
- Con la evaluación que se llevó a cabo tanto de manera sumativa como formativa, se buscaba establecer una ruta de seguimiento que facilitara concebir el nivel de competencia adquirido por los estudiantes de cada uno de los contenidos desarrollados en las clases de matemáticas. Este proceso se facilitaba dado que con la observación se podía evaluar el desempeño de los estudiantes al seguir instrucciones lógicas para cumplir cada reto.
- El hecho de que los estudiantes de forma individual o grupal debían entregar un producto como una secuencia en los robots Lego Mindstorms o en App Inventor permitió evidenciar que ellos apropiaban a su vez el conocimiento de los temas propuestos, además que su desempeño era el correcto debido a que cumplían con la meta establecida para cada reto.
- En la disposición de recursos, se consideró la participación de los estudiantes en el proceso; por ende, el planteamiento de retos que debían abordar los estudiantes en su proceso de apropiación del conocimiento respondía al uso de material concreto como los dispositivos robóticos Lego Mindstorms. Y, por otro lado, en el desarrollo de actividades diferenciales como la inclusión de temas propios de la estadística, con lo que se pudo constatar que existía transversalización del conocimiento entre asignaturas afines.

Habría que decir también que en todo este proceso se quiso resolver problemas de aplicación de las matemáticas en forma de reto, con lo cual se facilitó la interacción con los estudiantes en procura de alcanzar un bien común, el cual se refería a que los estudiantes apropiaran las competencias de cada uno de los temas expuestos en cada clase.

En atención a lo dicho hasta ahora, y en concordancia con la propuesta realizada al respecto por D'Amore et al. (2007):

Para la Teoría de situaciones didácticas (Brousseau, 1997) el único medio de “hacer” matemáticas es buscar y resolver ciertos problemas específicos y, a este respecto, plantear nuevas cuestiones. “El profesor debe por tanto efectuar no la comunicación de un conocimiento, sino la devolución de un buen problema. Si esta devolución se lleva a cabo, el alumno entra en el juego y si acaba por ganar, el aprendizaje se ha realizado” (p. 53).

Con esto se puede decir que, si el estudiante se convierte en un actor directo de su propio aprendizaje, donde él plantea sus problemáticas y luego con la ayuda del maestro se proponen posibles soluciones, con lo cual se adquiere una mayor responsabilidad e interés por obtener los mejores resultados acorde a la situación planteada.

1.3 Las TIC y la enseñanza de las matemáticas

Las tecnologías no son algo novedoso en los procesos de enseñanza de cualquier disciplina. De hecho, históricamente se han usado como herramienta mediadora en las dinámicas de la escuela y, en este caso, en las dinámicas de la educación superior. Sin embargo, las TIC han venido adquiriendo cada vez más fuerza, pues se ha encontrado que resuelven algunos de los problemas de motivación y son de interés por parte de los estudiantes. También han traído nuevos retos como poder adaptar el sistema educativo a la vertiginosa velocidad con que avanzan las TIC.

Las TIC se entienden como el conjunto integrado e intencionado de dispositivos electrónicos que facilitan la comunicación y el acceso a la información, y, por ende, se desarrollan de forma integrada tanto en *software* como en *hardware* a las propuestas curriculares en la escuela. Es un hecho ampliamente documentado que las TIC han impactado profundamente los sistemas educativos y cambiado los paradigmas no solo de la enseñanza, sino también de cómo se entiende el aprendizaje, al igual que han cambiado las relaciones que hay entre el estudiante y su saber, el acceso que tiene el primero a la información y, desde luego, la manera en que asumen y entienden la validez de la información; pero también la forma en que se relacionan los estudiantes y docentes, así como el paradigma del rol que cumple el docente en el sistema educativo y en el mismo proceso de comprensión y metacognición de lo que aprenden sus estudiantes y la forma en que lo hacen.

Desde este punto de vista, la diferencia esencial entre los múltiples y diversos usos de las TIC en la educación escolar no reside tanto en las características de los recursos tecnológicos utilizados en cada caso, como en su ubicación en el espacio conceptual delimitado por el entramado de relaciones entre los tres elementos del triángulo interactivo. Sin dejar de lado las características propias de las distintas herramientas TIC consideradas, es en la incidencia que los usos de esas herramientas tienen sobre la actividad conjunta de profesores y alumnos donde reside la clave para analizar su impacto sobre la práctica educativa y, por ende, sobre el aprendizaje de los alumnos [...]. Del mismo modo, es en la incidencia de dichos usos sobre la actividad conjunta donde se concretará o no, la capacidad de las TIC para transformar y mejorar las prácticas educativas. (Coll et al., 2008, p. 4)

Uno de los muchos aportes que han traído las TIC es la posibilidad de conformar comunidades, no solo locales, sino que es también posible establecer comunidades mucho más amplias de diversas latitudes y longitudes, y con ellas vienen grandes fortalezas como la pluralidad y globalización del conocimiento, pero también grandes retos, entre ellos

la capacidad de aprender a trabajar en equipo y entenderse como parte de él. Esto lamentablemente no es una habilidad innata, sino que debe ser aprendida y ello también demanda la participación del docente como agente mediador e intencionado de aprendizajes.

En matemáticas, el uso pedagógico de las TIC también ha tenido impacto positivo, pues permite resolver problemas que con las didácticas tradicionales de enseñanza no lograban ser superados y, de hecho, con las nuevas generaciones de estudiantes habrían ampliado más la brecha entre lo que deben saber y lo que deberían saber. Las TIC funcionan como elemento estimulador de la creatividad y activan zonas cerebrales que posiblemente las metodologías tradicionales no logran, tales como procesos de modelación y de experimentación que son más formales en las ciencias naturales, pero no tan conocidos en las matemáticas, a excepción posiblemente de la estadística. Otro de los factores es que las TIC son altamente flexibles y se pueden adaptar a las capacidades individuales de cada alumno, entender en estos su ritmo de aprendizaje, lo que no sucedía con las dinámicas tradicionales y que era en especial cierto cuando los grupos de aprendientes eran grandes, ya que el docente por requerimientos administrativos de tiempo y currículo no podía atenderlos de forma individual.

Tal como se expresó, el uso de las TIC en las matemáticas favorece el trabajo en equipo y la generación de comunidades reconocidas como grupo de personas con las mismas inquietudes que buscan un objetivo común. La capacidad de trabajar en equipo, la socialización, llegar a acuerdos y consensos y la capacidad de escuchar a otro son nuevas habilidades que se necesitan cuando se aplican las TIC en la enseñanza de las matemáticas. Sin embargo, esta es solo la excusa porque lo que se busca es precisamente desarrollar habilidades para la vida, y son las matemáticas y las TIC la excusa mediática por la cual se accede a estas nuevas competencias.

Otra de las ventajas que plantean las TIC aplicadas a los procesos de enseñanza y, eventualmente, aprendizaje de las matemáticas es que se eliminan muchas de las barreras del aprendizaje personalizado, ya que convierte al estudiante en su propio tutor al hacerlo consciente de lo que

ha aprendido y lo que necesita para aprender. En este escenario, el docente se convierte en mediador del recurso, en didacta que, entendiendo las particularidades de su estudiante, logra orientarlo en el camino que debe recorrer a fin de alcanzar las competencias esperadas, y eliminar barreras de espacio y tiempo que con los métodos tradicionales eran difíciles de conciliar.

Por otro lado, las TIC traen retos, entre ellos la creación de esa capacidad crítica de valorar la información que realmente es suficiente y válida. En la web, es posible encontrar casi cualquier cosa, explicada desde diferentes enfoques, con múltiples idiomas, pero infortunadamente algunas veces las fuentes de información no son confiables y pueden llevar al estudiante a desarrollar equivocadamente una habilidad. Este es el punto neurálgico en que la intervención del docente se vuelve vital al orientar el trabajo pedagógico y didáctico del estudiante en el aula.

Otro de los inconvenientes es que las TIC pueden llevar a que el alumno se distraiga fácilmente y pierda el horizonte, el objetivo que apunta su plan de curso. La tecnolúdica es la forma de capturar su atención, pero también se puede convertir en un factor de distracción para el estudiante. Y entendiendo que se trabaja con comunidades de aprendizaje, el aislamiento, asimismo, ofrece un reto, porque ya es conocido por la comunidad académica, y está documentado en la literatura especializada, que la gran variedad de recursos informáticos presentes en la web es proclive a crear en los estudiantes y, en general, en las personas que los usan algún tipo de adicción que debe ser oportunamente controlada.

BIBLIOGRAFÍA

- Coll, C., Mauri Majós, M. T. y Onrubia Goñi, J. (2008). Análisis de los usos reales de las TIC en contextos educativos formales: Una aproximación sociocultural. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 10(1), 1-18. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1607-40412008000100001&script=sci_abstract&tlng=pt
- D'Amore, B., Font, V. y Godino, J. D. (2007). La dimensión metadidáctica en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. *Paradigma*, 28(2), 49-77. http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1011-22512007000200003
- Godino, J. D., Batanero, C. y Vicenç, F. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Universidad de Granada. https://ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/1_Fundamentos.pdf
- Godino, J. D. y Vicenç, F. (2003). *Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros*. Universidad de Granada. http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/7_Algebra.pdf
- Godino, J. D., Bencomo, D., Font, V. y Wilhelmi, M. R. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, 27(2), 221-252. http://ve.scielo.org/scielo.php?pid=S1011-22512006000200011&script=sci_arttext - <https://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/idoneidad-didactica.pdf>
- Polya, G. (1945). *Polya, un clásico en resolución de problemas*. Trillas.
- Polya, G. (1981). *Mathematical discovery: On understanding, learning, and teaching problem solving*. John Willey y Son.
- Schoenfeld, A. H. (1987). Pólya, problem solving, and education. *Mathematics Magazine*, 60(5), 283-291. <https://doi.org/10.1080/0025570X.1987.11977325>