



## **CAPÍTULO 8.**

Aporte piagetiano a la  
educación y la enseñanza  
de las matemáticas



DOI: <https://doi.org/10.31908/eucp.65.c643>

Hablar de innovación educativa, no solo alude a utilizar recursos tecnológicos en la educación, se refiere a implementar en el aula de clase nuevas estrategias de impacto donde los estudiantes puedan apropiarse el conocimiento de una mejor manera según sus propias necesidades, por tanto, y acorde a estas premisas resurge nuevamente la figura trascendental de Piaget en lo concerniente a la importancia que tienen los aspectos psicológicos y educativos en el desarrollo social del ser humano.

## INTRODUCCIÓN

Se parte del hecho de que Jean Piaget se ha convertido en uno de los íconos de la pedagogía a lo largo de la historia. Asimismo, en Piaget (1969), se reconocen aportes fundamentales que cimentan ciertas conductas de los seres humanos en el transcurso de su vida, legado tal que plasmó en las etapas evolutivas de los seres humanos, entre las cuales se reconocen:

- La etapa sensoriomotriz
- La etapa preoperacional
- La etapa de operaciones concretas
- La etapa de operaciones formales

A esto se suma que Piaget establece de forma axiomática las edades en que los seres humanos adquieren ciertas habilidades que se convertirán en fundamentales para cualquier sujeto a lo largo de su vida. Sin embargo, se evidencia la fina relación que existe entre el desarrollo biológico y el cognitivo.

No solo se puede apreciar este aporte en todo el escenario pedagógico general, sino también en aspectos particulares como los procesos de aprendizaje de las matemáticas, en que Piaget establece una relación continua entre el desarrollo del niño y la aprehensión del conocimiento matemático a partir de la geometría, al igual que las relaciones espaciales.

### 8.1 Psicología y pedagogía

Está claro y es académicamente aceptado los grandes aportes que realizó Piaget a la pedagogía moderna, quien estableció, diferenció y caracterizó las etapas evolutivas del ser humano tanto en la forma en que construye pensamiento como en la explicación con enfoque psicológico para exponer algunos tipos de comportamientos, habilidades y destrezas que se adquieren a lo largo del desarrollo y empiezan en las etapas tempranas, incluso prenatales, y llegan hasta la adultez.

De la misma manera, cuando Piaget establece los estadios y las etapas evolutivas del ser humano, de las cuales se puede mencionar la etapa

preoperacional hasta la concreta, y la formalización de ciertos aspectos, en especial en el ámbito cognitivo, se puede entender por qué el hombre tiene un rango de edad en que se le facilitan algunos aprendizajes.

Piaget tiene todo un discurso explicativo de los procesos involucrados en el desarrollo de la inteligencia, los saberes y las habilidades que conforman el conocimiento en aspectos operativos y figurativos, como también explica los procesos de transmisión que se dan en la escuela, en busca de lo que ha denominado un equilibrio. Estos modelos explicativos se siguen usando ampliamente en la pedagogía para definir a su vez otros modelos que ayudan a explicar las características del pensamiento inicial para finalizar en los procesos de socialización en la etapa de la juventud y la adultez.

Son Piaget y Vygotsky dos de los pensadores más representativos de la pedagogía moderna, cuyas tesis gozan de total vigencia y son también el sustento teórico de diferentes metodologías y estrategias didácticas que emplean las escuelas, no solo de América Latina, sino también en todo el mundo. Acerca de la formación de la inteligencia y la naturaleza activa de los conocimientos, Piaget (1969) refiere:

Las funciones esenciales de la inteligencia consisten en comprender e inventar. Dicho de otra manera: en construir estructuras, estructurando lo real. En efecto, cada vez aparece más claro que estas dos funciones son indisociables, ya que, para comprender un fenómeno o un acontecimiento, hay que reconstruir las transformaciones de las que son el resultado, y para reconstruirlas hay que haber elaborado una estructura de transformaciones, lo que supone una parte de invención o reinención. (p. 17)

A su vez, cuando menciona el desarrollo de las operaciones, Piaget (1969) plantea en relación con las transformaciones de las estructuras:

El punto de partida de las operaciones intelectuales hay que buscarlo ya en un primer periodo del desarrollo, caracterizado por las acciones y la inteligencia sensomotora. Aun no utilizando como instrumentos más que las percepciones y los movimientos, sin estar todavía capacitada para la representación o el pensamiento, esta inteligencia

totalmente practica atestigua ya, en el curso de los primeros años de la existencia, un esfuerzo de comprensión de las situaciones; en efecto, esta inteligencia conduce a la construcción de esquemas de acción que servirán de subestructuras a las estructuras operatorias y nacionales ulteriores. (p. 18)

En relación con los aspectos figurativos y operativos del conocimiento, se puede apreciar:

El desarrollo espontáneo de la inteligencia que lleva de las acciones sensomotoras elementales a operaciones concretas y después formales queda, de esta manera, caracterizado por la constitución progresiva de sistemas de transformaciones. Llamaremos operativo este aspecto del conocimiento; el término operativo abarca tanto las acciones iniciales como las estructuras propiamente operatorias (en sentido estricto). Sin embargo, las realidades que se trata de conocer no consisten solo en transformaciones, sino igualmente en “estados”, ya que cada transformación parte de un estado para llegar a otro y cada estado constituye el producto y el punto de partida de las transformaciones. (Piaget, 1969, p. 21)

Habrá que decir también que, cuando se analiza el problema correspondiente a la maduración y ejercicio, Piaget (1969) hace énfasis en su carácter limitado (hablando de la maduración), dado que, sin importar las condiciones sociales, culturales y, en general, medioambientales, todos los estadios y entre estos los subestadios suceden siempre y en todos los casos en el mismo orden. No se saltan o se obvian, sino que se dan todos los procesos de desarrollo de los niños y niñas. Eso sí es posible que en unos esos desarrollos sean más lentos, mientras que, en otros más acelerados, y dependerá del contexto en que se desenvuelve y también de los estímulos que reciban.

Para Piaget, este es un proceso natural y espontáneo, pues cada una de estas etapas son necesarias para la preparación del desarrollo de la siguiente, y a la vez son el final del desarrollo de la etapa precedente. Se debe aclarar que Piaget lo asocia normalmente con algunas edades, pero él mismo, incluso, no lo absolutiza precisamente entendiendo que el medio acorta

o alarga estas etapas, en otras palabras, la experiencia favorece o limita el desarrollo de cada una. Piaget lo ejemplifica con el caso canadiense en que los psicólogos han descubierto que algunos niños de Martinica tienen un retraso de 4 años en el desarrollo de las operaciones mentales si se compara con lo deseado del programa educativo francés.

Se debe agregar que los factores de experiencia adquirida refieren, según Piaget (1969), que esta es posible clasificarla en dos escenarios, dado el problema de la enseñanza de las matemáticas en los niveles de la básica, la media y la educación superior. Piaget habla de una experiencia física para referirse a ese conjunto de acciones con las cuales se interactúa sobre objetos físicos, y a partir de esa interacción se descubren propiedades que explican la naturaleza, el funcionamiento y sus características. Por otro lado, refiere la experiencia lógico-matemática y, aunque esta también reza sobre el actuar en los objetos, el descubrimiento de sus cualidades, atributos y propiedades se da por una abstracción, como la experiencia física, pero esta no actúa sobre los objetos mismos, pues estos son intangibles, sino sobre sus relaciones con otros sistemas.

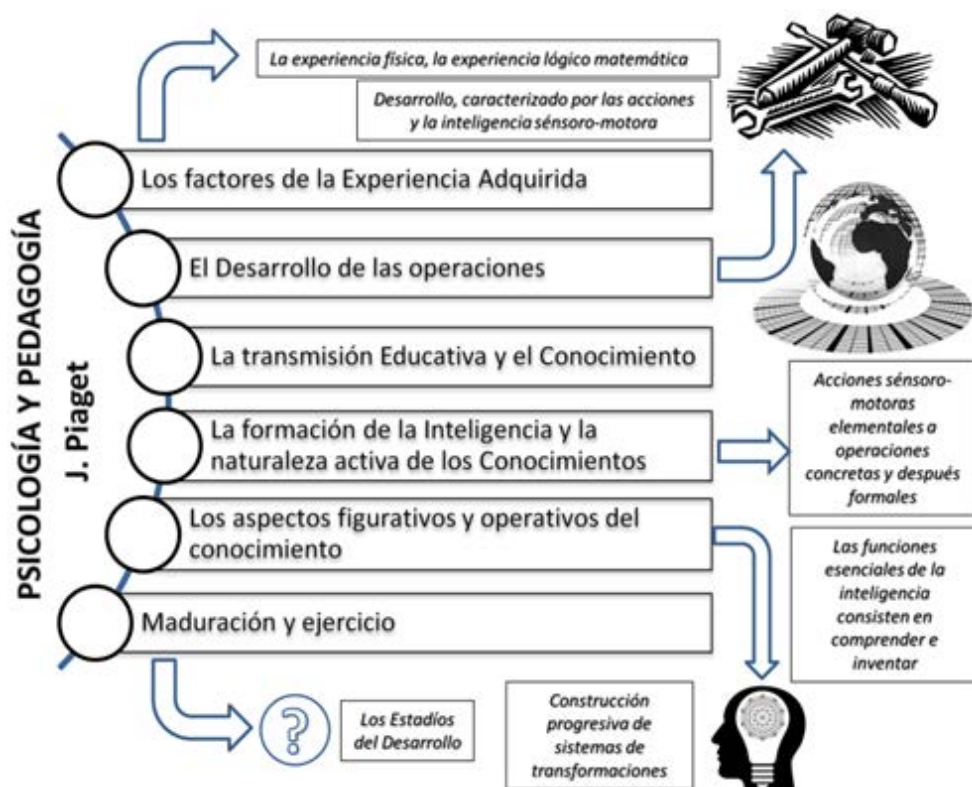
En lo referente a la transmisión educativa y al equilibrio, Piaget (1969) menciona que la inteligencia y su desarrollo espontáneo tienen en las primeras etapas del niño, sensor o motoras, experiencias a las cuales se enfrenta para darles solución a sus problemas. Esta construcción cognitiva es el sustrato sobre la que se articulan operaciones cognitivas más complejas como las operaciones concretas en su momento, y estas a su vez sirven de sustrato para operaciones cognitivas más elaboradas como las operaciones formales.

Así, Piaget (1969) plantea un proceso estrictamente secuencial y progresivo de lo simple a lo complejo que asocia con un término acuñado por la psicología como la transformación. Este tipo de conocimiento recibe el nombre de operativo, pues utiliza las acciones iniciales al igual que las estructuras operatorias cognitivas, aunque se debe aclarar, y así lo hace Piaget, que las realidades y experiencias que se procuran interiorizar no solo son transformaciones, sino también estados de las transformaciones en razón de que se parte de un estado, es decir, de una transformación acaecida para llegar a un segundo estado o transformación. Y a los instrumentos o

las herramientas de pensamiento que hacen posible esa transformación, Piaget los llama figurativos, pues son una simple sucesión de los estados de desarrollo como la percepción, la imitación y una forma simplificada de asimilación o delimitación que conforma la imagen mental.

De lo anterior se puede concluir en la teoría de la inteligencia de Piaget que esta se entiende como un mecanismo que le permite al niño adaptarse a las situaciones que lo circundan, y esta capacidad de poner en juego sus conocimientos con lo que lo rodea determina su inteligencia, lo cual busca encontrar equilibrio entre dos mecanismos ya definidos. Estos son el mecanismo de la asimilación, en el cual un nuevo saber hace parte del conocimiento y el segundo la acomodación, que es la forma en que este nuevo conocimiento interactúa con el conocimiento previo (Piaget, 1969).

**Figura 8.1.** Mapa cognitivo acerca de los principios de la educación y datos psicológicos



Un elemento abordado en la teoría de la inteligencia vista de Piaget (1969) es el juego que, aunque en la pedagogía moderna y en la psicología es aceptado como una valiosa estrategia para el aprendizaje, persiste en algunas instituciones y en especial en aquellas que atienden a población vulnerable en zonas marginales como una actividad o una conducta que carece de relevancia funcional, que es solo una manifestación del cambio de una actividad académica rigurosa, cuyo objetivo es sencillamente un descanso e, incluso, como en algún momento lo plantea Piaget, haciendo una crítica a esos sistemas, es un desgaste o exteriorización de energía superflua.

Afortunadamente, en la actualidad esta percepción de una escuela instruccional no es generalizada, sino más bien focalizada y tendiente a la extinción, lo cual se debe a que han emergido disciplinas allegadas a la pedagogía, entre ellas la didáctica y la gamificación, que cada vez cobra más importancia en las escuelas, las cuales soportan gran parte de sus teorías en el juego. Asimismo, autores como Karl Gros explican estas prácticas como un elemento fundamental para la construcción de objetos de conocimiento en el niño.

Para Piaget (1969), el juego es una herramienta fundamental, potente y que debería estar siempre presente en los procesos de enseñanza-aprendizaje para los niños e, incluso, los jóvenes y adultos, sin embargo, debe estar presente en su justa dimensión. Se ha encontrado en los niños y niñas con mayores niveles de desarrollo cognitivo o, por lo menos, reducción en los tiempos de aprendizaje, asimilación y asignación cuando en las actividades de clase está presente el juego; es posible observar, como lo establece Piaget, que los niños muestran un apasionamiento, incluso, por actividades que tienden a ser monótonas y repetitivas, o desagradables.

Cuando se habla de la inteligencia, Piaget (1969) menciona que esta es la adaptación por excelencia, que media en dos transformaciones fundamentales del proceso de aprendizaje: una es la asimilación de nuevos saberes como primera fase y otra la acomodación en que esa nueva materia o ese nuevo conocimiento finalmente se interrelaciona no arbitrariamente con el saber previo. En el caso de los niños, por ejemplo, hablando de la



inteligencia, poseen la capacidad de comprender en la medida en que su experiencia se lo permita cuando la asimilación se presente en razón de su actividad motriz y, a su vez, también se dé el proceso de acomodación de las estructuras de asimilación que lo relacionan con los hechos exteriores.

Así, el autor expresa una noción interesante de este concepto que hace referencia a que el hombre (en este caso el niño), por esencia, es un ser inteligente que asimila y acomoda las diferentes circunstancias y las adopta de manera tal que las pueda utilizar para resolver, y así ir adquiriendo la experiencia suficiente para afrontar situaciones futuras o más complejas.

La lógica desempeña también un papel preponderante en el desarrollo de la inteligencia. Es un proceso que funciona no de la misma manera para cada ser humano, y en su desarrollo, pasa por varios escenarios o estadios, y aún no hay acuerdo entre la comunidad académica por definir cuál inició primero.

Ahora, Piaget (1969) afirma que no se puede esperar que la forma en que razona un niño, la forma en que un niño resuelve problemas, sea igual a la forma en que un adulto los enfrenta. Aunque su cerebro se compone de las mismas partes, se conforma de neuronas, existe actividad sináptica, los componentes químicos son los mismos, se debería entender entonces que las estructuras cognitivas y las estructuras cognoscitivas son diferentes, así se compongan sustancialmente de los mismos elementos. Lamentablemente, la escuela tradicional entiende y asume que un niño es un adulto pequeño y, por tanto, se deben brindar los recursos para que haga la transmisión a la adultez, error en el cual lamentablemente caen muchas escuelas.

Es cierto que en las transformaciones piagetanas los estadios van evolucionando, acorde con condiciones biológicas, sociales y culturales, y estos estadios necesitan de forma independiente y bien intencionada los recursos que favorecen el desarrollo. La no observancia de este principio es lo que ha llevado de alguna manera a la escuela tradicional a un fracaso imperativo, y basta con observar los resultados en aritmética o geometría de muchas escuelas públicas latinoamericanas si se comparan con los

resultados de los niños de primaria de otros países que asumen y entienden el problema de la enseñanza acorde con el nivel de desarrollo cognitivo de los niños.

Habría que decir también que, al referirse a las etapas del desarrollo intelectual, Piaget (1969) asegura que las escuelas que han tenido un éxito duradero en sus procesos de enseñanza-aprendizaje son aquellas cuyos principios adoctrinan el criterio del justo medio, en el cual usan sus recursos tanto para facilitar una maduración estructural tranquila como parte de sus recursos para enriquecer las experiencias académicas y sociales, y así el niño tendrá un ambiente propicio a su maduración. En ese contexto es que deberían estar las escuelas y los colegios, fundamentar sus principios institucionales, formular nuevos objetivos curriculares y estructurar su horizonte institucional.

Piaget le da importancia a la experiencia como mecanismo para adquirir conocimientos que van más allá de la transmisión lineal docente-estudiante, que de hecho indican el éxito de algunas instituciones a la preponderancia de los métodos experienciales dentro de su currículo de formación para los estudiantes. Se debería hacer hincapié en el valor de las etapas de desarrollo, reconociendo en ellas la existencia inequívoca de un estado mental al cual se llegó a través de una transición o transferencia de un estado anterior y que se piensa para que sirva como punto de partida a un estado mental más complejo. Piaget incluso plantea que no todo alimento intelectual es bueno para todo nivel de desarrollo: lo que es funcional para un niño en etapas preoperacionales no tiene el mismo impacto y significancia cuando está en la etapa de las operaciones abstractas, así el contenido sea complejizado. Se deben considerar, entre otros factores, los intereses de los niños, niñas y jóvenes, su historicidad y su acervo cultural, entender también las condiciones del medio y sin dejar atrás las motivaciones, las expectativas y los intereses del individuo, sin desconocer, obviamente, las necesidades que demanda la sociedad o, por lo menos, la comunidad donde está inmersa la escuela.

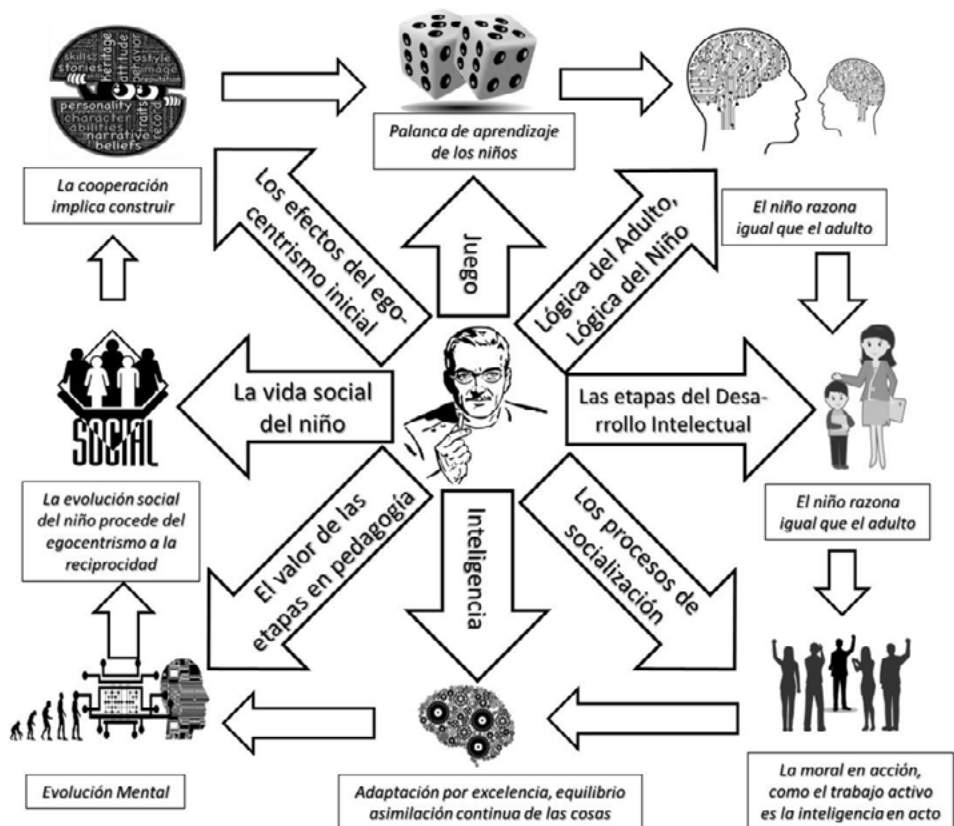
La labor entonces del pedagogo o del docente consiste en generar espacios atractivos de aprendizaje que contengan los elementos nocionales actuales o categoriales precisos en el momento de la formación cognitiva del niño; basta entregarle un material o una serie de recursos para que el niño lo apropie. Además, es necesario poner a jugar en contexto los saberes del infante e identificar en este lo más apropiado y que mejor movilice las estructuras mentales que posee cada individuo.

En cuanto a la vida social del niño, Piaget (1969) expresa:

La evolución social del niño procede del egocentrismo a la reciprocidad, de la asimilación al yo inconsciente de sí mismo a la comprensión mutua constitutiva de la personalidad, de la indiferenciación caótica en el grupo a la diferenciación fundada en la organización disciplinada. (p. 103)

Se puede inferir en la teoría de Piaget que existen grandes dificultades para que los niños y niñas puedan situarse en una perspectiva diferente de la propia; sin embargo, este egocentrismo hace parte del proceso de formación natural y debe entenderse en el escenario y momento cronológico del desarrollo del niño. Se debe entonces permitir el tránsito de las posturas egocéntricas hacia unas posturas más reflexivas y sociales que reconozcan en las demás posturas, criterios y creencias propias. Se ha de agregar que los efectos del egocentrismo inicial, según lo expone Piaget, (1969), se refieren en parte a que la lógica y sus reglas y estructuras formales conforman la moral del pensamiento en que la cooperación, el respeto por la verdad y respeto por el mismo conocimiento hace viable su construcción; convirtiéndose finalmente en una construcción colectiva y social.

**Figura 8.2.** Mapa cognitivo acerca de los principios de la educación y datos psicológicos



Fuente: adaptado de Piaget(1969)

Finalmente, atendiendo a cada uno de los temas tratados, se habla de los procesos de socialización, los cuales a su vez centran su atención en aspectos como los establecidos por Piaget.

En esta etapa del desarrollo, propia de edades juveniles y adultas, Piaget da importancia al trabajo colaborativo (de hecho, fue Lev Vygotsky quien basa su teoría del aprendizaje en los aspectos sociales y culturales más que en los biológicos, sin embargo, para Piaget fueron también centrales pero no tan sustanciales), por lo que debería ser la escuela el espacio donde se favorezcan los encuentros entre pares académicos, para que ellos mismos, usando lo aprendido, con sus estructuras mentales y sus niveles de desarrollo de inteligencia, den respuesta a diferentes situaciones problemas de su contexto. Por eso, la propuesta curricular en los niveles de básica primaria

y de secundaria debería ser diferente y no apuntar al mismo objetivo, pues los desarrollos cognitivos de los niños no son los mismos que el de los adultos, y no se puede esperar que un niño piense como adulto, porque neuronalmente no es posible; aun así, persisten en el sistema educativo escuelas con estructuras anquilosadas y paquidérmicas, que asumen el proceso de la enseñanza como instruccional y el proceso de aprendizaje como una recepción a rajatabla de conocimiento (Piaget, 1969).

## 8.2 Piaget y la enseñanza de las matemáticas

Aunque en esencia Piaget generó varios aportes alrededor de las etapas evolutivas del hombre, centró su trabajo en el área de las matemáticas desde dos perspectivas fundamentales. La primera desde la etapa en la cual el ser humano apropia de una mejor manera los criterios lógico-matemáticos y la segunda tiene que ver con el desarrollo de habilidades espaciales y el pensamiento geométrico en el niño.

No obstante, y a partir de este hecho, se puede apreciar que Piaget realiza estos abordajes desde una perspectiva constructivista, para lo cual Medina (2000) señala que Piaget en sus investigaciones analiza el conjunto de destrezas y competencias que tienen los niños y niñas en edad primaria, para representar tanto simbólicamente como experiencialmente el espacio bidimensional y tridimensional; Piaget en compañía de Bärbel Inhelder hizo diversos experimentos psicológicos para analizar las percepciones que tenían los niños en relación con el espacio y algunas tareas geométricas que se les dieron. Entre las conclusiones que se encontraron de estas pruebas, está que, aunque los niños tienen una noción o por lo menos una percepción del espacio que los rodea incluso a edades muy tempranas, casi en el periodo sensoriomotor, de esas percepciones no era posible concluir que tuvieran una conceptualización estructurada del espacio que los potenciará a construir una abstracción.

Dicho lo anterior, se puede apreciar que, en los estudios de Piaget, la geometría aparecía como el fundamento de aprendizaje de las matemáticas. Esto se pudo refutar en estudios posteriores en que presentan aspectos concernientes a la diferenciación, representación y construcción de sistemas de referencia para comparar figuras geométricas.

No obstante, Piaget incurre en una maravillosa forma de relacionar las etapas sensoriomotora y preoperacional con los procesos matemáticos propios de la actividad en geometría. Así, lo argumenta Camargo Uribe (2011):

Pero más allá de su comparación, las teorías de Piaget y de los van Hiele han servido de punto de partida para la identificación y caracterización de procesos matemáticos propios de la actividad geométrica, estrechamente relacionados unos con otros, tales como la visualización, la representación, la conceptualización y la demostración. Cada uno de ellos ha sido objeto de numerosas investigaciones, hecho que ha generado programas de investigación particulares y ha contribuido al crecimiento de la didáctica de la Geometría. (p. 55)

Abordando el problema de la enseñanza y eventual aprendizaje de la aritmética, por ejemplo, de los grados de primaria en el estadio sensoriomotor, que va alrededor de los 2 o 3 años, en América Latina aparecen los rudimentos de un conteo numérico en el que el niño y la niña asocian cantidades muy pequeñas a ciertos objetos sin construir todavía el concepto de número. Posteriormente, los niños entre los 3 y 10 años entran en lo que Piaget ha denominado un estadio pre en que empieza a asociar símbolos, en este caso, los números naturales con objetos. Este nivel de abstracción demanda que pueda expresar con palabras las asociaciones entre cantidad de objetos y números, sin embargo, se han encontrado dificultades para que los niños en este estado puedan establecer algunas relaciones lógicas, y esto se debe en algunos casos a la imposibilidad en casos normales de poder que los niños entiendan las relaciones jerárquicas y seriales.

De nuevo, el egocentrismo es una limitante para el pensamiento preoperacional, pues se limita a interpretar el mundo a partir de ellos mismos y tiende a ignorar otros estímulos que hay alrededor (lo que Piaget ha denominado la centralización). Si se analiza la teoría de Piaget, la primaria se da alrededor de los 7 a 11 años; sin embargo, en el caso latinoamericano y colombiano, y para zonas de difícil acceso como las zonas rurales o también dentro de la zona urbana personas socialmente deprimidas, ocurre un fenómeno interesante denominado la extraedad, en la cual la primaria se desarrolla aproximadamente entre los 7 años, pero

va hasta los 13 o 14 años o más en casos extremos. Por ello, se debería ser cuidadoso al aplicar las estrategias según teorías piagetanas, conexas solo con la edad, porque se podría estar cometiendo una imprecisión y obtener resultados insuficientes e, incluso, hasta no deseados.

En este estadio, aparecen las operaciones concretas, desde los 11 años en adelante. El preadolescente o adolescente en edad (mas no en desarrollo cognitivo) tiene un pensamiento mucho más flexible y ha llegado a entender que las operaciones tienen dirección, es decir, en un sentido o en otro, tienen inversa, y el egocentrismo y el centralismo es menos notorio, los conceptos aritméticos de seriación y secuenciación están mejor estructurados y apropiados; pueden clasificar, categorizar y ordenar elementos y figuras geométricas; entienden los principios de conservación y de transformación y, por tanto, el sistema educativo, por lo menos el colombiano, debería considerar para ciertas zonas y regiones del país una primaria un poco más extensa o, en su defecto, definir una política pública para resolver el problema de la extraedad.

Finalmente, en lo que tiene que ver con la educación básica y la media, aparece el estadio de las operaciones formales alrededor de los 13 años en adelante. El joven es capaz de resolver problemas mucho más estructurados de seriación, clasificación y conservación de cantidades; el pensamiento se vuelve mucho más abstracto y complejo; de lo real pasa a lo potencial y de lo potencial a lo probable y posible, y esto a su vez se puede volver realidad para los estudiantes; además se reconoce que estas características no se adoptan en otras etapas de desarrollo.

Estos son los momentos ideales para que las escuelas permitan que sus alumnos adquieran habilidades y competencias en áreas como álgebra, geometría descriptiva, trigonometría y cálculo, sin olvidar la posibilidad para desarrollos analíticos más profundos en disciplinas como la física o la química.

### **8.3 Consideraciones y reflexiones**

El siguiente punto trata de la relevancia que tiene para el contexto educativo los aportes de Piaget. Asimismo, hablar de este autor es referirse directamente a las etapas evolutivas y de pensamiento del ser humano.

En la enseñanza de las matemáticas, se considera de vital importancia que en la educación llamada de primera infancia el docente haya puesto su empeño en desarrollar la capacidad motora de los niños, dado que es precisamente en esta etapa en que los niños y niñas desarrollan habilidades sensoriomotoras que se requieren en el futuro para la apropiación de ciertos contenidos de orden geométrico y de ubicación espacial.

Otro factor importante en la apropiación de conceptos matemáticos y que se relaciona con estas etapas evolutivas, se presenta a la edad de los 10 a los 13 años, no solo porque los niños se encuentran atravesando una etapa de transición física y hormonal, sino porque están sufriendo un cambio en lo psicológico, y es precisamente donde los estudiantes requieren apropiarse de una mejor manera todo lo concerniente a la fundamentación de las matemáticas discreta y continua en los grados 6<sup>o</sup>, 7<sup>o</sup> y 9<sup>o</sup>, sin dejar de lado que en grado 8<sup>o</sup> se le da la entrada al pensamiento variacional con la llegada del álgebra.

De ahí que el maestro contemporáneo debe estar pendiente de cada uno de estos aspectos biológicos y psicológicos de los estudiantes, para poder formular planes de acción pedagógica concernientes a mitigar la influencia de esos factores extraños en la consolidación de una propuesta educativa de calidad.

Por tanto, y en atención a estos principios, se desarrollaron en App Inventor y Roberta Lab diferentes actividades que promovieran tanto para el creador de estas como para los usuarios el pensamiento matemático, y para ello involucrar actividades del pensamiento geométrico, numérico, variacional y métrico.

Además, se aclara que inicialmente a los estudiantes participantes de este proyecto se les presentó varias actividades correspondientes a desarrollar el pensamiento variacional, el pensamiento métrico y el espacial.

### **Ejercicio 1: Pensamiento variacional**

Al Parque Nacional del Café, en Montenegro, Quindío, un día de baja temporada, la máquina registradora contabilizó el ingreso de 2000 personas



entre adultos y niños, y la taquilla informa al gerente que se vendió boletería por un valor de \$98.000.000. Sabiendo que cada niño paga \$43.000 y cada adulto \$58.000, ¿cuántos niños y cuántos adultos entraron en el parque?

**Solución.** Este es otro problema que se puede resolver por sistemas de ecuaciones lineales, estableciendo una ecuación de cantidad y una ecuación de dinero. Para ello, se define como  $a$  el número de adultos y como  $n$  el número de niños; por tanto, al saber que entraron 2000 personas entre niños y adultos, se puede plantear:

$$a + n = 2000$$

Cada adulto paga \$58.000 y cada niño para \$43.000. Como entraron  $a$  adultos y  $n$  niños, la ecuación de dinero queda:

$$58a + 43n = 98000$$

Nótese que en esta expresión se omiten los miles y esto es viable siempre y cuando se omita en todos los términos. Finalmente, el sistema queda:

$$a + n = 2000$$

$$58a + 43n = 98000$$

Aplicando sustitución (igualmente se puede aplicar otro método sin problema), se tiene:

$$a = 2000 - n$$

Reemplazando, se tiene

$$58(2000 - n) + 43n = 98000$$

$$116000 - 58n + 43n = 98000 \rightarrow -15n = -18000$$

$$n = \frac{-18000}{-15} = 1200$$

Al parque entran 1200 niños y fácilmente se puede demostrar que entran 800 adultos.

Planteada esta situación de estudio, se procedió a mostrarles a los estudiantes cómo se presentaba en la plataforma App Inventor.

**Figura 8.3.** Problema de aplicación



(a) Presentación del ejercicio (b) Desarrollo de la actividad

Fuente: elaboración propia.

**Figura 8.4.** Problema de aplicación



(a) Planteamiento de la solución (b) Planteamiento de la solución (2)

Fuente: elaboración propia.

Figura 8.5. Problema de aplicación



(a) Planteamiento de la solución (3). (b) Planteamiento de la solución (4).

Fuente: elaboración propia.

Figura 8.6. Problema de aplicación



(a) Planteamiento de la solución (5). (b) Planteamiento de la solución (6).

Fuente: elaboración propia.

**Figura 8.7.** Problema de aplicación



Fuente: elaboración propia.

(a) Planteamiento de la solución (7)

## Ejercicio 2: Pensamiento métrico y espacial

A partir de los conceptos vistos en clase, se les presentó a los estudiantes una actividad que simulara en Roberta Lab el desplazamiento de un vehículo que ingresa por la avenida principal al campus de la Universidad Católica de Pereira (UCP). El trabajo con objetos bidimensionales y tridimensionales, y sus movimientos y transformaciones, permite integrar nociones sobre volumen, área y perímetro, lo cual a su vez posibilita conexiones con los

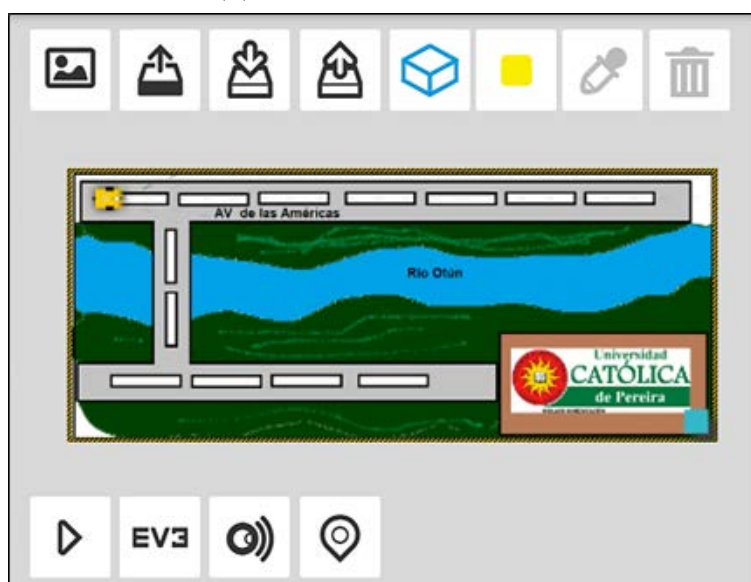
sistemas métricos o de medida, y con las nociones de simetría, semejanza y congruencia, entre otras. Así, la geometría activa se presenta como una alternativa para refinar el pensamiento espacial, en tanto se constituye en herramienta privilegiada de exploración y de representación del espacio (Mineducación, 2006, p.62).

**Figura 8.8.** Creación de la secuencia (Roberta Lab)



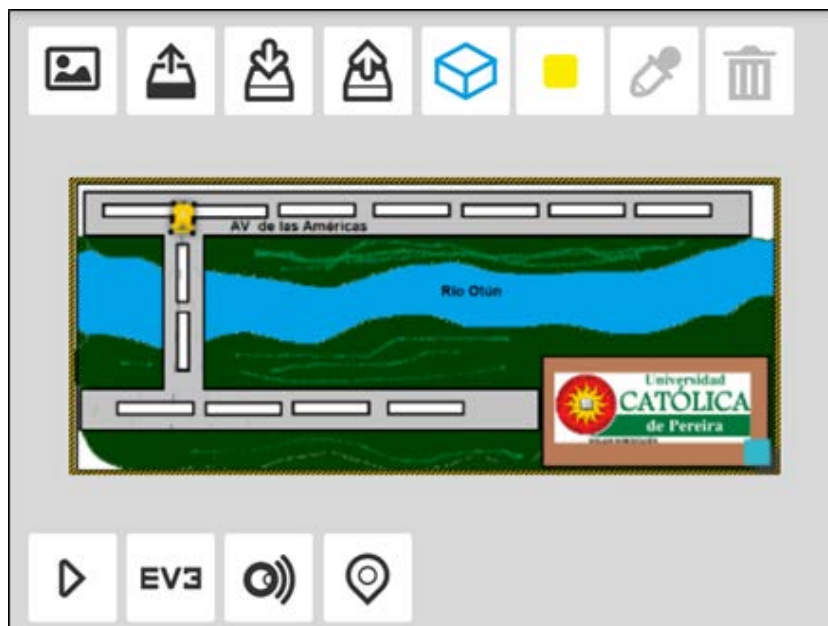
Fuente: <https://lab.open-roberta.org/>

**Figura 8.9.** Simulación (1)



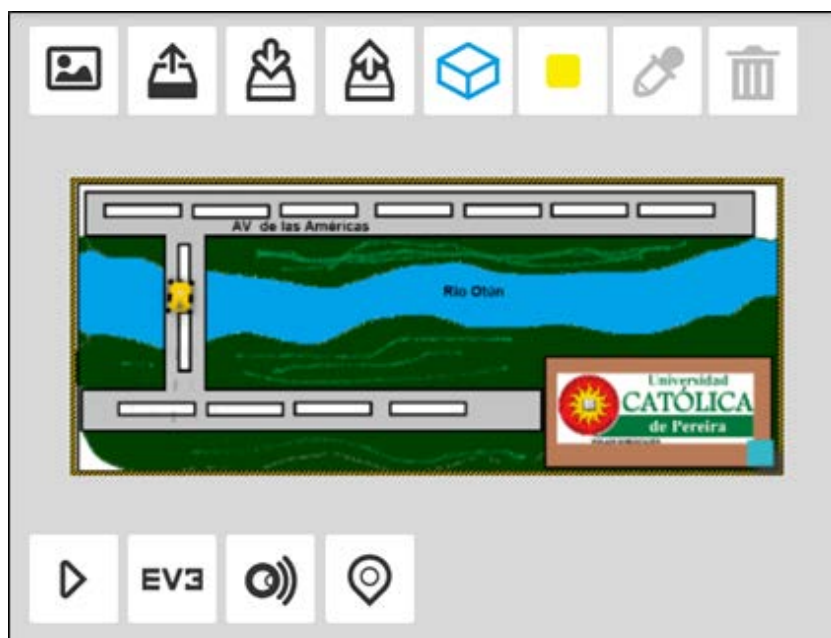
Fuente: <https://lab.open-roberta.org/>

**Figura 8.10.** Simulación (2)



Fuente: <https://lab.open-roberta.org/>

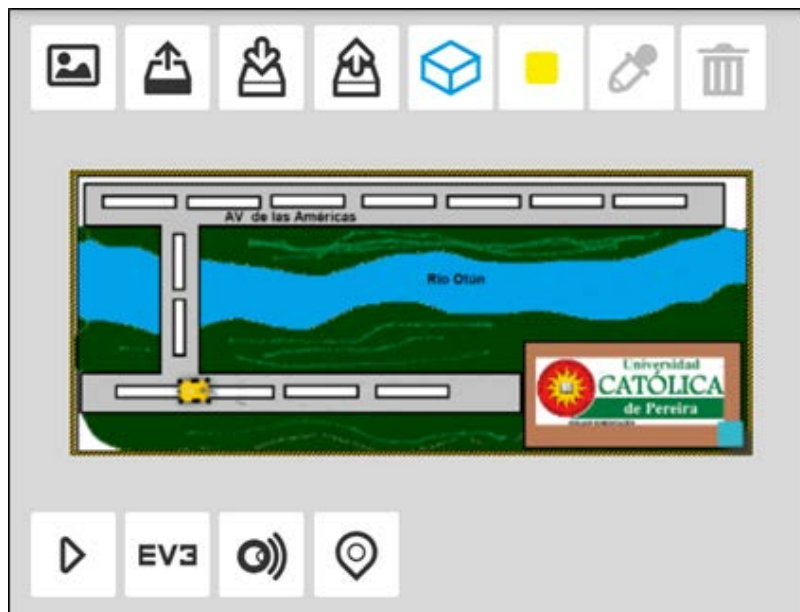
**Figura 8.11.** Simulación (3)



Fuente: <https://lab.open-roberta.org/>

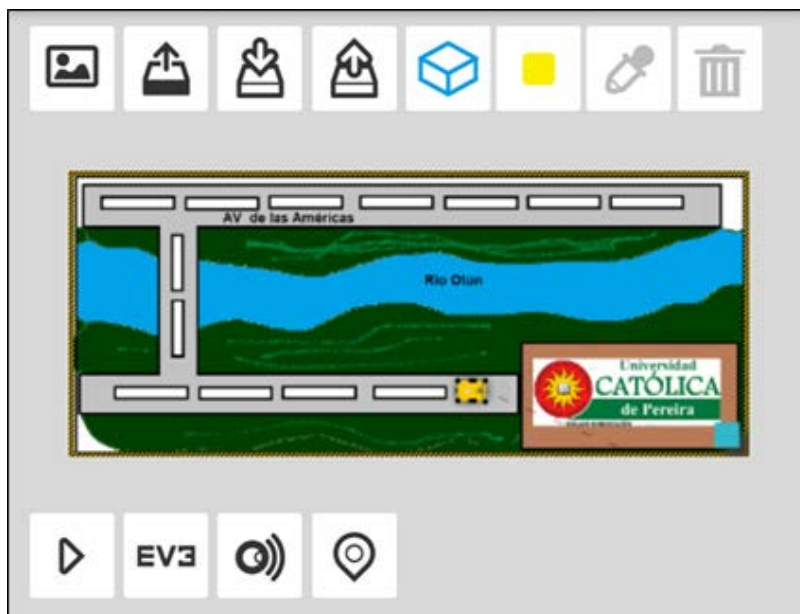


Figura 8.12. Simulación (4)



Fuente: <https://lab.open-roberta.org/>

Figura 8.13. Simulación (5)



Fuente: <https://lab.open-roberta.org/>



## BIBLIOGRAFIA

- Camargo Uribe, L. (2011). El legado de Piaget a la didáctica de la geometría. *Revista Colombiana de Educación*, 60, 41-60. [http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0120-39162011000100003](http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0120-39162011000100003)
- Chávez Uribe, A. (2007). El paradigma conductista en la psicología educativa. Universidad de Colima
- Medina, A. J. (2000). El legado de Piaget. *Educere*, 3(9), 11-15. <https://www.redalyc.org/pdf/356/35630903.pdf>
- Ministerio de Educación de Colombia. (2006). Estándares básicos de competencias en matemáticas. <https://www.mineducacion.gov.co/1621/article-116042.html>
- Piaget, J. (1969). *Psicología y pedagogía*. Ariel