

La interacción enseñanza-aprendizaje y contribución de la investigación en las ciencias exactas y naturales



Facultad de
Ciencias Básicas
e Ingeniería



La interacción enseñanza-aprendizaje y contribución de la investigación en las ciencias exactas y naturales.

Compiladores: Jorge Enrique Herrera Arroyave, Profesor. Diego Fernando Arias Mateus, Profesor. Mónica María Gómez Hermida, Profesora. Fernán Camilo Osorio, Director Departamento de Ciencias Básicas.

Autores: I. Jorge Enrique Herrera Arroyave. II. Norma Arriaga Villanueva. III. Andrés Cuéllar García. III. Leonardo Calderón Jaramillo. IV. Jose Alirio Márquez Vera. V. Johan Manuel Orozco Belalcazar. VI. Carlos Andrés Castrillón Reyes. VII. Eudys Ballesteros Palmett. VIII. Juan David Sánchez Sánchez. IX. Freddy Andrés García Velasco. X. Juan Pablo Rojas Montoya. XI. Paola Andrea Villegas Acosta. XII. Heiller Gutiérrez Zuluaga. XIII. Sergio Joan Vargas Vargas. XIV. Heidy Prissila Montealegre Granada. XV. Cristian Camilo Castañeda Quiceno. XVI. Cristian Camilo Leguizamo Gutiérrez. XVII. Angie Vanessa Arias Suns. XVIII. Dahiana Largo Suarez. XIX. Armando Enrique González Godoy. XX. Laura Gutiérrez Villamizar. XXI. Carlos Iván Díaz Rincón. XXII. José Antonio López Rodríguez. XXIII. Lyda Constanza Mora Mendieta. XXIV. Marlyn Domínguez Cuadros. XXV. Alfonso Andrés Portacio Lamadrid. XXIV. Carlos Eduardo Leon Salinas. XXV. Óscar Mauricio Murallas Jaramillo. XXVI. Daniela Hurtado Ossa. XXVII. Vivian Libeth Uzuriaga López. XXVIII. Javier Alexander Tenorio Quiñones.

-- 1 a. ed. -- Colombia: Pereira. 302 p.
ISBN: 978-628-7710-04-7 (Electrónico).

1. Enseñanza secundaria. 2. Aprendizaje significativo. 3. Geometría. 4. Mejoramiento académico. 5. Escalamiento multidimensional.

CDD: 507 - Educación. investigación. temas relacionados con las ciencias naturales
Catalogación en la publicación – Universidad Católica de Pereira.
Primera edición 2024

Universidad Católica de Pereira

Rector: Pbro. Behitman Alberto Céspedes De los Ríos
Vicerrector Académico: Nelson Londoño Pineda
Director de Investigaciones e Innovación: César Alberto Aristizábal Valencia
Profesional encargada de la gestión editorial: Liliana Alejandra Cadena Morales

Diagramación:

Gráficas Buda
Carrera 18 No. 14-36 Parque Valher, Dosquebradas, Colombia. PBX (+57) (606) 348 6514.

Reservados todos los derechos
© Universidad Católica de Pereira, 2024
Carrera 21 No. 49-95 Av. de las Américas Pereira, Colombia
PBX (+57) (606) 3124000
<https://www.ucp.edu.co/>

El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión de los autores y no compromete el pensamiento de la Universidad Católica de Pereira, ni genera su responsabilidad frente a terceros. Los autores asumen la responsabilidad por los derechos de autor y conexos contenidos en la obra, así como por la eventual información sensible publicada en ella.

Pereira, Colombia

Julio de 2024.

PRÓLOGO

Es un privilegio dirigirme a todas a aquellas personas cuyo interés se centra en las ciencias exactas y naturales, así mismo a las que hicieron posible la apertura de las memorias del VII Encuentro Internacional sobre la Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales (SEIECEN 2023). En este momento trascendental, nos reunimos con un profundo sentido de gratitud y admiración hacia cada uno de ustedes, quienes representan el pilar fundamental para el progreso y la evolución de nuestras sociedades a través del conocimiento científico.

El compromiso y la pasión demostrados por los participantes de este encuentro son verdaderamente inspiradores. Su presencia aquí no solo representa un acto de participación, sino un firme testimonio de la importancia y el valor que otorgamos a las Ciencias Básicas en la construcción de un futuro próspero y sostenible.

En este contexto, la Universidad Tecnológica de Pereira, la Universidad Católica de Pereira, la Universidad Nacional de Colombia sede Manizales y la Universidad del Quindío merecen un reconocimiento especial por su incansable labor como anfitrionas de este evento. Su dedicación y liderazgo han sido fundamentales para la realización exitosa de este encuentro que para esta versión fue desarrollado en el campus de la Universidad Tecnológica de Pereira.

La importancia de crear una comunidad científica sólida, arraigada en los fundamentos de las disciplinas básicas, se hace evidente en cada ponencia, en cada interacción y en cada momento compartido durante este encuentro. La enseñanza y el aprendizaje de las ciencias exactas y naturales son la piedra angular sobre la cual se construye el progreso humano, y nuestra labor como educadores e investigadores es fundamental para guiar a las generaciones futuras hacia un futuro lleno de posibilidades.

El desarrollo científico y tecnológico de nuestras naciones depende en gran medida de nuestra capacidad para fomentar la investigación en áreas como las matemáticas, la física, la química, la biología y las ciencias aplicadas. Este encuentro no solo representa una oportunidad para compartir conocimientos y experiencias, sino también para fortalecer los lazos de colaboración entre instituciones y países, en aras de impulsar el avance científico y tecnológico a nivel global.

En estas memorias, encontrarán una compilación de trabajos y reflexiones que abarcan diversas líneas temáticas, desde la enseñanza y el aprendizaje hasta la investigación en áreas de vanguardia de las ciencias básicas. Cada contribución es un testimonio del compromiso y la dedicación de la comunidad científica hacia la búsqueda del conocimiento y la excelencia académica.

En nombre de los organizadores y de todos los participantes, expreso nuestro más sincero agradecimiento a Dios y la a comunidad científica por su invaluable contribución a este importante evento. La participación y su espíritu de colaboración han enriquecido enormemente el debate académico y han sentado las bases para futuros avances en el campo de las ciencias exactas y naturales.

Que estas memorias sirvan como testimonio del compromiso compartido con la enseñanza y la investigación en las Ciencias Básicas, y como inspiración para las generaciones venideras que continuarán nuestro legado en la búsqueda del conocimiento y la verdad.

¡Que el intercambio de ideas y el espíritu de colaboración continúen iluminando nuestro camino hacia un futuro lleno de descubrimientos y logros científicos!

Atentamente;

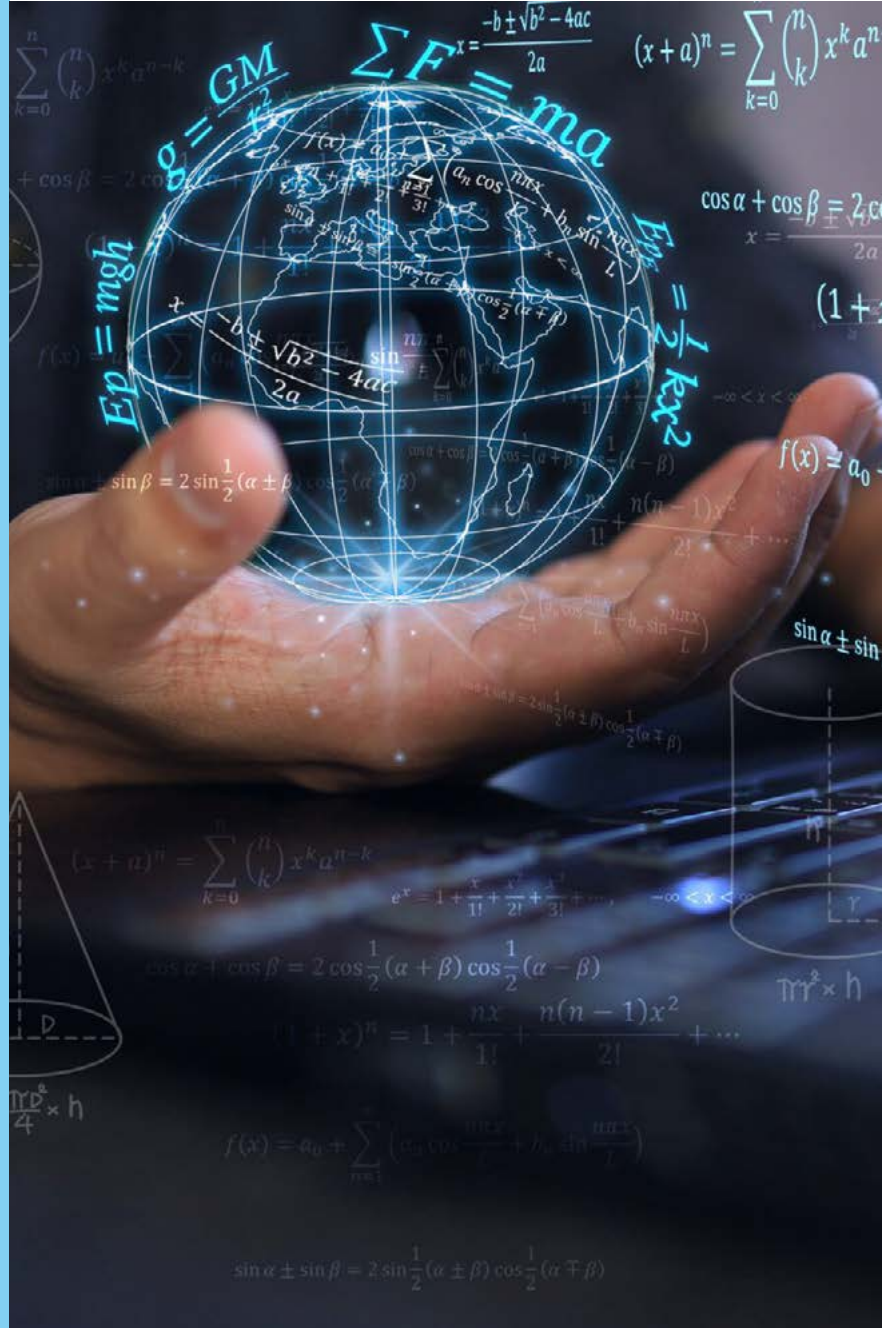
Jorge Enrique Herrera Arroyave

Profesor

Departamento de Ciencias Básicas

Universidad Católica de Pereira

Encuentro Internacional sobre la Enseñanza de Ciencias Exactas y Naturales



ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA Y ESTADÍSTICA

Estrategias de enseñanza en geometría y su relación con el aprendizaje significativo de Ausubel en colegios oficiales de Dosquebradas¹

Teaching strategies in geometry and their relationship with Ausubel's significant learning in official schools of Dosquebradas

Marquez-Vera, Jose Alirio²

Resumen

Se muestran las relaciones entre las percepciones de maestros y estudiantes de básica secundaria en los colegios oficiales de Dosquebradas, frente a la aplicación de estrategias de enseñanza y aprendizaje significativo en geometría según Ausubel. El estudio es cuantitativo, transversal, no experimental con alcance descriptivo correlacional. Se realizó en básica secundaria (6,7,8,9) en las IE oficiales. Se encuestaron 30 maestros de geometría y 356 estudiantes del nivel mencionado.

La postura de los maestros se obtuvo del instrumento EEDAS en geometría. Para los estudiantes se aplicó la escala de aprendizaje significativo de Ausubel en geometría EASIG, validados por pilotaje y expertos. El análisis de la información se hizo mediante tablas de frecuencias, semáforos, correlaciones, análisis factorial y escalamiento multidimensional PROXCAL en SPSS. Respecto de los maestros de geometría, se puede decir que estos tienden a aplicar unas estrategias de enseñanza más que otras, lo que denota que hay faltantes en la ejecución de ciertas estrategias

1 El artículo es el resultado de la tesis doctoral realizada con la Universidad Cuauhtémoc EAD, Plantel Aguascalientes de México, I semestre del 2023.

2 Secretaría de Educación Dosquebradas; <https://orcid.org/0009-0002-0173-1449>. Contacto: aliriomarquezv@gmail.com

para alcanzar mejores aprendizajes como la integración de las TIC en el proceso formativo, tomar en cuenta el contexto, la opinión y gustos de los alumnos, entre otras. Los datos de los estudiantes permitieron determinar que no hay un aprendizaje significativo de la geometría en básica secundaria, pues no hay condiciones favorables que permitan alcanzar los saberes del currículo como la intensidad horaria inadecuada, escaso uso de software de geometría, etc. Por esto, se deben realizar esfuerzos conjuntos entre los miembros de la comunidad educativa para lograr mejores aprendizajes y por ende mejorar resultados académicos.

Palabras clave: enseñanza secundaria, aprendizaje significativo, geometría, mejoramiento académico, escalamiento multidimensional.

Abstract

The relationships between the perceptions of teachers and secondary school students in the official schools of Dosquebradas regarding the application of teaching strategies and meaningful learning in geometry according to Ausubel are shown. The study is quantitative, cross-sectional, non-experimental with a correlational descriptive scope. It was carried out in basic secondary (6,7,8,9) in the official IE. 30 geometry teachers and 356 students of the mentioned level were surveyed.

The teachers' posture was obtained from the EEDAS instrument in geometry. For the students, the Ausubel significant learning scale in EASIG geometry was applied, validated by pilots and experts. The analysis of the information was done using frequency tables, traffic lights, correlations, factor analysis and PROXCAL multidimensional scaling in SPSS. Regarding geometry teachers, it can be said that they tend to apply some teaching strategies more than others, which indicates that there are gaps in the execution of certain strategies to achieve better learning, such as the integration of ICT in the training process, taking into account the context and the opinion and tastes of the students among others. The data of the students allowed us to determine that there is no significant learning of geometry in secondary school, since there are no favorable conditions that allow reaching the knowledge of the curriculum, such as inadequate hourly intensity, little use of geometry software, etc. For this reason, joint efforts must be made among the members of the educational community to achieve better learning and, therefore, improve academic results.

Keywords: Secondary education, significant learning, geometry, academic improvement, multidimensional scaling.

I. INTRODUCCIÓN

A nivel internacional, según Glaeser [1], la educación matemática tiene dificultades y estamos viviendo la crisis de la educación geométrica, porque el continuo reformismo de los planes de estudio ha generado notables impactos en la enseñanza y aprendizaje de la misma [2], afectando incluso el aprendizaje de los contenidos básicos que deberían ser impartidos en básica secundaria según los estándares básicos de competencias de matemáticas MEN [3].

Este estudio contribuye obteniendo el estado actual de la geometría en básica secundaria en las IE oficiales de Dosquebradas, visualizando sus problemáticas, grado de implementación y aportando una herramienta para la medición de su aprendizaje significativo (EASIG), basado en los instrumentos utilizados por Pabón [4].

El objetivo principal era determinar la relación entre las estrategias de enseñanza en geometría, que favorecen su aprendizaje significativo según la teoría de Ausubel en estudiantes de básica secundaria de las IE oficiales de Dosquebradas.

II. DESARROLLO

El estudio es de tipo cuantitativo, transversal, no experimental, con alcance descriptivo correlacional. Se usaron 2 instrumentos con escala Likert (5 opciones) para obtener la información: las **estrategias de enseñanza docente para aprendizajes significativos EEDAS** (50 reactivos) obtuvo las percepciones sobre las estrategias que usan 30 maestros de geometría, el segundo la **escala de aprendizaje significativo de Ausubel en Geometría EASIG** (30 reactivos) obtuvo las percepciones de 356 alumnos sobre el aprendizaje significativo de la geometría según Ausubel, ambos instrumentos fueron validados por expertos y pilotados obteniendo un alfa de Cronbach de 0,934 y 0,846 respectivamente.

La información se analizó con SPSS.v26 utilizando: a) Tablas de frecuencias, b) Semáforos de aplicación, c) Análisis factoriales, d) Correlaciones y e) Escalamiento multidimensional.

- a) Las tablas de frecuencias permitieron analizar, uno a uno, los reactivos que se utilizaron para medir las percepciones tanto de maestros como de estudiantes, donde se pudo encontrar que los maestros de geometría usan más ciertas estrategias, los estudiantes manifestaron que les gusta la geometría, pero la intensidad es baja y no tienen en cuenta sus intereses, entre otros.
- b) Los semáforos con rangos muestran los condensados de cada ítem teniendo en cuenta la sumatoria de las opciones con mayor frecuencia (4 y 5), si están en una baja (0-50%=Rojo), media (51-70% =Amarillo) o buena aplicación (71-100%=Verde) (ver Tabla 1 y 2).

TABLA I - SEMÁFORO ÍTEMS EEDAS

ÍTEMS - EEDAS	Buena	Media	Baja
1. Al inicio de una nueva temática de geometría pido a los estudiantes que se hagan una idea previa del contenido observando el contexto, fotografías o aspectos cotidianos.		53,3%	
2. Utilizo los momentos de máxima atención (principio de la clase), para retroalimentar los conceptos geométricos más importantes.	86,7%		
3. Al inicio de la clase de geometría utilizo: Computador, tableta, celular o similares para captar mejor la atención de los estudiantes.			26,7%
4. Durante las explicaciones en clase de geometría hago uso de un tono de voz alto para activar la atención de los estudiantes.		50%	

5. Cuando inicio un tema nuevo de geometría dialogo sobre la relación entre éste y otras áreas o elementos del entorno para contextualizar el saber.	90%	
6. Cuando inicio un nuevo período escolar o temática informo a los estudiantes qué estrategias se van a emplear en geometría.	73,3%	
7. Antes de comenzar un tema nuevo de geometría realizo la planeación de los objetivos y metas que se pretenden conseguir.	90%	
8. Al introducir un tema geométrico, pregunto sobre el interés que le genera a los estudiantes y las expectativas que tienen sobre él.		43,3%
9. Planteo retos iniciales de geometría a los estudiantes y animo a que los resuelvan.		36,6%
10. Al iniciar una explicación hago un pequeño resumen para dar a conocer la información de la nueva temática de geometría.	93,3%	
11. En algunos espacios de geometría enseño a los estudiantes cómo identificar los elementos más importantes en las tareas y actividades propuestas.	76,6%	
12. Incentivo el empleo de colores, líneas diferentes, recuadros para diferenciar los conceptos principales de los conceptos secundarios en los textos de geometría.	80%	
13. Empleo en geometría la enseñanza multi-sensorial (música, imágenes o fotografías, material manipulativo, videos, películas, presentaciones).		40%
14. Uso algún software como GeoGebra, Cabri, CloudLabs u otros para enseñar tópicos geométricos.		6,7%

15. Solicito a los estudiantes que expresen con sus palabras los conceptos geométricos dados para determinar la comprensión del tema.	60%
16. Explico cómo identificar elementos claves de geometría que permiten recordar mejor la temática.	76,6%
17. Al finalizar cada tema de geometría realizo un repaso de los conceptos importantes vistos y sus generalidades.	83,3%
18. Solicito a los alumnos que escriban, dibujen o representen la idea principal al desarrollar un tema geométrico.	46,7%
19. Empleo analogías o metáforas en las explicaciones de geometría que permiten un mejor acercamiento del conocimiento al estudiante.	73,4%
20. Solicito a los estudiantes que planifiquen una o más soluciones a problemas geométricos con su respectivo método.	66,6%
21. La frecuencia con que enseño temas de geometría al mes a mis estudiantes es:	33,3%
22. Organizo la clase de geometría de tal forma que contenga espacios de teoría, espacios de reflexión, trabajo individual y/o colectivo.	83,4%
23. Promuevo la realización de resúmenes, mapas conceptuales, esquemas, figuras o diagramas de los temas de geometría vistos o previamente consultados.	40%
24. Utilizo material didáctico (tangram, juegos, origami y otros) para enseñar geometría.	36,6%

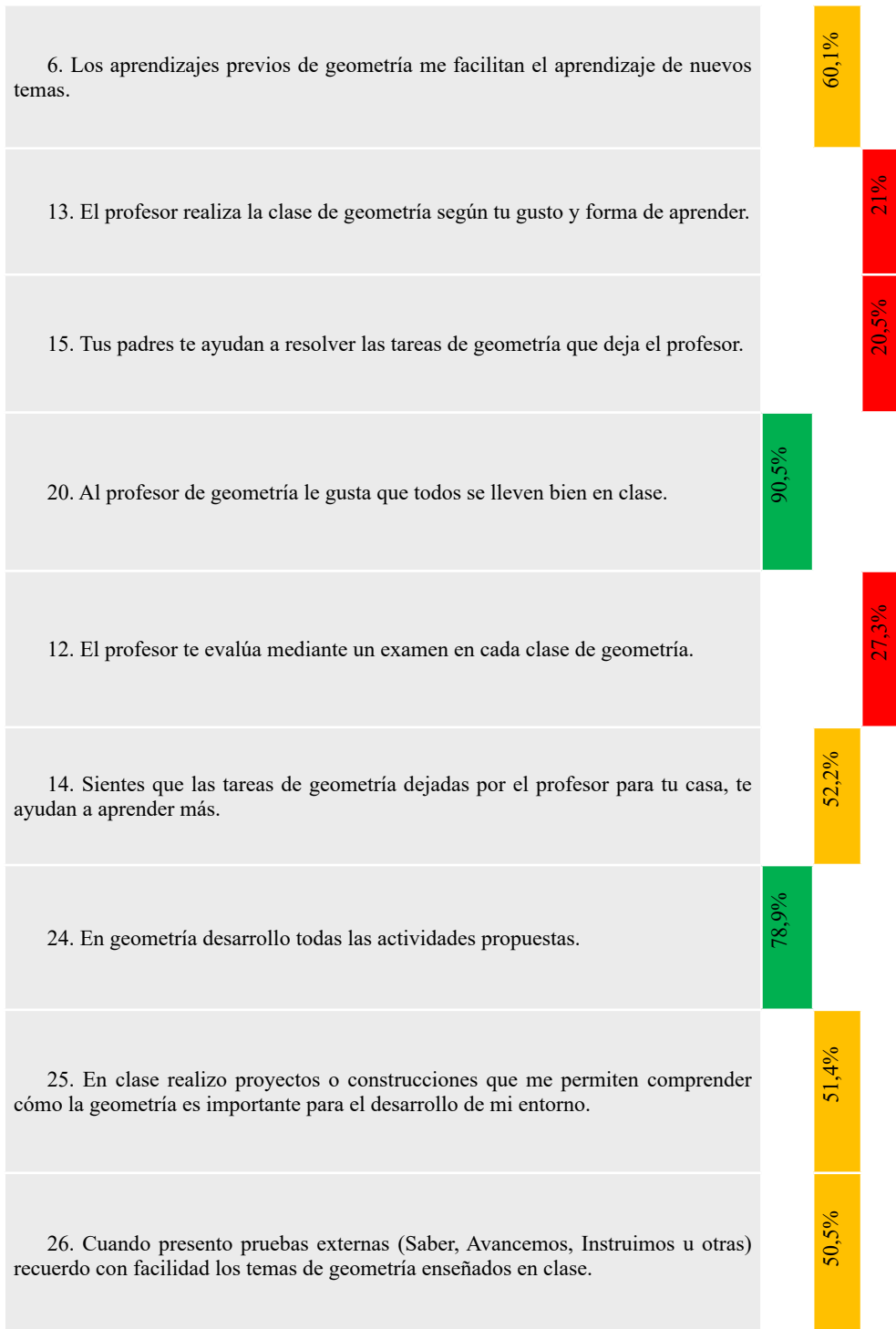
25. En las explicaciones de algún tema geométrico empleo gráficos, tablas.	73,3%	
26. Sugiero para la presentación de tareas y actividades en geometría el uso de normas como: Orden, trazos rectos, buena presentación, etc.	96,7%	
27. Promuevo el uso de medios tecnológicos como tabletas, celular, o computador para resolver los ejercicios de geometría en un programa especializado.		20%
28. Sugiero a los estudiantes que antes de contestar las preguntas de geometría construyan un pequeño guion mental donde tengan todos los elementos solicitados.		26,7%
29. Brindo pautas para la solución de problemas, tareas o actividades de geometría.	90%	
30. Durante la planeación de la clase de geometría distribuyo el tiempo de acuerdo con el nivel de dificultad del tema y el volumen de los contenidos.	96,7%	
31. Permito que los estudiantes indiquen la relación que encuentran entre la temática nueva y los conocimientos previos de geometría.	83,3%	
32. Muestro aplicaciones de las temáticas geométricas vistas en clase con elementos de la vida diaria.	86,6%	
33. Durante el desarrollo de la clase de geometría solicito que realicen deducciones o saquen conclusiones a partir de la información dada.		66,7%

34. Pido que busquen aplicaciones sobre el tema visto en geometría y se debata en clase.	43,3%
35. Durante el desarrollo anual de las temáticas geométricas relaciono la temática actual con las vistas anteriormente.	83,3%
36. Durante los espacios de explicaciones en las clases realizo preguntas que generan la consolidación de conceptos geométricos.	86,7%
37. Promuevo la reflexión sobre los resultados obtenidos en el proceso evaluativo de la geometría y la búsqueda de estrategias que permitan alcanzar las metas.	83,4%
38. Impulso la búsqueda de soluciones propias de una situación problemática en geometría.	76,6%
39. Durante el proceso evaluativo en geometría parto de los conceptos básicos aprendidos al comienzo del tema o curso para retroalimentar la nueva información.	93,4%
40. Durante el desarrollo de las temáticas de geometría hago relaciones entre las nuevas temáticas y las vistas anteriormente.	90%
41. Promuevo el estudio grupal para compartir ideas y motivar el aprendizaje.	86,6%
42. Cuando un estudiante en un examen de geometría se “bloquea”, lo motivo a usar otras estrategias como la asociación de ideas, dibujos, o imágenes mentales.	70%

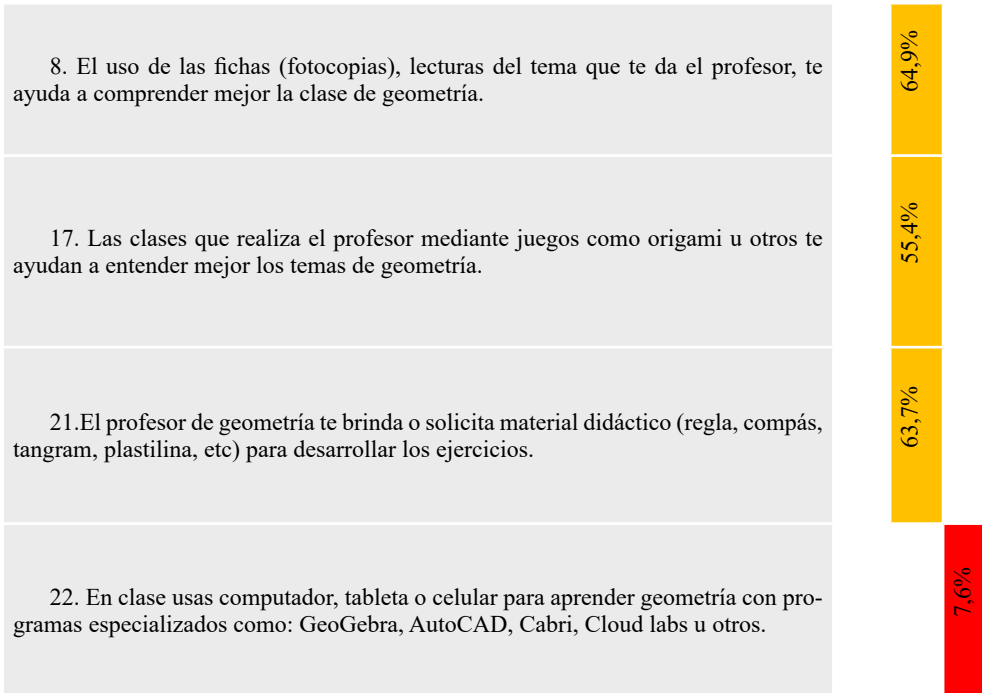
43. Apoyo a los estudiantes en clase de geometría para que sean conscientes de sus fortalezas y oportunidades de mejora.	90%
44. Promuevo el estudio autónomo de la geometría.	70%
45. Ayudo a que los estudiantes empleen estrategias que les permitan entender más asertivamente las temáticas de geometría.	86,6%
46. Apoyo a los estudiantes hacia el alcance de metas personales dentro de la clase de geometría.	83,3%
47. Oriento el proceso de aprendizaje de los estudiantes y los ayudo a establecer pautas para alcanzar las metas propuestas en geometría.	86,7%
48. Oriento la enseñanza de la geometría centrado en los gustos del estudiante y las necesidades del contexto.	53,3%
49. Reconozco el proceso de aprendizaje geométrico de los estudiantes por encima de las calificaciones.	83,3%
50. Reconozco el esfuerzo por aprender de los estudiantes en geometría y se los comunico tanto a ellos como a sus acudientes.	86,6%

TABLA II - SEMÁFORO ÍTEMS EASIG

ÍTEMS-EASIG	Buena	Media	Baja
2. Cuando el profesor enseña un tema nuevo de geometría en clase, sientes que es sencillo aprenderlo.			49,1%
7. Crees que la geometría es más fácil de comprender que otras asignaturas.			30,9%
18. El profesor dialoga con tus padres y les informa sobre tus notas de geometría.			44,7%
28. Me motiva el ambiente en clase de geometría por ser agradable y respetuoso.		67,8%	
29. Pienso que el estudio de la geometría es importante para la vida.		69,1%	
30. Creo que soy un estudiante ordenado y responsable en clase de geometría.	75,8%		
4. Con qué frecuencia sientes que estás atento a la clase de geometría que realiza tu profesor.	78,7%		
5. Sientes que, al estudiar en grupo aprendes mejor los temas de geometría.		59%	







c) No fue posible realizar un análisis factorial para los datos de las EEDAS, debido a que el número de reactivos fue mayor a los datos. Para los datos de EASIG, el análisis factorial arrojó un modelo matemático con 8 componentes que explican el 52,1% de la varianza (Figura 1).

Varianza total explicada

Componente	Total	Autovalores iniciales		Sumas de cargas al cuadrado de la rotación		
		% de varianza	% acumulado	Total	% de varianza	% acumulado
1	6,451	21,504	21,504	3,199	10,662	10,662
2	1,750	5,833	27,337	2,197	7,323	17,985
3	1,490	4,968	32,304	2,124	7,080	25,065
4	1,379	4,595	36,900	2,075	6,916	31,981
5	1,217	4,056	40,956	1,779	5,929	37,910
6	1,175	3,916	44,872	1,458	4,860	42,770
7	1,131	3,772	48,643	1,414	4,712	47,482
8	1,040	3,467	52,111	1,388	4,628	52,111
9	,987	3,291	55,401			

Fig. 1. Varianza total EEDAS modificado

d) Las correlaciones entre las dimensiones de cada instrumento mostraron correlaciones positivas, lo cual permite decir que al aumentar la aplicación de unas dimensiones aumentan las otras, mejorando la enseñanza y aprendizaje de la geometría en básica secundaria (Figura 2 y 3).

Correlaciones

		C_Previos	A_R_Contenido	Previos_Nueva_Info	Motivacion_Apre
C_Previos	Correlación de Pearson	1	,803**	,819**	,762**
	Sig. (bilateral)		,000	,000	,000
	N	30	30	30	30
A_R_Contenido	Correlación de Pearson	,803**	1	,767**	,747**
	Sig. (bilateral)	,000		,000	,000
	N	30	30	30	30
Previos_Nueva_Info	Correlación de Pearson	,819**	,767**	1	,813**
	Sig. (bilateral)	,000	,000		,000
	N	30	30	30	30
Motivacion_Apre	Correlación de Pearson	,762**	,747**	,813**	1
	Sig. (bilateral)	,000	,000	,000	
	N	30	30	30	30

** La correlación es significativa en el nivel 0,01 (bilateral).

Fig. 2. Correlación de Pearson – EEDAS

Nota. EEDAS=Correlación alta y positiva.

Correlaciones no paramétricas

Correlaciones

Rho de Spearman	Caracterización	Coefficiente de correlación	Caracterización	Condiciones	Asimilación	Lenguaje	Facilitación
			1,000	,447**	,591**	,529**	,528**
		Sig. (bilateral)		,000	,000	,000	,000
		N	356	356	356	356	356
	Condiciones	Coefficiente de correlación	,447**	1,000	,485**	,478**	,457**
		Sig. (bilateral)	,000		,000	,000	,000
		N	356	356	356	356	356
	Asimilación	Coefficiente de correlación	,591**	,485**	1,000	,528**	,503**
		Sig. (bilateral)	,000	,000		,000	,000
		N	356	356	356	356	356
	Lenguaje	Coefficiente de correlación	,529**	,478**	,528**	1,000	,481**
		Sig. (bilateral)	,000	,000	,000		,000
		N	356	356	356	356	356
	Facilitación	Coefficiente de correlación	,528**	,457**	,503**	,481**	1,000
		Sig. (bilateral)	,000	,000	,000	,000	
		N	356	356	356	356	356

** La correlación es significativa en el nivel 0,01 (bilateral).

Fig. 3. Correlación de Spearman - EASIG

Nota. EASIG= Correlación moderada y positiva.

e) Como no fue posible correlacionar las EEDAS con los datos de EASIG por la diferencia entre muestras, se realizó el escalamiento multidimensional PROXCAL para obtener un mapeo de las opiniones de maestros y estudiantes, considerando los datos de los 80 reactivos (Figura 4).

Bondad de ajuste

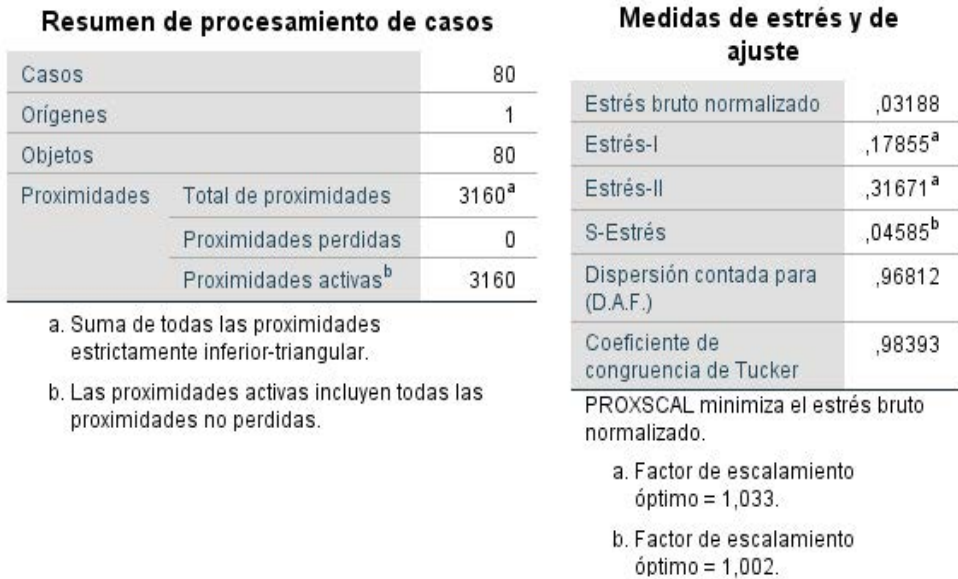


Fig. 4. Factores del escalamiento multidimensional

El “Estrés bruto normalizado” arroja pertinencia del modelo para el análisis de las variables, ya que este es cercano a cero, lo que se confirma con el coeficiente de congruencia de Tucker y el D.A.F. (Dispersión contada) próximos a uno, lo que hace óptimo el modelo [5].

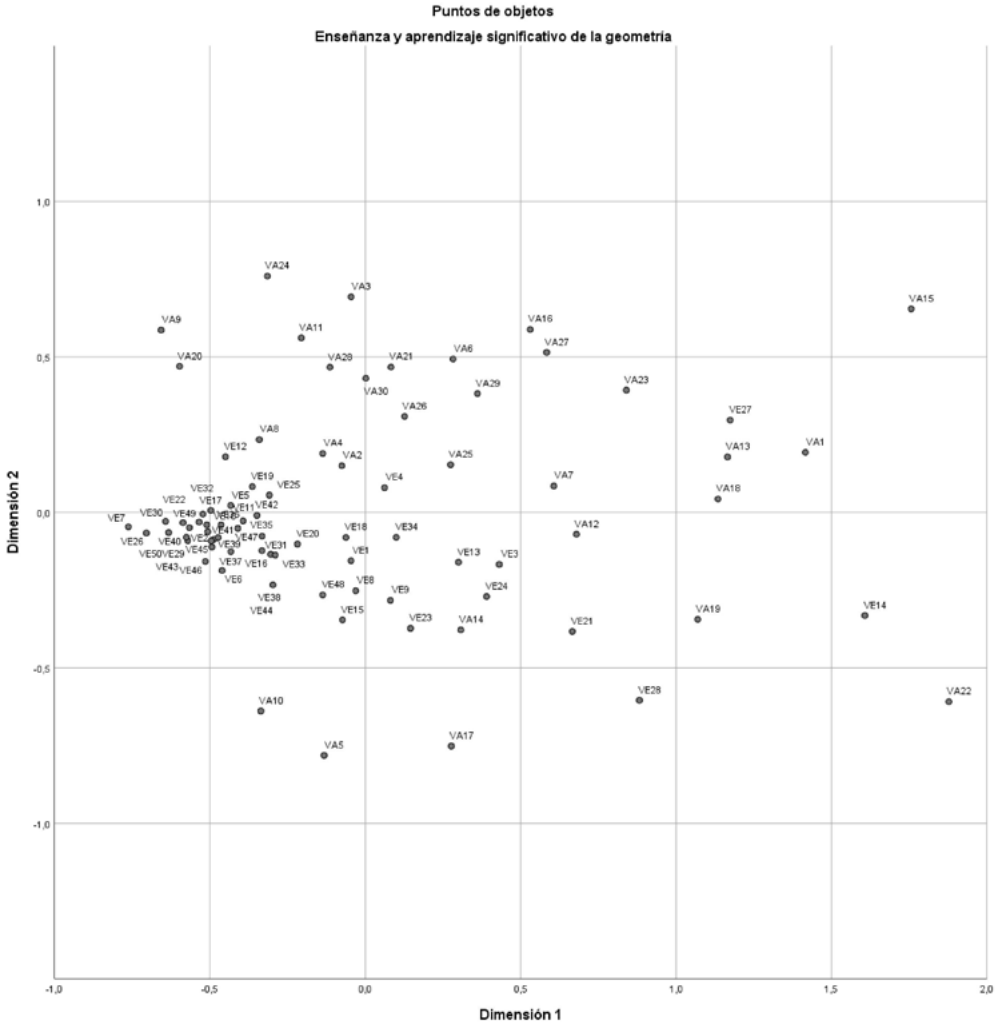


Fig. 5. Mapeo de las proximidades entre los datos de variables

La Figura 5 muestra buenas puntuaciones en las variables de enseñanza (VE) cerca de la coordenada (-0.5, 0.0), lo que indica que tienen una buena implementación, las variables alejadas de este punto en cualquier dirección indican otra calificación, por ejemplo, las variables de aprendizaje (VA) muy alejadas como la VA22, VA14 y la VE14, indican bajas percepciones.

III. CONCLUSIONES

La geometría escolar necesita cambios estructurales ayudada por la comunidad: por parte de la Secretaría de Educación dotar los colegios con elementos idóneos para su enseñanza PC, libros, material didáctico, entre otros. De los rectores trabajar en un cambio curricular donde se mejore la intensidad horaria y se contextualicen los temas a desarrollar. De los maestros mejorar las estrategias poco usadas, teniendo en cuenta las opiniones de los alumnos y su contexto, considerando las dimensiones del aprendizaje significativo de Ausubel en las planeaciones, enseñando la teoría con aplicaciones prácticas, proporcionando a los estudiantes ejemplos concretos, problemas desafiantes y actividades interactivas que fomenten la exploración y el razonamiento geométrico; y de los padres y alumnos el compromiso requerido para su formación.

REFERENCIAS

- [1] G. Glaeser, “La crisis de la enseñanza de la geometría”, *Revista Integración*. vol. 7, n.º 2, 1989, pp. 77-94.
- [2] O. León, “Cien años de reformas y un problema actual en la enseñanza de la geometría”, en *Investigaciones en Educación Geométrica*; L. Camargo (Ed.), Bogotá: Universidad Distrital Francisco José de Caldas, 2012, pp. 30-40.
- [3] Ministerio de Educación Nacional [MEN], *Estándares básicos de competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*, Bogotá: MEN, 2006.
- [4] L. Pabón, *Estrategias de enseñanza rural y su correlación con el aprendizaje significativo*. Institución Educativa Alfonso López Pumarejo, Tesis Ph. D., Universidad Cuauhtémoc EAD, Aguascalientes, 2020.

[5] S. De la Fuente, *Escalamiento multidimensional*, Madrid: Universidad Autónoma de Madrid, s.f. <https://www.estadistica.net/ECONOMETRIA/REDUCIR-DIMENSION/ESCALAMIENTO/Escalamiento.pdf>

BIOGRAFÍAS

Autor 1: José Alirio Márquez Vera

PhD(c) en ciencias de la educación Universidad Cuauhtémoc EAD plantel Aguascalientes; Magíster en enseñanza de la matemática Universidad Tecnológica de Pereira; Ingeniero Mecánico Universidad Tecnológica de Pereira; Maestro de matemática en secundaria y universidad, en la ciudad de Dosquebradas.

Áreas de investigación: Educación matemática, ingeniería.

Un ejemplo de *tarea con sentido* para la formación de profesores de matemáticas alrededor de la generalización algebraica¹

An example of *task with sense* for the education of mathematics teachers around algebraic generalization

*Mora-Mendieta, Lyda Constanza²,
Rendón-Mayorga, César Guillermo³ y Morales-Rozo, Natalia⁴*

Resumen:

Se presenta un ejemplo de *tarea con sentido* para la formación inicial de profesores de matemáticas. La tarea más global, de la que se expone aquí una parte, ha sido implementada en distintos semestres de los programas de licenciatura en matemáticas y licenciatura en educación básica primaria, de la Universidad Pedagógica Nacional. Tiene como propósito que los futuros profesores identifiquen acciones/intervenciones del profesor de matemáticas que median el proceso de generalización y que puedan utilizar en sus futuras prácticas profesionales, observando de

- 1 Este documento corresponde a un avance parcial de la investigación “DMA-629-23. Tareas con sentido para profesores que enseñarán matemáticas, un ejemplo desde la Didáctica de la Aritmética y el Álgebra”, financiada por el Centro de Investigaciones de la Universidad Pedagógica Nacional (Bogotá, D.C.-Colombia).
- 2 Universidad Pedagógica Nacional; ORCID 0000-0002-5317-2397. Contacto: lmendieta@pedagogica.edu.co.
- 3 Universidad Pedagógica Nacional; ORCID 0000-0001-9765-493X. Contacto: cgrendonm@pedagogica.edu.co.
- 4 Universidad Pedagógica Nacional; ORCID 0000-0002-8559-0470. Contacto: nmoralesr@pedagogica.edu.co.

forma sistemática un video de una clase de matemáticas, alrededor del objeto matemático escolar: números impares. Con ese documento se busca la puesta en práctica de tareas como esta, en programas de formación de profesores de matemáticas, desarrollando competencias profesionales del educador matemático.

Palabras clave: formación del profesor de matemáticas, tareas con sentido, mirar de manera profesional, generalización, álgebra temprana.

Abstract

This document presents an example of a *task with sense* for the education of mathematics teachers. The global task, of which only a part is exposed here, has been implemented in programs in mathematics and undergraduate in primary or secondary education of the Universidad Pedagógica Nacional. Its aim is that future teachers to identify the actions of the mathematics teacher in the generalization process and they can use it in their future professional practice, through the systematic observation of a video of a math class around odd numbers. This document seeks to implement tasks like this in math teacher programs for developing of professional skills of the mathematics educator.

Keywords: education of mathematics teacher, task with sense, noticing, generalization, early algebra.

1) INTRODUCCIÓN

Guacaneme y Mora [1], con la intención de precisar los objetos de estudio del campo de la Educación del Profesor de Matemáticas [EPM] y distanciarse de los de la Educación Matemática [EM], proponen un modelo en el cual establecen cuatro líneas de investigación del campo; una de ellas, en la que se ubica este documento, es la formación de los profesores de matemáticas. Esta línea corresponde a lo que Dolores, *et al.* [2] relacionarían con aquello que tiene como objeto la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y el objetivo de propiciar el aprendizaje de las matemáticas. Para que este se desarrolle en los niños y jóvenes, es necesario crear escenarios y estrategias de enseñanza en la formación de profesores, que impliquen el dominio del saber matemático y de conocimientos acerca de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, los cuales no son tan naturales, como suele creerse.

En este marco, han surgido distintas estrategias o dispositivos de enseñanza que buscan vincular la teoría con la práctica del profesor de matemáticas, entre estos: los estudios de caso, las videograbaciones, entrevistas clínicas, situaciones de microenseñanza, etc. [3] para desarrollar competencias profesionales en los profesores de matemáticas, particularmente la que se ha denominado “mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza de las matemáticas” [4], usualmente conocida como “noticing” [5].

Tomando como referente la competencia docente “mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza”, se ha venido desarrollando un proyecto de investigación en la Universidad Pedagógica Nacional [UPN], por parte del grupo *Research on Mathematics Teacher Education* [RE-MATE], alrededor de la sistematización de tareas para la enseñanza y el aprendizaje de la Aritmética y el Álgebra, con el fin de proveer tareas para la formación de profesores de matemáticas que den sentido a su formación. Así, se ha conceptualizado el constructo “tarea con sentido para la formación de profesores de matemáticas” (en adelante *tarea con sentido*), sobre el cual se han reformulado algunas de las tareas que otrora han sido utilizadas en programas de la UPN.

2) DESARROLLO DEL DOCUMENTO

Para la constitución de lo que entendemos por *tarea con sentido* y la selección de tareas en este contexto, la ruta metodológica seguida se resume en:

- 1) Selección de tareas que los autores del proyecto han desarrollado antes.
- 2) Identificación de características comunes entre las tareas.
- 3) Revisión documental en relación con tareas para la formación de profesores.
- 4) Construcción colectiva del objeto *tarea con sentido*.
- 5) Reformulación de las tareas inicialmente seleccionadas a partir de la conceptualización construida.

Para precisar lo que aquí se desarrolla, *grosso modo*, entendemos *tarea con sentido* como una demanda estructurada, mediante la cual el formador brinda oportunidades de aprendizaje a los futuros profesores de matemáticas, con un contenido (matemático o didáctico) y un propósito de aprendizaje, involucrando situaciones vinculadas a la práctica o futura práctica profesional y guiada por resultados de la investigación en EM; para promover el desarrollo de conocimientos, competencias y destrezas necesarias en el futuro profesor de matemáticas.

Para el desarrollo de *tareas con sentido*, decidimos seguir la metodología propuesta por Aké y López-Mojica [6], esta es:



Fig. 1. Metodología desarrollo tareas profesionales.

Nota: L.P. Aké y J. M. López-Mojica, “Naturaleza de las tareas profesionales en la formación de profesores de matemáticas”, *Páginas de Educación*, vol. 13, n.º 1, pp. 58-81, 2020.

A partir de lo anterior, se propone una tarea, núcleo de este documento, cuyo contexto se describe a continuación: videgrabación de una clase con estudiantes de 6 a 11 años, buscando simular un aula multigrado (planeada por los profesores Mora, Salazar y Molina, en 2012) en desarrollo del proyecto “Todos a Aprender” del Ministerio de Educación Nacional colombiano, en convenio con la UPN, grabada en el Instituto Pedagógico Nacional.



Fig. 2. Estudiantes de primaria experimentando la generalización.

Nota: CINNET UPN. Experiencia: Generalización en primaria.
La situación que se propone en la clase del video es:

“Con palitos de paleta representar un triángulo, de tal manera que solo se utilice un palito para cada lado del triángulo. A partir de este, formar un nuevo triángulo tal que este comparta un lado con el triángulo anterior. Después, hacer un nuevo triángulo con las condiciones anteriores y otros dos”.

Luego se plantean preguntas que los estudiantes deben resolver primero de manera individual y luego por equipos, entre ellas tenemos:

- ¿Cuántos palitos de paleta necesitamos para construir 22 triángulos con las condiciones dadas (compartir un lado con el primer triángulo)?
- Escribir la explicación de la forma como se determinó la cantidad de palitos de paleta necesarios para construir 22 triángulos con las condiciones dadas.

Lo primero que deben hacer los maestros en formación profesional inicial, es resolver la situación, luego ver el video y responder a estas dos inquietudes (tanto individualmente como en grupo):

1. ¿Hay evidencia(s) del proceso de generalización? ¿Cuál(es)?
2. ¿Cuáles acciones de la profesora contribuyen a que los estudiantes desarrollen la tarea/actividad propuesta?

Seguidamente, los maestros en formación inicial leen dos documentos: [7] y [8].

Después, se desarrolla la fase de reajuste. Finalmente, lo que se pretende institucionalizar es que:

- La clase evidencia el proceso de generalización porque: se consideran números como variables; se establecen relaciones de tipo funcional (entre el número de triángulos y el número de palitos); se buscan y establecen patrones y se explicitan relaciones funcionales como:

“Para encontrar la cantidad de palitos usados para construir cierta cantidad de triángulos, con las condiciones dadas, se:

- a. *Suma dos a la cantidad de palitos utilizados en la construcción del triángulo anterior”.*
- b. *multiplica el número de triángulos por dos y se le suma uno”.*
- c. *Resta uno a la cantidad de triángulos, se multiplica por 2 y se le suma tres”.*
- d. *“Para construir una cantidad de triángulos múltiplo de cinco, la cantidad de palitos necesarios termina en uno”.*

- Las acciones de la profesora, que contribuyen al desarrollo del proceso de generalización, son: evita ser declarativa, es el estudiante quien establece las relaciones de tipo funcional; promueve el uso de material concreto, ilustra patrones explícitos para relacionar patrón-posición; aumenta gradualmente el valor de la posición, reafirma, cuestiona y contrapregunta.



Fig. 3. Profesora contribuyendo al desarrollo del proceso de generalización.

Nota: CINNET UPN. Experiencia: Generalización en primaria.

CONCLUSIONES

El diseño de tareas para la formación de profesores de matemáticas va más allá de considerar un conjunto de preguntas que puedan resultar interesantes a juicio del formador de profesores de matemáticas; es importante que estas tengan dos soportes básicos, para que sean *tareas con sentido*: la relación con la práctica o futura práctica profesional del profesor y la relación clara con elementos propios de la investigación en Educación Matemática, que vinculen los objetos matemáticos que enseñarán para

profundizar en estos, tanto en lo concerniente al dominio teórico como en lo que se refiere a la enseñanza y el aprendizaje de estos.

Son varias las estrategias didácticas que se encuentran en la literatura para promover la competencia “mirar profesionalmente la práctica de enseñar matemáticas” (*noticing*), entre ellas, el estudio de clase (más óptimo para la formación en ejercicio que, para la formación inicial, a juicio de algunos), la revisión de protocolos, el análisis de entrevistas clínicas, la realización de problemas matemáticos de distintas formas, las situaciones de microenseñanza, entre otras [4].

Es fundamental que todo lo anterior sea reconocido por el formador de profesores de matemáticas, para que su práctica profesional esté situada, actualizada y sea pertinente para su ejercicio docente.

REFERENCIAS

[1] É. Guacaneme y L. Mora. “La Educación del Profesor de Matemáticas: ¿Una tendencia investigativa en Educación Matemática?” en *Coloquio nacional sobre Problemas y Tendencias de Investigación en Educación Matemática*, Bogotá, 2014, pp. 1-9.

[2] C., Dolores, G. González, M. del Rosario, J.A. Hernández y L. Sosa Guerrero, *Matemática educativa: La formación de profesores*, México D.F.: Ediciones Díaz de Santos, 2014.

[3] M. García, “La formación de profesores de matemáticas. Un campo de estudio y preocupación”, *Educación Matemática*, vol, 17, n.º 2, pp. 153-166, 2005.

[4] S. Llinares, “Enseñar matemáticas como una profesión. Características de las competencias docentes”, *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, n.º 18, pp. 30-43, 2019.

[5] L. López, “Noticing: Una revisión bibliográfica sobre los orígenes y perspectivas actuales”. *RECHIEM. Revista Chilena de Educación Matemática*, vol. 13, n.º 3, pp. 79-92, 2021.

[6] L.P. Aké y J. M. López-Mojica, “Naturaleza de las tareas profesionales en la formación de profesores de matemáticas”, *Páginas de Educación*, vol. 13, n.º 1, pp. 58-81, 2020.

[7] A. Fripp, “¿Álgebra en la escuela primaria uruguaya?” en *Actas del 2º Congreso Uruguayo de Educación Matemática*, Montevideo, 2010, pp. 70-74.

[8] D. Hidalgo-Moncada y M.C. Cañadas, “Intervenciones en el trabajo con una tarea de generalización que involucra las formas directa e inversa de una función en sexto de primaria”, *PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática*, vol. 14, n.º 3, pp. 204-225, 2020.

BIOGRAFÍAS

Autor 1: Lyda Constanza Mora Mendieta

Experta en Diagnóstico y Educación de Alumnos con Alta Capacidad, de la Universidad Nacional de Educación a Distancia de España; Magíster en Docencia de la Matemática y Licenciada en Matemáticas, de la Universidad Pedagógica Nacional.

Áreas de investigación: Formación de profesores de matemáticas, Talento Matemático, Didáctica de la Aritmética y el Álgebra y Álgebra temprana.

Autor 2: César Guillermo Rendón Mayorga

Especialista en Estadística, de la Universidad Nacional de Colombia; Magíster en Docencia de la Matemática y Licenciado en Matemáticas, de la Universidad Pedagógica Nacional. Actualmente, profesor ocasional de

tiempo completo de la Universidad Pedagógica Nacional, en la ciudad de Bogotá.

Áreas de investigación: Formación de profesores de matemáticas y Didáctica de las Matemáticas.

Autor 3: Natalia Morales Rozo

Magíster en Docencia de la Matemática, de la Universidad Pedagógica Nacional; Licenciada en Matemáticas, de la Universidad Pedagógica Nacional; Profesora del Departamento de Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional, en la ciudad de Bogotá.

Áreas de investigación: Didáctica de las Matemáticas, Formación profesional inicial de profesores de matemáticas y Filosofía e Historia de las Matemáticas

Análisis de errores en estudiantes de grado once cuando resuelven problemas con números racionales

Analysis of errors in eleventh grade students when solving problems with rational number

*Arias-Aristizábal, Cristian Mauricio¹, Uzuriaga-López, Vivian
Libeth² y Sánchez-Bedoya, Héctor Gerardo³*

Resumen

Los números racionales son de gran importancia en nuestra sociedad, dada la cantidad de información que se maneja en la vida cotidiana en términos de porcentajes, probabilidades, razones, fracciones, entre otros [9]. Según los resultados de las pruebas Saber, en la Institución Educativa Nazario Restrepo de Viterbo-Caldas, Colombia, en el año 2021, solo el 25% de los estudiantes obtuvieron un puntaje superior o igual a 60% en la prueba de matemáticas [10]. Incluso, a pesar de que durante la educación básica los estudiantes deben enfrentar procedimientos matemáticos que involucran números racionales, se encontró que no comprenden o no pueden aplicar una teoría a situaciones de contexto. Es por ello que la investigación tuvo como propósito analizar algunos de los errores que cometen los estudiantes de grado 11 de la IE Nazario Restrepo cuando resuelven problemas con números racionales. El estudio se abordó bajo

- 1 Universidad Tecnológica de Pereira; <https://orcid.org/0009-0006-4271-4943>.
Contacto: cmarias@utp.edu.co.
- 2 Universidad Tecnológica de Pereira; <https://orcid.org/0000-0002-4451-8923>.
Contacto: vuzuriaga@utp.edu.co.
- 3 Universidad Tecnológica de Pereira; <https://orcid.org/0009-0009-1917-3191>.
Contacto: hgsanche@utp.edu.co.

un enfoque cualitativo, al intentar comprender los errores en la formación matemática de los estudiantes. La información fue recogida mediante un cuestionario con cinco problemas, aplicado a 17 estudiantes, y entrevista focalizada según errores identificados a partir del instrumento de valoración adaptado de Musyadad y Martadiputra [4]: Indicadores para la clasificación de errores según la teoría de Newman. Se encontró que los errores de transformación y codificación fueron los de mayor frecuencia, con porcentajes de 26,59% y 22,84% respectivamente, identificando un uso incorrecto de la información y procedimientos matemáticos inadecuados; mientras que los errores de comprensión fueron los de mejor porcentaje, representados en un 10,11%.

Palabras clave: resolución de problemas, error matemático, número racional.

Abstract

Rational numbers are of relevant importance in our society, given the large amount of information that is handled in everyday life in terms of percentages, probabilities, reasons, fractions, among others [9]. According to the results in the Saber tests, the Nazario Restrepo Educational Institution of Viterbo-Caldas, Colombia, in the year 2021, only 25% of the students obtained a score greater than or equal to 60% in the mathematics test [10]. Even though during basic education students have to face mathematical procedures that involve rational numbers, it was found that they do not understand or cannot apply a theory to context situations. That is why the purpose of the research is to analyze some of the errors that 11th grade students of IE Nazario Restrepo make when they solve problems with rational numbers. The study was approached under a qualitative approach, trying to understand the errors in the mathematical training of students. The information was collected through a questionnaire with five problems, applied to 17 students, and a focused interview according to errors identified from the assessment instrument adapted from Musyadad and Martadiputra [4]: Indicators for the classification of errors according to Newman's theory. It was found that the transformation and coding errors were the most frequent with percentages of 26,59% and 22,84% respectively, identifying incorrect use of information and inadequate mathematical procedures; while comprehension errors were the ones with the best percentage represented at 10,11%.

Keywords: problem solving, mathematical error, rational number.

I. INTRODUCCIÓN

La presente investigación analiza las dificultades en estudiantes de educación media al resolver problemas con números racionales, puesto que se ha identificado en la Institución Nazario Restrepo de Viterbo – Caldas, dada la complejidad, operaciones y relaciones, que los estudiantes cometen errores en la interpretación y uso de esta temática, lo que se traduce en bajos rendimientos en los resultados de pruebas internas y externas. El marco teórico se sustentó según estudios realizados por Rosado [1], Del Puerto, *et al.* [2], Rico [3], Musyadad y Martaduputra [4], Silva [5] y Newman [6], entre otros. De acuerdo a los planteamientos antes descritos, se estableció como objetivo de la investigación analizar algunos de los errores que cometen los estudiantes de grado 11, de la IE Nazario Restrepo, cuando resuelven problemas con números racionales, identificando los tipos de errores según la clasificación de Newman, por lo que se sugiere un recurso para pensar sobre el quehacer de las matemáticas y poder mejorar su comprensión.

II. DESARROLLO DEL DOCUMENTO

El estudio se enmarca en un enfoque cualitativo, al intentar comprender los errores en la formación matemática de los estudiantes en la modelación y solución de problemas con números racionales. La recolección de la información se realizó mediante un cuestionario de cinco preguntas aplicado a un grupo de 17 estudiantes, quienes debían resolver problemas de contexto utilizando números racionales. La prueba fue diseñada para dos horas de clase.

Las respuestas de los estudiantes se analizaron a partir del instrumento de valoración adaptado de Musyadad y Martaduputra [4]: Indicadores para la clasificación de errores según la teoría de Newman. Se citaron los estudiantes que en la prueba tuvieran algún tipo de error y, a través de una entrevista semiestructurada registrada en videograbaciones, se buscó comprender de mejor manera lo realizado por el estudiante.

Una vez identificados los errores, se calculó el cociente entre el número de errores cometidos por cada tipo de error y el total de errores, para cada una de las preguntas del cuestionario, los resultados se presentan en su representación porcentual, como se muestra en la Tabla I.

Tabla I- Porcentajes de error según clasificación de Newman

Clasificación de errores de Newman	Porcentaje de error
Lectura	20,23%
Comprensión	10,11%
Transformación	26,59%
Habilidad de proceso	20,23%
Codificación	22,84%

En relación a los resultados obtenidos, se pudo determinar que las etapas de transformación (26,59%) y codificación (22,84%), son las de mayor porcentaje de error y el menor porcentaje corresponde a los errores de comprensión (10,11%). Lo anterior corrobora los resultados obtenidos por Abdullah [7] en su investigación, quien encontró que el 20,92% de los errores se producen en las etapas de lectura y comprensión, mientras que el 79,08% involucran las etapas de transformación, habilidades de proceso y codificación; al igual que el estudio realizado por Musyadad y Martadiputra [4], donde se determinó que los errores cometidos fueron: 8,3% de lectura, 13,3% de comprensión, 30% de transformación, 18,3% de habilidad de proceso y 21,7% de codificación.

De acuerdo a lo anterior, se logró establecer que a los estudiantes se les dificulta en mayor medida la escogencia de un método de solución adecuado y el procesamiento de datos, cuando resuelven problemas de contexto que involucran números racionales, en cambio la lectura y comprensión del problema lo resuelven con mayor facilidad.

Se seleccionaron las preguntas con los errores más frecuentes según la clasificación de Newman, los resultados se muestran en la Tabla II.

Tabla II- Resultados de errores obtenidos con mayor frecuencia

Clasificación Newman	Numero pregunta	Porcentaje de error
Lectura	No. 1	39,53%
Comprensión	No. 5	18,84%
Transformación	No. 1	32,65%
Habilidad de proceso	No. 3	27,78%
Codificación	No. 3	25,93%

A partir de la Tabla II, se analizaron los dos porcentajes de error más altos.

En la Pregunta 1, cuyo propósito era evaluar el concepto de fracción como medida y como razón para expresar la relación y proporción entre dos cantidades, se identificó que presentó mayoritariamente errores de lectura y transformación. Los errores de lectura se debieron a que los estudiantes no extrajeron del texto la información correcta para dar solución al problema y solo indicaron generalidades, lo que conduce a errores de proceso, como lo presenta Rosado [1] en sus estudios, al identificar un estudiante que confunde cuatro onzas con cuatro onceavos. Respecto a los errores de transformación, se encontró que los estudiantes al momento de dar respuesta a la pregunta no propusieron los procedimientos matemáticos adecuados, haciendo uso incorrecto de la información, y formulando procesos no especificados o incoherentes. Según el propósito de la pregunta, los estudiantes no identificaron la proporcionalidad entre dos cantidades como método de solución para establecer relaciones de equivalencia, desconociendo el concepto de fracción como un factor determinante para resolver el ejercicio. En los procedimientos antes descritos, se pudo verificar que los estudiantes no tienen claridad sobre cuál de las cuatro operaciones básicas (+, -, x, ÷) deben emplear y los datos correctos a utilizar [4], en sus planteamientos matemáticos que permiten dar solución a los problemas; lo cual guarda relación con los hallazgos en estudios realizados por Rohmah [8], en cuyos resultados se encontró que los estudiantes no identifican adecuadamente la información del texto, no saben cómo transformar el problema a un procedimiento matemático, no comprenden la situación

problema con claridad y presentan conocimientos deficientes de conceptos matemáticos.

III. CONCLUSIONES

Dando cumplimiento a los objetivos planteados, se identificó que, a pesar de ser los números racionales una temática tratada de manera amplia en los contenidos curriculares de básica primaria y básica secundaria, los estudiantes continúan presentando dificultades en la interpretación y procesamiento de la información al resolver problemas con este tipo de números. También se encontraron falencias en conocimientos previos, incoherencias al adoptar una estrategia de cálculo en la solución de los ejercicios, errores en el procesamiento de datos y falta de experiencia en la resolución de problemas.

La metodología aplicada en la presente investigación constituye una herramienta relevante en la práctica docente para identificar y mejorar las estrategias de enseñanza, al permitir identificar la manera como piensa el estudiante y los errores que comete, a partir de lo cual se encontró que las mayores dificultades se producen cuando se debe hacer un análisis proporcional con la información del problema, al no encontrar la manera correcta de procesar la información, aplicando en cambio metodologías inadecuadas en la solución de los ejercicios.

REFERENCIAS

[1] T. A. Rosado, “Operaciones básicas de números racionales aplicados en el planteamiento y resolución de problemas de ciencias en los grados sexto y séptimo de la Institución Educativa Virgen del Carmen”. *Maestría en enseñanza de las ciencias exactas y naturales*. Universidad Nacional de Colombia. 2018.

[2] S. M. Del Puerto, C. L. Minnaard, S.A. Seminara, “Análisis de errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las matemáticas”. *Revista iberoamericana de educación*, vol 38(4), pp. 1-12, 2004.

[3] L. Rico, “Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas” en *Educación matemática*, J. Kilpatrick, P. Gómez, y L. Rico, ed., Méjico: Grupo Editorial Iberoamérica, 1995, pp. 69-108.

[4] M. A. Musyadad, B. A. Martadiputra, “Error type analysis based on Newman’s theory in solving mathematical communication ability of junior high school students on the material of polyhedron”. *Journal of Physics: Conference Series*, vol.1806, pp. 1-6, 2021.

[5] A. J. Silva, “Propuesta didáctica para el fortalecimiento del aprendizaje de los números racionales en el grado 601 del colegio Miguel Antonio Caro I.E.D J.M. a través de la teoría de las situaciones didácticas”. *Maestría en ciencias de la educación*. Universidad Libre. 2017.

[6] N. A. Newman, “An analysis of sixth-grade pupils’ errors on written mathematical tasks”. *Victorian Institute of Educational Research Bulletin*, vol. 39, pp. 31-43, 1977.

[7] A. H. Abdullah, N. L. Z. Abidin, M. Ali, “Analysis of Students’ Errors in Solving Higher Order Thinking Skills (HOTS) Problems for the Topic of Fraction”. *Asian Social Science*, vol 11, n.º 21, pp. 133-142, 2015.

[8] M. Rohmah, S. Sutiarso, “Analysis problem solving in mathematical using theory Newman” *EURASIA J. Math. Sci. Technol. Educ.*, vol 14(2), pp. 671–681, 2018.

[9] G. Obando, “La enseñanza de los números racionales a partir de la relación parte-todo”. *Revista EMA*, vol. 8, n.º 2, pp. 157-182, 2003.

[10] Instituto Colombiano para la Evaluación de la Educación. *Resultados saber 11 – 2021*. 20 de noviembre de 2021. Disponible en <http://www2.icfesinteractivo.gov.co>

Biografías

Autor 1: Cristian Mauricio Arias Aristizábal

Magíster en Enseñanza de la Matemática, de la Universidad Tecnológica de Pereira; Ingeniero Químico, de la Universidad Nacional de Colombia, sede Manizales; Docente de Matemáticas, en el municipio de Viterbo.

Áreas de investigación: Educación Matemática.

Autor 2: Vivian Libeth Uzuriaga López

Doctora en Ciencias Pedagógicas del Instituto Latinoamericano y Caribeño, de la Habana-Cuba; Magíster en Matemáticas de la Universidad del Valle; Especialista en Matemática Computacional y Licenciada en Matemáticas, de la Universidad del Cauca. Profesora titular del Departamento de Matemáticas de la Universidad Tecnológica de Pereira.

Áreas de investigación: Didáctica de la Matemática, Álgebra.

Autor 3: Héctor Gerardo Sánchez Bedoya

Doctor en Educación, de la Universidad Norbert Wiener del Perú; Magíster en Comunicación Educativa, de la Universidad Tecnológica de Pereira; Especialista en Computación para la Docencia, de la Universidad Antonio Nariño; Licenciado en Matemática y Física, de la Universidad Tecnológica de Pereira. Docente catedrático de la Universidad Tecnológica de Pereira. Docente de tiempo completo de la Institución Educativa INEM Felipe Pérez de Pereira.

Áreas de investigación: Didáctica de la Matemática y Uso pedagógico de las TIC.

Transformación curricular mediante proyectos transversales para la enseñanza de las matemáticas en la básica primaria¹

Curricular transformation through transversal projects for the teaching of mathematics in elementary school

*Ballesteros-Palmett, Eudys Esther², Mejía-Aristizábal, Luz Stella³
y Jaramillo-López, Carlos Mario⁴*

Resumen

Este documento muestra algunos avances de investigación en el marco de un estudio doctoral en el que se propone una transformación curricular, mediante proyectos transversales para la enseñanza de las matemáticas en la educación primaria, donde se plantea que en la actualidad existe la necesidad de ajustar y transformar el currículo escolar para adaptarse a las demandas laborales, los avances científicos y tecnológicos, las situaciones de contingencia, los bajos índices de motivación y desempeño educativo y los diversos entornos escolares. Además, se destaca la necesidad de la formación docente y la interdisciplinariedad en el currículo. Así mismo, se considera que las matemáticas pueden convertirse en un eje transversalizador de proyectos interdisciplinarios que promuevan el desarrollo de competencias del siglo XXI, como el pensamiento crítico, la resolución de problemas y la

1 Doctorado en Educación. Universidad de Antioquia – Colombia. Facultad de Educación. Grupo de Investigación Educación Matemática e Historia - EDUMATH (UdeA-Eafit).

2 Universidad de Antioquia; <https://orcid.org/0009-0000-0104-0731>.
Contacto: eudys.ballesteros@udea.edu.co.

3 Universidad de Antioquia; <https://orcid.org/0000-0002-5222-0297>.
Contacto: luz.mejia@udea.edu.co.

4 Universidad de Antioquia <https://orcid.org/0000-0002-3937-5032>.
Contacto: carlos.jaramillo1@udea.edu.co.

competencia digital, brindando a los estudiantes la oportunidad de aplicar conceptos y habilidades matemáticas en contextos reales, promoviendo a su vez un aprendizaje significativo. La metodología propuesta para el estudio es cualitativa, utilizando un enfoque de estudio de casos, donde se pretende contar con la participación de maestros de educación primaria de una institución pública de Medellín y utilizar técnicas de recolección de datos como la observación participante, entrevistas semiestructuradas, grupos de discusión y análisis de documentos; que serán sistematizados y analizados con el software Atlas.ti. Se esperan resultados que demuestren los beneficios de los proyectos transversales en la transformación curricular, proporcionando pautas y recomendaciones para su integración en el currículo, identificando desafíos y obstáculos en su implementación.

Palabras clave: proyectos transversales, transformación curricular, competencias siglo XXI, enseñanza de las matemáticas, formación de docentes.

Abstract

This document shows some research advances in the framework of a doctoral study in which a curricular transformation is proposed through transversal projects for the teaching of mathematics in primary education, where it is stated that there is currently a need to adjust and transform the school curriculum to adapt to labor demands, scientific and technological advances, contingency situations, low levels of motivation and educational performance, and various school environments. In addition, the need for teacher training and interdisciplinarity in the curriculum is highlighted. Likewise, it is considered that mathematics can become a transversal axis of interdisciplinary projects that promote the development of 21st century skills, such as critical thinking, problem solving and digital competence, giving students the opportunity to apply mathematical concepts and skills in real contexts and in turn promoting meaningful learning. The methodology proposed for the study is qualitative, using a case study approach, where it is intended to have the participation of primary school teachers from a public institution in Medellín and use data collection techniques such as participant observation, semi-structured interviews, discussion groups and document analysis; that will be systematized and analyzed with the Atlas.ti software. Results are expected that demonstrate the benefits of transversal projects in curricular transformation, providing guidelines and recommendations for their integration into the curriculum, identifying challenges and obstacles in their implementation.

Keywords: transversal projects, curricular transformation, 21st century skills, mathematics teaching, teacher training.

I. INTRODUCCIÓN

En la actualidad, en Colombia y en otros países, se ha suscitado un creciente debate en torno a la necesidad de ajustar y transformar el currículo educativo. Diversos factores, como las demandas laborales, los entornos escolares de los estudiantes, los avances científicos y tecnológicos, las situaciones de contingencia ocasionadas por la pandemia del Covid-19 y los bajos índices de motivación y desempeño académico, han determinado la urgencia de replantear el enfoque y contenido de la educación.

La adaptación del currículo a las demandas laborales actuales, se ha convertido en un imperativo para garantizar que los estudiantes adquieran las habilidades necesarias para enfrentar los desafíos del mundo laboral en constante cambio [1]. Asimismo, la integración de avances científicos y tecnológicos en el currículo, busca preparar a los estudiantes para un futuro cada vez más digitalizado [2].

La pandemia del Covid-19 ha dejado en evidencia la necesidad de ajustar el currículo para hacer frente a situaciones de contingencia y desafíos educativos sin precedentes. La Organización Mundial de la Salud ha resaltado la importancia de adaptarse a los cambios y brindar una educación resiliente y efectiva.

Además, se ha observado una preocupante disminución en la motivación y el rendimiento académico de los estudiantes en los diferentes niveles educativos [3] y [4]. Estos hallazgos destacan la importancia de realizar cambios en el currículo para fomentar un aprendizaje significativo y relevante, que despierte el interés y promueva un mejor rendimiento académico en los estudiantes.

En respuesta a estos desafíos, la ciudad de Medellín ha sido pionera en la transformación educativa al convertirse en el Distrito Especial de Ciencia, Tecnología e Innovación [5]. Como parte de esta transformación, se está llevando a cabo el programa de Transformación Curricular, que implica revisar los planes de estudio y reevaluar el currículo para satisfacer

las necesidades del entorno y promover el desarrollo de las habilidades y competencias del siglo XXI.

Sin embargo, en el proceso de transformación curricular, se han evidenciado desafíos y dificultades. Entre ellos, se destaca la falta de formación de los maestros para identificar los elementos conceptuales necesarios para una verdadera transformación. Es fundamental brindar a los docentes las herramientas y recursos necesarios para implementar estrategias pedagógicas que fomenten el desarrollo de las competencias siglo XXI [6] y [7].

En este contexto, la transversalización de áreas, en particular las matemáticas, ha surgido como una opción para potenciar la interdisciplinariedad y promover un aprendizaje significativo. La interconexión de saberes y el desarrollo de habilidades cognitivas esenciales se logran al integrar las matemáticas de manera significativa en proyectos interdisciplinarios [8].

En este sentido, esta propuesta investigativa tiene como objetivo analizar cómo lograr una transformación curricular mediante proyectos transversales para la enseñanza de las matemáticas en la educación básica primaria. Se busca comprender cómo esta transformación mejora la enseñanza de las matemáticas y facilita el desarrollo de competencias clave para el siglo XXI en los estudiantes.

La importancia de este estudio radica en la necesidad de fortalecer el currículo y promover un aprendizaje integral y enriquecido, acorde con las demandas de la sociedad actual y la diversidad de los entornos escolares. Asimismo, se busca proporcionar pautas y recomendaciones para que los docentes puedan implementar proyectos transversales de manera efectiva a partir de formaciones para ellos, potenciando así el desarrollo de las competencias siglo XXI en sus estudiantes [9].

II. DESARROLLO DEL DOCUMENTO

Esta propuesta de investigación está enmarcada dentro de un enfoque cualitativo, centrado en comprender en profundidad fenómenos sociales relacionados con la enseñanza de las matemáticas en la educación básica primaria; donde se utilizará un estudio de casos para examinar detalladamente una situación particular en su contexto real.

Se seleccionarán maestros de la básica primaria de una institución pública en Medellín, cuya participación será voluntaria y se enfocará en la construcción colectiva de proyectos transversales. Estos proyectos se articularán con programas de formación ofrecidos por el Ministerio de Educación Nacional, la Secretaría de Educación de Medellín y por la misma Institución Educativa, y se espera que a partir de ellos mejore la enseñanza de las matemáticas.

Para recopilar información, se emplearán diversas técnicas cualitativas, como observación participante, entrevistas en profundidad, entrevistas semiestructuradas, grupos de discusión y análisis de documentos. Se garantizará la confidencialidad y el consentimiento informado de los participantes, así como una actitud reflexiva y abierta durante todo el estudio. El análisis de los resultados se realizará a través del software Atlas.ti.

El objetivo de esta propuesta investigativa es identificar estrategias efectivas de enseñanza de matemáticas a través de proyectos transversales, establecer pautas para su integración en el currículo, analizar percepciones y experiencias de los docentes, identificar desafíos y obstáculos, entre otros aspectos.

Se espera que los resultados demuestren los beneficios de los proyectos transversales en la enseñanza de las matemáticas, contribuyendo al mejoramiento de las prácticas docentes y al desarrollo de competencias del siglo XXI en los estudiantes de educación básica primaria.

III. CONCLUSIONES

Partiendo de que esta es aún una propuesta investigativa que inicia su desarrollo, a partir de la revisión de la literatura y que por ahora solo se tiene una proyección de lo que se espera lograr con ella, se puede decir que los proyectos transversales pueden ser una estrategia efectiva para mejorar la enseñanza de las matemáticas y promover el desarrollo de competencias del siglo XXI en los estudiantes. Así como pueden contribuir a la transformación curricular, integrando contenidos y contextualizando el aprendizaje en el área de matemáticas.

La participación activa y voluntaria de los maestros en la investigación sería una muestra de su interés en mejorar su práctica docente y fortalecer sus habilidades en la enseñanza de las matemáticas. Por ello, la formación docente en el área de matemáticas es un factor relevante para el nivel de competencias matemáticas de los estudiantes, lo que hace que se convierta en una necesidad en el modelo de educación actual.

En este sentido, la investigación arrojará pautas y recomendaciones valiosas para la inclusión exitosa de proyectos transversales en el currículo de matemáticas, en la educación básica primaria, y los resultados obtenidos pueden tener implicaciones importantes para la toma de decisiones en políticas educativas y para el diseño de programas de formación docente, enfocados en la enseñanza de las matemáticas.

En general, la propuesta de investigación promete proporcionar conocimientos significativos sobre cómo mejorar la enseñanza de las matemáticas en la educación básica primaria, a través de proyectos transversales, beneficiando tanto a los docentes como a los estudiantes en su proceso de aprendizaje. Las conclusiones obtenidas a partir de los resultados finales podrían ser utilizadas para mejorar las prácticas educativas y enriquecer el campo de la educación matemática.

REFERENCIAS

- [1] J. Smith, “Adaptación curricular y demandas laborales”, *Revista de Educación y Trabajo*, 15(2), pp. 45-62, 2020.
- [2] M. García, “Avances científicos y tecnológicos en el currículo: una perspectiva actualizada”, *Revista de Investigación Educativa*, 37(2), pp.89-106, 2022.
- [3] L. Pérez, “Bajos índices de motivación y desempeño en los niveles educativos”, *Revista de Investigación en Educación*, 25(1), pp. 67-84, 2018.
- [4] R. González, *et al.*, “Motivación y rendimiento académico: un análisis comparativo en diferentes niveles educativos”, *Revista Latinoamericana de Psicología Educativa*, 40(2), pp. 267-284, 2022.
- [5] Congreso de Colombia, (2023, enero 12), Ley 2286. [En línea]. Disponible:<https://dapre.presidencia.gov.co/normativa/normativa/LEY%202286%20DEL%2012%20DE%20ENERO%20DE%202023.pdf>.
- [6] R. González, “Formación docente para la implementación de competencias del siglo XXI”, *Revista de Formación Docente*, 10(2), pp. 78-94, 2021.
- [7] M. García, “Herramientas y recursos para la implementación de estrategias pedagógicas centradas en las competencias del siglo XXI” en *Revista de Innovación Educativa*, 17(1), pp. 112-128, 2020.
- [8] C. Ramírez, “La transversalización de áreas en la enseñanza: Conexiones y aplicaciones en contextos reales”, *Revista de Educación Interdisciplinaria*, 18(3), pp. 89-104, 2022.
- [9] J. López, S. Rodríguez & E. Martínez, “Interdisciplinariedad en la educación: Promoviendo habilidades para el siglo XXI”, *Revista de Investigación Educativa*, 30(2), pp. 215-230, 2023.

Biografías

Autor 1: Eudys Esther Ballesteros Palmett

Actualmente estudiante de Doctorado en Educación de la Universidad de Antioquia; Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Colombia; Licenciada en Matemáticas y Física de la Universidad de Antioquia; Coordinadora Académica de la Institución Educativa Miraflores, Medellín; Integrante del grupo de investigación de Educación Matemática e Historia (UdeA-Eafit).

Áreas de investigación: educación matemática.

Autor 2: Luz Stella Mejía Aristizábal

Doctora en Educación de la Universidad de Antioquia; Magister en educación; Especialista en Enseñanza de la física; Licenciada en Matemáticas y Física de la misma universidad; Maestra de la Facultad de Educación de la Universidad Antioquia y de la Institución Educativa Centro Formativo de Antioquia; Integrante del Grupo de Investigación Educación Matemática e Historia (UdeA-Eafit), y Perspectivas de investigación en Educación en Ciencias PiEnCias.

Áreas de investigación: formación de maestros, evaluación educativa y de aprendizaje, currículo e inserción profesional docente.

Autor 3: Carlos Mario Jaramillo López

Doctor en Ciencias Matemáticas de la Universidad Politécnica de Valencia, España; Profesor del Instituto de Matemáticas de la Universidad de Antioquia; Líder del grupo Educación Matemática e Historia (UdeA-Eafit) y del grupo Ciencias Básicas Aplicadas Tecnológico de Antioquia.

Áreas de investigación: educación matemática.

Enseñanza y aprendizaje de curvas en coordenadas polares con profesores en formación desde el análisis didáctico¹

Teaching and Learning of curves in polar coordinates with teachers in training from the didactic analysis

Gutiérrez Zuluaga, Heiller², Aldana Bermúdez, Eliecer³

Resumen

Este proyecto de investigación pretende aportar a la reflexión académica acerca de cómo los profesores de matemáticas en formación planean y organizan la enseñanza y tiene como objetivo generar el desarrollo de conocimientos matemáticos sobre curvas en coordenadas polares en ellos, mediante el análisis didáctico, un tema no muy trabajado en dicho contexto, en lo relacionado con el pensamiento espacial y geométrico, en el cual poco se han dado a conocer los significados que las coordenadas polares tienen en las acciones y en las actividades humanas. Para ello, se utiliza la teoría del análisis didáctico [1] que corresponde a un marco teórico y metodológico, que busca dar un significado a los conceptos matemáticos y se fundamenta en cuatro fases: análisis de contenido, análisis cognitivo, análisis de instrucción y análisis de actuación [2]. Este estudio es de tipo cualitativo e interpretativo para comprender los fenómenos educativos

- 1 Este artículo es producto de proyecto de tesis doctoral del candidato a doctor Heiller Gutiérrez Zuluaga, estudiante del doctorado en Ciencias de la Educación, Rudecolombia CADE Universidad del Quindío.
- 2 Universidad del Quindío; código ORCID: 0000-0003-2057-5859.
Contacto: hgutierrez@uniquindio.edu.co.
- 3 Universidad del Quindío; código ORCID: 0000-0003-1691-2699.
Contacto: eliecerab@uniquindio.edu.co.

que ocurren en un contexto, se trata de interpretar y explicar la forma como los estudiantes llegan a la comprensión y construcción conceptual [3]. Está basada en una perspectiva histórico-hermenéutica, debido a que es un enfoque interpretativo en las Ciencias de la Educación que busca la comprensión global del fenómeno [4]. Como método, se empleará la investigación-acción con los estudiantes de primer año de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad del Quindío, registrados por primera vez en el espacio académico de Geometría Analítica.

Palabras clave: análisis didáctico, curvas en coordenadas polares, profesores en formación.

Abstract

This research project aims to contribute to the academic reflection of some elements about how mathematics teachers in training plan and organize teaching and aims to generate the development of mathematical knowledge about curves in polar coordinates in mathematics teachers in training, through Didactic Analysis, a subject that has not been worked on in this context, in relation to spatial and geometric thinking in which little has been made known about the meanings that polar coordinates have in human actions and activities. For this, the didactic analysis theory is used [1], which corresponds to a theoretical and methodological framework that seeks to give meaning to mathematical concepts and is based on four phases: content analysis, cognitive analysis, instruction analysis and performance analysis [2]. This study is of a qualitative and interpretative type to understand the educational phenomena that occur in a context, it is about interpreting and explaining the way in which students come to understanding and conceptual construction [3]. It is based on a historical-hermeneutic perspective, since it is an interpretive approach in Educational Sciences that seeks a global understanding of the phenomenon [4]. As a method, Action-Research will be used with the first-year students of the Mathematics Degree of the University of Quindío, registered for the first time in the academic space of Analytical Geometry.

Keywords: didactic analysis, curves in polar coordinates, teachers in training.

I. INTRODUCCIÓN

La experiencia como docentes de matemáticas, específicamente de los espacios académicos de Geometría Analítica, nos han permitido identificar diversas dificultades que presentan los estudiantes, posiblemente debido a la instrucción previa recibida, las cuales afectan el proceso de comprensión de las curvas en coordenadas polares: una de ellas es la carencia de articulación entre los registros algebraicos y geométricos. Así mismo, los estudiantes demuestran dificultad cuando se ven enfrentados al uso de teoremas y definiciones rigurosas, pues buscan memorizar fórmulas y mecanizar procedimientos sin analizar el concepto [4]

Además, los estudiantes tienen concepciones erróneas de curvas en coordenadas polares, como lo referencia Fernández “es que no asumen las secciones cónicas como lugares geométricos, no le dan sentido y significado” [5, p.24]. Las razones anteriores hacen que a los estudiantes se les dificulte comprender las curvas en coordenadas polares como lugares geométricos, igualmente cometen errores al vincular sus elementos desde la representación algebraica a la representación gráfica y viceversa, además presentan confusión al convertir una ecuación general a su respectiva ecuación canónica y viceversa, y en algunos casos no identifican estos objetos matemáticos al presentarles una ecuación de segundo grado.

De acuerdo con las anteriores dificultades que se presentan en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las curvas en coordenadas polares, se deben buscar estrategias que mejoren este proceso y faciliten al estudiante la comprensión de los conceptos. Con base en las consideraciones expuestas anteriormente, se precisa el siguiente interrogante, eje principal del problema al cual se busca dar respuesta con la propuesta de investigación: **¿Cómo generar conocimientos matemáticos sobre curvas en coordenadas polares de profesores de matemáticas en formación en contexto de universidad?**

II. DESARROLLO DEL DOCUMENTO

Esta investigación es de tipo cualitativa e interpretativa, para comprender los fenómenos educativos que ocurren en un contexto, se trata de interpretar y explicar la forma como los estudiantes llegan a la comprensión y construcción conceptual. En palabras de Bisquerra [3, p. 309] es “un método de investigación de gran relevancia para el desarrollo de las ciencias humanas y sociales que implica un proceso de indagación caracterizado por el examen sistemático y en profundidad de casos de un fenómeno, entendidos estos como entidades sociales o entidades educativas únicas”. De acuerdo con los objetivos planteados para esta propuesta de investigación, está basada en una perspectiva histórico-hermenéutica, debido a que es un enfoque interpretativo en las Ciencias de la Educación que busca la comprensión global del fenómeno [6], el objeto matemático son las curvas en coordenadas polares. Para ello, se utilizará el método de la investigación–acción [7], porque se trata de un plan para ejecutar, una acción o intervención de los investigadores, una observación orientada a la recogida y análisis de datos, y una reflexión final de los resultados obtenidos. Dicho estudio se hará con los estudiantes de primer año de carrera, registrados por primera vez el espacio académico de Geometría Analítica. Este estudio se realizará en la ciudad de Armenia, en la Universidad del Quindío, Facultad de Ciencias de la Educación, con un grupo de 20 profesores en formación, aproximadamente, que cursan segundo semestre de programa de Licenciatura en Matemáticas, por tanto, se espera que tengan los conceptos previos en coordenadas polares, adquiridos en su formación en básica primaria y secundaria del sistema educativo colombiano, los cuales les permitan la comprensión de algunas situaciones problema y apliquen las propiedades geométricas. El proceso de investigación se desarrollará mediante las cuatro fases de acuerdo con la propuesta de Gómez [8]: el análisis didáctico comienza con una revisión histórica y epistemológica de los conceptos centrales implicados en el tema de las curvas en coordenadas polares. Continúa con el análisis de contenido matemático escolar correspondiente, que se complementa con una síntesis que selecciona y organiza los conceptos y procedimientos relevantes que articulan el tema de curvas en coordenadas polares. Prosigue con un

análisis cognitivo centrado en el aprendizaje de tales contenidos, que genera una síntesis sobre expectativas de aprendizaje establecidas, según dichos criterios, y que sirve para organizar los aprendizajes. Avanza con el análisis de instrucción que, a su vez, produce una nueva síntesis que se expresa en el diseño de las unidades didácticas. Finalmente, el análisis de actuación sobre la evaluación de la enseñanza y aprendizaje de los contenidos matemáticos desarrollados en la etapa anterior, que da paso a una síntesis evaluadora del proceso. A continuación, se describen las actividades a desarrollar en cada una de las fases:

Tabla I: Actividades a desarrollar en cada una de las fases del Análisis Didáctico

Fases	Actividades
1. Análisis de contenido	Identificar, organizar y clasificar los significados del concepto matemático en estudio, a partir de las dimensiones: estructura conceptual, sistemas de representación y fenomenología.
2. Análisis cognitivo	Establecer las habilidades y competencias que desarrollan los estudiantes para profesores, haciendo una descripción del dominio de las nociones y conceptos al inicio y al final del proceso.
3. Análisis de instrucción	Diseñar, analizar y seleccionar las tareas que constituirán las actividades de enseñanza-aprendizaje, teniendo en cuenta los análisis de contenido y cognitivo.
4. Análisis de actuación	Determinar las capacidades que los estudiantes han desarrollado y las dificultades que se pueden haber manifestado.

Fuente: Elaboración propia

III. CONCLUSIONES

La puesta en marcha de esta investigación advierte como posibles resultados: desde la planificación y organización de la enseñanza, se formará a los profesores y se dará un aporte a la fenomenología de las curvas en coordenadas polares, como objeto matemático del conocimiento y, en lo que tiene que ver con el aprendizaje, responder a la pregunta de para qué me sirven estos conceptos matemáticos. Además, se configura en un aporte a políticas actuales y a los resultados de aprendizaje.

REFERENCIAS

- [1] J. González y J. Gallardo, *Análisis didáctico curricular: un procedimiento para fundamentar y completar el diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas de matemáticas*. Málaga: Universidad de Málaga, 2007.
- [2] P. Gómez, “Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas”, *Revista EMA*, 7(3), pp. 251-293, 2002.
- [3] R. Bisquerra y M. Sabariego, “El Proceso de Investigación”, en *Metodología de la Investigación Educativa*; R. Bisquerra (Coord.), 2ª ed., Madrid: La Muralla, 2009, pp. 89-125.
- [4] Sosa, L., Tuyub, I., & Aparicio, E. (2014). Diagnóstico en estudiantes de nuevo ingreso a nivel superior: competencias y dificultades matemáticas.
- [5] E. Fernández, (2011). *Situaciones para la enseñanza de las cónicas como lugar geométrico desde lo puntual y lo global integrando cabri geometre II plus*, tesis de maestría, Universidad del Valle, Valle del Cauca, Colombia, 2011. Recuperado de <http://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/10893/3901/4/CB-0450269.pdf>

[6] R. M. Cifuentes-Gil y R. María, *Diseño de proyectos de investigación cualitativa*. Buenos Aires: Noveduc libros, 2011.

[7] A. Latorre, *La investigación-acción. Conocer y cambiar la práctica educativa*, España: GRAÓ, 2009.

[8] P. Gómez, (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*, tesis doctoral, Universidad de Granada, Granada, España, 2007

Biografías

Autor 1: Heiller Gutiérrez Zuluaga

Candidato a doctor en Ciencias de la Educación, Rudecolombia CADE Universidad del Quindío; Profesor Tiempo Completo de planta, Programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad del Quindío; Magíster en Educación, de la Universidad Católica de Manizales; Licenciado en Matemáticas y Computación de la Universidad del Quindío.

Áreas de investigación: educación matemática.

Autor 2: Eliécer Aldana Bermúdez

Doctor en Educación Matemática, Universidad de Salamanca (España), Profesor Tiempo Completo de Planta, Programa de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad del Quindío; Integrante Grupo de Investigación GEMAUQ; Licenciado en Matemáticas y Computación de la Universidad del Quindío.

Áreas de investigación: educación matemática.

Niveles de razonamiento covariacional, en estudiantes de undécimo grado, evidenciados mediante situaciones con interés simple¹

Levels of covariational reasoning in eleventh- grade students evidenced through situations involving simple interest

*Gutiérrez Villamizar Laura², Díaz Rincón Carlos³, Rey Gómez
Jaiver⁴, Parada Rico Sandra⁵*

Resumen

La educación matemática busca acercar el conocimiento matemático a la vida cotidiana, por ejemplo, con el uso de fenómenos económicos y financieros. Ahora bien, en undécimo grado hay un especial énfasis en el pensamiento covariacional, el cual puede potenciarse a través de situaciones como la del interés simple. Esto permitirá a los estudiantes aplicar conceptos financieros en situaciones cotidianas y tomar decisiones financieras personales y familiares. Sin embargo, los estudiantes de undécimo pueden enfrentar dificultades para transferir los conceptos aprendidos en el aula a situaciones reales, posiblemente porque no se establece una conexión entre

1 Esta investigación hace parte del Trabajo de investigación de Maestría denominado “Reflexiones de profesores sobre el uso de fenómenos económicos y financieros para promover actividad matemática en el aula”.

2 Universidad Industrial de Santander, 0009-0009-9220-6789.

Contacto: lauragutierrezvillamizar@gmail.com

3 Universidad Industrial de Santander, 0009-0007-7020-4032.

Contacto: carlosivand.2001@gmail.com

4 Universidad Industrial de Santander, 0000-0003-0109-7361.

Contacto: jaiverdavidrey@hotmail.com

5 Universidad Industrial de Santander, 0000-0001-5468-0943.

Contacto: sanevepa@uis.edu.co

la teoría y la práctica, y la falta de ejemplos y ejercicios relacionados con la vida cotidiana. Por todo lo antes dicho, esta investigación tiene como objetivo determinar los niveles de razonamiento covariacional que alcanzan los estudiantes de undécimo grado al resolver situaciones relacionadas con el interés simple.

Palabras clave: razonamiento covariacional, interés simple, acción mental.

Abstract

Mathematics education seeks to bring mathematical knowledge closer to everyday life, for example, with the use of economic and financial phenomena. Now, in eleventh grade there is a special emphasis on covariational thinking, which can be enhanced through situations such as simple interest. This will allow students to apply financial concepts in everyday situations and make personal and family financial decisions. However, eleventh grade students may face difficulties in transferring the concepts learned in the classroom to real situations, possibly because there is no connection between theory and practice, and the lack of examples and exercises related to everyday life. For all the above, this research aims to determine the levels of covariational reasoning achieved by eleventh grade students when solving situations related to simple interest.

Key words: covariational reasoning, simple interest, mental action.

I. INTRODUCCIÓN

La educación matemática busca acercar el conocimiento a la vida cotidiana. Desde la secundaria, se busca enseñar a los estudiantes conceptos de matemática financiera, como el interés simple, para que puedan aplicarlos en situaciones cotidianas y tomar decisiones financieras informadas.

Sin embargo, algunos estudiantes de undécimo grado enfrentan dificultades para transferir esos conceptos financieros del aula a situaciones del mundo real. Esto puede deberse a la falta de conexión entre la teoría académica y la aplicación práctica, ya que carecen de ejemplos y ejercicios que muestren cómo usar conceptos financieros en situaciones cotidianas.

Por lo tanto, el objetivo de esta investigación fue analizar el nivel de razonamiento covariacional en estudiantes de undécimo grado, al resolver problemas que involucran interés simple. El razonamiento covariacional se refiere a la capacidad de comprender cómo dos variables están relacionadas y cómo varían juntas, permitiendo aplicar este conocimiento matemático en la vida real.

II. DESARROLLO

El marco de esta investigación es guiado por la definición de razonamiento covariacional que está dado como, “las actividades cognitivas implicadas en la coordinación de dos cantidades que varían mientras se atienden a las formas en que cada una de ellas cambia con respecto a la otra” (p.124) [1].

Este marco acoge las expresiones procesos de pensamiento pseudoanalíticos y comportamientos pseudoanalíticos, las cuales, según Carlson y sus colaboradores, fueron introducidas por Vinner [4] y se asocian en su orden con “procesos de pensamiento y comportamientos que ocurren sin comprensión y los comportamientos pseudoanalíticos son producidos por procesos de pensamiento pseudoanalíticos” [1, p. 125].

TABLA I - Acciones mentales del marco conceptual

Acción mental	Descripción de la acción mental
AM1	Coordinación del valor de una variable con los cambios de otra.
AM2	Coordinación de la dirección del cambio de una variable con los cambios en la otra variable.
AM3	Coordinación de la cantidad de cambio de una variable con los cambios en la otra variable.
AM4	Coordinación de la razón de cambio promedio de la función con los incrementos uniformes del cambio en la variable de entrada.
AM5	Coordinación de la razón de cambio instantánea de la función con los cambios continuos en la variable independiente para todo el dominio de la función.

El marco conceptual para la covariación contiene cinco niveles distintos de desarrollo. Decimos que se da una habilidad de razonamiento covariacional cuando alguien ha alcanzado un nivel de desarrollo al logra mantener las acciones mentales asociadas con el nivel y, a su vez, las acciones mentales relacionadas con todos los niveles que están por debajo de ese nivel.

TABLA II - Marco conceptual para los niveles de la covariación

Nivel del razonamiento covariacional	Descripción
N1. Coordinación	Las imágenes de la covariación pueden sustentar a la acción mental de coordinar el cambio de una variable con cambios en la otra variable (AM1).
N2. Dirección	Las imágenes de la covariación pueden sustentar a las acciones mentales de coordinar la dirección de una de las variables con cambios en la otra. Las acciones mentales identificadas como AM1 y Am2 ambas son sustentadas por imágenes de N2.
N3. Coordinación cuantitativa	Las imágenes de la covariación pueden sustentar a las acciones mentales de coordinar la cantidad de cambio en una variable con cambios en la otra. Las acciones mentales identificadas como AM1, AM2, y AM3 son sustentadas por las imágenes de N3.
N4. Razón promedio	Las imágenes de covariación pueden sustentar a las acciones mentales de coordinar la razón de cambio promedio de una función con cambios uniformes en los valores de entrada de la variable. La razón de cambio promedio se puede descomponer para coordinar la cantidad de cambio de la variable resultante con los cambios en la variable de entrada. Las acciones mentales identificadas como AM1, AM2, AM3 y AM4 son sustentadas por N4.
N5. Razón instantánea	Las imágenes de covariación pueden sustentar a las acciones mentales de coordinar la razón de cambio instantánea de una función con cambios continuos en la variable de entrada. También incluye la consciencia de que el punto de inflexión es aquel en el que la razón de cambio pasa de ser creciente a decreciente o al contrario. Las acciones mentales identificadas como AM1 hasta AM5 son sustentadas por imágenes de N5.

Para dar respuesta a la pregunta problematizadora, se emplearon distintas fases donde, basados en la teoría de niveles de razonamiento covariacional de Carlson, se quiere identificar dichos niveles en el taller planteado por el docente y proceder a realizar el rediseño necesario del mismo para alcanzar todos los niveles de razonamiento. Cabe aclarar, que los pilotajes y el

rediseño del material se realizaron conjuntamente, es decir, entre el sujeto 1 y el sujeto 2.

El taller utilizado para realizar este experimento fue tomado de un trabajo de tesis de maestría [6].

“Don Pedro, el papá de la familia Gutiérrez, necesita conseguir \$10.000.000 para iniciar un negocio. Él los piensa pagar en dos años. Entre las posibilidades para obtenerlos ha contemplado ir donde el prestamista del barrio, quien no pide ni un solo papel y presta el dinero de inmediato a una tasa de interés simple de 6% mensual. Por sugerencia de su hijo, Don Pedro también consultó en un banco y allí le ofrecieron un crédito a dos años con un interés simple del 26% anual. El señor Gutiérrez deberá tener en cuenta que, mensualmente, debe asumir varias obligaciones, por ejemplo, el pago de servicios públicos (\$150.000), el pago de un crédito de consumo (\$90.000), el gasto en mercado (\$250.000), el pago de transporte (\$100.000), un ahorro (\$60.000), y que sus ingresos mensuales son de \$1.500.000. Para respaldar su deuda, Don Pedro tiene una casa avaluada en \$70.000.000 y un carro por valor de \$15.000.000. Además, cuenta con un excelente historial crediticio, pues nunca ha estado reportado ante una central de riesgo.

- ¿Cuánto tendría que pagar en cada caso? Justifica tu respuesta.
- ¿A qué lugar debería acudir Don Pedro por un préstamo? Justifica tu respuesta.
- ¿Qué debemos analizar antes de endeudarnos? ¿Por qué? ¿Podrías calcular la capacidad de endeudamiento que tienes que puede tener un familiar?

Después de haber realizado el rediseñado, se procede a aplicar el taller con 32 estudiantes que están cursando undécimo grado en la Institución Educativa Las Américas de Bucaramanga, se les explicó el concepto básico de interés simple para que, con esta definición, lograran dar una solución más detallada al taller. Posteriormente, se pidió a los estudiantes que respondieran todas las preguntas.

El problema incitaba a los alumnos a realizar una identificación de las variables tiempo y monto total, y a su vez que estas tenían una relación con el interés simple respecto al tiempo, para así poder conocer el monto final a pagar, además de esto, cada alumno debía identificar la razón de cambio que se generaba en el monto final cuando el tiempo aumentaba o disminuía, para así lograr llegar a la modelación de una función lineal que representara el problema. La actividad inició con una breve explicación sobre los conceptos de interés simple, donde se generaron algunas dudas que fueron resueltas antes de iniciar el taller, después de esta introducción se entregó el taller dándoles una (1) hora para resolverlo. Cada estudiante lo resolvió individualmente y cuando tuvieron preguntas alzaron la mano y se les despejó la duda. Después de que todos los estudiantes entregaron los talleres, se procedió a resolverlo, explicándoles detenidamente cada uno de los ítems, el taller fue resuelto de tal manera que se lograra identificar los niveles de covariación que propone Carlson.

Se analizó cada resultado de los estudiantes, logrando identificar en cada uno las acciones mentales y comportamientos que tuvieron en sus respuestas, para así describir en qué nivel de razonamiento covariacional se encontraban.

La categorización que se utilizó para analizar a los estudiantes es presentada en la siguiente tabla, la cual fue diseñada a partir de las tablas 1 y 2.

TABLA III - Descripción de todos los niveles

N1. Nivel de coordinación	AM1
Acción mental de coordinar el monto total, con el cambio del interés simple con respecto al tiempo.	Se observa los ejes y somos conscientes y se reconoce que a medida que el tiempo cambia, también cambia el monto total.
N2. Nivel de dirección	AM2
Acción mental de coordinar el cambio del monto total mientras se consideran cambios en el tiempo.	Se observa que a medida que el tiempo aumenta en una tasa de interés fija, el monto total también aumenta.
N3. Nivel de coordinación cuantitativa	AM3
Acción mental de coordinar la cantidad de cambio del monto total con la cantidad de cambio del tiempo mientras se imaginan cambios en el tiempo.	Se observa incrementos y disminuciones en el cambio del monto inicial cuando se consideran incrementos o disminuciones en el tiempo.
N4. Nivel de razón promedio	AM4
Acción mental de coordinar la razón de cambio promedio de monto total con respecto al tiempo para valores iguales de tiempo.	Se observa la razón de cambio del monto total con respecto a la tasa de interés mientras se consideran valores iguales de tiempo. Se empieza a construir la representación gráfica de la función.
N5. Nivel de razón instantáneo	AM5
Acción mental de coordinar la razón de cambio (tasa de interés) instantánea del monto total con los cambios en el tiempo.	Se observa la construcción de una gráfica lineal, en donde se evidencia la naturaleza cambiante de la razón, mientras se imagina el cambio continuo del tiempo.

III. CONCLUSIONES

Se identificó en qué nivel se encontraba cada estudiante, se tabularon los datos para calcular los porcentajes obtenidos en cada categoría, obteniendo que el 10% de los estudiantes no respondieron, por lo tanto, no se podían

analizar, el 9% de los alumnos obtuvo un nivel 1 (N.1), en el cual solo lograron identificar la acción mental de coordinar el monto total, con el cambio del interés simple con respecto al tiempo, pero no lograban observar que a medida que el tiempo aumenta en una tasa de interés fija, el monto total también aumenta; también hubo un 9% de alumnos en el nivel 2 (N.2), en donde lograron la acción mental de coordinar el cambio del monto total mientras se consideraban cambios en el tiempo, pero no lograron observar incrementos y disminuciones en el cambio del monto inicial cuando se consideran incrementos o disminuciones en el tiempo, por último, en el nivel 3 (N.3) tenemos un 72% del total de los estudiantes, los cuales lograron observar la acción mental de coordinar la cantidad de cambio del monto total con la cantidad de cambio del tiempo, mientras se imaginaban cambios en el tiempo, pero no lograron alcanzar los otros niveles porque no consiguieron identificar y observar la razón de cambio del monto total con respecto a la tasa de interés, mientras se consideran valores iguales de tiempo, así que no lograron el nivel 4 (N.4), por lo tanto, de los 32 alumnos que presentaron la prueba ninguno logró un nivel 4 (N.4) o nivel 5 (N.5).

Finalmente, se obtiene como conclusión que los estudiantes que participaron en esta investigación presentaron resultados muy parejos en las respuestas, ya que un 72% obtuvo un nivel 3 de razonamiento covariacional, en este sentido, el nivel de covariación para el grado undécimo de la Institución Educativa las Américas está en un nivel 3 (N.3), estos resultados nos dan a entender que los estudiantes tuvieron la mayor dificultad al interpretar la razón de cambio del monto total con respecto a la tasa de interés, mientras se consideran valores iguales de tiempo, lo cual no permitió que lograran alcanzar un mayor nivel.

Los resultados revelan notables deficiencias en el razonamiento y la identificación de variables para encontrar la tasa de cambio. Al enfrentarse a un problema real que requería el uso de matemáticas financieras para encontrar una solución, los estudiantes encontraron dificultades. Esto evidencia su falta de conocimiento y habilidad para relacionar temas financieros con la resolución de problemas del mundo real, mediante funciones.

REFERENCIAS

- [1] M. Carlson, S. Jacobs, E. Coe, S. Larsen & E. Hsu, “Razonamiento covariacional aplicado a la modelación de eventos dinámicos”, *Revista EMA*, 8(2), pp. 121-156, 2003.
- [2] A. Latorre Beltrán, D. Rincón Igea y J. Arnal Agustín, *Bases metodológicas de la investigación educativa*, Barcelona: Ediciones Experiencia, 2005.
- [3] M. A. Martínez-Miraval & M. L. García-Rodríguez, “Razonamiento covariacional de estudiantes universitarios en un acercamiento al concepto de integral definida mediante sumas de Riemann”, *Formación Universitaria*, 15(4), pp. 105-118, 2022. <https://dx.doi.org/10.4067/S0718-50062022000400105>
- [4] S. Vinner, “The pseudo-conceptual and the pseudo-analytical thought processes in mathematics learning”, *Educational Studies in Mathematics*, 34, pp. 97-129, 1997.
- [5] P.W. Thompson, (1994). “Students, functions, and the undergraduate curriculum”, en *Research in Collegiate Mathematics Education*, 1: *Issues in Mathematics Education*, E. Dubinsky, A. H. Schoenfeld y J. J. Kaput (Eds.), Providence: American Mathematical Society pp. 21- 44, 1994.
- [6] J. Alfonso, *Actividad Matemática posibilitada mediante el estudio de fenómenos financieros en una población vulnerable*, tesis de maestría, Escuela de Matematicas, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia, (en desarrollo).

Biografías

Autor 1: Laura Gutiérrez Villamizar

Estudiante de Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Industrial de Santander.

Autor 2: Carlos Iván Díaz Rincón

Estudiante de pregrado de Licenciatura en Matemáticas, de la Universidad Industrial de Santander.

Autor 3: Jaiver David Rey Gómez

Técnico en Contabilidad y Finanzas; Licenciado en Matemáticas por la Universidad Industrial de Santander (Colombia). Matemático en formación y candidato a Magíster en Educación Matemática por la misma universidad.

Áreas de investigación: Economía y Finanzas en la Educación Matemática, formación de profesores e historia y epistemología de las matemáticas.

Autor 4: Sandra Evely Parada Rico

Doctora en Ciencias, en la Especialidad de Matemática Educativa por el Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional CINVESTAV (México). Profesora titular de la Universidad Industrial de Santander (Colombia).

Áreas de investigación: Didáctica del Cálculo, Economía y Finanzas en la Educación Matemática, atención a la diversidad y formación de profesores.

Errores y dificultades presentadas en el aprendizaje del concepto de permutación y combinación en un aula de contexto urbano

Errors and difficulties presented in learning the concept of permutation and combination in an urban context classroom

*Rojas-Montoya, Juan Pablo¹, Aldana-Bermúdez, Eliécer²
y Montiel-Buriticá, Linda Poleth³*

Resumen

Este estudio tiene como objetivo presentar los errores y las dificultades encontradas en la literatura, y validados en la práctica del aula de clase en la Institución Educativa Instituto Tebaida, sobre el aprendizaje del concepto de permutación y combinación en grado noveno, para así, posteriormente, brindar estrategias que permitan mitigar y desarrollar pensamiento formal y razonamiento combinatorio. Para ello, se utiliza una metodología cualitativa y un análisis estadístico, por medio del diagrama de Pareto, para identificar dichas dificultades y errores con mayor claridad. De lo anterior, se tienen como resultado algunas funciones semióticas y conflictos semióticos generados, lo cual conlleva a la necesidad de diseñar actividades con más profundidad en relación a la génesis del objeto matemático.

Palabras clave: combinación, permutación, funciones semióticas, errores, dificultades.

- 1 Universidad del Quindío; 0000-0002-0755-0684. Contacto: jprojasm@uqvirtual.edu.co.
- 2 Universidad del Quindío; 0000-0003-1691-2699. Contacto: eliecerab@uniquindio.edu.co.
- 3 Universidad del Quindío; 0000-0002-1654-7284. Contacto: lpmontiel@uniquindio.edu.co.
Grupo de Investigación en Educación Matemática (GEMAUQ)

Abstract

This study aims to show the errors, difficulties found in the literature and validated in classroom practice at the Instituto Tebaida Educational Institution regarding the learning of the concept of permutation and combination in ninth grade, in order to subsequently provide strategies to mitigate and develop formal thinking and combinatorial reasoning. For this purpose, a qualitative methodology is used, and a statistical analysis by means of the Pareto diagram, to identify such difficulties and errors more clearly. As a result of the above, some semiotic functions and semiotic conflicts generated from the previous study are obtained, which leads to design activities with more depth in relation to the genesis of the mathematical object.

Keywords: combination, permutation, semiotic functions, errors, difficulties.

I. INTRODUCCIÓN

Según investigaciones realizadas tanto por antropólogos como por historiadores, la combinatoria ha sido un interés del ser humano desde hace mucho tiempo, y nace frente a la necesidad de saber la forma de seleccionar o elegir parejas de un determinado conjunto de elementos. Todas las posibilidades son calculadas a través de la enumeración. Diferentes culturas y distintas dudas permitieron la exploración de esto, prueba de ello se tiene en los griegos que iniciaron el estudio de la permutación como acto de reordenar los elementos de un conjunto, años más tarde astrónomos europeos usaron la regla de Pingala, enunciando la forma de hacer una combinación, es decir, de seleccionar, organizar y contar elementos de un conjunto.

También es importante resaltar que durante el siglo XXII en el mundo árabe el tema de la combinatoria era tratado desde dos puntos de vista, según Edwars [3], el primero es el de la Lingüística, donde miraban el análisis combinatorio como un medio para resolver un problema práctico; el segundo era el de los algebristas, quienes por medio de sus estudios sobre ecuaciones y el problema de extracción de raíces, encontraban en el análisis combinatorio una herramienta técnica para resolver sus problemas teóricos.

Por otro lado, la investigación cualitativa de Cano y Zapata [2] realiza un rastreo de las dificultades que presentan los estudiantes de los conceptos estadísticos concernientes a los temas propuestos en las pruebas SABER, como son los conceptos de permutación y combinación. Estos autores muestran que después de analizar los resultados proporcionados por los 74 estudiantes que hicieron parte de su estudio, la mitad de ellos presentan dificultades, inadecuada lectura de los enunciados y mala interpretación de los mismos, además de tener vacíos conceptuales, lo que hace evidente que en ocasiones el currículo y los estándares en las instituciones no están ajustados de acuerdo con lo que miden las pruebas SABER.

Así mismo, la investigación de [5] muestra que uno de los problemas más comunes que presentaron los estudiantes es que se confunden con el orden y la repetición, no saben cuándo respetar el orden en los problemas, además hacen un uso indebido de elementos como tablas o listados. Del mismo modo, Aldana, Gutiérrez y Grisales [1] indican que los estudiantes de noveno grado suelen tener problemas al leer y entender los enunciados de los problemas matemáticos, lo que resulta en la necesidad constante de proporcionarles instrucciones previas antes de abordar su resolución.

Por estas razones, la investigación es interesante porque se centra en cómo, a partir de la identificación de errores y dificultades, se logra un fortalecimiento en la enseñanza y en el aprendizaje de la combinatoria y la permutación, y trata también de hacer énfasis en el razonamiento probabilístico, para así dotar al docente en ejercicio de herramientas conceptuales, para un mejor desarrollo de sus clases.

II. DESARROLLO DEL DOCUMENTO

Esta propuesta está enmarcada en un diseño metodológico de corte cualitativo, el cual pretende mostrar una aproximación de la investigación a la realidad, de manera que se puedan ver los estudios de las situaciones partiendo del contexto en donde se desarrollan. Por otra parte, el paradigma que se usó en la investigación es de tipo histórico-hermenéutico, puesto que este modelo busca que el estudiante observe y articule la dimensión epistemológica, contextual y cultural del objeto matemático; es de tener en cuenta que este paradigma es interdisciplinario, es decir, que consta de varios métodos y, al estar de la mano con la hermenéutica, su propósito es descubrir los significados de las cosas e interpretar las técnicas y filosofía de los diseños cualitativos.

Es así como, teniendo en cuenta los factores anteriormente mencionados, se enuncian las fases que se desarrollaron en la investigación:

- 1) Diseño de la prueba diagnóstica.
- 2) Implementación en el aula de clases de la prueba diagnóstica.

- 3) Análisis estadístico, por medio del diagrama de Pareto, [Sales, 2013] [6] de los errores y dificultades encontradas en la prueba diagnóstica.
- 4) Identificación de las funciones semióticas y los conflictos semióticos para el diseño de tareas.
- 5) Elaboración de tareas matemáticas.

Algunos de los resultados obtenidos se exponen a continuación de forma sintetizada:

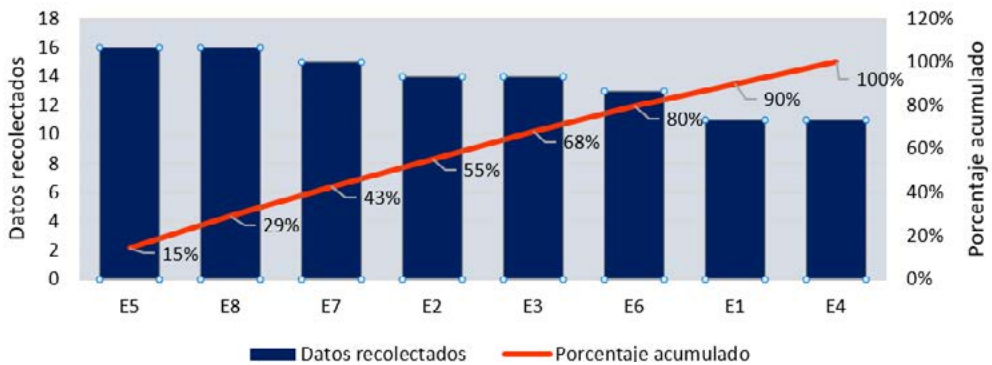


Fig. 1. Diagrama de Pareto de los Errores cometidos por los estudiantes con respecto al objeto matemático

Nota: adaptación del trabajo de investigación [4]

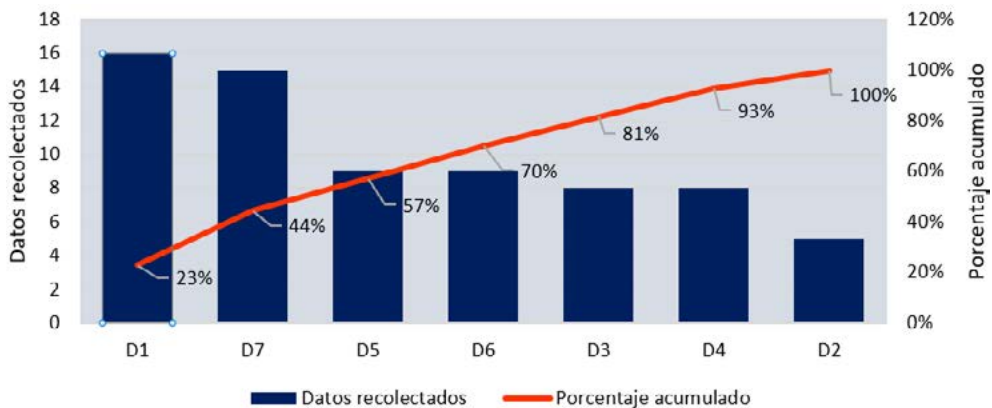


Fig. 2. Diagrama de Pareto de las dificultades encontradas en los estudiantes con respecto al objeto matemático

Nota: adaptación del trabajo de investigación [4]

A partir de las representaciones gráficas del diagrama de Pareto, se encontró que:

1. Los errores de mayor porcentaje mostrados en el diagrama fueron los E5 y E8, ya que abarcan la totalidad del conjunto de datos, lo que podría indicar que son extremadamente influyentes o dominantes en el problema que se está analizando, en cuanto a la descripción de dichos errores, el primer error (E5) se enfoca en que los estudiantes no consideran, al resolver la situación, lo referente al orden de los objetos, el cual es esencial en los criterios de permutación y combinación, puesto que, como lo manifiesta [Villanueva, 2015:32] [5] los problemas de conteo “requieren de un análisis cuidadoso de su estructura”, debido a que le brinda al estudiante elementos básicos en las propiedades del esquema aditivo y multiplicativo, para posteriormente dar soluciones concretas y claras a problemas que contengan enunciados del objeto matemático en estudio. El segundo error (E8), que se enruta en los arreglos formados con respecto a las repeticiones que se pueden generar en el caso de la permutación, también ha sido un punto de quiebre con gran auge al evolucionar el tiempo en el campo del pensamiento formal, pues el estudiante, en muchas ocasiones, al enfrentarse a problemas de permutación repite elementos cuando no tiene que hacerlo y ello hace que se tengan soluciones inadecuadas o poco válidas.
2. Al observar el diagrama de Pareto de las dificultades, se encontró que la D1 y D7 presentaban un mayor porcentaje, la primera corresponde a dificultad en el razonamiento del objeto matemático, que se refiere a la habilidad de comprender y aplicar los conceptos abstractos y simbólicos con respecto a la permutación y combinación, esto se debe en gran medida a que, desde el lente didáctico, pedagógico y de enseñanza, se han dejado a un lado, no dándoles la importancia que requieren. La segunda habla sobre la dificultad de generalizar la solución en los ejercicios, es decir, que siempre está el desafío en encontrar una estrategia exitosa que permita resolver un problema y, de esta misma manera, resolver otros problemas similares o análogos.

III. CONCLUSIONES

Una de las conclusiones obtenidas en el desarrollo de la investigación, es que se hace relevante la identificación de los errores y las dificultades presentadas en actividades evaluativas realizadas a los estudiantes, puesto que hacerlo nos da apertura a la tipificación de idoneidades, funciones semióticas y conflictos semióticos para estrategias pedagógicas, conceptuales y cognitivas en la enseñanza y el aprendizaje del concepto de permutación y combinación.

REFERENCIAS

- [1] B. Aldana, C. Gutiérrez y D. Grisales, Una configuración epistémica a una situación problema, desde el enfoque Ontosemiótico en la didáctica de la matemática, en *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, Pérez-Vera, Iván Esteban; García, Daysi (Eds.), México, D.F.: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa, 2019, pp. 234-243.
- [2] M. I. Cano & D. C. Zapata, *Análisis del pensamiento aleatorio desde las representaciones semióticas presentes en las pruebas saber grado quinto: caso Institución Educativa Escuela Normal Superior Amagá*, tesis de maestría Educación Matemática, Universidad de Medellín, Medellín, 2016.
- [3] A. W. Edwards, *Pascal's Arithmetical Triangle*. London: Charles Griffin, 1987.
- [4] L. P. Montiel Buriticá “Análisis de la competencia matemática modelación de estudiantes con limitación auditiva, articulada con los conceptos de función exponencial natural y logaritmo natural, por medio de los registros de representación semiótica”. *XI Simposio de Matemática y Educación Matemática*, Universidad del Quindío, 2020.
- [5] E. Villanueva, P, *Análisis de las dificultades que presentan los estudiantes del grado quinto al resolver problemas de combinatoria simple en la Escuela Normal Superior de Ibagué y en el Colegio de la Presentación de Ibagué*, tesis de maestría en Educación, Universidad del Tolima, Ibagué, 2015.

[6] M. Sales, Diagrama de Pareto, EALDE Business School, 2013.

Biografías

Autor 1: Juan Pablo Rojas Montoya

Candidato a Magíster en Ciencias de la Educación, de la Universidad del Quindío; Ingeniero Electrónico, de la Universidad del Quindío.

Áreas de investigación: Educación Matemática.

Autor 2: Eliécer Aldana Bermúdez

Doctor en Educación Matemática, de la Universidad de Salamanca (España), Magíster en Administración de la Educación, énfasis en dirección, de la Universidad del Valle; Licenciado en Educación en la especialidad de Matemáticas, de la Universidad del Quindío. Director del grupo de investigación GEMAUQ. Coordinador de la línea de Matemáticas en la Maestría y Doctorado en Ciencias de la Educación, de la Universidad del Quindío

Áreas de investigación: Educación Matemática.

Autor 3: Linda Poleth Montiel Buriticá

Candidata a Doctora en Ciencias con especialidad en Matemática Educativa, de la Universidad Autónoma de Guerrero (México); Magíster en Ciencias de la Educación con énfasis en Educación Matemática, de la Universidad del Quindío; Licenciada en Matemáticas, de la Universidad del Quindío. Docente catedrática de la línea de Educación en Matemáticas en la Maestría en Ciencias de la Educación, de la Universidad del Quindío.

Áreas de investigación: Educación Matemática y Matemática Aplicada.

Razonamiento geométrico y aprendizaje de la trigonometría: un avance en las representaciones semióticas desde la métrica y el ángulo¹

Geometric reasoning and learning trigonometry: an advance in semiotic representations from metrics and angles.

Orozco-Belalcázar, Johan², Aldana- Eliécer³ y Erazo, Jhon⁴

Resumen

El propósito de este documento es divulgar algunos avances de investigación, en el marco de un proyecto de investigación a nivel de posgrado en curso, el cual se ha focalizado en la articulación del razonamiento geométrico para el aprendizaje de la trigonometría, articulando los saberes matemáticos en secuencias de aprendizaje integradas por las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele a los procesos cognitivos de la geometría, mediados por los Registros de Representación Semiótica de Raymond Duval. De este modo, se logra identificar las barreras presentes en los estudiantes, al querer generar un anclaje visual-discursivo, implementando el estudio del ángulo como objeto matemático y unidad figural elemental para el aprendizaje de la trigonometría. Una vez identificadas estas barreras, se presenta el diseño de secuencias que articulan los procesos cognitivos de visualización, construcción y razonamiento, teniendo en cuenta las características propias del grupo de intervención, para así lograr un anclaje tanto visual-discursivo

- 1 Trabajo presentado para optar al título de Magíster en Ciencias de la Educación de la Universidad del Quindío.
- 2 Universidad del Quindío; 0000-0001-5184-9408. Contacto: jmorozcob@uqvirtual.edu.co.
- 3 Universidad del Quindío 0000-0003-1691-2699. Contacto: eliecerab@uniquindio.edu.co.
- 4 Universidad del Quindío; 0000-0002-0036-4264. Contacto: jderazo@uniquindio.edu.co.

como un anclaje discursivo-visual, brindando instrumentos óptimos que propicien el trazado de las figuras y que garanticen los cambios figurales que logran, desde las aprehensiones perspectivas y discursivas, transformaciones a nivel de tratamiento y conversión, que conllevan los registros de las razones trigonométricas a representaciones gráficas de la función seno y coseno.

Palabras clave: razonamiento geométrico, trigonometría, registros de representación, articulación.

Abstract

The purpose of this document is to transmit some research advances within the framework of the ongoing postgraduate research project, which has focused on the articulation of geometric reasoning for learning trigonometry. Articulating mathematical knowledge in learning sequences united by the learning phases of Van Hiele's model. To the cognitive processes of geometry settled by Raymond Duval's Semiotic Representation Records.

In this way, it is possible to identify the barriers demonstrated by the students, wanting to generate a visual-discursive anchor by implementing the study of the angle as a mathematical object and elementary figural unit for the learning of trigonometry. Once these barriers are identified, it is presented the design of sequences that articulate the cognitive processes of visualization, construction and reasoning. Taking into account the characteristics of the intervention group in order to achieve both visual-discursive anchoring and discursive-visual anchoring. Providing optimal instruments that promote the drawing of the figures and that guarantee the figural changes that achieve from the apprehensions, perspectives and discursive transformations at the level of treatment and conversion and that carry the records of the trigonometric ratios to graphic representations of the sine and cosine functions.

Keywords: geometric reasoning, trigonometry, semiotic representation, articulation.

I. INTRODUCCIÓN

La idea de explorar razonamientos geométricos en el estudio y aprendizaje de la trigonometría, se deriva del proceso académico que se desarrolla con estudiantes de grado décimo y reflexiona en torno a las experiencias de aula, a los entornos de aprendizaje, la revisión de la literatura y los hallazgos sobre los errores y dificultades en su aprendizaje [1], y más allá de ello, en la necesidad de articular conceptos y procesos matemáticos propios de la trigonometría.

Articular saberes matemáticos es un proceso de creación, que parte de elementos conceptuales conocidos para generar objetos matemáticos de mayor complejidad [2]. Es así que parte de la comunidad de educadores ha buscado, desde el inicio de la matemática moderna, contribuir más eficazmente al desarrollo de estrategias, teorías, metodologías y didácticas de aula [3] que cumplan este proceso de creación. Por tanto, la desvinculación del razonamiento geométrico dotado de un conjunto de elementos con conocimientos básicos del aprendizaje de la trigonometría, no ha de permitir una articulación con un estudio de corte analítico en matemáticas avanzadas [4].

Se deduce, en cierta medida y apoyados en investigaciones previas [5] [6], la necesidad inherente al estudiante de profundizar en el uso del lenguaje, nociones y conceptos matemáticos abstractos, que abarquen diferentes componentes tanto empíricos, basados en su percepción, como teóricos que desarrollen su disciplina científica, permitiéndole relacionar los aspectos abstractos, conceptuales, deductivos y formales, que no son accesibles físicamente, a través de evidencias sensoriales directas o mediante el uso de instrumentos [7], por ello, se hace necesario que el estudiante logre, a través de diferentes sistemas de representación [7], comprender los objetos trigonométricos.

En esta medida, y basados en el ángulo como unidad figural elemental y su métrica, el presente artículo muestra los procesos cognitivos geométricos y los registros de representación semiótica de Raymond Duval mediante

la siguiente cuestión de interés: ¿Cómo la métrica y el ángulo articulan el razonamiento geométrico y el aprendizaje de la trigonometría para alcanzar los estándares básicos de matemática en grado décimo?

En consecuencia, surge el siguiente objetivo de investigación:

Articular los procesos cognitivos geométricos desde las aprehensiones discursivas y visuales, para lograr el aprendizaje de la trigonometría mediado por los registros de representación semiótica.

DESARROLLO DEL DOCUMENTO

A. Metodología

La investigación presenta una metodología de tipo cualitativa interpretativa [9], que permite interactuar con la población de estudio y fortalece la perspectiva sistémica de Godino junto a los subsistemas principales [3] en el proceso de articulación matemática, siendo estos el saber matemático, el trabajo del alumno y el trabajo del profesor, este último es el encargado de analizar, comprender e interpretar la realidad educativa.

Se emplea como estrategia metodológica la aplicación del Modelo de Van Hiele [10], apropiando las fases de aprendizaje al diseño de secuencias de aprendizaje de la siguiente manera:

Fase 1. De información:

- Prueba Diagnostica. Explorando los aprendizajes.

Fase 2. Orientación dirigida.

Fase 3. Explicitación:

- Secuencia 1. La métrica de nuestros ángulos.
- Secuencia 2. Trabajando con Pitágoras.
- Secuencia 3. De la razón a la función.

Fase 4. Orientación libre.

Fase 5. Integración:

- Prueba final. Aplicando los aprendizajes

En el diseño metodológico de las secuencias de aprendizaje se integraron los procesos cognitivos de visualización, construcción y razonamiento; presentadas para lograr un anclaje desde lo discursivo-visual y viceversa; y la aplicación tuvo en cuenta el intercambio de experiencias propuestas por Van Hiele, con actividades individuales y grupales.

Las herramientas utilizadas para la recolección de la información fueron:

- Comunicación entre el docente y el estudiante.
- Comunicación entre los estudiantes (socializaciones).
- Producciones escritas y digitales.
- Fotografías bajo consentimiento informado a padres.

B. Aplicación de las actividades

Se presenta la articulación entre la aplicación de dos actividades:

Actividad #2, secuencia 2, fase 2. Construcción con material manipulable.

Desde el proceso de razonamiento, se orientaron un conjunto de instrucciones que permitieron construir el triángulo equilátero bajo operaciones de tratamiento figural de la hoja de papel, utilizando la técnica de origami como ambiente integrador. Luego de la descomposición de la figura en forma de rectángulo, y luego de un cambio configural, se logró la construcción de la figura presente, como se muestra en la Figura 1.



Fig. 1. Triángulo equilátero

Fuente: estudiante E10.

Una vez el estudiante logró concluir las operaciones de tratamiento figural, en la construcción del triángulo, se establecieron las medidas de las unidades figurales elementales estableciendo el valor de los ángulos en y la longitud de cada lado en 8 cm.

El estudiante E10 alcanzó a superar el nivel local de razonamiento, al reconocer las unidades figurales que constituyen el triángulo y establecer el registro numérico de los ángulos, y la medida de sus lados, bajo las operaciones de tratamiento presentadas de manera discursiva en la actividad; también logró alcanzar el nivel global de razonamiento, al realizar la transformación de reconfiguración y establecer, mediante una unidad figural adicional, la bisección del ángulo y construcción de un triángulo rectángulo, como se observa en la Figura 2.

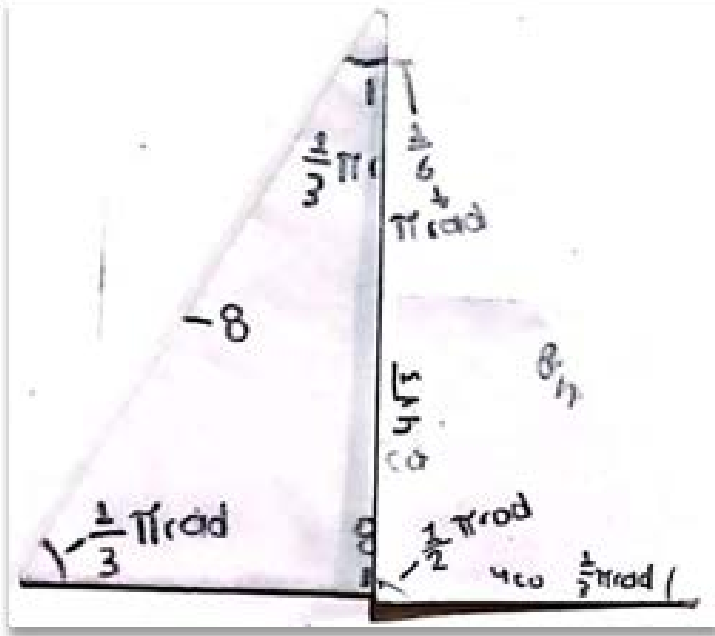


Fig. 2. Reconfiguración del triángulo

Fuente: estudiante E10.

El desarrollo de la actividad #2 permitió identificar que el estudiante E10 logró una conversión desde un anclaje discursivo a un anclaje visual, consiguiendo así construir la figura geométrica, bajo un tratamiento, también la de establecer la configuración de la misma y finaliza con la reconfiguración al construir con material manipulable un triángulo rectángulo; se expone que en actividades posteriores estableció las razones trigonométricas para los ángulos notables, a partir de sus propias construcciones.

Actividad #2 de la secuencia 3, fase 3.

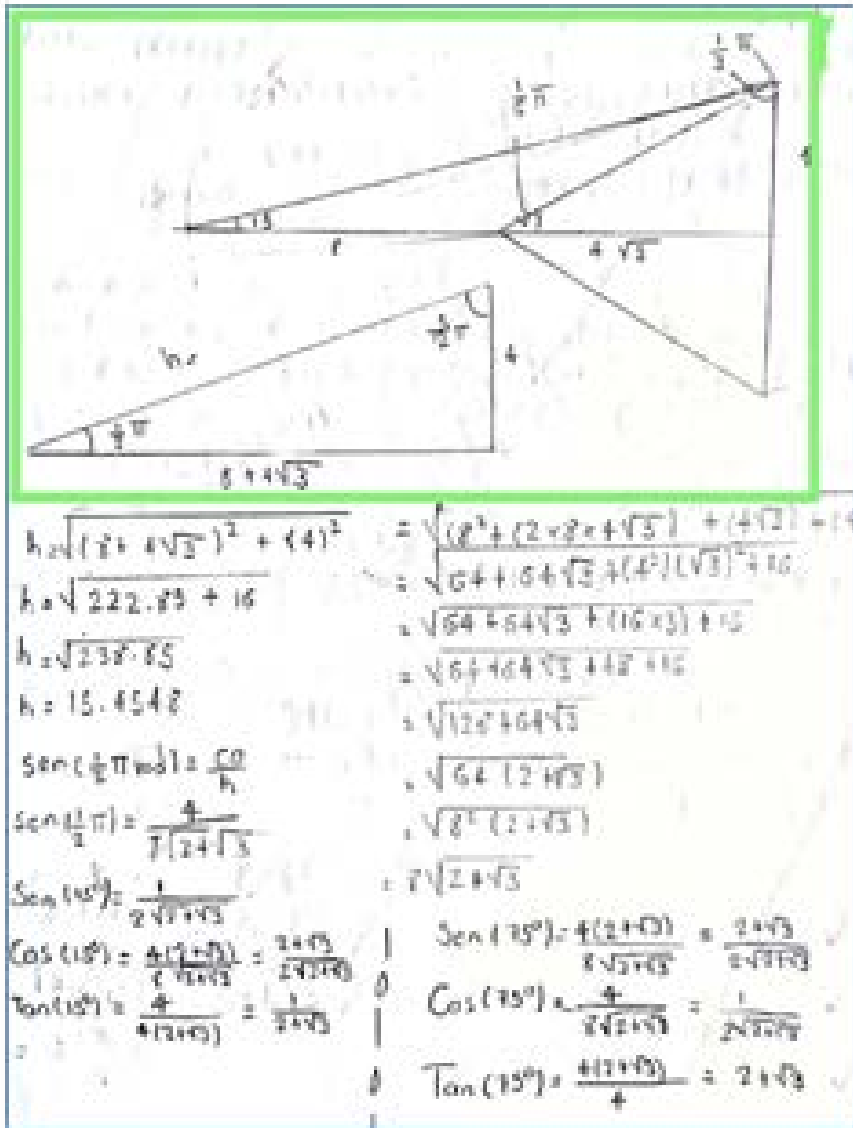


Fig. 3. Razones trigonométricas de ángulos de 15° y 75°

Fuente: estudiante E10.

Como se observa en el recuadro verde, el estudiante desde el proceso de visualización logró, mediante modificaciones mereológicas de la figura (ver Figura 1), construir un triángulo con ángulos internos de 15° y 75° para, posteriormente, formalizar las razones trigonométricas.

En la Figura 4, el estudiante logra una conversión desde un anclaje visual-discursivo a nivel global, al presentar la descripción del proceso realizado.

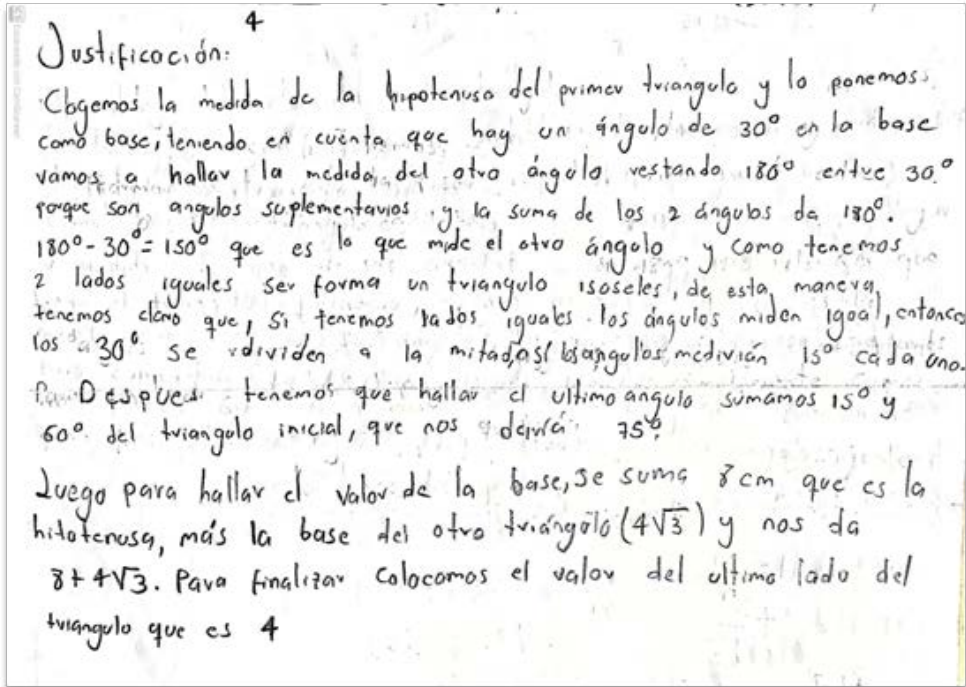


Figura 4. Razonamiento actividad #2

Fuente: estudiante E10.

II. CONCLUSIONES

La construcción de secuencias de aprendizaje, bajo el diseño articulado de los saberes matemáticos, logró que los procesos cognitivos, y puestos en la práctica por el grupo de intervención, permitieran alcanzar el aprendizaje de los conceptos de razones trigonométricas.

Las aprehensiones discursivas–visuales y las visuales–discursivas, presentes en el diseño de las secuencias, integran de manera coordinada los registros semióticos en el estudio de la trigonometría, permitiendo evidenciar el aprendizaje logrado por los estudiantes en el desarrollo de las actividades entregadas al docente investigador.

REFERENCIAS

- [1] J. Zubieta, *Tipificación de errores y dificultades en el desarrollo de las funciones trigonométricas de estudiantes de grado decimo*, tesis de pregrado, Departamento de Matemáticas, Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá D.C., 2018.
- [2] I. Pérez Pérez y S. S. Moreno Gutiérrez, “La articulación de Saberes Matemáticos en el tema de los sistemas de ecuaciones lineales”, *Unión-Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 7(26), 2011.
- [3] M. Schmidt *et al.*, *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas: guía sobre lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden*, Bogotá: Ministerio de Educación Nacional, 2006.
- [4] H. Aponte, *Coordinación de registros semióticos en la presentación de la periodicidad, el acotamiento y la conversión de unidades de las funciones trigonométricas seno y coseno*, tesis de pregrado, Área de Educación Matemática, Universidad del Valle, Santiago de Cali, 2016.
- [5] G. Montiel, *Estudio socioepistemológico de la función trigonométrica*, tesis doctoral, 2013.
- [6] E. Martín Fernández, J. F. Ruiz Hidalgo, L. Rico, “Significado escolar de las razones trigonométricas elementales”. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 34(3), pp. 51-71, 2016, <https://raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/314145>
- [7] R. Duval, “Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación”, *La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 9(1), pp. 143-168, 2006.
- [8] R. Duval, “Representation, Vision and Visualization: Cognitive Functions in Mathematical Thinking. Basic Issues for Learning”, *Twenty First Annual Meeting of the North American Chapter of the International*

Group for the Psychology of Mathematics Education, 25(1), pp. 3-26, 1999.
<https://doi.org/10.1076/noph.25.1.3.7140>.

[9] R. Bisquerra Alzina, *Metodología de la investigación educativa*. Editorial La Muralla, 2004.

[10] G. Vargas y R. Gamboa Araya, “El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría”, *Uniciencia*, 27(1), pp. 74-94, 2013.

Biografías

Autor 1: Johan Manuel Orozco Belalcazar

Candidato a Magister en Ciencias de la Educación de la Universidad del Quindío; Licenciado en Matemáticas de la Universidad del Quindío y docente de área en el Colegio San Pedro Claver, del Municipio de Tuluá, Valle del Cauca.

Áreas de investigación: Educación Matemática.

Autor 2: Dr. Eliécer Aldana Bermúdez

Doctor en Educación Matemática (León) de la Universidad de Salamanca: Salamanca, Castilla y León de España; Especialista en Docencia Universitaria (Cundinamarca) de la Universidad Santo Tomás: Bogotá, Colombia; Magíster en Administración de la Educación, énfasis en dirección (Valle del Cauca); Licenciado en Educación en la especialidad de Matemáticas de la Universidad del Quindío: Armenia, Quindío.

Áreas de investigación: Educación matemática GEMAUQ.

Autor 3: Mg. Jhon Darwin Erazo Hurtado

Licenciado en matemáticas (Universidad del Quindío); docente en educación media y superior en el área de matemáticas, Magíster en Ciencias

de la Educación (Universidad del Quindío), Estudiante de Doctorado en Educación (UNINI-FUNIBER).

Investigador Junior avalado por Colciencias (Colombia) según Convocatoria 894 de 2021.

Áreas de investigación: Educación matemática GEMAUQ.

Propuesta curricular intercultural que incorpora elementos de la cosmovisión de la cultura ancestral Emberá Chamí para la enseñanza del pensamiento numérico¹

Intercultural curricular proposal that incorporates elements of the worldview of the Emberá Chamí ancestral culture for the teaching of numerical thinking

Vargas-Vargas, Sergio², Jiménez-García, Francly Nelly³

Resumen

La educación matemática de los pueblos indígenas y los procesos para su inclusión en el aula forman parte de la discusión en pedagogía que aún está pendiente por darse en Colombia. La presencia de integrantes de la comunidad Emberá Chamí en las instituciones educativas suscita la necesidad de adaptar el currículo desde el respeto a la sabiduría ancestral. El objetivo de este estudio es construir una propuesta curricular intercultural, que incorpore elementos de la cosmovisión matemática ancestral Emberá Chamí para la enseñanza del pensamiento numérico en los grados tercero a quinto de básica primaria. Se aborda desde un enfoque cualitativo, alcance descriptivo y explicativo, diseño de investigación etnográfico con participación de la comunidad educativa de la Institución Educativa El Madroño. La revisión bibliográfica permitió retomar la cosmovisión

- 1 Grupo de investigación Aplicaciones y Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, UNAL
- 2 Universidad Nacional de Colombia, Sede Manizales; código ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6273-6513>. Contacto: sevargasv@unal.edu.co.
- 3 Universidad Nacional de Colombia, Sede Manizales, Universidad Autónoma de Manizales, código ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1546-8426>. Contacto: fnjimenezg@unal.edu.co.

matemática relacionada con el pensamiento numérico del pueblo Emberá. Se recolectó información que ayudará a definir los elementos trascendentes que deben ser incluidos dentro de una propuesta curricular intercultural. Posteriormente, se construyó una malla curricular para la enseñanza del pensamiento numérico en los grados objeto de estudio. Finalmente, se realizó la difusión de los hallazgos al interior de la Institución Educativa.

Palabras clave: etnomatemática, currículo intercultural, pensamiento numérico, número emberá, malla curricular.

Abstract

The mathematics education of indigenous peoples and the processes for their inclusion in the classroom are part of the discussion on pedagogy that is still pending in Colombia. The presence of members of the Emberá Chamí community in educational institutions raises the need to adapt the curriculum based on respect for ancestral wisdom. The objective of this study was to construct an intercultural curriculum proposal that incorporates elements of the Emberá Chamí ancestral mathematical cosmivision for the teaching of numerical thinking in the third to fifth grades of elementary school. It is approached from a qualitative approach, descriptive and explanatory scope, and ethnographic research design with the participation of the educational community of the Educational Institution El Madroño. The bibliographic review made it possible to retake the mathematical cosmivision related to the numerical thinking of the Emberá people. Information was collected to help define the transcendental elements that should be included in an intercultural curricular proposal. Subsequently, a curriculum for the teaching of numerical thinking in the grades under study was constructed. Finally, the findings were disemínate within the educational institution.

Keywords: ethnomathematics, intercultural curriculum, numerical thinking, emberá number, curriculum.

I. INTRODUCCIÓN

La colonización española vislumbró un panorama distorsionado que impidió a los invasores contemplar la existencia de una cultura local [1]. La visión culturalizadora se mantuvo y fue a partir del año 1991 que el estado colombiano se reconoció como un país pluriétnico y multicultural. Luego de más de 200 años de independencia, aún prevalece cierto dominio sobre las poblaciones indígenas, ya que los aprendizajes de las instituciones educativas son medidos sin distinción desde los referentes de calidad, a través de las pruebas externas bajo una estructura de pensamiento occidental, aspecto que desconoce el valor cultural de los grupos étnicos. Por esta razón, es necesario articular saberes que permitan a estas poblaciones trasegar por el sistema educativo [2], aprender los elementos necesarios para su coexistencia en ambientes interculturales y aunar esfuerzos por evitar su desaparición, resultado del desarraigo de sus tradiciones y territorios ancestrales.

Algunas investigaciones, como la de Peña Rincón [4], muestran cómo la etnomatemática permite comprender otras formas de ser, conocer y relacionarse con el mundo desde una perspectiva descolonizadora, y desde allí problematizar lo que entendemos por conocimiento matemático. Así mismo, existen otros trabajos que valoran de manera significativa el sentido del número desde la visión de la comunidad Emberá Chamí [3]. Fernández Sánchez [1] contempla que la educación matemática en el contexto colombiano está fundada en la visión occidental, por tanto, plantea la necesidad de iniciar una indagación sobre el concepto y sentido de los números.

Este trabajo pretende fortalecer la enseñanza del pensamiento numérico, a partir del entendimiento de la cosmovisión matemática de la población indígena perteneciente a la etnia Emberá Chamí, denominada “TUMA DRUA”, asentada en la vereda El Madroño, del municipio de Belalcázar, Caldas. De igual forma, actualizar el PEI y responder así a las necesidades de la población indígena vinculada a la institución, en busca de favorecer la preservación de la sabiduría ancestral, de su cultura y sus formas de vida.

II. DESARROLLO DEL DOCUMENTO

Este trabajo desarrolla un enfoque cualitativo que, de acuerdo con [5], es flexible y se mueve entre los eventos y su interpretación, entre las respuestas y el desarrollo de la teoría. El diseño metodológico es etnográfico dado que pretende explorar, examinar y entender sistemas sociales y producir interpretaciones y significados culturales desde la perspectiva de los participantes. La población objeto de estudio la conformaron 30 estudiantes integrantes de la comunidad Emberá y 33 de población mayoritaria matriculados en la Institución Educativa El Madroño.

La ejecución de la propuesta se realizó en 6 etapas:

Etapas 1. Rastreo de información bibliográfica relacionada con el pensamiento numérico de la cultura embera.

Etapas 2. Recolección de información (Encuestas, entrevistas, conversatorios, diarios de campo, observación participante).

Etapas 3. Análisis cualitativo y cuantitativo de la información.

Etapas 4. Revisión del plan de estudios de la Institución Educativa El Madroño

Etapas 5. Elaboración de una malla curricular intercultural para la enseñanza de pensamientos numéricos en aulas con población Emberá Chamí.

Etapas 6. Plan de difusión de la malla curricular a los docentes de la Institución Educativa El Madroño, como apoyo a los procesos de enseñanza con población Emberá.

Al aplicar los instrumentos se evidenció que:

- El pueblo Emberá posee un sistema de numeración propio en base 5, que posteriormente pasa a base 20 ya que son 20 los dedos en el cuerpo. Inicia en el conteo de uno en uno de los dedos de las manos hasta completar la mano que se denomina “jua”. Seguidamente, se realiza la combinación entre los dedos y las manos (y pies) hasta llegar al 20. No existe representación simbólica propia, ya que se recurre a los números occidentales para denotar el conjunto.
- El instrumento “encuesta etnográfica estudiantes” permitió contrastar los saberes que debe tener todo Emberá según el modelo pedagógico de su pueblo. Se evidencio un enorme desconocimiento de la cultura propia. Con relación a los números, no identifican su trascendencia cultural ni simbología, por ende no se aplicaban en ningún contexto.
- El instrumento “Encuesta a docentes (etnoeducador y población mayoritaria)” mostró la dificultad de los docentes para atender a la población Emberá dado el desconocimiento de la cultura, la inasistencia de los estudiantes, los procesos de migración rural, los métodos de evaluación que no discriminan población y la falta de acompañamiento. Pese a ello, destacan habilidades en procesos de pensamiento matemáticos.
- La “entrevista grupal estudiantes embera” permitió entrever aspectos relacionados con la cultura, el ambiente escolar, prácticas cotidianas dentro de la comunidad, formas de conteo, gusto por las matemáticas, entre otras.
- La “entrevista grupal estudiantes no Emberá” permitió, conocer los elementos que aprendían de la cultura Emberá. Finalmente, tener conocimiento de la disposición y la apertura a integrar elementos propios de los aborígenes para ambientar la enseñanza de contenidos matemáticos.
- La “entrevista al etnoeducador Jhonatan Arce” y la “entrevista realizada al gobernador del asentamiento” logró recuperar los aspectos relevantes de la enseñanza de procesos relacionados con el pensamiento numérico Emberá, y recopilar información para contrastar con las indagaciones bibliográficas, como elemento crucial para la construcción de una propuesta intercultural.

- La “entrevista a los sabedores” llevó a conocer su visión e interpretación del sentido del número, operaciones matemáticas básicas, sistema de numeración, situaciones cotidianas y condujeron a la interpretación de las características propias de la cultura matemática del asentamiento y de los procesos asociados al pensamiento numérico.
- La observación participante arrojó singularidades en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Así, se participó en dos sesiones de clase.
- Los conversatorios permitieron visibilizar un profundo desconocimiento del origen del número y la constitución del sistema de numeración propio debido a la fuerte influencia del conocimiento occidental. La mayor parte de la comunidad solamente reconoce los números embera hasta el 5, relacionando el fonema con la cantidad. Algunos indígenas lograban realizar el conteo de forma aditiva hasta el número 10 desconociendo la posibilidad continuar contando.
- El instrumento “matriz de análisis del plan de **área de matemáticas** I.E. El Madroño” comparó los contenidos relacionados con el pensamiento numérico, dejando en evidencia que no existe en la institución una perspectiva intercultural.

Como consecuencia de este estudio, se propone la malla curricular intercultural que pueden ser aplicados en el aula, que integren población indígena.

GRADO: TERCERO							
PRIMER PERIODO							
ESTANDAR	COMPETENCIA	D.B.A.	COMPETENCIA EMBERA	CONTENIDOS ASOCIADOS AL PENSAMIENTO NUMERICO	METODOLOGIA	EJE CURRICULAR INTEGRADOR EMBERA	TRANSVERSALIZACION CON PROYECTOS DE LECY
Reconoce significados del número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización entre otros).	Razonamiento	1. Interpreta, formula y resuelve problemas de comparación, transformación y comparación en diferentes contextos	Recuperar y aplicar prácticas y técnicas propias de producción (manejo de semillas, cultivos, cosechas y terrenos), que desarrollen los planteamientos de la soberanía alimentaria en concordancia con el pensamiento indígena y las políticas propias.	Representación de conjuntos Relaciones de pertenencia o no pertenencia Unión e intersección entre conjuntos	A. ACTIVIDADES BÁSICAS: Juego "agua de limón" para formar grupos teniendo en cuenta diferentes características. B. CUENTO PEDAGOGICO: Lectura del relato tradicional embera. C. ACTIVIDAD PRACTICA: Actividad prácticas de conjuntos: Agrupación planta medicinales dependiendo de su uso. Ejercicios prácticos D. ACTIVIDAD DE APLICACION: Reclecta elemento presentes en el territorio y forma conjuntos teniendo en cuenta las características dadas por el docente	1. Territorio, territorialidad y espiritualidad. 2. Ambiente y Salud. 5. Culturas y arte. 7. Economía, producción y pensamiento matemáticos.	EDUCACIÓN PARA EL EJERCICIO DE LOS DERECHOS HUMANOS Realización de cronograma y presupuesto para la realización de actividades del gobierno estudiantil y de los comités de aula.
Uso representaciones principalmente concretas y pictóricas para mostrar equivalencias de un número en las diferentes unidades del sistema decimal.	Comunicación	3. Establece comparaciones entre cantidades y expresiones que involucran operaciones y relaciones aditivas y multiplicativas y sus representaciones numéricas		Números de cuatro, cinco y seis cifras Valor posicional Relación mayor que, menor que, igual e Reacción de igualdad Resolución de problemas comparativos Números romanos/numeros embera	A. ACTIVIDADES BÁSICAS: Juego lotería de números occidentales teniendo en cuenta el valor posicional de cada una de las cifras en el número y su relación. B. CUENTO PEDAGOGICO: Lectura del relato tradicional embera. C. ACTIVIDAD PRACTICA: Usando paños de paleta y otros materiales elabora la base de los cocodrilos comelones y realiza la actividad práctica. D. ACTIVIDAD DE APLICACION: Ejercicios de aplicación sobre el valor posicional de los números	1. Territorio, territorialidad y espiritualidad 2. Ambiente y Salud. 5. Culturas y arte 7. Economía, producción y pensamiento matemáticos.	EDUCACION AMBIENTAL: Desarrollar cálculos aritméticos y diagramas considerando las características de posibles Proyectos agropecuarios.

Fig. 1. Ejemplo de la propuesta de Malla curricular intercultural
Fuente: Elaboración propia

Finalmente, se realiza la divulgación de la malla curricular intercultural al colectivo docente. Se generó un debate respecto a la importancia de realizar este tipo de esfuerzos en las diferentes disciplinas del saber.

II. CONCLUSIONES

El desarrollo del pensamiento numérico implicar ir más allá de los procesos algorítmicos, busca la aplicación de conocimientos cotidianos en la resolución de las problemáticas de las realidades culturales, lo que permite que los estudiantes se sientan interesados por acercarse a la matemática como un medio de interacción con la madre naturaleza.

Es interesante vislumbrar cómo dentro de la cosmovisión Emberá, asociada al concepto del número, no solo se esconde la cantidad, la unidad o el conjunto. Cuando se tienen, por ejemplo, dos elementos, se tiene una pareja, una familia. Ese es el sentido del número. El significado ancestral que se le asocia.

No obstante, el sistema de oferta y demanda en el que se encuentra inmerso el pueblo Emberá se moviliza con base en la cultura occidental, esto es, en términos de lenguaje y sistemas de numeración. Es fundamental, como parte del proceso de desarrollo del pensamiento numérico, el acercamiento a la matemática occidental como un mecanismo que garantice la supervivencia de la comunidad indígena como grupo minoritario. La cultura Emberá tiene una tradición oral, es necesario usar los relatos como estrategia didáctica que favorezca la enseñanza de los contenidos de carácter matemático.

Referencias

- [1] O. Fernández Sánchez, *El sentido del número al margen de occidente* (Primera ed., vol. 1), Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira, 2018.
- [2] Ministerio de Educación Nacional. CRIDEC, *Modelo pedagógico del pueblo Emberá de Caldas “Tejiendo saberes, conocimientos y prácticas pedagógicas”*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional, 2010.
- [3] C. J. Echavarría Hincapié, *Movilización de saberes matemáticos en maestras y maestros indígenas a través de prácticas ancestrales*, tesis de maestría, Facultad de Educación, Universidad de Antioquia, Medellín, 2017.
- [4] P. Peña Rincón, C. Tamayo Osorio & A. Parra, (2015). “Una visión latinoamericana de la etnomatemática: tensiones y desafíos”. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18(2), pp. 13-150, 2015.
- [5] R. Hernández Sampieri. C.F. Collado, M del P Baptista. Quinta edición, McGraw Hill, 2014.

Biografías

Autor 1: Sergio Joan Vargas Vargas

Maestrante en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Colombia; Licenciado en Matemáticas y Física de la Universidad Católica de Manizales; Normalista Superior en la Escuela Normal Superior de Villahermosa – Tolima; docente de aula en la Institución Educativa El Madroño en el municipio de Belalcázar, Caldas.

Autor 2: Francy Nelly Jiménez García

Ph. D. en Ingeniería; Magister en Ciencias Físicas; Ingeniera Química; Especialista en educación vocacional. Docente e investigadora de la

Universidad Nacional de Colombia, Sede Manizales, y de la Universidad Autónoma de Manizales. Líder del grupo de investigación en Aplicaciones y enseñanza de la ciencias exactas y naturales.

Áreas de investigación: enseñanza y aprendizaje de la matemática y la física.

Género y producción de energía a través de bicicleta con dínamo: Aplicar la estadística para un análisis de preferencias y factores influyentes¹

Gender and energy production through bicycle dynamo: Applying Statistics for a preference analysis and influential factors

Arriaga-Villanueva, Norma²

Resumen

Esta investigación tiene como objetivo identificar las herramientas estadísticas para evaluar y comparar las preferencias de género en la producción de energía, mediante el pedaleo de bicicleta con dínamo, con el fin de determinar las diferencias y los factores que influyen en estas preferencias.

Se utilizarán métodos estadísticos para examinar los datos recopilados sobre las preferencias de obtención de energía y variables relacionadas. Considerando la edad, experiencia con bicicleta y conciencia ambiental, como posibles factores de influencia.

Para realizar las pruebas de rodamiento-energía, se cuenta con una bicicleta convencional a la que se ha instalado un dínamo en una de las llantas que, al momento de girar, genera corriente directa que se almacenará en una batería, se pretende realizar las pruebas auxiliados con un prototipo

1 Universidad SABES, plantel Celaya; <https://orcid.org/0000-0001-8924-0729>.
Contacto: norma.arriagav@sabes.edu.mx.

2 La presente investigación se derivó de prototipo para usar estática una bicicleta convencional realizado con innovación frugal en la materia de Investigación en Ciencia y Tecnología impartida a alumnos de la carrera de Ingeniería Industrial de segundo cuatrimestre

que permite colocar en forma estática la bicicleta. Este prototipo está realizado en madera, consta de una base con barras paralelas de 40 cm con dos soportes paralelos de 20 cm, con ranuras curvas y un balero de rodamiento blanco de plástico con ranura en U, que soporta una carga de 99,246 kilogramos. Las pruebas se realizarán en el centro universitario SABES, plantel Celaya, con alumnos de género femenino y masculino de diferente edad, altura y complejión; seleccionados aleatoriamente.

Los resultados que se obtengan permitirán comprender mejor las preferencias de género en relación con la producción de energía y proporcionarán información valiosa para promover prácticas sostenibles y amigables con el medio ambiente e identificar posibles áreas de enfoque para futuras iniciativas en la generación de energía.

Palabras clave: género, energía sustentable, estadística.

Abstract

This research aims to identify the statistical tools to evaluate and compare gender preferences in energy production by pedaling a bicycle with a dynamo; in order to determine the differences and factors that influence these preferences.

A Statistical methods will be used to examine the data collected on energy procurement preferences and related variables. Considering age, experience with a bicycle and environmental awareness; as possible influencing factors.

To carry out the bearing-energy tests, there is a conventional bicycle to which a dynamo has been installed in one of the tires that, when turning, generates direct current that will be stored in a battery, the tests are intended to be carried out aided with a prototype that allows the bicycle to be placed statically. This prototype is made of wood, it consists of a base with 40 cm parallel bars with two 20 cm parallel supports with curved grooves and a white plastic ball bearing with a U groove that supports a load of 99,246 kilograms. The tests will be carried out at the SABES Celaya campus with female and male students of different ages, heights and builds; randomly selected.

The results obtained will allow a better understanding of gender preferences in relation to energy production and will provide valuable information to promote sustainable and environmentally friendly practices and identify possible focus areas for future initiatives in energy generation.

Keywords: gender, sustainable energy, statistics.

I. INTRODUCCIÓN

Los teléfonos celulares son una herramienta de comunicación y consulta de contenidos, indispensable para más de 77 millones de mexicanos [1] pero también, representantes en el Foro del Día Mundial de la Eficiencia Energética afirmaron que los celulares son un elemento importante de consumo de electricidad en nuestros hogares y oficinas.

La batería de un teléfono móvil necesita una potencia media de 5 watts (0,005 kW) y suele cargarse entre una y dos horas. Una carga completa requerirá de 0,0095 kWh. Si planteamos que un usuario lo carga al menos una vez por día, el consumo de electricidad alcanzaría los 3,46 kWh, sin dejar el cargador conectado más tiempo del necesario [2], son 427.670.000 kWh de consumo al día; ya que el total de conexiones de teléfonos móviles celulares en México asciende a 123.500.000 [3], país donde 8 de cada 10 personas usamos celular. Estas cifras son preocupantes, y son sólo del consumo de energía en celulares, sin considerar el consumo por computadora y demás aparatos electrodomésticos.

Como antecedente del tema, los autores Salazar, Arroyave y Pérez [4], en su clasificación Generación Eléctrica por Rotación, incluyen la propulsión humana, en la cual las bicicletas estáticas con el dínamo forman parte del semillero de la tecnología mecánica como fuente potencial de electricidad, donde la relación transmisión adecuada (capacidad humana) y los diferentes mecanismos electromagnéticos permiten generar buen amperaje a revoluciones por minuto moderadas de 8 VCD (Voltaje de Corriente Directa, que se refiere a fuente de poder a un circuito eléctrico que convierte la electricidad de un voltaje de corriente alterna a un voltaje de corriente directa). Por lo anterior, las bicicletas estáticas pueden convertirse en fuentes energéticas, que promueven además la salud cardiovascular de las familias.

Objetivo General. Identificar las herramientas estadísticas para evaluar y comparar las preferencias de género en la producción de energía, mediante el pedaleo de bicicleta con dínamo, con el fin de determinar las diferencias y los factores que influyen en estas preferencias.

Objetivo Específico. Realizar el planteamiento matemático para analizar la influencia de variables en las preferencias de género para obtener energía, a través del pedaleo de bicicleta con dínamo.

Justificación

- Utilizar prototipo que permite usar de forma estática una bicicleta convencional, mismo que se elaboró con mentefactura e innovación frugal.
- Favorecer a la sustentabilidad, generando energía a través de un dínamo instalado en una bicicleta.
- Aplicar las matemáticas mediante un muestreo estadístico.

II. DESARROLLO DEL DOCUMENTO

El promedio de pedaleo, por hora, de los hombres en una bicicleta convencional puede variar dependiendo de varios factores, como: la condición física, resistencia, velocidad y experiencia en ciclismo. En general, un ciclista promedio puede mantener un ritmo de pedaleo constante entre 60 y 90 revoluciones por minuto (RPM). Esto significa que, en una hora, un hombre podría pedalear alrededor de 3.600 a 5.400 veces, considerando un ritmo constante. Las mujeres pueden mantener un ritmo de pedaleo similar al de los hombres. Estos números son aproximados y pueden variar de persona a persona, dejando de lado los gustos y preferencias de cada ciclista.

Se entiende por cadencia media, la que se obtiene al final de cada recorrido, teniendo en cuenta todas las pedaladas por minuto que se han dado.

Los dínamos son dispositivos electromagnéticos que convierten la energía mecánica en energía eléctrica. Funcionan según el principio de la inducción electromagnética descubierto por Michael Faraday en 1831 [5]. Es importante destacar que generan corriente eléctrica de tipo alterna (AC), que generalmente se cambia a corriente continua (DC) mediante un rectificador para su uso práctico en dispositivos electrónicos.

Un dínamo instalado en una bicicleta para generar energía con el pedaleo se llama generador de buje. Consiste en un pequeño generador eléctrico ubicado en el buje de la rueda de la bicicleta. Al pedalear, el movimiento de las ruedas hace girar el generador, lo cual produce corriente eléctrica que puede ser utilizada para alimentar luces delanteras o traseras de la bicicleta y almacenar energía en una batería con puerto USB para cargar el celular; así pues, los generadores de buje son una forma práctica y sostenible de aprovechar la energía del pedaleo y proporcionar iluminación o energía adicional durante el ciclismo.

La cantidad de energía eléctrica generada por un ciclista en una hora, utilizando un dínamo en una bicicleta, puede variar según diferentes factores, como la velocidad promedio, la resistencia del generador y la eficiencia del sistema en general. Se estima que un ciclista promedio puede generar entre 5 y 6 Watts por hora de potencia. Sin embargo, la potencia real generada puede ser menor, debido a las pérdidas de eficiencia en el sistema, como la fricción mecánica y la conversión de corriente alterna a corriente continua. Esta cantidad de energía podría utilizarse para alimentar luces de bicicleta, cargar dispositivos electrónicos pequeños o almacenarse en batería para su uso posterior.

La probabilidad

Se puede aplicar para estimar la cantidad de energía generada, en función de la probabilidad de que el hombre mantenga una determinada fuerza y velocidad durante el tiempo en que pedalea. Sin embargo, no es el enfoque más adecuado para calcular la energía real generada, sino más bien para predecir o estimar rangos probables. Ayuda al cálculo de estas estimaciones el prototipo que permite usar de forma estática la bicicleta convencional, en un espacio abierto con sombra, en las instalaciones de nuestro centro universitario, y con ello minimizar efectos de factores de terreno, clima o tráfico.

Para estimar la energía generada, es necesario conocer la eficiencia del dínamo, la cual indica qué proporción de la energía mecánica del pedaleo

se convierte en energía eléctrica. Esta eficiencia puede variar, dependiendo del tipo y la calidad del dínamo. Sólo hemos localizado dínamos de plástico, preferimos metálico por ser una pieza más robusta y de mayor duración.

La estadística

Para determinar si las mujeres o los hombres prefieren obtener este tipo de energía a través de pedalear una bicicleta con un dínamo instalado, se pueden utilizar métodos estadísticos para recopilar y analizar datos.

Un enfoque común sería realizar una encuesta para recopilar la opinión y evaluar la preferencia de una muestra representativa de mujeres y hombres. Una vez que se hayan recopilado los datos, lo siguiente es aplicar técnicas estadísticas para analizarlos, como:

1. Análisis descriptivo: para obtener estadísticas resumidas, como el porcentaje de mujeres y hombres que prefieren esta forma de generación de energía, así como medidas de tendencia central (para determinar el promedio de la generación de energía de ambos géneros) y dispersión (para analizar si el factor género afecta la producción de energía).
2. Prueba de hipótesis: como la prueba estadística de chi-cuadrada o la prueba t de Student, para determinar si existe una diferencia significativa en las preferencias entre mujeres y hombres.
3. Análisis de regresión: para determinar si el género es un predictor significativo.

La estadística inferencial

Se refiere al proceso de sacar conclusiones o generalizar los resultados de una muestra a una población más amplia [6]. Si la muestra utilizada en el estudio es representativa de la población de interés, se pueden realizar inferencias válidas y obtener conclusiones sobre las diferencias o similitudes en las preferencias entre mujeres y hombres, en relación con esta forma de generación de energía.

Hipótesis

Hipótesis nula (H_0): no hay diferencia en las preferencias entre mujeres y hombres para obtener energía mediante pedalear una bicicleta con un dínamo instalado.

Hipótesis alternativa (H_1): existe una diferencia en las preferencias entre mujeres y hombres para obtener energía, mediante pedalear una bicicleta con un dínamo instalado.

Las herramientas estadísticas que se pueden utilizar para contrastar la hipótesis, en el contexto de la preferencia entre mujeres y hombres para obtener energía a través de pedalear una bicicleta con un dínamo instalado, son:

1. Prueba de chi-cuadrada: esta prueba se utiliza para analizar la asociación entre dos variables categóricas, como el género y la preferencia de obtención de energía. Permite determinar si hay una relación significativa entre las variables o si la asociación es simplemente el resultado del azar [7].
2. Prueba t de Student: esta prueba se utiliza para comparar las medias de dos grupos diferentes [8], en este caso, las medias de preferencia de obtención de energía entre mujeres y hombres. Permite determinar si hay una diferencia significativa entre los dos grupos.
3. Análisis de regresión: esta técnica permite evaluar la relación entre una variable dependiente categórica (preferencia de obtención de energía) y una o más variables independientes (como el género y otras variables de control). El análisis de regresión ayuda a determinar si el género tiene un efecto significativo en la preferencia, teniendo en cuenta otros factores.

VARIABLES DE ESTUDIO

En el contexto de la preferencia entre mujeres y hombres para obtener energía a través de pedalear una bicicleta, con un dínamo instalado para generar y almacenar energía, las variables de estudio y sus dimensiones son:

1. Variable independiente: género.

- Dimensiones: mujeres y hombres.
- Variable de control: edad.
- Dimensiones: sin experiencia, principiante, intermedio, avanzado.

2. Variable dependiente: preferencia de obtención de energía.

- Variable de control: conciencia ambiental.
- Dimensiones: baja, moderada, alta.

La cantidad de energía requerida para cargar un celular puede variar, dependiendo del modelo y la capacidad de la batería del celular, así como de la eficiencia del sistema de carga utilizado. Sin embargo, como estimación aproximada, considerando un celular promedio y un sistema de carga eficiente, necesitan de un promedio de 5 a 10 vatios-hora (V), entre 1 y 2,1 Amperes de intensidad de corriente eléctrica, donde el tiempo de carga depende del tiempo de pedaleo estimado para cargar completamente un celular.

En términos de pedaleo en una bicicleta con dínamo, la generación de energía está relacionada con la cantidad de trabajo realizado y la eficiencia de la conversión de energía mecánica a energía eléctrica. Se reitera que se estima que un ciclista promedio puede generar entre 5 y 6 Watts de potencia sostenida durante una hora de pedaleo constante.

Si asumimos una eficiencia de conversión del 50% (lo cual puede variar dependiendo del sistema utilizado), significa que, durante una hora de pedaleo constante, se generarían aproximadamente 2,5 a 3 watts de energía. Esto sería suficiente para cargar un celular promedio.

La cantidad de energía generada al pedalear una bicicleta con dínamo por una mujer puede ser similar a la generada por un hombre, ya que la capacidad física para producir trabajo (movimiento) no está directamente relacionada con el género. Sin embargo, la cantidad exacta de energía generada dependerá de la capacidad física y el nivel de esfuerzo de la mujer en particular.

Estos cálculos no consideran posibles pérdidas de energía en el proceso de carga y conversión, cuando se depende mucho del dínamo.

Para minimizar obstáculos como distancia y costo de traslado a una ciclo-pista, el tráfico u otros aspectos que impidan pedalear de manera constante, además de lluvia u otro de clima que impidan salir y usar la bicicleta, o que por espacio y costo no se pueda tener una bicicleta fija (estática) en casa, en la materia Innovación en Ciencia y Tecnología se aplicó la mentefactura y la innovación frugal para crear el prototipo que se utilizará para usar en forma estática una bicicleta convencional, el cual se muestra en la Figura 1.



Fig. 1. Prototipo para usar en forma estática una bicicleta convencional

Fuente: Arriaga, N. (2023).



Fig. 2. Alumno rodando la bicicleta, probando el prototipo
Fuente: Arriaga, N. (2023).

Es importante definir las dimensiones de manera clara y coherente para asegurar la consistencia y la interpretación adecuada de los resultados.

III. CONCLUSIONES

La aplicación de las matemáticas, en especial la estadística, para la realización de esta investigación permitirá un procedimiento sistemático, controlado y crítico-reflexivo en nuestra búsqueda de hechos. Toda acción sustentable beneficia a nuestro planeta y la calidad de vida de las personas, matemáticamente es una suma que contribuye a los Objetivos de Desarrollo Sustentable (ODS) y, más importante y trascendental, es hacerlo de la mano de alumnos, quienes son futuros profesionistas y protagonistas de cambios en su entorno de desarrollo más próximo.

REFERENCIAS

- [1] Instituto Nacional de Estadística y Geografía [INEGI]. En México 71.3 millones de usuarios de internet y 17.4 millones de hogares con conexión a este servicio: ENDUTIH, 2017. https://www.inegi.org.mx/contenidos/saladeprensa/boletines/2018/OtrTemEcon/ENDUTIH2018_02.pdf
- [2] H. Takahashi, *¿Cuánto pagas por cargar el celular?* 2017. <https://www.forbes.com.mx/cuanto-pagas-cargar-celular/>
- [3] O. Islas, Resultados del estudio Digital, 2023. [https://www.eluniversal.com.mx/opinion/octavio-islas/resultados-del-estudio-digital-2023-mexico/#:~:text=Chrome%20\(82.68%25\)%20es%20el,cuarto%2C%20Firefox%20\(1.76%25\).&text=La%20hegemon%C3%ADa%20de%20Chrome%20se%20mantiene.](https://www.eluniversal.com.mx/opinion/octavio-islas/resultados-del-estudio-digital-2023-mexico/#:~:text=Chrome%20(82.68%25)%20es%20el,cuarto%2C%20Firefox%20(1.76%25).&text=La%20hegemon%C3%ADa%20de%20Chrome%20se%20mantiene.)
- [4] E. Salazar, J. F. Arroyave, y W. Pérez. “Energías alternativas, experiencias desde el semillero de investigación en tecnología mecánica”. *Scientia et Technica*, XVI(49), pp. 260-265, 2011.
- [5] J. Arencibia, *Generadores de Electricidad. Ley de Faraday-Lentz*, 2014. <https://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/ecoblog/fsanacac/2014/03/12/generadores-de-electricidad-ley-de-faraday-lentz/>
- [6] C. Ortega, *Estadística Inferencial, qué es, importancia y ejemplos*, 2023. <https://www.questionpro.com/blog/es/estadistica-inferencial/>
- [7] R. Amat, *Test estadísticos para variables cualitativas: test exacto de Fisher, chi-cuadrado de Pearson, McNemar y Q-Cochran*, 2016. [https://cienciadedatos.net/documentos/22.2_test_exacto_de_fisher_chi-cuadrado_de_pearson_mcnemar_qcochran](https://cienciadedatos.net/documentos/22.2_test_exacto_de_fisher_chi_cuadrado_de_pearson_mcnemar_qcochran)
- [8] IBM, *Prueba T para muestras independientes*, 2021. <https://www.ibm.com/docs/es/spss-statistics/25.0.0?topic=tests-independent-samples-t-test>

Biografías

Autor 1: Norma Arriaga Villanueva

Licenciada en Administración de Empresas; Licenciada en Ingeniería Industrial; Maestra en Educación Superior; Doctora en Administración; docente tiempo completo Universidad SABES, plantel Celaya; Profesor Virtual por Asignatura del doctorado en Innovación de la Universidad Virtual del Estado de Guanajuato. Autora del libro Estrés Laboral: Administración de los Factores Psicosociales de Riesgo. Con distribución mundial desde al 2017 por Amazon.

Áreas de investigación: Educación, Administración e Ingeniería Industrial.

Análisis cualitativo de la eficacia de la derivada fraccionaria en la ley de la dinámica

Tenorio-Quiñones, Javier Alexander¹

La interacción enseñanza-aprendizaje y contribución de la investigación en las ciencias exactas y naturales

VII Encuentro Internacional sobre la Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Resumen

En el presente trabajo, se aborda la ley de la dinámica en su versión fraccionaria. Posteriormente, se emprende la búsqueda de las ecuaciones del movimiento para el caso de aceleración uniforme en su formulación fraccionaria. Esto se logra mediante la aplicación de conceptos del análisis fraccionario y una definición más amplia de la transformada de Laplace.

Palabras clave: derivada e integral fraccionaria, transformada de Laplace, ley de la dinámica.

Abstract

In the present work, the law of dynamics is addressed in its fractional version. Subsequently, the search for the equations of motion for the case of uniform acceleration in its fractional formulation is undertaken. This is achieved by applying concepts from fractional analysis and a broader definition of the Laplace transform.

Keywords: derivative and fractional integral, Laplace transform, law of dynamics.

¹ Autor 1: Javier Alexander Tenorio Quiñones

Magíster en Matemáticas, Licenciado en Matemáticas y Física; de la Universidad Tecnológica de Pereira.

*Resumen de investigación: Estudio de las transformadas integrales como método de resolución de ecuaciones diferenciales fraccionarias y sus aplicaciones, Universidad Tecnológica de Pereira, 2023 [4].

* Grupo de investigación: ABE- Application of differential equations, bifurcation and stability, de la Universidad Tecnológica de Pereira

I. INTRODUCCIÓN

El cálculo fraccionario, también conocido como cálculo de orden fraccional, constituye una rama fundamental en el ámbito del análisis matemático. Su enfoque se centra en el estudio de cuestiones asociadas a derivadas, integrales y ecuaciones diferenciales que involucran órdenes no enteros. En los últimos años, esta disciplina ha ganado creciente relevancia debido a su versatilidad y aplicación en diversos contextos de investigación.

La historia de las matemáticas resguarda pocos eventos cuyos orígenes sean tan precisos como el del cálculo fraccionario, o más adecuadamente llamado cálculo generalizado. Sus raíces se remontan a una carta fechada el 30 de septiembre de 1695, en la cual W. Leibniz y G. de L'Hôpital intercambiaron ideas sobre el significado de la derivada de orden $\frac{1}{2}$.

Desde aquella época, hasta nuestros días, renombrados matemáticos han contribuido significativamente a su desarrollo y formalización. Entre los estudiosos contemporáneos sobresalen figuras como Baleanu y su equipo, mencionados en [1], así como Diethelm [2], Li y Zeng [3], entre otros.

El cálculo de orden fraccionario se revela intrincado desde una perspectiva matemática, generando en la actualidad un gran interés tanto en su análisis teórico como en su resolución numérica. Esta atención se debe en parte a su demostrada relevancia e importancia en el ámbito de las ciencias e ingeniería. Un ejemplar estudio sobre su formulación, aplicación y uso en diversas disciplinas del saber ha sido llevado a cabo por Tenorio [4].

En el dominio de la física, la comprensión de las leyes de la dinámica reviste una importancia vital. Estas leyes proporcionan información esencial sobre las ecuaciones del movimiento, permitiendo la determinación de la posición y velocidad de una partícula en un instante dado. El objetivo primordial de esta investigación es formular la ecuación diferencial asociada a la segunda ley de Newton para órdenes arbitrarios α , y emplear los operadores integro-diferenciales con el propósito de proporcionar soluciones a estas ecuaciones y mostrar la gran utilidad del análisis fraccionario en la modelización de problemas de distantes áreas de la ciencia, en particular, en la física.

II. Operadores Fraccionarios de Riemann-Liouville y Caputo

1.1. Integral de Riemann-Liouville

Definición 1. Sean $f \in L^1[a, b]$ y $a \in \mathbb{C}$ tal que $\text{Re}(\alpha) > 0$. La integral de Riemann-Liouville de orden α de la función f , denotadas por, $\mathcal{I}_{a^+, t}^\alpha[f(t)]$ se definen como:

$$\mathcal{I}_{a^+, t}^\alpha[f(t)] = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_a^t \frac{f(s)}{(t-s)^{1-\alpha}} ds, \quad t > a \quad (2)$$

denominada integral izquierda.

El físico matemático italiano Michele Caputo introdujo una innovadora definición de la derivada de orden fraccionario, que ofrecía una interpretación física para las condiciones iniciales en los cada vez más frecuentes problemas aplicados bajo estudio. La definición de Derivada Fraccionaria de Caputo simplifica la complejidad interpretativa asociada con la Derivada de Riemann-Liouville. Esto se debe a que las condiciones iniciales requeridas por la definición de Caputo son

de orden entero, lo que conecta directamente con el desarrollo formal histórico.

En la obra de Kilbas y Srivastava [5], se profundiza en las interpretaciones de las derivadas fraccionarias.

1.2. Derivada de Caputo

Definición 2. Sea $f \in AC[a, b]$, $a \in C$ tal que $Re(\alpha) \geq 0$, la derivada de Caputo se define como:

$$D_{a^+, t}^{\alpha}[f(t)] = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \int_a^t \frac{f^{(n)}(s)}{(t-s)^{\alpha+1-n}} ds, \quad t > a$$

donde $f^{(n)}(s)$ denota la n -ésima derivada ordinaria de f .

Partiendo de la definición de derivada fraccionaria de Caputo establecida en (2), se tiene:

$$D_{a^+, t}^{\alpha}[(t-a)^{\eta}] = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \int_a^t \frac{d^n}{ds^n} (s-a)^{\eta} (t-s)^{\alpha+1-n} ds$$

$$= \frac{\eta \cdot (\eta-1) \cdot \dots \cdot (\eta-n+1)}{\Gamma(n-\alpha)} \int_a^t \frac{(s-a)^{\eta-n}}{(t-s)^{\alpha+1-n}} ds.$$

Considerando el cambio de variable $u = s-a$ y agrupando de manera idónea obtenemos:

$$D_{a^+, t}^{\alpha}[(t-a)^{\eta}] = \frac{\eta \cdot (\eta-1) \cdot \dots \cdot (\eta-n+1)}{\Gamma(n-\alpha)} (t-a)^{\eta-n-1} \int_0^{t-a} u^{\eta-n} \left(1 - \frac{u}{t-a}\right)^{n-\alpha-1} du.$$

Ahora, consideremos el cambio de variable $v = \frac{u}{t-a}$ y ordenando obtenemos:

$$D_{a^+, t}^{\alpha}[(t-a)^{\eta}] = \frac{\eta \cdot (\eta-1) \cdot \dots \cdot (\eta-n+1)}{\Gamma(n-\alpha)} (t-a)^{\eta-n} \int_0^1 v^{\eta-n} (1-v)^{n-\alpha-1} dv.$$

Nótese que la última integral corresponde a $B(\eta-n+1, n-\alpha)$ denominada función Beta de Euler que puede ser escrita como:

$$B(\eta-n+1, n-\alpha) = \frac{\Gamma(\eta-n+1)\Gamma(n-\alpha)}{\Gamma(\eta-\alpha+1)}$$

luego:

$$D_{a^+, t}^{\alpha}[(t-a)^{\eta}] = \frac{\eta \cdot (\eta-1) \cdot \dots \cdot (\eta-n+1) \cdot \Gamma(\eta-n+1)}{\Gamma(\eta-\alpha+1)} (t-a)^{\eta-n}$$

Por lo tanto:

Llegando a lo que se quería demostrar (2.1).

Denotemos $\mathcal{T}^{\alpha}(t)$ a la función definida como:

$$\mathcal{T}^{\alpha}(t) = \frac{t^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)}, \quad t \geq 0 \quad (3)$$

Se procede a hallar la Transformada de Laplace de (3) haciendo el cambio de variable $v = st$

$$\mathcal{L}[\mathcal{T}^{\alpha}(t)] = \frac{s^{\alpha-\alpha}}{\Gamma(\alpha)} \int_0^{\infty} u^{\alpha-1} e^{-u} du$$

$$= \frac{s^{\alpha-\alpha}}{\Gamma(\alpha)} \cdot \Gamma(\alpha)$$

$$= \frac{1}{s^{\alpha+1}},$$

luego:

$$\mathcal{L}[\mathcal{T}^{\alpha}(t)] = \frac{1}{s^{\alpha}} \quad (4)$$

Proposición 1. Sean $a \in C$ tal que $Re(\alpha) > 0$ y $f \in L^1(a, b)$ tales que existen $\mathcal{I}_{0^+, t}^{\alpha}[f(t)]$, $D_{0^+, t}^{\alpha}[f(t)]$ y $D_{0^+, t}^{\alpha}[f(t)]$

Entonces:

$$\mathcal{L}[\mathcal{I}_{0^+, t}^{\alpha}[f(t)]] = \frac{F(s)}{s^{\alpha}}. \quad (5)$$

$$\mathcal{L}[D_{0^+, t}^{\alpha}[f(t)]] = s^{\alpha} F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^{\alpha-k-1} f^{(k)}(0)$$

donde $F(s)$ es la transformada de Laplace de $f(t)$. Las expresiones anteriores son equivalentes a la versión clásica de Transformada de Laplace de la integral y la derivada. La expresión (5) es la Transformada de Laplace de la integral Fraccionaria de Riemann-Liouville y Transformada de Laplace de la Derivada Fraccionaria de Caputo, respectivamente.

Proposición 2. Sean $f \in L^1(a, b)$ y $\alpha, \beta \in \mathbb{R}^+$. Si $\alpha \leq \beta$. Sean $m, n \in \mathbb{N}$, $m - 1 < \alpha < m$; $n - 1 < \beta < n$. Si existen

$$D_{a^+, t}^{\alpha+\beta}[f(t)], \left(D_{a^+, t}^\alpha D_{a^+, t}^\beta \right) [f(t)]$$

, entonces:

$$\left(D_{a^+, t}^\alpha D_{a^+, t}^\beta \right) [f(t)] = D_{a^+, t}^{\alpha+\beta} [f(t)].$$

Demostración 1.

A partir de las definiciones (1) y (2) se tiene que:

$$D_{0^+, t}^\alpha [f(t)] = I_{0^+, t}^{n-\alpha} [f^{(n)}(t)]$$

Luego es posible establecer:

$$D_{0^+, t}^\alpha \left[D_{0^+, t}^\beta (f(t)) \right] = I_{0^+, t}^{n-\alpha} \left[D_{0^+, t}^{\beta+n} (f(t)) \right]$$

Es claro que la integral fraccionaria de Riemann-Liouville se puede expresar como la convolución $\mathcal{T}^\alpha(t) * f(t)$, donde $\mathcal{T}^\alpha(t)$ es la función definida en (3). Aplicando Transformada de Laplace fraccionaria, el resultado obtenido en (4) y considerando la Transformada de la convolución se obtiene:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} \left[D_{0^+, t}^\alpha \left[D_{0^+, t}^\beta (f(t)) \right] \right] &= \mathcal{L} \left[\mathcal{T}_{0^+, t}^{n-\alpha} \left[D_{0^+, t}^{\beta+n} (f(t)) \right] \right] \\ &= \mathcal{L} \left[\mathcal{T}_{(t)}^{n-\alpha} * D_{0^+, t}^{\beta+n} (f(t)) \right] \\ &= \frac{1}{s^{n-\alpha}} \left[s^{\beta+n} F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^{\beta+n-k-1} f^{(k)}(0) \right] \\ &= s^{\beta+\alpha} F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^{\beta+\alpha-k-1} f^{(k)}(0) \\ &= \mathcal{L} \left[D_{0^+, t}^{\beta+\alpha} (f(t)) \right] \end{aligned}$$

Aplicando la transformada inversa se tiene:

$$D_{0^+, t}^\alpha \left[D_{0^+, t}^\beta (f(t)) \right] = D_{0^+, t}^{\beta+\alpha} [f(t)]$$

La segunda ley de Newton establece que la variación en el movimiento de un cuerpo es proporcional a la fuerza neta aplicada sobre el cuerpo y ocurre en el mismo sentido y dirección de dicha fuerza.

Dicho de otra manera,

$$F = \frac{dp}{dt}$$

También es posible expresar la segunda ley de Newton de la siguiente manera:

$$F = m \frac{d}{dt} \left[\frac{dx}{dt} \right] \quad (6)$$

Expresemos la ecuación (6) en el cálculo fraccionario, consideremos además la derivada en el sentido de Caputo bajo condiciones iniciales de posición y velocidad y tomemos la fuerza originada por la acción del campo gravitatorio sobre la masa de un cuerpo. Es decir:

$$m D_{0^+, t}^\beta \left[D_{0^+, t}^\alpha (x(t)) \right] = -mg.$$

Considerando la proposición (2) y simplificando:

$$D_{0^+, t}^{\beta+\alpha} (X(t)) = -g.$$

Aplicando la transformada de Laplace fraccionaria en el sentido de Caputo y evaluando las condiciones iniciales se llega:

$$\begin{aligned} s^{\beta+\alpha} X(s) - \sum_{k=0}^1 s^{\beta+\alpha-k-1} f^{(k)}(0) &= \frac{-g}{s} \\ s^{\beta+\alpha} X(s) - x_0 s^{\beta+\alpha-1} - v_0 s^{\beta+\alpha-2} &= \frac{-g}{s}, \end{aligned}$$

simplificando se tiene:

$$X(s) = \frac{x_0}{s} + \frac{v_0}{s^2} - \frac{g}{s^{\beta+\alpha+1}}$$

Aplicando la transformada inversa de Laplace se tiene la solución del problema.

$$X(t) = x_0 + v_0 t - \frac{g}{\Gamma(\beta + \alpha + 1)} t^{\beta+\alpha} \quad (7)$$

Consideremos la propiedad 2.1 de la proposición (2) y aplicamos la derivada fraccionaria de Caputo en (7) para obtener la ecuación que define la velocidad de una

partícula en un instante de tiempo t , entonces:

$$D_{0+,t}^{\alpha}(x(t)) = \frac{v_0}{\Gamma(2-\alpha)}t^{1-\alpha} - \frac{g}{\Gamma(\beta+1)}t^{\beta} \quad (8)$$

Las ecuaciones (7) y (8) corresponden a las ecuaciones del movimiento uniformemente acelerado en versión fraccionaria.

A partir del resultado obtenido en (7) y (8) se desprenden los siguientes casos que estudiaremos posteriormente:

1. $0 < \alpha \leq 1, \beta = 1, \text{Max}(\alpha) + \beta = 2$, entonces:

$$x(t) = x_0 + v_0t - \frac{g}{\Gamma(\alpha+2)}t^{1+\alpha},$$

$$D_{0+,t}^{\alpha}(x(t)) = \frac{v_0}{\Gamma(2-\alpha)}t^{1-\alpha} - gt.$$

2. $0 < \alpha, \beta \leq 1, \alpha = \beta, 2 \text{Máx}(\alpha) = 2$, entonces:

$$x(t) = x_0 + v_0t - \frac{g}{\Gamma(2\alpha+1)}t^{2\alpha}$$

$$D_{0+,t}^{\alpha}(x(t)) = \frac{v_0}{\Gamma(2-\alpha)}t^{1-\alpha} - \frac{g}{\Gamma(\alpha+1)}t^{\alpha}$$

Analicemos la eficacia del parámetro α mediante un ejemplo clásico de caída libre. Se deja caer un cuerpo desde cierta altura, al cabo de 10s el cuerpo toca el piso. Hallar las velocidades que registra el cuerpo y las alturas en que se encuentra a partir de las Ecuaciones de Movimiento Fraccionarias, considerando las condiciones establecidas en los casos 1 y 2.

Como el cuerpo se deja caer y se contabiliza su recorrido a partir del instante que desciende, entonces $x_0 = 0, v_0 = 0$.

Tabla 1
Caso 1

α	0,2	0,4	0,6	0,8	0,99	1
tiempo (s)	10	10	10	10	10	10
velocidad (m/s)	98	98	98	98	98	98
posición (m)	140,9	198,1	272,9	368,8	483,2	490

Fuente: elaboración propia

Tabla 2
Caso 2

α	0,2	0,4	0,6	0,8	0,9	1
tiempo (s)	10	10	10	10	10	10
velocidad (m/s)	16,9	27,7	43,6	66,3	96,1	98
posición (m)	27,7	66,3	140,9	272,9	476,6	490

Fuente: elaboración propia

A partir de las tablas que relacionan los casos 1 y 2, es posible determinar que las condiciones establecidas en el caso 2 no son tan eficientes como las del caso 1, esto debido a que a medida que α tiende a uno el módulo de la posición y velocidad no convergen rápidamente al valor real.

III. CONCLUSIONES

Se encontraron las ecuaciones del movimiento fraccionarias, las cuales satisfacen las ecuaciones clásicas cuando el parámetro se acerca a 1. No conviene emplear las condiciones del caso 2 a la hora de encontrar funciones que convergen a la real, porque las aproximaciones de las magnitudes físicas no son apropiadas.

Los operadores integro-diferenciales fraccionarios proporcionan información adicional y relevante en la modelización de problemas de distantes áreas de la ciencia. Los resultados obtenidos inducen a suponer que la derivada fraccionaria está relacionada con un tiempo propio que, bajo alguna

transformación, podría ser equivalente al tiempo clásico.

Referencias

- [1] D. Baleanu, K. Diethelm, E. Scalas y J. Trujillo, *Fractional Calculus Models and Numerical Methods*, World Scientific Publishing Company, 2012.
- [2] K. Diethelm, *The Analysis of Fractional Differential Equations*, Springer, 2004.
- [3] C. Li, F. Zeng, *Numerical Methods for Fractional Calculus*, CRC Press, 2015.
- [4] A. Tenorio, *Estudio de las transformadas integrales como método de resolución de ecuaciones diferenciales fraccionarias y sus aplicaciones*, Universidad Tecnológica de Pereira, 2023.
- [5] A. A. Kilbas, H. M. Srivastava, J. J. Trujillo, *Theory and Applications of Fractional Differential Equations*, Amsterdam: Elsevier Science B.V., 2006.

VII

Encuentro Internacional sobre
la Enseñanza de Ciencias
Exactas y Naturales

ENSEÑANZA
Y APRENDIZAJE
DE LA FÍSICA



La formación de profesores de ciencias para la enseñanza de la física cuántica en la educación media Colombiana¹

Cuéllar García, Andrés²

Resumen

Teniendo en cuenta la enorme necesidad de generar procesos alfabetización científica se presenta el resultado de una investigación Doctoral enfocada en la formación del conocimiento tecnológico y pedagógico del contenido (CTPC) de profesores de ciencias naturales para la enseñanza de la física cuántica en la educación media usando la modelización como estrategia didáctica de enseñanza. Por ende el objetivo está orientado al diseño, desarrollo y evaluación de un proceso de formación de docentes para la enseñanza de la naturaleza cuántica de la luz a través de la modelización y el uso de las TIC como herramientas cognitivas desde la perspectiva del Conocimiento Tecnológico y Pedagógico del Contenido, la cual se desarrolló a través del estudio de caso como proceso de investigación acción, logrando evidenciar la necesidad de generar espacios educativos enfocados en la formación de los descubrimientos, avances y aplicaciones de la física cuántica permitiendo la generación de una sociedad crítica, conocedora de su entorno.

Palabras clave: formación de profesores, física cuántica, naturaleza cuántica de la luz, alfabetización científica, CTPC.

- 1 Resultado de investigación, Doctorado Interinstitucional en educación énfasis en ciencias. Tesis Doctoral: El CTPC del profesor de ciencias naturales en formación inicial y su desarrollo acerca de la naturaleza cuántica de la luz mediante la modelización en la enseñanza de las ciencias.
- 2 Universidad del Valle. Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-4814-4578>. Contacto: andres.cuellar.garcia@correounivalle.edu.co, andres.cuellar@cali.edu.co, andcuellarg@ut.edu.co, andres.cuellar2@u.icesi.edu.co.
https://scienti.minciencias.gov.co/cvlac/visualizador/generarCurriculoCv.do?cod_rh=0001639197&lang=es

I. INTRODUCCIÓN

A medida que se van generando los descubrimientos de los diferentes fenómenos cuánticos, se ha ido considerando esta una de las teorías más exitosas en la ciencia moderna, generando cambios profundos en la vida humana, la cosmovisión científica y cultural de la sociedad, al igual que tiene posibles repercusiones en diferentes campos del saber [1], [2]. Es así que, en algunos países, se han desarrollado iniciativas referentes a procesos de alfabetización científica, generando investigaciones y proyectos educativos enfocados en la enseñanza y el aprendizaje de la física cuántica en niveles anteriores al ciclo universitario, incorporándola en sus currículos oficiales.

En nuestro país no existe una incorporación de la enseñanza de la física cuántica en la educación media [3]. Por ello, se deben realizar procesos de formación de profesores de ciencias en la enseñanza de la física cuántica en la educación media, siendo estos espacios donde se construyen las bases conceptuales y teóricas de los futuros maestros.

Por ende, en esta investigación doctoral se buscó, como objetivo principal, desarrollar el CTPC de los profesores de ciencias en formación inicial, acerca de la naturaleza cuántica de la luz mediante la modelización en la enseñanza de las ciencias.

II. DESARROLLO DEL DOCUMENTO

El Conocimiento Tecnológico y Pedagógico del Contenido (CTPC)

El CTPC es un marco conceptual que describe el conocimiento que un profesor necesita para integrar eficazmente la tecnología en su enseñanza, desarrollado por Mishra & Koehler [4] basándose en la idea de que la tecnología, la pedagogía y el conocimiento del contenido son interdependientes y se influyen mutuamente en la enseñanza y el aprendizaje. Integrando el conocimiento del contenido, el conocimiento pedagógico y el conocimiento del contenido, permitiendo a los profesores en ejercicio, y en formación, utilizar la tecnología de manera efectiva para mejorar la enseñanza y el aprendizaje.

La modelización en la enseñanza de las ciencias

La modelización, como estrategia de enseñanza, valora el papel de los modelos como ejes centrales del pensamiento científico y la modelación como una de las principales actividades de la ciencia en la construcción del conocimiento, lo que conlleva a la reflexión acerca de la importancia de la modelación en la enseñanza de las ciencias, permitiendo que los profesores en formación se aproximen al proceso de construcción, transformación y comunicación del conocimiento científico [5], [6].

Metodología

Para lograr el proceso de formación de profesores planteado, esta investigación se enmarca en el campo de un proceso sistemático e intencional donde se recoge, analiza e interpreta información, con el fin de ampliar el conocimiento sobre los fenómenos educativos, buscando explicaciones y la comprensión de los mismos [7]. El fenómeno educativo a estudiar se enfocó en el desarrollo del CTPC de dos profesoras en formación inicial de la Universidad ICESI, a través de la construcción reflexiva de un ambiente de aprendizaje referente a la naturaleza cuántica de la luz, mediante la modelización en la enseñanza de las ciencias. La investigación planteada se realizó a través del estudio de caso, permitiendo profundizar más en el pensamiento y la acción de los sujetos a investigar [8].

Para ello se propusieron cinco etapas de desarrollo e implementación de la investigación doctoral: (1) Análisis del CTPC de los participantes del estudio; (2) Diseño del proceso de formación; (3) Desarrollo de la unidad didáctica con los participantes del estudio; (4) Implementación de la unidad didáctica en el salón de clases y (5) Evaluación del desarrollo del CTPC de los participantes del estudio.

Resultados y discusión

El acercamiento de los fenómenos cuánticos desde una visión fenomenológica, no solo permite que los estudiantes de secundaria se

puedan familiarizar con este campo de la física moderna, sino que también permite desarrollar el pensamiento científico mediante la indagación, la elaboración de hipótesis, de modelos y de preguntas, el diseño de experimentos usando medios físicos y digitales y el lograr relacionar la física cuántica con diferentes campos del saber. A su vez, el marco conceptual y metodológico del CTPC y la modelación como estrategia didáctica para la enseñanza de las ciencias, permitieron los espacios de formación de profesores de física, acordes al actual contexto educativo, al uso efectivo de las TIC como herramientas cognitivas en los procesos educativos y la aproximación del proceso de construcción, transformación y comunicación del cocimiento científico.

III. CONCLUSIONES

Se evidencia la necesidad de generar espacios de alfabetización científica en la educación secundaria y media, referentes a los descubrimientos, avances y aplicaciones de la física moderna, propiamente de la física cuántica. Aunque en varios países se implementa la enseñanza de la física cuántica dentro del currículo desde niveles anteriores a la educación superior, en nuestro país no se hace explícito, por lo cual es necesario generar procesos investigativos que conlleven a discusiones, análisis y futuras incorporaciones de estas problemáticas, por ello, la educación secundaria y media debe propender por permitir la visualización de nuevas esferas del conocimiento que están a la vanguardia en el desarrollo social, cultural, histórico, tecnológico y económico, permitiendo la formación de una sociedad crítica, conocedora de su entorno y de las implicaciones que se generan a medida que avanzan los descubrimientos tanto científicos como tecnológicos.

REFERENCIAS

- [1] P. Fernández, *Teorías y modelos en la enseñanza-aprendizaje de la Física Moderna*, tesis de doctorado, Facultad de Matemática, Astronomía y Física Universidad Nacional de Córdoba, Argentina, 2014.
- [2] H. Staderman, E. Van den Berg & M. Goedhart, “Analysis of secondary school quantum physics curricula of 15 different countries”. *Phys. Rev. Phys*, 19 - 15(1). Paginas 1-25. 2019.
- [3] Z. Muñoz-Burbano, J. Solbes & G. Ramos, “Análisis de la enseñanza de conceptos cuánticos en la unidad de “Estructura atómica de la materia” en libros de texto”, *Praxis & Saber*, Vol. 11 No. 27. Paginas 1-18. 2020.
- [4] Mishra, P. & Koehler, M. (2006). Technological pedagogical content knowledge: A framework for teacher knowledge. *Teacher College Record*, 108(6), Paginas 1017-1054.
- [5] J. Chamizo, & A. Franco, *Modelos y modelaje en la enseñanza de las ciencias naturales*. México: UNAM, 2010.
- [6] C. Zuluaga, *O PCK do professor de química e seu desenvolvimento a partir da reflexão sobre os modelos de ligação química e sua modelagem*, tese de doutorado, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Faculdade de Ciências. Brazil, 2017.
- [7] C. Polanco, *Desarrollo del CTPC de una profesora de ciencias naturales en formación inicial desde una propuesta pedagógica basada en la construcción de una Webquest sobre las aguas subterráneas*, tesis de maestría, IEP, Departamento de ciencias y tecnología, Universidad del Valle, Santiago de Cali, 2018.
- [8] R. Porlán, & A. Rivero. *El conocimiento de los profesores*. España: Editorial Díada, 1998.

Biografías

Autor 1: Andrés Cuéllar García

Doctor en Educación énfasis en enseñanza de las ciencias, Universidad del Valle; Magíster en Ingeniería Informática, de la Universidad Santiago de Cali; Licenciado en Matemáticas y Física, de la Universidad del Valle.

Docente de física de la Secretaría de Educación de Cali; docente de física y enseñanza de la física, Universidad del Tolima, Universidad ICESI y Universidad del Valle, en la Ciudad de Cali.

Áreas de investigación: formación de profesores de física.

Línea temática: enseñanza y aprendizaje de la física.

Concepto e impactos iniciales de laboratorios remotos para cursos avanzados de física en LA-CoNGA physics¹

Concept and Early Impacts of Remote Laboratories for Advanced Physics Courses within the LA-CoNGA physics

*López Rodríguez, José Antonio², Sarmiento-Cano, Christian³
y Nuñez, Luis A.⁴, en nombre de LA-CoNGA physics*

Resumen

Presentamos el concepto e impactos de la implementación de laboratorios remotos en cursos avanzados de física, para estudiantes de postgrado en cuatro países andinos, en el marco del proyecto LA-CoNGA physics (alianza latinoamericana para la construcción de capacidades en física avanzada). LA-CoNGA physics, financiado por Erasmus+ y la Comisión Europea, ha logrado unir exitosamente a ocho universidades de Colombia, Ecuador, Perú y Venezuela, junto con tres universidades europeas. Compartimos cursos de maestría, incluyendo materias como Ciencia de Datos, Instrumentación y Física Avanzada. Un componente fundamental es el módulo de instrumentación científica, que abarca experiencias prácticas en Física Nuclear, Astropartículas y Sistemas Complejos. El laboratorio remoto presenta una oportunidad para mejorar el acceso de los estudiantes a equipos costosos y aumentar los horarios de uso. Además, fomenta la

1 Proyecto: Latin-american Alliance for Capacity buildiNG in Advanced physics, 610456-EPP-1-2019-1-FR-EPPKA2-CBHE-JP, financiado por el programa Erasmus+.

2 Universidad Central de Venezuela; código ORCID: 0000-0003-3613-3406.
Contacto: jose.lopez@ucv.ve.

3 Universidad Industrial de Santander; código ORCID:0000-0002-4977-4184.
Contacto: christian.sarmiento@correo.uis.edu.co.

4 Universidad Industrial de Santander; código ORCID: 0000-0003-4575-5899.
Contacto: lnunez@uis.edu.co.

diversidad, al facilitar la inclusión de grupos geográficamente distantes, superando barreras físicas, culturales o económicas para acceder a estas instalaciones. En esta presentación mostraremos el concepto de laboratorio remoto estructurado en tres partes: el Laboratorio Físico, el Ecosistema de Comunicación y la generación de contenido. Como ejemplo, mostraremos su puesta en práctica para cuatro experiencias de laboratorio. Tres se dedican a experimentos de física nuclear (Espectroscopía de fotones, Caracterización de fotomultiplicadores de silicio y Detección de muones cósmicos), mientras que la cuarta es un experimento de sistemas complejos elaborado desde cero (Péndulo doble). Estas prácticas han sido parte del curso de instrumentación, culminado por 27 estudiantes de maestría en Física, durante los años 2022 y 2023.

Palabras clave: laboratorios remotos, LA-CoNGA Physics, cursos de física avanzada, instrumentación, comunidad virtual de investigación y aprendizaje.

Abstract

We present the concept and impacts of implementing remote laboratories in advanced physics courses for postgraduate students across four Andean countries, within the framework of the LA-CoNGA physics project (Latin-American alliance for Capacity building in Advanced physics). LA-CoNGA physics, funded by Erasmus+ and the European Commission, has successfully brought together eight universities from Colombia, Ecuador, Peru, and Venezuela, along with three European universities. We share master's level courses, including subjects such as Data Science, Instrumentation, and Advanced Physics. A key component is the scientific instrumentation module, encompassing practical experiences in Nuclear Physics, Astroparticles, and Complex Systems. The remote laboratory presents an opportunity to enhance student access to expensive equipment and extend usage hours. Moreover, it promotes diversity by facilitating the inclusion of geographically distant groups, overcoming physical, cultural, or economic barriers to facility access. In this presentation, we showcase the structured concept of the remote laboratory in three parts: the Physical Lab, Communication Ecosystem, and content generation. As an example, we demonstrate its implementation for four laboratory experiences. Three are dedicated to nuclear physics experiments (Photon Spectroscopy, Silicon Photomultiplier Characterization, and Cosmic Muon Detection), while the fourth is a complex systems experiment built from scratch (Double Pendulum). These practices have been a part of the instrumentation course, completed by 27 master's students in Physics during the years 2022 and 2023.

Keywords: remote laboratories, LA-CoNGA Physics, advanced physics courses, instrumentation, virtual research and learning community

I. INTRODUCCIÓN

Presentamos el concepto e impactos de la implementación de laboratorios remotos en cursos avanzados de física, para estudiantes de postgrado en cuatro países andinos, en el marco del proyecto LA-CoNGA physics (Alianza latinoamericana para la construcción de capacidades en física avanzada⁵).

LA-CoNGA physics, financiado por Erasmus+ y la Comisión Europea, ha logrado unir exitosamente a ocho universidades de Colombia, Ecuador, Perú y Venezuela, junto con tres universidades europeas, en Francia y Alemania. Nuestro enfoque central es el establecimiento de un currículo a nivel de maestría que incluye materias como Ciencia de Datos, Instrumentación y Física Avanzada, habilidades muy demandadas más allá del ámbito académico [1].

Un componente fundamental del currículo es el módulo de Instrumentación científica, que abarca experiencias prácticas en diversos campos, como: Física Nuclear, Física de Partículas, Astropartículas y Sistemas Complejos. La integración de laboratorios de instrumentación contemporáneos permite a los estudiantes llevar a cabo experimentos en universidades interconectadas, marcando un hito significativo en el progreso del consorcio LA-CoNGA.

El laboratorio remoto, situado dentro de un ecosistema maduro de cursos en línea y una Comunidad Virtual de Investigación y Enseñanza [2, 3], desempeña un papel crucial donde el aprendizaje en línea y la simulación ya están arraigados. Brindar acceso remoto a experiencias de laboratorio presenta una oportunidad excepcional para mejorar la accesibilidad de los estudiantes a equipos costosos, al tiempo que se expanden los horarios de uso del equipo. Este enfoque se ajusta armónicamente con estrategias convencionales de aprendizaje en línea y sus beneficios asociados. Además, fomenta la diversidad, al facilitar la inclusión de grupos de estudiantes

⁵ Latin American Capacity Building in Advanced Physics: <https://LA-CoNGA.redclara.net/>

o instructores geográficamente distantes, superando así barreras físicas, culturales o económicas para acceder a estas instalaciones.

II. CONCEPTO Y PUESTA EN PRÁCTICA DE UN LABORATORIO REMOTO PARA ESTUDIANTES DE MAESTRÍA

El desarrollo de un laboratorio remoto puede pasar varias fases. Algunos ejemplos se encuentran en [4, 5, 6, 7].

Laboratorio virtual: la experiencia es sustituida por una simulación del sistema físico.

Acceso a datos reales: registrados de forma sincrónica o descargados de un repositorio preparado para tal fin.

Control remoto: el sistema en experimentación se somete a diferentes condiciones definidas por el estudiante remoto, por ejemplo, mediante la definición de voltajes, frecuencias o temperaturas.

Nuestro modelo de laboratorio cumple con el estándar de control remoto efectivo. Para lograr el éxito técnico y académico, fue organizado en tres partes. La primera es el Laboratorio Físico, que está alojado en un espacio dedicado a mantener la experiencia, manejada mediante un software de control. El espacio debe tener la capacidad de conexión estable a internet. En este sentido, se recomienda que la velocidad de conexión no sea inferior a 5 Mbps y la latencia no supere 100 ms.

La segunda parte es un Ecosistema de Comunicación, que permite la interacción entre el grupo docente y los estudiantes. Esta segunda parte cumple tres objetivos esenciales: ofrecer acceso a la administración de las tareas de organización del calendario de actividades. También aloja la documentación necesaria en la web, incluyendo guías y planes de práctica. Por último, está el punto de ingreso al laboratorio, el cual unifica el acceso al calendario, la documentación y al sistema de control de la experiencia, a través de un software de escritorio remoto. Este punto de acceso se presenta

en forma de una aplicación móvil, desarrollada por nosotros, para generar un ambiente de inmersión mediante el uso de realidad virtual.

Además de estas tres funciones esenciales de organización académica, documentación y acceso de control, nuestro Ecosistema de Comunicación (MiLab⁶) también incluye una plataforma de mensajería interna, un repositorio de datos y un servicio de cómputo en la nube.

La tercera parte del laboratorio remoto consiste en la generación de contenido, facilitado tanto por el personal (guías, planes de estudio) como por los grupos de estudiantes (datos y reportes).

Entre las prácticas de laboratorio, ofrecidas al grupo de estudiantes, destacan las siguientes:

1. **Espectroscopía de fotones.** En esta experiencia los estudiantes deben comprender la física de los procesos radiactivos y las técnicas para detectar fotones de dichos procesos.
2. **Caracterización de fotomultiplicadores de silicio.** En esta práctica se busca que los estudiantes determinen los parámetros de funcionamiento óptimo de la digitalización de la señal producida por un fotomultiplicador.
3. **Detección de muones cósmicos.** En esta práctica se detecta el flujo de muones producidos naturalmente por la interacción de los rayos cósmicos en la atmósfera, a diferentes ángulos de llegada.
4. **Péndulo doble.** En esta práctica se estudian las propiedades de un sistema caótico.

En las experiencias 1 y 2 la instrumentación se maneja a través del computador presente en el aula. Previamente a la práctica, el sistema debe ser puesto a punto por el equipo técnico local. El software permite visualizar el panel de control del experimento para cambiar los parámetros

6 MiLab: <https://www.redclara.net/index.php/es/servicios-rc/milab>

y tomar los datos. Los estudiantes manejan el computador local mediante una herramienta de escritorio remoto⁷.

En el caso de las experiencias 3 y 4 existen además partes móviles. La detección del flujo de muones requiere orientar el sensor para ajustarse a los distintos ángulos de llegada de las partículas. El péndulo doble debe ser llevado a su condición inicial antes de registrar en video cada repetición de su trayectoria. Esta acción móvil se logra a través de motores y brazos robóticos, controlados por los estudiantes a través de la app web o móvil.

La incorporación de un video reflejando lo que ocurre en el mesón de laboratorio, además de ser necesaria cuando se debe registrar el movimiento de un objeto, es un elemento de inmersión adicional, que mejora la calidad de la experiencia. Esta inclusión del video del mesón ha sido usada en algunas experiencias exitosas en cursos de pregrado [7]. Sin embargo, la solución de control de la experiencia del péndulo doble, mediante el brazo robótico, debe ser asistida por el personal local en algunas circunstancias, por lo que aún requiere más desarrollo.

Este conjunto de prácticas de laboratorio ha sido parte del curso de Instrumentación Científica para estudiantes en LA-CoNGA physics⁸, durante las cohortes 2022 y 2023. En este periodo, 27 estudiantes de maestría de las instituciones participantes han realizado exitosamente estas prácticas en forma presencial y remota.

III. CONCLUSIONES

El desarrollo de un conjunto de prácticas de laboratorio remoto, en el marco de la colaboración LA-CoNGA physics, ha sido exitoso en el sentido que ha ampliado la interacción de las 11 universidades asociadas. Los 27 estudiantes han tenido acceso a un número considerable de experiencias, minimizando la inversión. Además, se ha desarrollado la capacidad de

7 DWSservice: <https://www.dwservice.net/>

8 <https://laconga.redclara.net/courses/modulo-instrumentacion/modulo-instrumentacion.html>

ofrecer la interacción a distancia en las instituciones participantes. Los estudiantes también desarrollaron competencias técnicas adicionales al conocimiento del objeto de estudio. Sin embargo, el diseño de la app móvil debe ser revisado para hacerla más adecuada al trabajo experimental.

Esta experiencia es novedosa, por tratarse de un curso avanzado de maestría y contemplar prácticas relacionadas con diferentes áreas de la disciplina en un solo proyecto.

Por último, se debe destacar que es un proceso en desarrollo, en el que se debe continuar desarrollando un estándar conceptual y técnico.

REFERENCIAS

[1] J. Peña Rodríguez y L.A. Núñez, “LA-CoNGA physics: an open science education collaboration between Latin America and Europe for High Energy Physics”, In *The European Physical Society Conference on High Energy Physics*, Online conference, 26-30 July 2021, p. 907.

[2] M. Caicedo, R. Camacho, F.F. Cordero, F. García, H. Hernández, J.A. López Rodríguez, J. Manjarrés, H. Martínez, C. Mendoza, B. Millán, J. Montaña, L. Alberto Núñez, J. Ocariz, D. Paredes, L. Alejandro Pérez, C. Rangel Smith, A. Sánchez & H. Torres, “Virtual research and learning communities in Latin America: The CEVALE2VE case”. *Interciencia*, 42(11), pp. 733–738, 2017.

[3] C.A. Calderón, M. Calderín, L. Núñez y Y. Briceño, “e-Research: the new paradigm of science in Latin America”. *An Overview of Digital Media in Latin America*, 2014.

[4] J. Kustija y J. Novall Dwi, “IoT Implementation for Development of Remote Laboratory (Case Study on Microscope Practice)”, *Reka Elkomika: Jurnal Pengabdian kepada Masyarakat* 3(1), pp. 20-29, 2022.

[5] R. Moriello, L. Schiano, *et al.*, “On the Suitability of Augmented Reality for Safe Experiments on Radioactive Materials in Physics Educational Applications.” *IEEE Access* 10 (2022): 54185-54196.

[6] D. Galan, *et al.*, “A remote laboratory for optical levitation of charged droplets”, *European Journal of Physics*, 39(4), pp. 1-13 2018.

[7] C. Lavayssière, L. Benoît i L. Franck, “Laborem Box: A scalable and open source platform to design remote lab experiments in electronics”, *HardwareX*, 11(e00301), pp.1-21, 2022.

Biografías

Autor 1: José Antonio López Rodríguez

Doctor en Ciencias, mención Física de la Universidad Central de Venezuela. Profesor investigador de la Universidad Central de Venezuela. Áreas de investigación: Física de altas energías.

Autor 2: Christian Sarmiento Cano

Doctor en Ciencia y Tecnología, mención física del Instituto Sábato de la Universidad Nacional de San Martín, Buenos Aires, Argentina.

Investigador Escuela de Física de la Universidad Industrial de Santander.

Áreas de investigación: Astrofísica de altas energías.

Autor 3: Luis A. Núñez

Doctor en Ciencias, mención Física de la Universidad Central de Venezuela. Profesor Titular Universidad Industrial de Santander.

Áreas de investigación: Astrofísica de altas energías.

El aprendizaje por descubrimiento en la comprensión de principios físicos a nivel de educación media¹

Discovery learning in the understanding of physical principles in secondary education

*González-Godoy, Armando Enrique²
y Valencia-López, Victoria Eugenia³*

Resumen

La teoría del aprendizaje por descubrimiento es utilizada por los docentes para lograr en los estudiantes la comprensión de los diferentes principios científicos, establecidos previamente en la planificación de sus clases, permitiéndoles construir y fortalecer sus propios conocimientos, motivados principalmente por la curiosidad. En este estudio se busca analizar la relación entre la metodología del aprendizaje por descubrimiento y la comprensión de principios físicos a nivel de educación media, esto mediante una investigación desarrollada desde la perspectiva del estado del arte, donde se realizó una revisión documental, con la finalidad de hacer una reflexión sobre el conocimiento acumulado relacionado al tema de interés. Se efectuó una recolección de información en documentos académicos escritos, encontrados utilizando diversos repositorios digitales en línea, estos documentos fueron analizados de forma exhaustiva con la ayuda de fichas bibliográficas, para luego ser comparados, categorizados y finalmente interpretados. Los resultados sugieren que el aprendizaje por descubrimiento permite la comprensión de principios físicos a nivel

- 1 Producto derivado del Trabajo Final de Especialización en Enseñanza de la Física, de la Universidad Tecnológica de Pereira.
- 2 Universidad Tecnológica de Pereira. Contacto: armando.gonzalez@utp.edu.co.
- 3 Universidad Tecnológica de Pereira. Contacto: victoriavalencia@utp.edu.co.

de educación media, el cual representa el nivel educativo en el cual los estudiantes reciben por primera vez clases de la asignatura de física formalmente, así como también en otras áreas del conocimiento y en otros niveles escolares, especialmente cuando se requiere un pensamiento de tipo concreto.

Palabras clave: aprendizaje, descubrimiento, enseñanza, física.

Abstract

The theory of discovery learning is used by teachers to help students understand scientific principles previously established in lesson plans. This theory allows them to build and strengthen their own knowledge mainly motivated by their curiosity. The aim of this study is to analyze the relationship between the method of discovery learning and the understanding of physical principles in secondary education; all this through research conducted from a state-of-the-art perspective where a literature review was made aimed to reflect on relevant information on the topic. Data were collected from academic papers, using different online digital repositories, these documents were thoroughly analyzed using bibliographic records, to later compare, categorize and finally interpret them. Findings suggest that discovery learning enables understanding of physical principles at secondary education, which is the educational level where students first received formal physics instruction, as well as in other knowledge domains and at other educational levels, especially those where concrete thinking is required.

Keywords: learning, discovery, teaching, physics.

I. INTRODUCCIÓN

En el nivel de educación media (a partir de 15 años de edad aproximadamente), es cuando la física se ve por primera vez, formalmente, como asignatura en el sistema educativo panameño [1] y la manera tradicional de enseñanza hace énfasis en el desarrollo matemático de diferentes situaciones, partiendo de una ecuación que muestra la relación entre las variables involucradas en el principio físico estudiado. Cuando se realizan experiencias de laboratorio, usualmente se comprueba, mediante experimentación, siguiendo un procedimiento específico, la ecuación matemática que ya ha sido presentada de manera teórica en la clase introductoria.

Para lograr un aprendizaje más perdurable, se puede alterar el orden tradicional de las clases, permitiendo, primero, que los estudiantes descubran mediante observación y análisis la relación entre las variables involucradas, de modo que, una vez internalizado el principio físico estudiado, se pueda proceder al desarrollo de diferentes situaciones mediante la resolución de problemas, utilizando herramientas matemáticas.

Jerome Bruner [2] plantea el aprendizaje por descubrimiento como contraposición al aprendizaje memorístico por repetición, resaltando la importancia de la comprensión, por encima de la memorización, donde los docentes ofrecen a los estudiantes la oportunidad de descubrir y aprender por sí mismos, alcanzando así un aprendizaje significativo. Se trata entonces de una teoría de aprendizaje donde el estudiante es quien tiene el mayor protagonismo, construyendo su propio conocimiento, motivado principalmente por la curiosidad.

Se propuso la siguiente pregunta de investigación: ¿cuál es la relación entre la metodología del aprendizaje por descubrimiento y la comprensión de principios físicos a nivel de educación media, desde la perspectiva del estado del arte?

El objetivo de este estudio consiste en analizar la relación entre la metodología del aprendizaje por descubrimiento y la comprensión de principios físicos a nivel de educación media, esto mediante el análisis de diferentes documentos, donde los autores aplican este tipo de aprendizaje en diversos escenarios académicos.

Un estudio de este tipo permite recabar información valiosa para el mejoramiento del proceso de enseñanza y aprendizaje en la asignatura de física a nivel medio, buscando no sólo lograr los conocimientos requeridos por los objetivos trazados al planificar las clases, también que estos conocimientos sean obtenidos de forma perdurable, desarrollando amor por las ciencias, en un ambiente cómodo [3].

II. DESARROLLO DEL DOCUMENTO

Metodología

Este es un trabajo desarrollado desde la perspectiva del estado del arte [4], donde se realizó una revisión documental, con la finalidad de hacer una reflexión sobre el conocimiento acumulado, en este caso, sobre la teoría del aprendizaje por descubrimiento aplicado en la comprensión de principios físicos. Para esto, se efectuó una recolección de información en documentos académicos escritos, encontrados utilizando diversos repositorios digitales en línea, como; Google Académico, Dialnet, Redalyc, Scielo, entre otros.

El material encontrado fue organizado en una carpeta digital, para entonces proceder a una primera lectura de los documentos, con esta información se pudieron confeccionar las fichas bibliográficas. Esta organización permitió un análisis más exhaustivo, lo que facilitó hacer comparaciones, que permitieran encontrar situaciones en común entre los diferentes autores consultados, así como diferencias. Estas comparaciones sentaron las bases para una organización de acuerdo a categorías, lo que finalmente llevó al proceso de interpretación.

Resultados y discusión

En los documentos consultados, los autores pretenden valorar la aplicación de la teoría del aprendizaje por descubrimiento en el contexto de la enseñanza y el aprendizaje, no sólo de la física, también de otras áreas del conocimiento, principalmente dentro las ciencias naturales, desde los puntos de vista cognitivo y afectivo.

En el aspecto cognitivo, diferentes autores analizaron el rendimiento de los estudiantes de forma cuantitativa y cualitativa, mediante los resultados obtenidos durante un proceso que incluye una intervención en la que se aplican estrategias didácticas basadas en el aprendizaje por descubrimiento, con sus respectivas técnicas e instrumentos para recolectar información.

En el contexto afectivo, los documentos consultados basados en estudios con el objetivo de caracterizar las metodologías diseñadas desde la perspectiva del aprendizaje por descubrimiento, indican que los estudiantes evidenciaron fortalecimiento en diferentes habilidades, entre ellas: la disposición para aprender, en el amor hacia las ciencias, en la creatividad, en la concentración, en el diálogo entre los miembros dentro de grupos de trabajo, en la participación o sintiéndose a gusto dentro de la clase.

Cabe mencionar que, del total de documentos consultados, la gran mayoría coinciden en cuanto a los resultados favorables obtenidos al aplicar el aprendizaje por descubrimiento, en sólo dos casos los resultados llevaron a reflexiones diferentes [3], [5].

Después de este recorrido, se percibe que el uso de la teoría del aprendizaje por descubrimiento, como base teórica en actividades áulicas aplicadas en ambientes de aprendizaje a nivel de educación media, propicia la comprensión de principios físicos. Esto también aplica a otras áreas del conocimiento, como las matemáticas, las ciencias naturales o las ciencias sociales, así como en diferentes niveles de escolaridad, desde la educación básica general hasta la superior, especialmente en niveles donde predomina el pensamiento de tipo concreto.

III. CONCLUSIONES

La teoría del aprendizaje por descubrimiento, por su naturaleza constructivista, contrasta con el aprendizaje de tipo memorístico, que requiere repetición constante de conceptos y procedimientos. Presenta al estudiante como el constructor de su propio conocimiento, descubriendo por sí mismo principios y conceptos, sin dejar de lado la importancia del papel que ejerce el docente, en este caso no como el centro del proceso, sino como un guía.

El aprendizaje por descubrimiento permite la comprensión de principios físicos a nivel de educación media, el cual representa el nivel educativo en el cual los estudiantes reciben por primera vez clases de la asignatura de

física, formalmente. Esto se logra mediante la observación de relaciones entre las variables involucradas en el principio estudiado, desarrollando actividades prácticas de análisis.

A nivel de educación media, en una asignatura como física, la teoría del aprendizaje por descubrimiento representa una metodología que ofrece una opción de gran importancia en el proceso de enseñanza-aprendizaje. En los documentos consultados, donde esta teoría fue aplicada en clases de física, se realizó con temas dentro de la rama de la mecánica, por lo que ampliar las investigaciones en aplicaciones a otras ramas, como el electromagnetismo, será de enorme valor para la enseñanza de la física.

REFERENCIAS

- [1] Ministerio de Educación, *Programa de educación media. Física. Décimo grado*, 2013.
- [2] J. Bruner, *Toward a Theory of Instruction*, Cambridge, MA: Harvard University Press, 1966.
- [3] G. A. Angulo, L. O. Vidal y G. García, “Impacto del laboratorio virtual en el aprendizaje por descubrimiento de la cinemática bidimensional en estudiantes de educación media”. *EDUTECH, Revista Electrónica de Tecnología Educativa*, 40, 2012.
- G. Vargas y G. Calvo, “Seis modelos alternativos de investigación documental para el desarrollo de la práctica universitaria en educación... el caso del proyecto de extensión REDUC - Colombia en la Universidad Pedagógica Nacional”. *Revista Educación superior y desarrollo*, 5, 1987.
- [4] W. L. Arias Gallegos y A. Oblitas Huerta, “Aprendizaje por descubrimiento vs. Aprendizaje significativo: Un experimento en el curso de historia de la psicología”. *Boletim Academia Paulista de Psicologia*, 34(87), pp. 455-471, 2014.

Biografías

Autor 1: Armando Enrique González Godoy

Licenciado en Física, de la Universidad Autónoma de Chiriquí; Máster Universitario en Física y Matemáticas, de la Universidad de Granada; Especialista en Enseñanza de la Física, de la Universidad Tecnológica de Pereira; Supervisor Regional de Física en el Ministerio de Educación de Panamá – Chiriquí; Docente de la Universidad Autónoma de Chiriquí.

Área de investigación: enseñanza de la física.

Autor 2: Victoria Eugenia Valencia López

Licenciada en Etnoeducación y Desarrollo Comunitario, de la Universidad Tecnológica de Pereira; Doctora en Ciencias de la Educación, de RUDECOLOMBIA; Docente del Magisterio de Colombia y de la Universidad Tecnológica de Pereira.

Áreas de investigación: enseñanza de la física y comunicación educativa.

VII

Encuentro Internacional sobre
la Enseñanza de Ciencias
Exactas y Naturales

ENSEÑANZA
Y APRENDIZAJE
DE LA QUÍMICA Y
LA BIOLOGÍA



El fenómeno de la lluvia ácida como estrategia para el desarrollo de la competencia científica explicación de fenómenos¹

The phenomenon of acid rain as a strategy for learning chemistry and the development of scientific competence explain the phenomena

Arias-Suns, Angie Vanessa², Giraldo, Jorge³ y Osorio, Héctor⁴

Resumen

El desarrollo de competencias científicas en los estudiantes se convierte en uno de los grandes retos de la enseñanza de las ciencias naturales, en especial de la química. Es por esto, que el desarrollo de estrategias didácticas que fomenten la adquisición de estas habilidades es de interés en la investigación aplicada al campo de la enseñanza. En el presente trabajo se diseñó una unidad didáctica que usó el fenómeno de la lluvia ácida para el desarrollo de la competencia científica explicación de fenómenos. Para el diseño de la estrategia, se creó un cuestionario que midiera el nivel de la competencia científica, con el eje articulador del fenómeno de la lluvia ácida. Posteriormente, se analizaron cuantitativamente los resultados obtenidos en el cuestionario, mediante un análisis estadístico descriptivo

- 1 Resultado del trabajo final de maestría titulado “El fenómeno de la lluvia ácida como estrategia para el aprendizaje de la química y el desarrollo de la competencia científica explicación de fenómenos”. Grupo de investigación EDUCEN.
- 2 Docente de química de la Institución Educativa Alfonso López Pumarejo - Tuluá; código ORCID: 0000-0001-9742-2813. Contacto: avariass@unal.edu.co.
- 3 M.Sc., profesor asociado del departamento de Física y Química de la Universidad Nacional de Colombia – Sede Manizales; código ORCID: 0000-0002-4102-5701. Contacto: jegiraldoarb@unal.edu.co.
- 4 Dr.Sc., profesor asociado del departamento de Física y Química Universidad Nacional de Colombia – Sede Manizales; código ORCID: 0000-0002-0227-588X. Contacto: hjosoriozu@unal.edu.co.

e inferencial. Con base en esta información, se diseñó e implementó la unidad didáctica que usa el fenómeno de la lluvia ácida. Los resultados obtenidos muestran que en el pretest los estudiantes no tenían la competencia científica explicar fenómenos desarrollada, pero, después de aplicar el postest, se encuentra que los estudiantes adquieren aprendizajes significativos y logran el desarrollo de la competencia científica en mención. Finalmente, se concluye que la investigación en enseñanza de la química permite el fortalecimiento de competencias científicas en los estudiantes y el desarrollo de pensamiento crítico, frente a situaciones que ocurren en su contexto.

Palabras clave: competencia científica, lluvia ácida, química, explicación de fenómenos.

Abstract

The development of scientific skills in students becomes one of the great challenges of teaching natural sciences, especially chemistry. This is why the development of didactic strategies that encourage the acquisition of these skills is of interest in research applied to the field of teaching. This work designed a didactic unit that used the phenomenon of acid rain for the development of scientific competence explanation of phenomena. For the design of the strategy, a questionnaire was created to measure the level of scientific competence, with the articulating axis of the phenomenon of acid rain. Subsequently, the results obtained in the questionnaire were analyzed qualitatively and quantitatively, by mentioning the expressions and a descriptive and inferential statistical analysis. Based on this information, the didactic unit that uses the phenomenon of acid rain was designed and implemented. The results obtained show that in the pretest the students did not have the scientific competence to explain phenomena developed but after applying the posttest it is found that the students acquire significant learning and achieve the development of the scientific competence in question. Finally, it is concluded that research in the teaching of chemistry allows the strengthening of scientific skills in students and the development of critical thinking in situations that occur in their context.

Keywords: scientific competence, acid rain, chemical, explanation of phenomena.

I. INTRODUCCIÓN

El estudio de la contaminación atmosférica se ha convertido en un tema de interés para la ciencia, ya que causa diversas afectaciones a la salud de las personas y al medio ambiente, como la formación de lluvia ácida. La química verde permite estudiar y comprender este fenómeno que cada vez más afecta a la sociedad [1].

Por otro lado, el uso prolongado de metodologías tradicionales en el aula de clase ha promovido que se vea al estudiante como un espectador en su proceso de aprendizaje, sin que juegue un papel activo en la construcción de nuevos conocimientos. Esto genera limitaciones en el momento de desarrollar competencias científicas y desconexión de los contextos sociales, culturales y económicos en los cuales se desenvuelve el estudiante [2]. Es por esto, que se propone integrar las tecnologías de la información en el desarrollo de competencias científicas [3]. Este nuevo contexto implica que los docentes exploren estrategias de aprendizaje que integren diversas áreas, como la ciencia, la tecnología, las matemáticas y la ingeniería. Tal como lo indican los nuevos estándares de las ciencias para la próxima generación, NGSS por sus siglas en inglés (Next Generation Science Standards), que a su vez pretenden desarrollar competencias científicas en los estudiantes, razonamiento crítico frente a problemas presentados en su contexto y la transversalización del conocimiento con otras áreas [4]. Por consiguiente, en este estudio se pretende integrar las tres dimensiones del aprendizaje de la siguiente forma:

- Las ideas disciplinares básicas de la ciencia: para el caso de esta investigación se usarán los conceptos químicos relacionados con la lluvia ácida.
- Las prácticas más importantes: trabajo de la ciencia en el mundo real, en esta investigación se plantea estudiar el fenómeno de la lluvia ácida.
- Conceptos transversales: se pretende usar herramientas tecnológicas, como un medidor de pH programado mediante Arduino, recolección, procesamiento y análisis de datos.

Por lo expuesto anteriormente, el objetivo del presente estudio fue implementar una estrategia didáctica, que usara un fenómeno ambiental

de ocurrencia local en la ciudad de Tuluá, como lo es la lluvia ácida, con la finalidad de desarrollar competencias científicas en los estudiantes.

II. DESARROLLO DEL DOCUMENTO

Metodología

Tipo y diseño

El enfoque de esta investigación es de tipo cuantitativo, mediante un análisis estadístico descriptivo e inferencial para verificar la veracidad de la hipótesis.

Participantes

En el estudio participaron (N=22) estudiantes de grado undécimo de la Institución Educativa Alfonso López Pumarejo, de la ciudad de Tuluá.

Instrumentos

Para la valoración de los saberes de los estudiantes se diseñó un instrumento que midiera el nivel de la competencia científica. De acuerdo con la OCDE y las pruebas PISA, la competencia explicar científicamente los fenómenos mide la interpretación científica que tienen los estudiantes, referente a la lluvia ácida. Es importante destacar que las preguntas usadas en el instrumento fueron adaptadas de las pruebas PISA y de los cuadernillos *Evaluar para avanzar* diseñados por e ICFES. En total, son diez preguntas que evalúan el nivel de la competencia explicar científicamente el fenómeno de la lluvia ácida. El instrumento fue validado por dos expertos y se realizó una prueba piloto.

Procedimiento

Se realizó un análisis estadístico descriptivo e inferencial para resolver la siguiente pregunta de investigación:

1. ¿La estrategia didáctica diseñada permitió desarrollar la competencia científica explicación de fenómenos en los estudiantes?

Resultados obtenidos

En cuanto al nivel de desarrollo de la competencia explicación científica de fenómenos, en el pretest, se encontró que más de la mitad de los participantes del estudio (59%) no tienen la habilidad para analizar y resolver problemas relacionados con la lluvia ácida, tal como se muestra en el Gráfico 1. Después de aplicada la unidad, el postest muestra que el nivel de la competencia científica mejoró, mostrando que el 59% de los estudiantes que solo reconocían información explícita a través de un lenguaje cotidiano (nivel bajo), pasó a ocupar el nivel alto (55%), revelando un desarrollo de la capacidad para relacionar conceptos, leyes y teorías científicas que den explicación al fenómeno de la lluvia ácida, tal como se muestra en el Gráfico 1. Además, es importante destacar que al inicio de la presente investigación sólo dos estudiantes de la muestra presentaban un nivel de competencia superior, con la implementación de la estrategia de aprendizaje fueron seis (27%) los estudiantes que estuvieron en la capacidad de usar conceptos, teorías o leyes en la solución de situaciones problema que involucran procedimientos, habilidades, conocimientos y un lenguaje propio de las ciencias naturales.

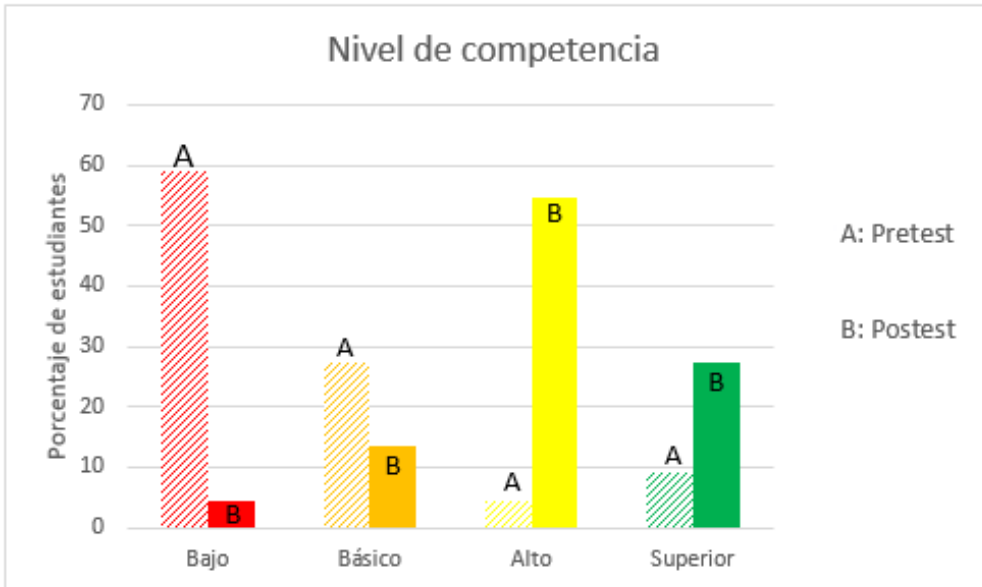


Gráfico 1. Nivel de competencia. Tomado de Arias Suns, A. (2023). El fenómeno de la lluvia ácida como estrategia para el aprendizaje de la química y el desarrollo de la competencia científica explicación de fenómenos. Universidad Nacional de Colombia.

Estadísticamente, mediante un análisis inferencial, se hace necesario determinar mediante un método cuantitativo si existen diferencias significativas entre la competencia científica explicación de fenómenos en los estudiantes en el pretest y postest. Para esto, se plantean las siguientes hipótesis de diferencia de medias y se aplica la Prueba T:

$H_0: \mu = \mu_0 \therefore$ No existen diferencias entre la competencia científica explicación de fenómenos en el pretest y postest.

$H_A: \mu \neq \mu_0 \therefore$ Existen diferencias entre la competencia científica explicación de fenómenos en el pretest y postest.

Con un nivel de significancia del 5%, existen diferencias entre el nivel de la competencia científica explicación que tenían los estudiantes y la desarrollada con la implementación de la unidad didáctica. Esto se debe a que el p valor es menor al 5% ($0 < 0,05$), y se acepta la H_A , los resultados se muestran en la Tabla 1. Es importante destacar que el d-cohen es de 1,60 (mayor a 0,8) indicando que ocurre un cambio significativo [5]. Se puede decir que los estudiantes desarrollaron la competencia mediante el uso del fenómeno de la lluvia ácida, ya que se puso en contexto el aprendizaje de la química.

TABLA I- Test t de diferencias medias para el nivel de competencia en el pretest y postest

	Promedio pretest	Promedio postest
Media	42,6363	64,2727
s	14,268	12,6083
N	22	22
ES	4,0595	
Glib	41,3737	
t	-5,3299	
P	0	

Tomado de Arias Suns, A. (2023). El fenómeno de la lluvia ácida como estrategia para el aprendizaje de la química y el desarrollo de la competencia científica explicación de fenómenos. Universidad Nacional de Colombia.

III. CONCLUSIONES

La implementación de estrategias didácticas que usen el fenómeno de la lluvia ácida permite el desarrollo de competencias científicas y el fortalecimiento de otras habilidades necesarias para la vida, como lo es el trabajo en equipo, trabajo colaborativo y tolerancia a la frustración. Además, esta estrategia, al estar integrada con otras áreas, como la ingeniería y tecnología (STEM), permite abordar un fenómeno desde diversas perspectivas, obteniendo como resultado aprendizajes significativos en los estudiantes, que seguramente no olvidarán a corto plazo.

REFERENCIAS

- [1] L. Santos and M. da Silva. (2013). O estado da arte sobre estequiometria: dificuldades de aprendizagem e estratégias de ensino. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, (Extra), 3205-3210.
- [2] M. Telleria, “Las TIC en la educación: nuevos ambientes de aprendizaje para la interacción educativa”, *Rev. Teoría y Didáctica las Ciencias Soc.*, vol. 18, pp. 83-112, 2012.
- [3] R. Othaman, K. H. Badri, S. A. Hanifah, Z. Zakaria, Y. F. A. Aziz and R. Daik, “Chemistry Outreach Program and its Impact on Secondary School Students,” *Procedia - Soc. Behav. Sci.*, vol. 59, 2014, pp. 692-696, 2012, doi: 10.1016/j.sbspro.2012.09.332.
- [4] R. W. Bybee, “NGSS and the next generation of science teachers”, *J. Sci. Teacher Educ.*, vol. 25, pp. 211-215, 2014.
- [5] T. Caycho, J. Ventura León and R. Castillo-Blanco, “Magnitud del efecto para la diferencia de dos grupos en ciencias de la salud,” *An. Sist. Sanit. Navar*, 39(3), pp. 459-461, 2016.

Biografías

Autor 1: Angie Vanessa Arias Suns

Maestrante en enseñanza de las ciencias exactas y naturales, de la Universidad Nacional de Colombia-Sede Manizales; Especialista en ingeniería ambiental - área sanitaria, de la Universidad Nacional de Colombia-Sede Manizales; Ingeniera química, de la Universidad Nacional de Colombia-Sede Manizales. Docente del área de química en la Institución Educativa Alfonso López Pumarejo en Tuluá.

Áreas de investigación: Enseñanza de las ciencias.

Autor 2: Jorge Eduardo Giraldo Arbeláez

Magíster en Ciencias-Química, de la Universidad Nacional de Colombia-Sede Bogotá; Profesor asociado Universidad Nacional de Colombia, sede Manizales; Docente en Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, de la Universidad Nacional de Colombia-Sede Manizales.

Áreas de investigación: Enseñanza y aprendizaje de las ciencias exactas y naturales, química general.

Autor 3: Héctor Jairo Osorio Zuluaga

Doctor en Ciencias-Química, de la Universidad Nacional de Colombia, Sede Bogotá; Profesor asociado Universidad Nacional de Colombia-sede Manizales; Director Departamento de Física y Química, de la Universidad Nacional de Colombia-Sede Manizales. Docente en Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, de la Universidad Nacional de Colombia-Sede Manizales. Investigador Asociado Colciencias.

Áreas de investigación: Enseñanza y aprendizaje de las ciencias exactas y naturales, química orgánica.

LOS INSECTOS, COMO ESTRATEGIA EN LA ENSEÑANZA DE TAXONOMÍA Y ECOLOGÍA DE LAS POBLACIONES

INSECTS, AS A STRATEGY IN THE TEACHING OF TAXONOMY AND ECOLOGY OF POPULATIONS

**Montealegre-Granada, Heidy Prissila¹, Osorio-Zuluaga,
Héctor Jairo² y Giraldo-Arbeláez, Jorge Eduardo³**

Resumen

Se diseñó una estrategia articulada con el enfoque de la enseñanza para la comprensión y grupos bilógicos (insectos), para potenciar las competencias científicas de los estudiantes referentes a los tópicos de morfología, taxonomía y relaciones ecológicas, mediante proyectos de síntesis, los cuales permiten trabajar de manera transversal y organizada, aportando a un aprendizaje significativo. Esta investigación se ejecutó con los estudiantes de grado undécimo del Colegio Sagrado Corazón de Jesús de Armenia. Para ello, se aplicó una metodología cuasi experimental, ya que el grupo con el cual se realizó la investigación no fue seleccionado al azar. La investigación contó con tres fases, las cuales se validaban con las entregas realizadas por los estudiantes, potenciando el uso de las TIC en los procesos y, al finalizar, los estudiantes debían de entregar productos tangibles, los cuales serían socializados en eventos científicos institucionales. En cuanto a los procesos de evaluación, se desarrolla un pretest y postest,

1 M.Sc, Docente Colegio Sagrado Corazón de Jesús – Bethlemitas – Armenia.
Contacto: hmontealegre@unal.edu.co.

2 M.Sc., profesor asociado del departamento de Física y Química de la Universidad Nacional de Colombia, sede Manizales. Contacto: jegiraldoarb@unal.edu.co.

3 Dr.Sc., profesor asociado del departamento de Física y Química de la Universidad Nacional de Colombia, sede Manizales. Contacto: hjosoriozu@unal.edu.co.

aplicados al inicio y cierre de la investigación, permitiendo así evidenciar los cambios en las nociones y desempeños de los estudiantes. Para el análisis de los mismos, se utilizó una estadística descriptiva, ejecutada en el programa SPSS, la cual aporta los datos necesarios para hacer los análisis comparativos. Como resultado, se evidencia un cambio en las nociones expresadas por los evaluados, en donde se demuestra la capacidad de los estudiantes al usar sus conocimientos para la resolución de situaciones propuestas. Es indispensable exaltar la importancia de la motivación de los mismo para el desarrollo del conocimiento.

Palabras clave: enseñanza para la comprensión, insecto, artrópodo, TIC, proyecto de síntesis.

Abstract

An articulated strategy was proposed with the approach of teaching for understanding and biological groups (insects), to enhance the scientific skills of students regarding the topics of morphology, taxonomy and ecological relationships, through synthesis projects, which allow working in a transversal and organized way, contributing to significant learning. This Research was carried out with the eleventh grade students of the Sacred Heart of Jesus School - Bethlemitas Armenia. For this, a quasi-experimental methodology was applied, since the group with which the investigation was carried out was not randomly selected. The research had three phases, which were validated with the deliveries made by the students, the use of ICTs in the dissemination processes is promoted and at the end the students had to deliver tangible products which would be socialized in institutional scientific events. . Regarding the evaluation processes, a pretest and posttest are developed, applied at the beginning and closing of the activities, thus allowing to demonstrate the changes in the notions and performance of the students. For their analysis, descriptive statistics were used, executed in the SPSS program, which provides the necessary data to carry out the comparative analyses. As a result, a change in the notions expressed by those evaluated is evidenced, where the ability of students to use their knowledge to solve proposed situations is demonstrated. It is essential to exalt the importance of their motivation for the development of knowledge.

Keywords: teaching for understanding, insect, arthropod, ICT, synthesis project.

I. INTRODUCCIÓN

Las ciencias exactas constituyen una parte fundamental del conocimiento humano, abarcando desde el estudio de la vida en la biología hasta la interpretación y resolución de problemas en matemáticas, física y química. A lo largo de la historia de la educación, se ha reconocido la importancia de fomentar habilidades que permitan formar comunidades capaces, conscientes y críticas, en consonancia con el desarrollo de la sociedad. En este sentido, la enseñanza de las ciencias exactas debe estar orientada a promover dichas habilidades, con el fin de contribuir al progreso de la comunidad en su conjunto.

Sin embargo, como lo establece Martínez [4], existen impedimentos que, expresados por docentes de básica secundaria, dificultan la participación activa de los mismos en tareas de lectura, invención e investigación en didáctica de las ciencias.

La innovación y preparación constante son elementos claves en el avance y progreso de la sociedad moderna.

En este orden de ideas, se hace necesaria la vinculación de enfoques pedagógicos con una dinámica diferente, que no solo parta de tópicos o conceptos básicos, sino que desde la experiencia y motivación logre atraer a los estudiantes y generar un aprendizaje significativo. Colombia es un país que cuenta con una gran diversidad biológica, lo cual ofrece una excelente oportunidad para partir de la experiencia personal de los estudiantes al enseñar ecología. Al contextualizar las enseñanzas con las necesidades del aula, se pueden seleccionar organismos que sean factibles de estudiar en términos de tiempo y facilidad.

Por ello, el objetivo de este trabajo es articular la biología general de los insectos con los conceptos básicos de ecología, para fomentar el aprendizaje significativo, aplicando las herramientas del enfoque pedagógico de la enseñanza para la comprensión.

II. DESARROLLO DEL DOCUMENTO

El tipo de investigación es cualitativa, los temas de ecología son abordados debido al enfoque del DBA 5 de ciencias naturales.

La población objetivo son estudiantes del grado undécimo (19 estudiantes) del Colegio Sagrado Corazón de Jesús - Bethlemitas, de Armenia - Quindío. Las familias que conforman el contexto son de estrato socioeconómico medio.

El proceso de investigación se enmarcó en tres fases, las cuales se organizaron dentro del proyecto anual de los estudiantes. La fase 1 hace referencia al primer acercamiento con los estudiantes, tratando de identificar los presaberes y cómo ellos procesan la información, referente a conceptos de ecología.

Para ello se aplicó un pretest que enmarcó los conocimientos generales de ecología abordados durante la media básica, este formulario se elaboró bajo los parámetros de la EPC. La evaluación de competencias se llevó a cabo mediante una guía específica, considerando tres aspectos clave en el proceso de enseñanza-aprendizaje: conocimientos teóricos, habilidades y destrezas prácticas, y actitudes y valores. En la fase 2, se compartieron los conceptos básicos de ecología general con los estudiantes de manera didáctica, durante las sesiones de clases correspondientes, y de forma paralela se planteó el proyecto de síntesis. En ese momento se estipularon las pautas para el desarrollo de este, con un tema general, del cual cada estudiante, desde su motivación e interés, podía enfocar su investigación en una familia o especie de insecto. En la fase 3 se llevaron a cabo los procesos de divulgación científica y se aplica el postest.

Resultados y discusión

Para el análisis de resultados de las pruebas, tanto pretest como postest, se hizo un análisis de las respuestas con la rúbrica referenciada en el ítem de metodología, en donde se asigna un nivel de valoración de acuerdo a los

conocimientos expresados. Las preguntas se diseñaron de tal forma que se relacionan conceptos de taxonomía y relaciones ecológicas.

Para el análisis, se asignaron valores bajo 3 niveles: alto (1), básico (2) y bajo (3), según las competencias expresadas. Teniendo presentes los conocimientos referidos por los estudiantes, se hace el análisis comparativo de manera cualitativa y mediante el uso de estadística descriptiva, esta última con el programa SPSS.

Al aplicar el postest, se evidenció el progreso de los estudiantes en el desarrollo de los tres tipos de preguntas.

Es relevante mencionar los conocimientos adquiridos en cuanto a morfología e importancia ecológica (Figura 1), indicando que son polinizadores y bioindicadores o, en el caso negativo, como portadores de enfermedades.



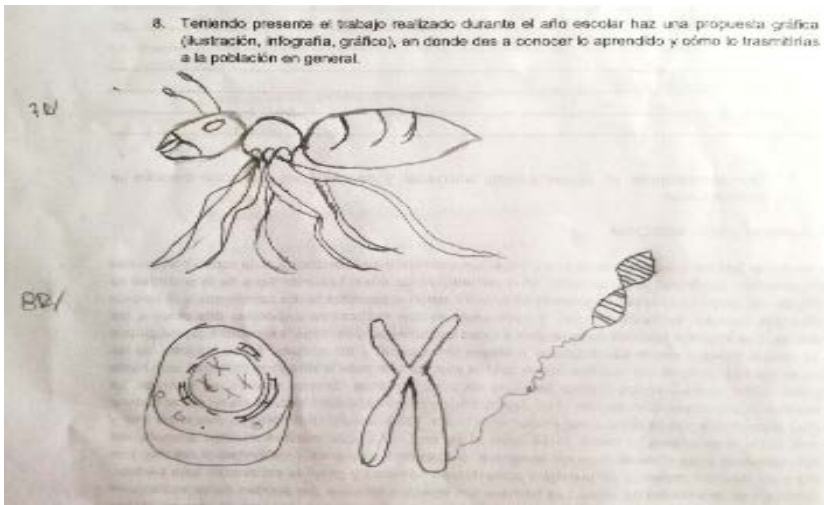


Fig. 1. Representación - insecto social

En general, en el postest se evidencia que los 19 estudiantes, durante el proceso de enunciación y ejecución del proyecto de síntesis, lograron desarrollar las competencias necesarias para abordar situaciones en donde se les exijan conocimientos básicos de biología y ecología de los insectos.

De los tres tipos de preguntas, las conceptuales y actitudinales tuvieron el mejor desempeño, con una media más cerca al valor 1.0 (Figura 2).

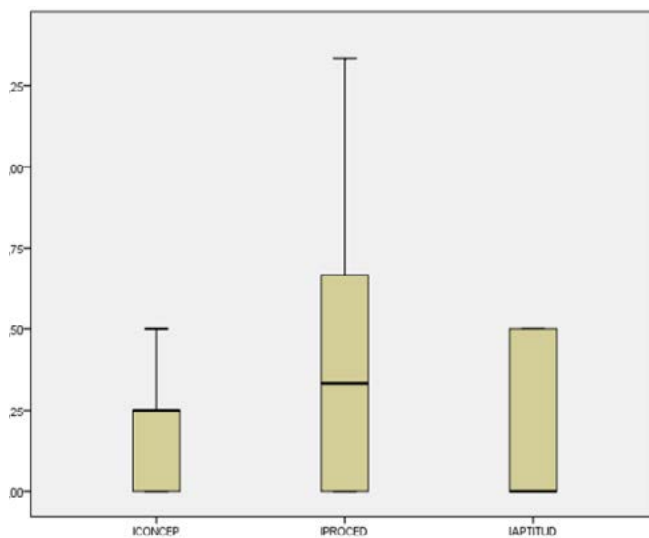


Fig. 2. Gráfica de cajas, resultados postest

Comparando los resultados del pretest y postest se hace la cuantificación del cambio, en donde se toma el valor de la media del postest-pretest/pretest, lo cual da como resultado un valor de -0,89, indicando un 80% de valor de efecto y por tanto de mejora, lo cual es significativo, frente a los procesos de investigación.

III. CONCLUSIONES

La realización y el análisis de la prueba diagnóstica son la base para identificar las dificultades, vacíos y nociones que presentaban los estudiantes frente a los tópicos de ecología, permitiendo así un diseño adecuado de las estrategias de los procesos de enseñanza-aprendizaje.

Los estudiantes desarrollan competencias científicas, tales como el uso del conocimiento científico e indagación, frente a los procesos formativos, cuando participan activamente y desarrollan roles de liderazgo.

La EPC permite potenciar los procesos de enseñanza-aprendizaje, ya que facilita la contextualización de los conceptos y permite la ejecución desde la motivación propia del estudiante, llevando así a un aprendizaje significativo.

El desarrollo de competencias permitió que los estudiantes generarán comprensión acerca de los beneficios que aportan los insectos al ser humano y que estos son más representativos que los daños que se les atribuyen, contribuyendo así a desmitificarlos como plagas que deben ser exterminadas.

REFERENCIAS

- [1] G. Amat-García & F. Fernández, “La diversidad de insectos (Artrópoda: Hexápoda) en Colombia i. Entognatha A Polyneoptera”, *Acta Biológica Colombiana*, 16(2), pp. 205-219, 2011.
- [2] A. M. Colmenares, M. L. Piñero, “La investigación acción. Una herramienta metodológica heurística para la comprensión y transformación de realidades y prácticas socio-educativas”, *Laurus*, 14(27), pp. 96-114, 2008.
- [3] Ministerio de Educación Nacional, *Estándares Básicos de Competencias en Ciencias Naturales y en Ciencias Sociales*. Bogotá: MEN, 2004.
- [4] O. Martínez, “Obstáculos para la implicación del profesorado de secundaria en la lectura e investigación en Didáctica de las Ciencias. Enseñanza de las ciencias”, *Revista de Investigación y Experiencias Didácticas*, n.º Extra, pp. 1-4, 2009.

Biografías

Autor 1: Heidy Prissila Montealegre Granada

Magíster en la enseñanza de las ciencias exactas y naturales, de la Universidad Nacional de Colombia-sede Manizales; Bióloga de la Universidad del Quindío; docente de media en la ciudad de Armenia.

Áreas de investigación: Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales, Biología.

Autor 2: Héctor Jairo Osorio Zuluaga

Doctor en Ciencias-Química, de la Universidad Nacional de Colombia-Sede Bogotá; Profesor asociado Universidad Nacional de Colombia-Sede Manizales; Director Departamento de Física y Química, de la Universidad

Nacional de Colombia-Sede Manizales; Docente Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, de la Universidad Nacional de Colombia-Sede Manizales; Investigador Asociado Colciencias.

Áreas de investigación: Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales, Química Orgánica.

Autor 3: Jorge Eduardo Giraldo Arbeláez

Magíster en Ciencias-Química, de la Universidad Nacional de Colombia-Sede Bogotá; Profesor asociado Universidad Nacional de Colombia-Sede Manizales; Docente Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, de la Universidad Nacional de Colombia-Sede Manizales.

Áreas de investigación: Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales, Química General.

Unidad didáctica para la enseñanza y el aprendizaje de la genética mendeliana, basado en *Drosophila melanogaster*, para el Modelo Flexible Pensar

Villegas-Acosta, Paola Andrea¹, Osorio-Zuluaga, Héctor Jairo²
y Giraldo-Arbeláez, Jorge Eduardo³

Resumen

Los estudiantes a menudo encuentran difícil comprender y aprender la genética, debido a su complejidad y abstracta naturaleza, lo que la convierte en una de las temáticas de ciencias naturales más desafiantes para ellos. Por este motivo, el objetivo de esta investigación consistió en desarrollar una unidad para la enseñanza sobre genética mendeliana, utilizando *D. melanogaster* como una herramienta educativa para estudiantes de la Institución Educativa Pedacito de Cielo en La Tebaida (Quindío), Colombia. Para el desarrollo de este trabajo, se identificaron los conocimientos previos de los estudiantes sobre genética mendeliana, se diseñó e implementó la unidad y se evaluó el efecto que produce en el proceso de enseñanza-aprendizaje en los estudiantes. La unidad incluyó diferentes tipos de ayudas educativas, como el uso de tecnología, laboratorios tradicionales y virtuales desarrollados en el aula STEAM de la institución. Con el fin de valorar la unidad didáctica, se emplearon una evaluación inicial y otra final para cuantificar las transformaciones en el conocimiento adquirido por los estudiantes. Los resultados revelaron

- 1 Estudiante Universidad Nacional de Colombia, sede Manizales; ORCID: 0000-0003-3811-9835. Contacto: pvillegas@unal.edu.co.
- 2 Dr.Sc., profesor asociado del departamento de Física y Química de la Universidad Nacional de Colombia, sede Manizales. ORCID: 0000-0002-0227-588X. Contacto: hjosoriozu@unal.edu.co.
- 3 M.Sc., profesor asociado del departamento de Física y Química de la Universidad Nacional de Colombia, sede Manizales. ORCID: 0000-0002-4102-5701. Contacto: jegiraldoarb@unal.edu.co.

que la unidad didáctica generó un efecto beneficioso en sus procesos de aprendizaje, evidenciándose mejoras en las competencias que se evaluaron (conceptuales y procedimentales), concluyendo que este recurso didáctico demostró ser efectivo para instruir y comprender la genética mendeliana en los alumnos del Modelo Flexible Pensar.

Palabras clave: genética, mendeliana, *Drosophila melanogaster*, STEAM, Modelo Flexible Pensar.

Abstract

For High school students is very common to see genetics as a difficult issue due to the fact that is not that easy to understand and learn because of its complex and abstract nature. Then, this fact makes it a demanding topic for them; making it looks as one of the most difficult subjects in the field of natural sciences. In this sense, the aim of this investigation was to develop a didactical unit on Mendelian genetics using *D. melanogaster* as an educational tool for students at Pedacito de Cielo School in La Tebaida, Quindío, Colombia. The specific aims of this investigation were to identify students' prior knowledge of Mendelian genetics, design, and implementing the unit, and evaluate its impact on students' learning. This unit included different kind of educational aids, such as the use of technology, traditional and virtual laboratories developed in the STEAM classroom in the institution. Hence, with the aim of measuring the effectiveness of the unit, a diagnostic test and a final test were used to measure changes in the students' learning. The findings demonstrated that the unit had a beneficial influence on students' learning outcomes and demonstrated a substantial progress in the evaluated competencies (conceptual and procedural), concluding that the designed didactic unit proved to be a valuable resource for instructing and comprehending Mendelian genetics among students who belongs to the Modelo Flexible Pensar.

Keywords: genetics, mendelian, *Drosophila melanogaster*, STEAM, Flexible Model "Pensar".

I. INTRODUCCIÓN

La instrucción de las ciencias naturales se ha centrado fundamentalmente en la solución de problemas y en los componentes teóricos. Tal y como señala Izquierdo [1], el avance del conocimiento en las ciencias naturales se relaciona con el uso del lenguaje teórico y la experimentación. No obstante, estos elementos teóricos suelen ser impartidos por los profesores de manera magistral y convencional, provocando que los estudiantes presenten un gran desinterés y desgano hacia la materia científica.

Por esta razón, en la actualidad se están implementando nuevas técnicas y enfoques pedagógicos que buscan incorporar las tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en el aula, con la finalidad de estimular la motivación y respaldar los procesos educativos para producir aprendizajes significativos. Este enfoque ha generado la creación de espacios dedicados al uso de tecnologías en la enseñanza y el aprendizaje, como las aulas STEAM, que buscan reforzar la originalidad y la creatividad mientras despiertan el interés por explorar nuevas opciones para solucionar problemas [2].

Además, la carencia de entusiasmo de los estudiantes es un obstáculo frecuente en la educación actual [3]. En muchos casos, el enfoque teórico sin aplicaciones prácticas puede resultar monótono e insípido para los estudiantes, lo que puede llevar a una disminución de la motivación y, finalmente, al abandono del proceso de aprendizaje [4]. Por ende, resulta crucial descubrir métodos para hacer que la enseñanza sea más atractiva y relevante para los estudiantes, estimulando su participación activa y su capacidad para reflexionar críticamente [5].

En este sentido, el propósito de esta investigación fue desarrollar una unidad didáctica para la enseñanza y aprendizaje de la genética mendeliana, mediante el uso de *Drosophila melanogaster*, dirigida a estudiantes del Modelo Flexible Pensar de la Institución Educativa Pedacito de Cielo, en el municipio de La Tebaida (Quindío), Colombia.

II. DESARROLLO DEL DOCUMENTO

Metodología

Esta investigación se realizó mediante un diseño de investigación mixto, adoptando el enfoque propuesto por Hernández y Mendoza [6] y se aplicó con un grupo de 27 alumnos de la Institución Educativa Pedacito de Cielo en La Tebaida, entre los meses de julio a septiembre del 2022. Estos estudiantes pertenecían al grupo Pensar 2, en la materia de Ciencias Naturales. Los estudiantes de este modelo, se caracterizan por estar en extra edad y presentar altas tasas de repitencia en el aula regular, comprendiendo edades que oscilaban entre los 15 y 17 años.

Se realizó un pretest con el propósito de evaluar los conocimientos previos acerca de la genética mendeliana. Para ello, se utilizaron 10 preguntas de selección múltiple con única respuesta: 5 de carácter conceptual y 5 de carácter procedimental, las cuales se basaron en el material que se utiliza en las pruebas del Icfes Saber 11 y Evaluar para avanzar.

Después de la identificación de las dificultades, se diseñó y planificó la unidad, teniendo en cuenta diferentes actividades prácticas, ejercicios y evaluaciones para enseñar a los estudiantes sobre genética mendeliana utilizando la *D. melanogaster*. Se empleó la estructura de la guía de aprendizaje del Modelo Pedagógico Pensar, que es llamada Taller [7].

Al aplicar la unidad, se llevó a cabo una valoración de los alumnos mediante el uso de un postest. Este consistió en las mismas preguntas que se emplearon en el pretest efectuado al comienzo del estudio. Estos fueron analizados por medio de una tabla de frecuencias absolutas y relativas por pregunta, elaborado en Excel, y se compararon con los resultados obtenidos en el pretest, con el fin de identificar el progreso de los estudiantes.

Por último, se les aplicó una encuesta utilizando el método de Likert, para tener la percepción de los estudiantes en el desarrollo y aplicación de la unidad.

RESULTADOS

Al realizar el pretest, se identificó que los estudiantes presentaron dificultades con las nociones básicas conceptuales y su aplicación. Esto es coherente con lo que afirma Tsui y Treagust [8], en su trabajo no se evidenciaba un esfuerzo por parte de los estudiantes para establecer relaciones entre los conceptos aprendidos en genética mendeliana y la aplicación de estos en un contexto, lo cual dificultaba su comprensión sobre cómo se generaba un rasgo específico.

Se aplicó la unidad didáctica diseñada con el fin de que los estudiantes desarrollaran las habilidades y conocimientos necesarios en genética mendeliana, mediante los contenidos y las actividades de enseñanza-aprendizaje. Se diseñaron y trabajaron seis tópicos enmarcados en el tema base, articuladas con el aula STEAM de acuerdo con lo que se ilustra en la Figura 1.



Fig. 1. Fotografía de las actividades que se realizaron con los estudiantes en el aula STEAM.

Fuente: elaboración propia.

Al realizar el análisis del pretest y postest, se evidenció que los estudiantes mejoraron significativamente su comprensión y habilidades de las competencias conceptuales y procedimentales entre el pretest y el postest. No obstante, es importante tener en cuenta que aún hay un porcentaje de estudiantes que obtuvieron puntuaciones bajas en ambas competencias, lo que sugiere que aún existen dificultades en el aprendizaje sobre el tema.

Asimismo, a partir de los datos obtenidos mediante la encuesta, se puede inferir que el uso de *D. melanogaster* como herramienta didáctica logró ser eficaz en el proceso de aprendizaje de los estudiantes en diferentes aspectos, incluida la genética mendeliana. Además, la mayoría de los estudiantes opinó que la estructura y los materiales de la unidad didáctica eran fáciles de entender y resolver, y que el trabajo fue de su agrado para aprender genética.

III. CONCLUSIONES

Se lograron identificar los conocimientos previos sobre la genética mendeliana de los estudiantes y se encontró que existía un nivel de conocimiento previo bastante bajo, tanto en las competencias conceptuales como en las procedimentales.

Al diseñar e implementar la unidad didáctica del Modelo Flexible Pensar sobre genética mendeliana, utilizando a *Drosophila melanogaster* como estrategia pedagógica y además, la utilización de diferentes herramientas TIC en el aula STEAM, potenció el aprendizaje de la genética mendeliana en los alumnos del grado Pensar 2.

El desarrollo de las diversas actividades pedagógicas no solo influyó en el desarrollo de competencias conceptuales y procedimentales, sino que también contribuyó al fortalecimiento de habilidades como la comunicación y el trabajo en equipo, así como de las competencias científicas.

Es posible concluir que la unidad didáctica diseñada fue una herramienta útil para el aprendizaje y la enseñanza de la genética mendeliana en los estudiantes del Modelo Flexible Pensar de la Institución Educativa Pedacito de Cielo.

REFERENCIAS

- [1] M. Izquierdo Aymerich, Los modelos teóricos en la “enseñanza de ciencias para todos” (ESO, nivel secundario), *Bio-grafía*, 7(13), pp. 69-85, 2014.
- [2] R. Casado & M. Checa, “Robótica y Proyectos STEAM: Desarrollo de la creatividad en las aulas de Educación Primaria. Píxel-Bit”, *Revista de Medios y Educación*, (58), pp. 51-69, 2020.
- [3] I. Dussel & B. F. Trujillo, “¿Nuevas formas de enseñar y aprender?. Las posibilidades en conflicto de las tecnologías digitales en la escuela”, *Perfiles educativos*, 40(spe), pp. 142-178, 2018.
- [4] J. Solbes, R. Montserrat & C. Furió, “El desinterés del alumnado hacia el aprendizaje de la ciencia: implicaciones en su enseñanza”, *Didáctica de las Ciencias Experimentales y Sociales*, (21), pp. 91-117, 2007.
- [5] P. M. Maldonado, “Aprendizaje basado en proyectos colaborativos. Una experiencia en educación superior”, *Laurus*, 14(28), pp. 158-180, 2008.
- [6] S. R. Hernández & C. P. Mendoza, “El matrimonio cuantitativo cualitativo: el paradigma mixto”, en J. L. Álvarez Gayou (Presidente), *6º Congreso de Investigación en Sexología*, Instituto Mexicano de Sexología, A. C. y la Universidad Juárez Autónoma de Tabasco, Villahermosa, Tabasco, México, 2009.
- [7] Corpoeducación, *Modelo Pedagógico Pensar – Manual del docente Pensar*, 2016.
- [8] Y. Tsui & D. Treagust, “Evaluating Secondary Students’ Scientific Reasoning in Genetics Using a Two-Tier Diagnostic Instrument”, *International Journal of Science Education*, 32(8), pp. 1073-1098, 2010.

Biografías

Autor 1: Paola Andrea Villegas Acosta

Estudiante Maestría de la Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de Colombia-Sede Manizales; Bióloga, de la Universidad del Quindío; Docente de la Secretaría de Educación Departamental del Quindío.

Áreas de investigación: Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales, Educación Ambiental.

Autor 2: Héctor Jairo Osorio Zuluaga

Doctor en Ciencias-Química, de la Universidad Nacional de Colombia-Sede Bogotá; Profesor asociado Universidad Nacional de Colombia-Sede Manizales; Director Departamento de Física y Química, de la Universidad Nacional de Colombia-Sede Manizales; Docente Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, de la Universidad Nacional de Colombia-Sede Manizales; Investigador Asociado Colciencias.

Áreas de investigación: Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales, Química Orgánica.

Autor 3: Jorge Eduardo Giraldo Arbeláez

Magíster en Ciencias-Química, de la Universidad Nacional de Colombia-Sede Bogotá; Profesor asociado Universidad Nacional de Colombia-Sede Manizales; Docente Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, de la Universidad Nacional de Colombia-Sede Manizales.

Áreas de investigación: Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales, Química General.

Nuevos elementos para la identificación y cuantificación de metabolitos secundarios mediante cromatografía de capa fina¹

New elements for the identification and quantification of secondary metabolites by thin layer chromatography

Leguizamo-Gutiérrez Cristian², Salamanca, Guillermo³

Resumen:

El trabajo que se relaciona forma parte de un trabajo generado desde la investigación aplicada, donde se consideran elementos de la Química Analítica en los procesos de separación, haciendo uso de los conceptos de fase estacionaria y móvil, de manera conjunta con los procesos de elución, operando sobre mezclas homogéneas que contienen metabolitos secundarios de diferente polaridad, disueltos en una matriz de alcohol, y que eluyen de manera diferencial. El proceso cromatográfico se operó sobre los componentes activos de 38 muestras de propóleos colombianos, de diferentes zonas geográficas, entendido como un producto natural de consistencia cauchosa y pegajosa, que es elaborado por las abejas a partir de resinas, gomas y exudaciones de las plantas que han sido modificadas tras la adición de enzimas y secreciones. Tras la lixiviación de las muestras,

- 1 La presente investigación se llevó a cabo en el laboratorio LIPFA del grupo de Investigaciones Mellitopalinológicas y Propiedades Físicoquímicas de Alimentos de la Universidad del Tolima
- 2 Universidad del Tolima. Grupo de Investigaciones Mellitopalinológicas y Propiedades Físicoquímicas de Alimentos. <https://orcid.org/0000-0002-4230-8666>. Contacto: cleguizamog@ut.edu.co.
- 3 Universidad del Tolima. departamento de Química. Grupo de Investigaciones Mellitopalinológicas y Propiedades Físicoquímicas de Alimentos. <https://orcid.org/0000-0001-8947-7574>. Contacto: gsalaman@ut.edu.co.

se implementó el proceso de separación y se diseñó una guía didáctica de enseñanza y aprendizaje, abordada desde el modelo de enseñanza por indagación, aplicada en la práctica para el aprendizaje de conceptos científicos enmarcados en situaciones de enseñanza, describiendo las rutas desde la separación, cuantificación de componentes y uso del software de acceso libre ImageJ. Al término del trabajo, se concluye que los usos de herramientas tecnológicas de acceso libre constituyen y se consolidan como un instrumento de análisis cuantitativo e integran una herramienta tecnológica y metodológica valiosa para la enseñanza y aprendizaje de esta técnica cromatográfica, se plantean recomendaciones encaminadas al uso de la guía didáctica, en la implementación, mejoramiento y ejecución de la técnica cromatográfica.

Palabras clave: análisis de imágenes, RGB, TLC, propóleos, metabolitos secundarios, didáctica.

Abstract

The work related is a presentation from an applied research where elements of Analytical Chemistry are considered in the separation processes making use of the concepts of stationary and mobile phase together with the elution processes, operating on homogeneous mixtures containing secondary metabolites of different polarity, dissolved in an alcohol matrix, and which elute differentially. The chromatographic process was operated on the active components of 38 samples of Colombian propolis from different geographical areas, understood as a natural product with a rubbery and sticky consistency, which is produced by bees from resins, gums and exudations of plants that have been modified after the addition of enzymes and secretions. After the leaching of the samples, the separation process was implemented a didactic teaching and learning guide was designed, approached from the teaching-by-inquiry model applied in practice for the learning of scientific concepts framed in teaching situations, describing the routes from separation, quantification of components and use of free access software ImageJ. To concluded, the uses of freely accessible technological tools constitute and are consolidated as a quantitative analysis instrument and integrate a valuable technological and methodological tool for teaching and learning this chromatographic technique, recommendations are made for the use of the didactic guide, in the implementation, improvement and execution of the chromatographic technique.

Keywords: image analysis, RGB, TLC, propolis. secondary metabolites, didactics.

I. INTRODUCCIÓN

El propóleo es un producto natural reconocido en todo el mundo, este producto es elaborado por distintos géneros de abejas, a partir de exudaciones mucilaginosas, gomas, materiales lipofílicos, látex y material resinoso de plantas, que traen a sus colmenas y mezclan con secreciones glandulares de la hipofaringe y glándulas cereras [1].

En este sentido, la cromatografía de capa fina (TLC), que es un método de separación de mezclas homogéneas, juega un papel importante, ya que es un método excepcionalmente versátil que, en una o varias de sus formas, es usada a nivel de laboratorio como herramienta de diagnóstico químico y en procesos de investigación. Entre los métodos de análisis modernos ocupa un lugar destacado, debido a su facilidad para la separación, identificación y cuantificación de especies químicas de origen orgánico e inorgánico, y asociada a otras técnicas instrumentales de análisis [2].

Debido a su importancia, surge la inquietud de establecer un material didáctico que sirva para reforzar los conocimientos de los estudiantes, en virtud de la necesidad de contar con un material escrito y ordenado que les brinde una herramienta para reforzar los conocimientos con los que el estudiante cuenta y los adquiridos durante la clase, además de hacer uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) para mediar y fortalecer este proceso, a través del uso del software de acceso libre ImageJ en el análisis de cromatogramas, utilizando como ejemplos experimentales, placas resultantes de análisis de propóleos colombianos.

II. DESARROLLO DEL DOCUMENTO

La guía didáctica se abordó desde el modelo de enseñanza por indagación, aplicada en la práctica para el aprendizaje de conceptos científicos enmarcados en situaciones de enseñanza.

El proceso cromatográfico se operó sobre los componentes activos de 38 muestras de propóleos colombianos de diferentes zonas geográficas, de las cuales se realizaron sus respectivas cromatografías usando una fase

móvil de Tolueno: Acetato de etilo: Acido fórmico y determinación final de las bandas cromatográficas separadas, que fueron evidenciadas bajo luz ultravioleta a 254 y 366 nm, estimando lo valores de frente cromatográfico (*hRF*) y uso de técnicas densitométricas en la cuantificación, mediante el software ImageJ.

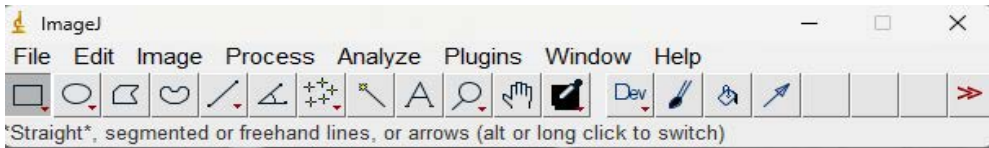


Fig. 1. Aspecto general de ImageJ Version 1.52 Wayne Rasband
National Institutes of Health (NIH)

Fuente: elaboración propia.

Cuando las bandas son visibles, se puede determinar, para cada una de las manchas, el valor de *hRF* (factor de retención), o la distancia que cada compuesto se desplaza en la placa. Cada compuesto tiene un *hRF* característico, que depende del disolvente empleado y del tipo de placa de TLC utilizada, pero es independiente del recorrido del disolvente.

De esta manera, se puede ayudar a identificar un compuesto en una mezcla al comparar su *hRF* con el de un compuesto conocido (preferiblemente cuando se hacen eluir en la misma placa de TLC) [3].

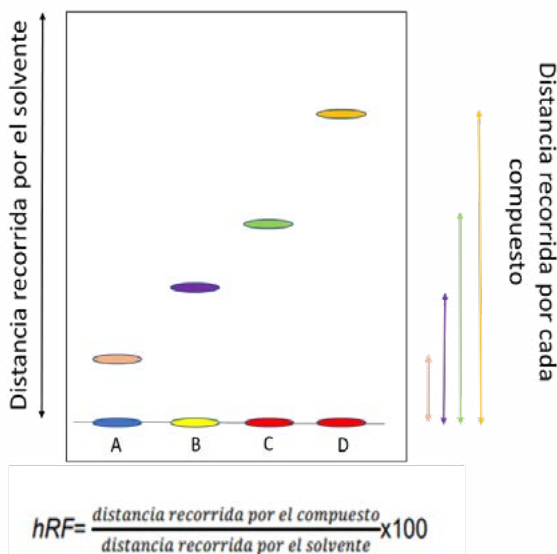


Fig. 2. Técnica y cálculo de *hRF* según distancia de bandas separadas

Fuente: elaboración propia.

Aunque el valor del hRF aporta información básica para la identificación de cada compuesto químico de interés, no es el único elemento a tener en cuenta para la identificación final de las sustancias de interés. Esta información se complementa con la determinación del color y la forma de cada mancha [4].

Una vez realizados los cálculos y todo el protocolo para la obtención de los densitogramas, se realiza el análisis con el software ImageJ y las gráficas se estructuran en Excel™, utilizando fotografías tomadas previamente de los cromatogramas.

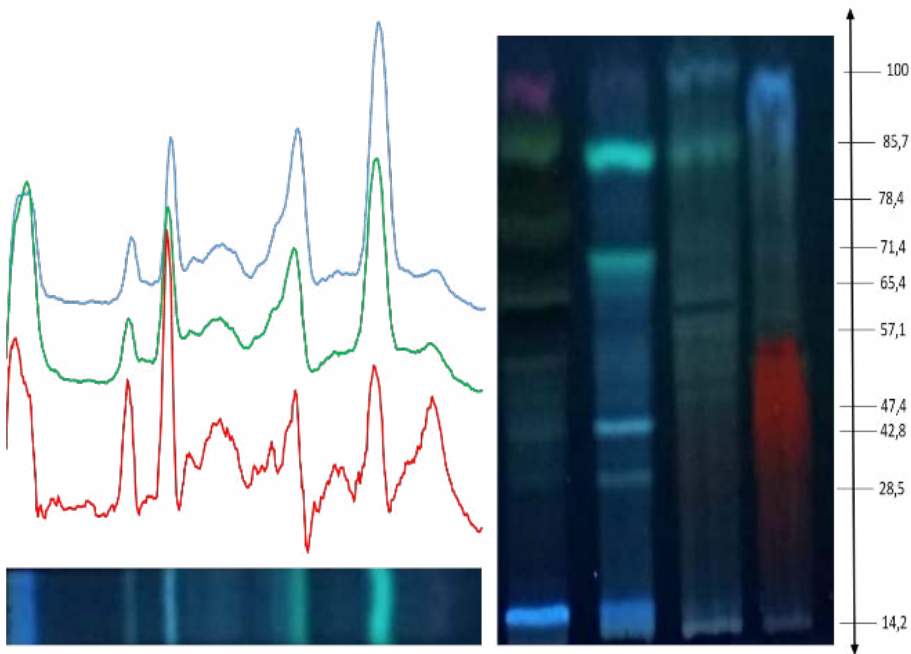


Fig. 3. Densitograma de propóleo realizado a través de software ImageJ y Excel™

Fuente: elaboración propia.

En una de las muestras analizadas se evidencian 10 bandas de acuerdo al espectro RGB, identificado con el software ImageJ, que corresponden a metabolitos secundarios con un hRF de 14.2, 28.5, 42.8, 47.4 57.1, 65.4, 71.4, 78.4, 85.7 y 100. En este caso, el espectro rojo permite observar bandas que a simple vista no son fácilmente identificables.

III. CONCLUSIONES

La cromatografía de capa fina constituye una técnica de análisis de metabolitos secundarios bastante eficiente comparada con otros tipos de cromatografías y, de este mismo modo, la utilización del software ImageJ, como instrumento para facilitar sus análisis cuantitativos, integran una herramienta tecnológica y metodológica valiosa para la enseñanza de esta técnica no solo en la universidad sino también abre la posibilidad de aplicarse a estudiantes de educación básica.

Los metabolitos secundarios, si bien, intervienen en las interacciones ecológicas entre la planta y su ambiente, como fenoles y flavonoides que se visualizan por medio de la técnica cromatográfica, representan una fuente nutritiva importante para el consumo del ser humano. Asimismo, el software ImageJ, que es utilizado en otras áreas de las ciencias naturales por su fácil acceso y uso, traído al campo de la química analítica permite validar procedimientos de separación de metabolitos secundarios (flavonoides) de una forma más eficiente y precisa.

De acuerdo al trabajo de experimentación, la realización de gráficas por medio de Microsoft Excel™ y la perfilación densitométrica de ImageJ permite el rápido análisis de la separación por grados de polaridad de las muestras a evaluar, la descomposición de la imagen cromatográfica en colores RGB permite observar bandas de compuestos fuera del espectro visible del ser humano, por lo que favorece la identificación de nuevos compuestos.

Además, para la realización de esta técnica, se pueden utilizar diferentes fases móviles que a lo largo del trabajo permitirían flexibilizar las estrategias al momento de aplicar la guía didáctica, de acuerdo a la situación y productos que se vayan a analizar

REFERENCIAS

- [1] G. Salamanca, M. Tangarife, J. Cabrera, Propolis from Nariño: “Physicochemical properties and biological activity of Propolis”. *Biotechnología en el sector agropecuario y agroindustrial*, 20(1), pp. 152-164, 2022.
- [2] A. Corzo, *Técnicas de análisis en Química Orgánica: cromatografía*. Santiago del Estero, Argentina: UNSE. Facultad de Ciencias Forestales, 2019.
- [3] E. Guzelmeric, P. Ristivojević, J. Trifković, T. Dastan, O. Yilmaz, O. Cengize & E. Yesilada: “Authentication of Turkish propolis through HPTLC fingerprints combined with multivariate analysis and palynological data and their comparative antioxidant activity”, *LWT*, vol. 87, pp. 23-32, 2018.
- [4] F. Silva, D. Porro, I. Talavera, *et al.*, “Procesamiento de imágenes de TLC como una nueva vía para la identificación de sustancias”, *Revista Cubana de Química*, 25(3), pp. 295-306, 2013.

Biografías

Autor 1: Leguizamo Gutiérrez Cristian Camilo

Licenciado en Educación Básica con énfasis en Ciencias Naturales y Educación Ambiental, de la Universidad del Tolima; estudiante de la Maestría en Pedagogía y Mediaciones Tecnológicas, de la Universidad del Tolima; miembro activo del Grupo de investigaciones Mellitopalínológicas y Propiedades Físicoquímicas de Alimentos (Gimellifisto), de la Universidad del Tolima; Docente titular del área de ciencias naturales en el Colegio Franciscano Jiménez de Cisneros, en la ciudad de Ibagué.

Áreas de investigación: melisopalínología, propiedades físico químicas de alimentos, métodos de separación.

Autor 2: Guillermo Salamanca Grosso

Posdoctor en Ingeniería de Alimentos, de la Universidad de Sao Paulo, Brasil; docente de Bioquímica y Química Analítica de la Universidad del Tolima; Director del Grupo de investigaciones Mellitopalínológicas y Propiedades Fisicoquímicas de Alimentos (Gimellifisto), de la Universidad del Tolima.

Áreas de investigación: química analítica e instrumental; química y bioquímica de alimentos; métodos de separación; propiedades fisicoquímica y sistemas de procesado; apicultura; biotecnología y pos cosecha; empaques para alimentos; tecnologías emergentes en conservación de alimentos.

Encuentro Internacional sobre
la Enseñanza de Ciencias
Exactas y Naturales



VII

ENSEÑANZA
Y APRENDIZAJE
DE LAS CIENCIAS
EXACTAS Y
NATURALES
MEDIADA EN TIC

Antecedentes de las prácticas evaluativas de profesores de Matemáticas en relación con la deserción temprana universitaria¹

Antecedents of the evaluative practices of Mathematics teachers and in relation with early university leaving

*Jaramillo-López, Carlos Mario², Pulgarín-Pulgarín, Carlos Mario³
y Sánchez-Sánchez, Juan David⁴*

Resumen

El presente escrito aborda una búsqueda de literatura con respecto a la incidencia de las prácticas evaluativas de los profesores de Matemáticas en la deserción temprana de los estudiantes universitarios. Por otra parte, se discuten algunos resultados de investigadores, particularmente se problematiza el modelo conceptual de persistencia académica en entornos virtuales que propone Kember [1]. En consecuencia, se plantea la posibilidad de incluir procesos de investigación que indaguen la deserción temprana en programas de educación virtual, desde la perspectiva académica y en relación con los procesos didácticos en la modalidad Ude@ de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Antioquia.

- 1 Esta ponencia se enmarca en el desarrollo del proyecto de investigación adscrito a la convocatoria de la Universidad de Antioquia ConTIC Investigo 2023 denominada “Incidencia de las prácticas evaluativas de los profesores en los resultados de deserción de los cursos de matemáticas para la modalidad de Ude@”, Vicerrectoría de docencia, 2023-2.
- 2 Universidad de Antioquia; <http://orcid.org/0000-0002-3937-5032>.
Contacto: carlos.jaramillo1@udea.edu.co.
- 3 Universidad de Antioquia; <https://orcid.org/0000-0002-0537-009X>.
Contacto: carlosm.pulgarin@udea.edu.co.
- 4 Universidad de Antioquia; <https://orcid.org/0000-0003-4959-5239>.
Contacto: juan.sanchezs@udea.edu.co.

Palabras clave: prácticas evaluativas, deserción temprana, matemáticas, docencia universitaria, educación virtual.

Abstract

This paper deals with a search for literature regarding the incidence of evaluative practices of Mathematics teachers in the early leaving of university students. On the other hand, some results of researchers are discussed, particularly the conceptual model of academic persistence in virtual environments proposed by Kember (1995) [1] is problematized. Consequently, the possibility of including research processes that investigate early dropout in virtual education programs from the academic perspective and in relation to the didactic processes in the Ude@ modality of the Faculty of Engineering of the University of Antioquia is raised.

Keywords: evaluative practices, early leaving, mathematics, university teaching, virtual education.

I. INTRODUCCIÓN

Actualmente, algunas instituciones de educación superior buscan comprender las circunstancias asociadas con la alta deserción temprana y tardía de los estudiantes, en los diferentes programas de pregrado (ver Figura 1). La Universidad de Antioquia (U. de A.) no es ajena a ello y, como parte del proceso, viene sistematizando información que le permita aproximarse a una comprensión con respecto a la deserción universitaria y las variables que pueden tener mayor influencia en dicho fenómeno. De hecho, Gallón *et al.* postulan que las actividades propias de la labor docente, entre ellas, las prácticas evaluativas concernientes a los procesos de enseñanza constituyen una unidad importante a estudiar para comprender lo que acontece en las universidades, con respecto a la problemática de la deserción estudiantil [2].

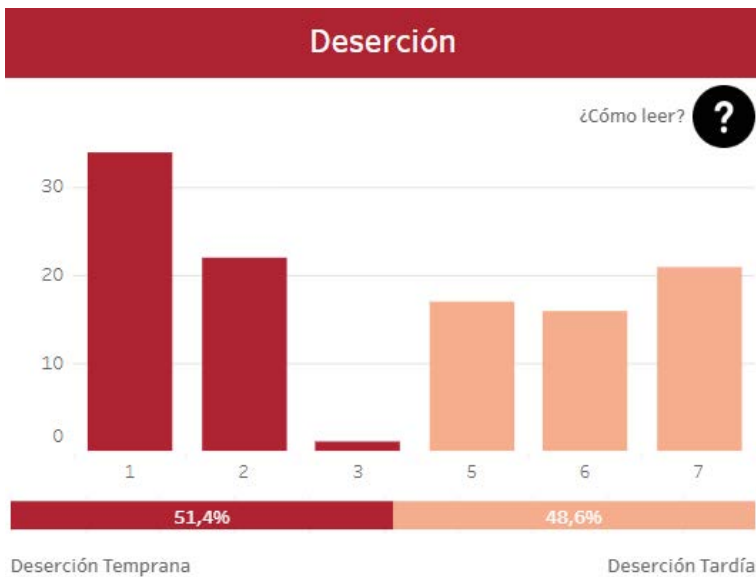


Figura 1. Deserción temprana y tardía en la U. de A. Cohorte 2019-01

Nota: los programas que se toman como referencia son: Archivística, Bibliotecología, Ingeniería Ambiental, Ingeniería de Sistemas, Ingeniería de Telecomunicaciones e Ingeniería Industrial. Además, las frecuencias presentadas en cada columna indican la cantidad de estudiantes que desertan por semestre. La figura fue tomada y editada de Data U. de A. [3].

Por otra parte, Gonzales y Chiyong [3] aducen que las investigaciones que buscan identificar los factores determinantes del desempeño académico, en cursos virtuales y presenciales, han establecido que la labor del instructor y las diferentes estrategias que usa para la enseñanza pueden ser definitivas en los procesos de aprendizaje, además, tienen injerencia en los índices de deserción estudiantil a nivel universitario [4].

En correspondencia con esta problemática, para desarrollar una comprensión del fenómeno de la deserción temprana, es necesario plantear una revisión de literatura que permita determinar horizontes teóricos y categorías de análisis para estudiar, desde una perspectiva mixta, dicho objeto de estudio identificando a su vez elementos que posiblemente se ven inmersos en las prácticas evaluativas.

II. DESARROLLO DEL DOCUMENTO

Se presenta una revisión y análisis de literatura que se enmarca en el desarrollo del proyecto de investigación, adscrito a la convocatoria de la UdeA ConTIC Investigo 2023, denominado “Incidencia de las prácticas evaluativas de los profesores en los resultados de deserción de los cursos de matemáticas para la modalidad de Ude@”.

Inicialmente se filtraron las bases de datos del catálogo de recursos de información digital y electrónicos de la biblioteca de la UdeA⁵. En particular, las bases de datos se eligieron después de revisar la descripción que presenta el catálogo de recursos digitales, de manera que se seleccionaron aquellas bases de datos que enunciaban en su descripción que contenían documentos relacionados con aspectos educativos. Las bases de datos elegidas fueron: Biblioteca Digital Magisterio, Dialnet, Eric, Scopus y Science Direct. Por otra parte, se construyeron ecuaciones de búsqueda, donde se usaron las palabras claves en español: “factores de deserción temprana”, “educación superior”, “matemáticas”, “evaluación”. Y en inglés: “early leaving factors”, university education, “maths” y “assessment”, junto con

5 <https://login.udea.lookproxy.com/public/menu.htm>

los operadores Booleanos “+”, “-” y las comillas (“”). En la Tabla 1 se presenta un apartado de la bitácora que se usó para sistematizar y organizar la búsqueda.

Tabla I- bitácora de búsqueda

Motor de búsqueda	Ecuación de búsqueda	Resultados recuperados	Resultados relevantes	% precisión de la búsqueda
Dialnet	Factores de deserción + evaluación + matemáticas + educación superior	4	2	50,00%
Eric	early dropout factors	31	4	12,90%

Nota: para el porcentaje de precisión de la búsqueda, se divide la cantidad de resultados relevantes con los resultados recuperados y se multiplica con 100

Luego, para la selección de los textos, se revisaron los resúmenes de los documentos y las conclusiones, de manera que se seleccionaron aquellos que relacionaban las prácticas de los docentes con la deserción temprana o la permanencia de los estudiantes en los primeros semestres de cursos virtuales. Una vez se eligieron los documentos, se llevaron al software para el procesamiento de datos Atlas.ti.23 y se usaron dos herramientas que emplean Inteligencia Artificial (IA) para realizar, codificar y sintetizar los documentos. De este proceso emergen 3.871 códigos y 1.740 citas que, luego de un proceso de depuración, se sintetizan, a la luz del objeto de investigación, en 43 códigos y 125 citas para realizar el proceso de análisis.

III. CONCLUSIONES

Como resultado del análisis de los datos, se viene encontrando que la deserción en los procesos educativos universitarios está asociada a múltiples factores como: asuntos socioeconómicos, el entorno familiar, actividades extra-clases, falta de preparación de los estudiantes en la secundaria, motivación de los estudiantes, bajo rendimiento académico, la edad, factores ambientales y diseño de los cursos. De manera general, Coleman aduce que la teorización de todo lo que está detrás de los

modelos que intentan predecir los factores que inciden en la deserción confluyen en dos grandes asuntos: la integración social fallida a la institución y/o la incompatibilidad con las exigencias académicas. De allí que, en la revisión de literatura se ha encontrado que existen factores relacionados con el diseño de los cursos que vienen repercutiendo en la permanencia de los estudiantes en cursos en línea [5]. De manera análoga, Kember relaciona que la deserción de un estudiante depende de las características personales del individuo, no obstante, los sistemas de apoyo pueden repercutir en un progreso académico positivo o negativo [1].

En este sentido, la revisión de literatura muestra que los asuntos relacionados con la deserción temprana poco se han estudiado desde el paradigma de investigación mixto, lo que puede darle un carácter especial a la comprensión de este fenómeno, ya que permite recabar información de los sujetos implicados. Así mismo, como lo evidencia la literatura revisada y analizada, poco se ha estudiado la incidencia de las prácticas docentes en torno al fenómeno de la deserción temprana, por el contrario, en la mayoría de los casos se ha investigado el fenómeno desde los factores personales y ambientales que hacen a un estudiante proclive al abandono temprano de sus procesos de formación universitaria [6], [7], [8].

La deserción temprana es un objeto de estudio con múltiples dimensiones de análisis, de manera que investigar este fenómeno, presente en los colegios y universidades, implica abordarlo reconociendo su complejidad. En este sentido, es importante reconocer que en el análisis de la literatura se puede afirmar que la didáctica de los profesores es una de las aristas de este problema y, aunque no es un factor crucial para que exista una deserción temprana a nivel universitario, las prácticas de los docentes pueden contribuir a disminuir las tensiones presentes en los estudiantes que sopesan la posibilidad de renunciar a los procesos de cualificación universitaria [8], [9], [10], [11].

REFERENCIAS

- [1] D. Kember, *Open learning courses for adults: a model of student progress*. Englewood Cliffs: Educational Technology, 1995.
- [2] S. Gallón, L. Sánchez. Mejía and D. Romero, “Lineamientos del Observatorio de Datos Académicos de la Vicerrectoría de Docencia de la Universidad de Antioquia”, Medellín: Universidad de Antioquia, 2017.
- [3] Universidad de Antioquia, (2023, febrero de 15), *Data UdeA*. [Online]. Available: <https://www.udea.edu.co/wps/portal/udea/web/inicio/institucional/data-udea/formacion/permanencia>
- [4] E. Gonzales and I. Chiyong., “Rendimiento académico y deserción de estudiantes universitarios de un curso en modalidad virtual y presencial”, *RIED. Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*, vol. 24, no. (2), pp. 189-202, 2021.
- [5] S. H. Coleman, *Predicting Student Dropout Risk in Online Graduate Programs: A Survival Analysis unpublished*, Ph.D. dissertation, Department of Counseling, School, and Educational Psychology, University at Buffalo, USA, 2019.
- [6] M. C. Valencia, M. J. Díaz, S. C. Agudelo, D. M. López, D. Y. Mesa and C.P. Gil, “Identificación de factores de deserción temprana y atención de estudiantes vulnerables en regiones. Caso de estudio Facultad de Ingeniería Universidad de Antioquia”, in *Nuevas realidades para la educación en ingeniería: currículo, tecnología, medio ambiente y desarrollo*. ACOFI Ed., Colombia: EIEI ACOFI, 2022, pp. 1-11.
- [7] C. D. Peralta, “Modelo conceptual para la desercion estudiantil universitaria chilena”, *Estudios Pedagógicos*, vol. 34 no. (2), pp. 65-86, 2008.

[8] C. T. Limaico and M. H. Velasco, “Factores que intervienen en el rendimiento académico de los estudiantes del primer nivel de Ingeniería Forestal de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo en la asignatura Matemática”, *Polo del Conocimiento*, vol. 5, n. (42), pp. 226-249, 2020.

[9] B. W. Oviedo, *Modelos gráficos probabilísticos aplicados a la predicción del rendimiento en educación*, Ph.D. dissertation, Departamento de Ciencias de la Computación e Inteligencia Artificial, Universidad de Granada, Granada. 2016.

[10] A. Y. Varón, *Trayectorias no lineales de acceso a la educación superior de jóvenes rurales: el caso de un proyecto de educación superior rural en Colombia (2014 – 2020)*, Ph.D. dissertation, Escuela Internacional de Doctorado. Colombia: UNED, 2022.

[11] D. Kember, R. A. Ellis, S. F. Allison, *Adapting to Online and Blended Learning in Higher Education, Supporting the Retention and Success of the Expanded and Diversified Intake*. Singapore: Springer, 2023.

Biografías

Autor 1: Carlos Mario Jaramillo López

Doctor en Ciencias Matemáticas, Universidad de Valencia-España; Tecnólogo Eléctrico, Pascual Bravo; Licenciado en Educación, Universidad de Medellín.

Profesor titular del Instituto de Matemáticas de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Antioquia; Coordinador del grupo de Investigación Edumath.

Áreas de investigación: Educación Matemática.

Autor 2: Carlos Mario Pulgarín Pulgarín

Doctor en Educación de la Facultad de Educación, Universidad de Antioquia; Magíster en Enseñanza de las Matemáticas de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad de Antioquia; Licenciado en Matemáticas y Física de la Facultad de Educación de la Universidad de Antioquia.

Docente catedrático del Instituto de Matemáticas de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad de Antioquia, Docente formador del Ministerio de Educación Nacional, Secretaría de Educación de Envigado.

Áreas de investigación: Educación Matemática.

Autor 3: Juan David Sánchez Sánchez

Candidato a Doctor en Educación: Línea de Formación Educación Matemática de la Facultad de Educación, Universidad de Antioquia; Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional de Colombia; Licenciado en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas, Facultad de Educación, Universidad de Antioquia.

Docente catedrático de la Facultad de Ciencias Farmacéuticas y Alimentarias de la Universidad de Antioquia; Docente de aula, Secretaría de Educación de Itagüí.

Áreas de investigación: Educación Matemática.

Desarrollo de una aplicación móvil para el aprendizaje de la Geometría Euclidiana¹

Development of a mobile app for learning Euclidean Geometry

Calderon-Jaramillo, Leonardo²

Resumen

Se construyó una ayuda didáctica, con el uso pedagógico de las TIC, como alternativa para el aprendizaje de la Geometría Euclidiana, para lo cual se desarrolló una aplicación gráfica para dispositivos móviles y una secuencia didáctica. La aplicación está diseñada para que el docente oriente su uso dentro y fuera del aula de clase, durante el desarrollo de la asignatura. Así se presentan los conceptos desde el punto y la línea hasta polígonos y circunferencia, usando un enfoque constructivista, donde la relación del estudiante con gráficos interactivos permite desarrollar conceptos geométricos, previamente o en paralelo al estudio formal de estos.

Palabras clave: geometría, aplicación móvil, ayuda didáctica.

1 Tesis de Maestría en Enseñanza de la Matemática, Universidad Tecnológica de Pereira.

2 Código ORCID: 0000-0002-6733-8677. Contacto: leonardocj@gmail.com.

Abstract

A didactic aid was developed with the pedagogical use of the ICTs as an alternative for learning Euclidean Geometry, for which a graphic application for mobile devices and a didactic sequence were developed. The mobile app es designed for the teacher to guide its use inside and outside the classroom during the development of the subject. Thus, concepts are presented from the point and the line to polygons and circumference, using a constructivist approach, where the relationship of the user (student) with interactive graphics allows the development of geometric concepts, previously or in parallel to their formal study.

Keywords: geometry, mobile application, teaching aid,

I. INTRODUCCIÓN

Se desarrolló con este trabajo una ayuda didáctica, mediante el uso pedagógico de las TIC, como alternativa para el aprendizaje de la Geometría Euclidiana, basada en un modelo activo de enseñanza-aprendizaje y teniendo en cuenta que cada estudiante puede tener un estilo diferente de aprendizaje [1], pero utilizando un enfoque moderno basado en la interacción a través del modelamiento [2] y la experiencia [3], con el fin de mejorar el aprendizaje de los conceptos geométricos.

Se realizó una investigación exploratoria para conocer el estado actual de aplicaciones para la enseñanza de la Geometría Euclidiana, además se desarrolló una aplicación gráfica interactiva y se diseñó una secuencia didáctica que pueden ser usadas por los docentes para la enseñanza de la Geometría Euclidiana.

II. ANTECEDENTES

El proceso de visualización en Matemáticas se ha perfeccionado con el uso de ilustraciones realizadas por computador, que permite no solo la visualización sino también la interacción de la persona con un entorno gráfico en 2D, 3D simulado en 2D (pantallas) o 3D simulado en profundidad, como la realidad aumentada o realidad virtual (AR/VR).

Y es precisamente esta característica de interacción la que ha arrinconado en las últimas dos décadas a muchos docentes que tal vez no nos hemos apropiado oportunamente de estas tecnologías, desaprovechando sus beneficios. Hoy en día un estudiante puede tener acceso en su teléfono celular a un sin fin de herramientas multimediales e interactivas, que le hace ver la obsolescencia de tratar de explicar conceptos visuales en tablero.

III. AYUDA DIDÁCTICA

La enseñanza tradicional de la Matemática no ha generado los resultados esperados en las últimas décadas, obteniéndose a cambio un proceso de memorización por parte de los estudiantes y la metodología basada en

lecturas promueve una actitud pasiva, desinterés y fallas en el proceso [3]. Para contrarrestar esta situación, se han desarrollado múltiples estrategias para la enseñanza de la Matemática, incluyendo metodologías activas [4], enfoques basados en modelamientos [5], enfoques basados en competencias tanto de los estudiantes como del docente [6], enfoques histórico-culturales [7], reformas curriculares [8], medios tecnológicos como herramientas didácticas [9], uso de juegos de computador y ayudas de inteligencia artificial [10], enfoques pragmáticos [11], entre otros, mostrando en todos los casos mejores resultados que el enfoque tradicional conductista, los cuales serán tenidos en cuenta para el desarrollo de esta investigación.

Se desarrolló una investigación para el diseño de una ayuda didáctica, con base en el modelo activo de enseñanza-aprendizaje de la Geometría, basado en el trabajo de [3], quien realizó un estudio comparativo para una clase con estudiantes de bachillerato usando el método de enseñanza activa experimental y el método de enseñanza tradicional enfocado en el docente. Adicionalmente, se tuvo como base fundamental el cono del aprendizaje de [12], donde entendemos como una metodología activa aquella en la cual empieza a haber participación en discusiones y hacer exposiciones hasta construir representaciones, simulaciones o situaciones reales.

En la Figura 1 se muestra un ejemplo de una práctica que se desarrolla para la enseñanza del concepto de volumen, la cual genera mayor apropiación durante el proceso de aprendizaje, respecto al método tradicional.

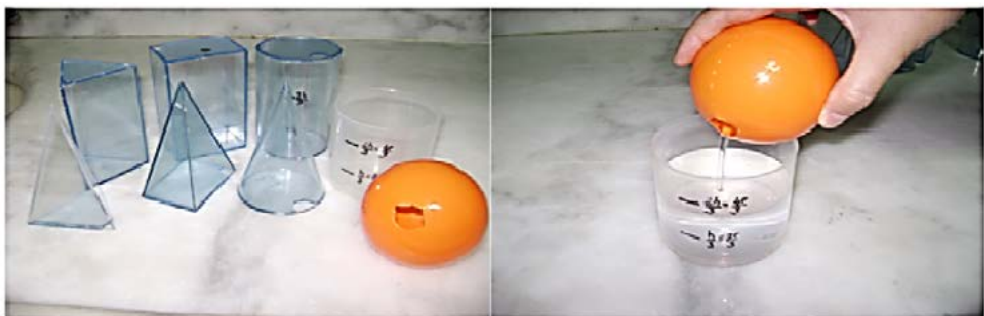


Fig. 1. Materiales usados para una actividad de calcular el volumen de una esfera

Nota: tomado de [3].

Con base en esta idea, se planteó emplear una ayuda didáctica con el uso pedagógico de las TIC y el desarrollo de una aplicación gráfica para dispositivos móviles, la cual brinda al estudiante una experiencia que va más allá de las prácticas físicas, al permitir interactuar directamente con representaciones de objetos geométricos y ver sus propiedades a medida que se alteran dichas representaciones, como se explica en la Figura 2.

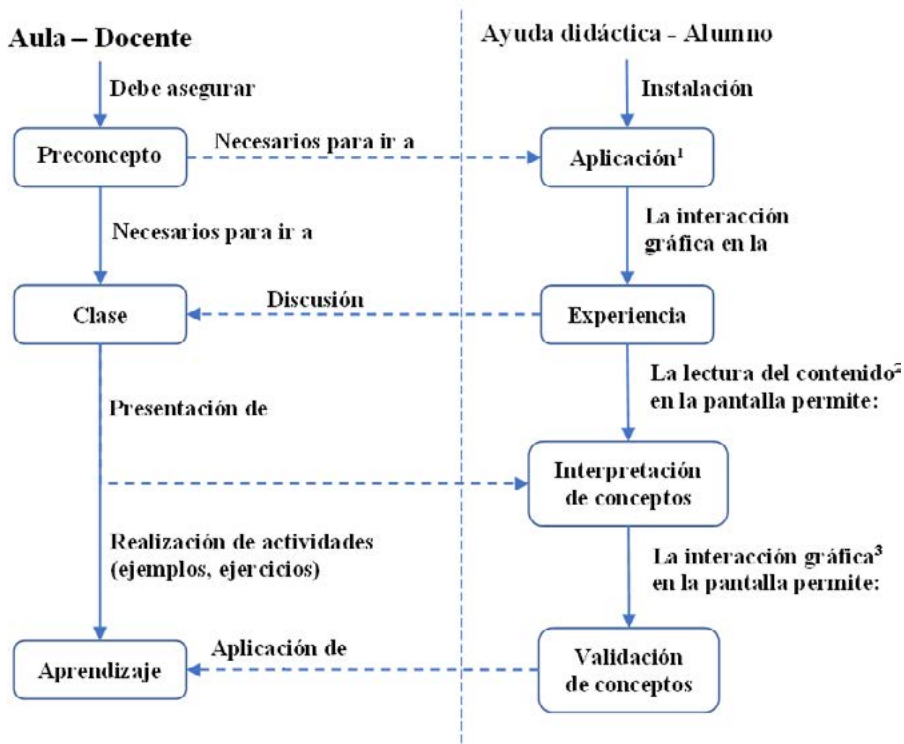


Fig. 2. Diseño de una ayuda didáctica con el uso pedagógico de las TIC

Nota: tomado de [13].

- ¹ Simulación interactiva de modelos de objetos geométricos.
- ² El contenido asociado a cada objeto geométrico y sus propiedades puede contener conceptos teóricos, gráficos explicativos, tablas informativas y actividades de consulta.
- ³ Una nueva interacción con la simulación, a través de la observación y la exploración matemática guiada o autónoma. Para apoyar el diseño de esta ayuda didáctica, se desarrolló una aplicación gráfica para la interacción con objetos geométricos, acompañada de una secuencia didáctica para guiar su uso efectivo.

IV. APLICACIÓN GRÁFICA

La idea de aplicación gráfica como un laboratorio tecnológico surge de tendencias actuales en enseñanza de las Matemáticas, como se puede apreciar a continuación:

“[...] se propone una actividad que busca la incorporación de la tecnología educativa en el aula de Matemáticas, como un instrumento en la construcción de conocimiento matemático de los estudiantes” [14].

“La tecnología educativa debe ser usada como apoyo en la construcción de conocimiento matemático, en lugar de usarla para representar o emular un objeto matemático” [14].

Esto llevó a la creación de una aplicación y a no utilizar programas actuales de modelación matemática, los cuales, sin desconocer su gran utilidad, requieren de ciertas destrezas, conocimientos previos y, finalmente, están más enfocados en la representación de objetos matemáticos y la realización de cálculos; y no tanto en la construcción del conocimiento.

Por lo anterior, se evaluaron múltiples opciones de implementación, tomando finalmente las siguientes decisiones:

- Construir una aplicación gráfica para dispositivos móviles como tabletas digitales y teléfonos móviles (ver Figura 3).
- Usar imágenes interactivas, es decir, gráficos que pudieran ser manipulados en la pantalla por el estudiante.
- Se escogió el lenguaje de programación Python y posteriormente se escogió una librería gráfica específica (Kivi).

Tabla I - Listado De Librerías Gráficas Para Python

Turtle	https://docs.python.org/3/
BeeWare	https://beeware.org/
Kivy	https://kivy.org/
QPython	https://www.qpython.com/
Termux	https://play.google.com/store/apps/
Matplotlib	https://matplotlib.org/
Blender	https://www.blender.org/
Panda3D	https://www.panda3d.org/
Bokeh	https://bokeh.org/
OpenCV	https://opencv.org/
Sandbox	http://www.sandbox.game/



Fig. 3. Página inicial de la aplicación móvil

En la Tabla 2 se presenta una lista no exhaustiva de aplicaciones móviles, disponibles para Colombia en la Google Play Store, relacionadas con Geometría y acompañadas con su descripción oficial y una opinión del autor de este trabajo.

Tabla II - aplicaciones en google play store relacionadas con geometría (mayo de 2023)

Geometry (ARPAPLUS)	Expects the majority of geometric shapes on the given parameters.	Está en inglés y también en español como <i>Geometria Calculadora</i> . Similar a la anterior, solo para cálculos matemáticos. Es una calculadora de problemas de longitudes, áreas y volúmenes.
Geometry solver & Trig solver	Geometry solver – Trigonometry calculator.	En inglés y también en español como <i>Calculadora geometria fórmulas</i> . Similar a la anterior, solo para cálculos matemáticos. Es una calculadora de problemas de longitudes, áreas y volúmenes.
Geometryx: Geometry calculator	Formulas and calculations for 2D and 3D geometry	Está en inglés y también en español como <i>Geometrix: Geometria Cálculos</i> . Similar a la anterior, solo para cálculos matemáticos. Es una calculadora de problemas de longitudes, áreas y volúmenes.
xGeometry	Solve geometry problems step by step	Está en inglés y también en español como <i>Resuelve Geometria</i> . Aunque es interactiva, solo permite seleccionar lados de las figuras para calcular longitudes, áreas y volúmenes.
Learn Trigonometry & Geometry	Learn complete Trigonometry Mathematics	En inglés. Tiene partes que requieren una suscripción (pago). Es estática y presenta el contenido de forma tradicional.
Geometry Pad	Plane geometry study companion	En inglés. Es interactiva pero su función es solo la graficación de objetos geométricos.

Nombre	Descripción	Comentarios
Euclidean geometry	Handbook of Euclidean geometry	En inglés, información estática, metodología conductivista
Euclidean	Geometric construction puzzles.	En inglés. Es interactiva. Aunque presenta algunos conceptos básicos, se enfoca solo en la solución de problemas de construcciones geométricas complejas.
Geometry Practice & Prep	Geometry full-length, timed practice tests, diagnostic exams, and flashcards	En inglés. Información estática. Se enfoca exclusivamente en la resolución de cálculos de problemas geométricos con base en selección múltiple.
Geometry Mathematics	Leamer's series application for Geometry Mathematics	En inglés. Información estática. Presenta de una forma muy completa muchos objetos matemáticos, sin embargo, es totalmente estática usando un enfoque conductivista.
Geometry (NaNsolvers)	All you need in geometry. Over 30 figures.	Está en inglés y también en español como <i>Geometria</i> . Interactiva solo para cálculos matemáticos. Básicamente es una calculadora de problemas de longitudes, áreas y volúmenes.

En la Figura 4 se muestra el menú desplegable del capítulo uno, con sus correspondientes secciones, cada una de las cuales contiene varias páginas de contenido interactivo.



Fig. 4. Menú del capítulo 1

De esta forma la aplicación desarrollada se diferencia del estado actual de aplicaciones relacionadas, porque permite al estudiante:

- Interactuar con objetos geométricos para modificarlos de forma natural en la pantalla y explorar los resultados de diferentes parámetros de estudio.
- Tener algunos conceptos teóricos de soporte que refuerzan cada una de las interacciones y permiten realizar nuevas exploraciones de parámetros.
- Revisar su código y modificarlo, por ser una aplicación de código abierto, de manera que pueda quedar como una plataforma para futuros desarrollos que permitan ampliar su alcance con respecto a la Geometría, o incluso explorar otras áreas del conocimiento usando el código base.

- Tener un aprendizaje constructivista. Se parte desde los fundamentos mismos de la Geometría Euclidiana, al estudiar el concepto de punto y línea, para luego generar otros a partir de estos como línea recta, distancia, ángulo, paralelismo, perpendicularidad y, finalmente, construyendo polígonos y estudiando sus tipos y propiedades.

En las figuras 5 y 6 se presentan dos de las páginas desarrolladas, donde se pueden ver, en la parte superior los gráficos interactivos, y en la parte inferior la información de referencia respecto al tema propuesto.



Fig. 5. Página para el concepto de ángulo

Se tomaron como referente, para los contenidos, las clases presenciales y el libro del profesor Recalde [15], del cual se apropiaron y adaptaron ideas y conceptos fundamentales de la Geometría Euclidiana, debido a que su trabajo está muy alineado con el enfoque constructivista aplicado en el presente trabajo de investigación.



Fig. 6. Página para el concepto de mediatrices

Finalmente, se proponen diferentes niveles de uso de la aplicación para el aprendizaje de la Geometría desde posibles puntos de interés, diferentes niveles de formación y se generan algunos enfoques de futuros trabajos de investigación en [13].

Para una fácil distribución de la aplicación, se usó Google Play Store. Desde cualquier teléfono móvil con sistema operativo Android se abre la aplicación Google Play Store, se realiza una búsqueda de “Virtual Euclides”, se verifica que el autor de la aplicación sea *Leo CJJ* y se instala desde allí. También se puede abrir directamente el siguiente enlace, que lleva directamente a la página de instalación:

play.google.com/store/apps/details?id=co.edu.utp.virtualeuclides

Por último, el código fuente del proyecto queda disponible en la plataforma GitHub [13] para ser usado con licencia GNU (General Public License v3.0).

V. SECUENCIA DIDÁCTICA

La puesta en escena de esta secuencia didáctica requiere, además de una correcta planeación, guiar a los estudiantes durante el proceso para lograr un aprendizaje, siempre tomando un nuevo rol de guía y no de experto. Este nuevo rol del docente hace que el protagonista sea el estudiante, quien se ve enfrentado a una tecnología que lo llevará a través de nuevos conocimientos, por medio de la interacción con objetos geométricos, mientras el docente sirve de soporte para evitar que desfallezca en el intento. El detalle de la propuesta puede verse en [13].

VI. CONCLUSIONES

Se diseñó una ayuda didáctica que puede servir de modelo para la enseñanza de la Geometría, con el uso pedagógico de las TIC.

Se desarrolló una aplicación gráfica para dispositivos móviles que

permite la interacción con objetos geométricos, lectura de contenidos, de fácil instalación y uso, que es además de código abierto.

Se creó una secuencia didáctica organizada con base en las definiciones y Postulados de Euclides, siguiendo un modelo constructivista.

Se deja un punto de partida para crear una nueva línea de investigación de desarrollo de aplicaciones móviles para la enseñanza de la Matemática.

REFERENCIAS

- [1] D. A. Kolb, *Experiential learning: experience as the source of learning and development*, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, 1984.
- [2] A. Abassian, J. Bostic, S. Bush y F. Safi, «Five different perspectives on mathematical modeling in mathematics education», *Investigations in Mathematics Learning*, 2019.
- [3] A. Duru, «The experimental teaching in some of topics geometry», *Educational Research and Reviews*, 5(10), pp. 584-592, 2010.
- [4] B. Mulyono, «Traditional Teaching About Angles Compared To An Active Learning Approach That Focuses On Students Skills In Seeing, Measuring And Reasoning, Including The Use Of Dynamic Geometry Software: Differences In Achievement,», del *International Seminar and the Fourth National Conference on Mathematics Education*, Yogyakarta, 2011.
- [5] A. Conner y R. M. Zbiek, «Beyond motivation: Exploring mathematical modeling as a context for deepening students' understandings of curricular mathematics», *Educational Studies in Mathematics*, 63(1), pp. 89-112, 2006.
- [6] J. D. Godino, B. Giacomone, C. Batanero y V. Font, «Enfoque Ontosemiótico de los Conocimientos y Competencias del Profesor de Matemáticas», *Boletim de Educação Matemática*, 31(57), pp. 90-113, 2017.

[7] S. Rowlands, «A Pilot Study of a Cultural-Historical Approach to Teaching Geometry», *Science & Education*, vol. 19, pp. 55-73, 2010.

[8] N. Aydin, E. Halat y E. Jakubowski, «Reform-Based Curriculum and Motivation in Geometry», *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 4(3), pp. 285-292, 2008.

[9] H. Bortolossi, «Developing Free Computer-Based Learning Objects for High School Mathematics: Examples, Issues and Directions», de *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education*, S. J. Cho, Ed., Seoul: Springer International Publishing Switzerland, 2015, pp. 27-49.

[10] C.-H. Su, «Designing and Developing a Novel Hybrid Adaptive Learning Path Recommendation System (ALPRS) for Gamification Mathematics Geometry Course», *EURASIA Journal of Mathematics Science and Technology Education*, 13(6), pp. 2275-2298, 2017.

[11] M. Menghini, «From Practical Geometry to the Laboratory Method: The Search for an Alternative to Euclid in the History of Teaching Geometry», de *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education*, S. J. Cho, Ed., Seoul: Springer International Publishing Switzerland, 2015, pp. 561-587.

[12] E. Dale, *Audio-visual methods in teaching*, 3 ed., New York: Holt, Rinehart and Winston, 1969.

[13] L. Calderon, «github.com/leocjj/msc_thesis», 2023. [En línea]. Available: https://github.com/leocjj/msc_thesis

[14] J. Yerbes y C. L. Méndez, «El uso de las gráficas y la tecnología en el bachillerato», *ALME*, 31, pp. 1256-1262, 2018.

[15] L. Recalde Caicedo, *Lecturas de historia de las matemáticas*, 1.^a ed. Cali, Colombia: Programa Editorial Universidad del Valle, 2018. [En línea].

Disponible en: <https://programaeditorial.univalle.edu.co/gpd-lecturas-de-historia-de-las-matematicas-9789587658651-63324cb10507d.html>

Biografías

Autor 1: Leonardo Calderón Jaramillo

Maestría en Enseñanza de la Matemática, UTP (tesis pendiente de defensa); Desarrollador de Software con especialización en *Machine Learning*, Holberton School; Especialista en Gestión de Proyectos, Unilibre Cali; Ingeniero Mecatrónico UAO Cali. Senior Developer en Endava.

Áreas de investigación: desarrollo de software, álgebra lineal.

Divulgación de la ciencia en escenarios mediados por las tecnologías: El caso del podcast STEM con todos

Popular science in scenarios mediated by technologies: The case of the podcast “STEM con todos”

León-Salinas, Carlos Eduardo¹

Resumen

Este proyecto de investigación comenzó como una iniciativa alrededor de la difusión de los proyectos científicos adelantados por un semillero de investigación escolar, con estudiantes de población vulnerable en la ciudad de Bogotá, Colombia. Con el avance tecnológico y el acceso generalizado a internet, se han desarrollado múltiples herramientas y plataformas que permiten la difusión de información científica y matemática, de manera más accesible y atractiva para diferentes audiencias, en este caso, se realizará un análisis del discurso del podcast STEM con todos, desarrollado por dos niñas del semillero y que lleva 45 episodios producidos por la emisora Radioamiga Internacional. El objetivo es analizar los elementos discursivos que permiten un acercamiento al conocimiento científico a través de la radio. De esta manera, se pretende tener un mayor impacto en la audiencia juvenil e involucra la herramienta dentro de ejercicios del aula.

Palabras clave: divulgación científica, podcast, tecnología, análisis del discurso.

1 Universidad La Gran Colombia; código ORCID 0000-0002-5220-1635. Contacto: carlos.leon@ugc.edu.co.

Abstract

This research project began as an initiative around the popular science projects carried out by a school research seedbed with students from vulnerable populations in the city of Bogotá, Colombia. With technological advances and widespread access to the internet, multiple tools and platforms have been developed that allow the dissemination of scientific and mathematical information in a more accessible and attractive way for different audiences, in this case, a discourse analysis of the podcast “STEM con todos” developed by two girls from the seedbed and which has 45 episodes produced by the international Radio Amiga station. The objective is to analyze the discursive elements that allow an approach to scientific knowledge through the radio. In this way, it is intended to have a greater impact on the youth audience and involves the tool within classroom exercises.

Keywords: popular science, podcast, technology, discourse analysis.

I. INTRODUCCIÓN

En la actualidad, la divulgación del conocimiento científico y matemático se ha convertido en una prioridad en el campo de la educación. La creciente disponibilidad de tecnologías de la información y la comunicación ha brindado nuevas oportunidades para difundir este conocimiento de manera accesible, interactiva y atractiva. Sin embargo, es necesario investigar cómo se está llevando a cabo esta divulgación en los escenarios mediados por las tecnologías y evaluar su efectividad y alcance.

Según Martínez, Gómez y Sánchez: “la divulgación del conocimiento científico y matemático a través de las tecnologías puede ser una estrategia efectiva para llegar a una audiencia más amplia y diversa, fomentando la comprensión y el interés en estas disciplinas” [1, p. 45]. No obstante, a pesar de las numerosas herramientas y plataformas disponibles, se requiere una evaluación exhaustiva de su impacto y eficacia.

Hernández y López argumentan que “la falta de investigaciones sobre la divulgación del conocimiento científico y matemático en entornos tecnológicos dificulta el avance en la comprensión de cómo estas prácticas pueden influir en el aprendizaje y el interés de las personas” [2, p. 78]. Es fundamental investigar y analizar las estrategias utilizadas en la divulgación en línea y cómo estas afectan la adquisición y el desarrollo de habilidades científicas y matemáticas.

Además, es importante considerar cómo estas prácticas de divulgación pueden abordar las barreras existentes en la enseñanza y el aprendizaje de la ciencia y las matemáticas. Según Gutiérrez y Torres, “el acceso limitado a recursos educativos de calidad, la falta de motivación y la brecha digital son obstáculos que dificultan el aprendizaje y la comprensión de estas disciplinas” [3, p. 112]. Por lo tanto, se requiere una investigación que examine cómo las tecnologías pueden superar estas barreras y facilitar el acceso equitativo al conocimiento científico y matemático.

Por esta razón, se determinó analizar el podcast STEM con todos, de la emisora universitaria Radioamiga internacional. Este podcast nace como una alternativa para la divulgación de los resultados de los proyectos de investigación escolar del semillero Mathema Kids, que por más de seis años adelantan iniciativas de trabajo bajo el enfoque STEM. El objetivo inicial es analizar, en este producto de difusión, los elementos que permiten un impacto en la popularización de la ciencia en jóvenes y buscar involucrarlo de forma natural en experiencias de aula.

II. DESARROLLO DEL PROYECTO

Este proyecto de investigación se basará en un enfoque mixto, que combinará métodos cualitativos y cuantitativos, para obtener una comprensión integral de la divulgación del conocimiento científico y matemático en escenarios mediados por las tecnologías. A continuación, se describe la metodología general que se seguirá en este proyecto:

Diseño de investigación: se utilizará un diseño de investigación exploratoria y descriptiva. El enfoque exploratorio permitirá explorar y comprender las prácticas actuales de divulgación del conocimiento científico y matemático, mientras que el enfoque descriptivo permitirá describir y analizar los factores relacionados con la efectividad y el alcance de estas prácticas, a través del podcast STEM con todos.

Se utilizará la teoría de análisis del discurso de Van Dijk y se establecerán las siguientes fases:

- Contextualización: se describirán los intereses y el entorno de las estudiantes que presentan el podcast, así como la metodología que utilizan para la realización de cada episodio. Esto se hará a través de entrevistas semiestructuradas a cada una.
- Identificación de estructuras textuales: se estudiarán los mensajes y discursos presentes en las distintas sesiones del podcast, en especial en las , las cuales recogen sus opiniones frente a los temas de cada programa.

- Análisis de macroestructuras y microestructuras: se estudiarán las preguntas que realizan, las analogías y los ejemplos que proponen en cada episodio.
- Análisis de estrategias discursivas: analizar las experiencias personales que utilizan para explicar sus interrogantes, así como ejemplos de su vida cotidiana.
- Reflexión y conclusiones: el análisis del discurso revela cómo el podcast utiliza estrategias discursivas para construir significado y poder al mostrar que el interés por la ciencia. A través de ejemplos accesibles y de la experiencia de cada uno de los invitados, las presentadoras buscan empoderar a otros jóvenes para involucrarse en la ciencia.

Para estos análisis se utilizará el software Atlas TI, en la construcción de redes semánticas que describan las estructuras textuales, así como parte de los análisis de las macro y micro estructuras presentes en los episodios del podcast.

CONCLUSIONES

Las primeras conclusiones se establecen a partir de una revisión actualizada acerca de la presencia de la divulgación científica en medios digitales, los cuales han tenido un auge a partir de la pandemia. El conocimiento científico se ha hecho popular a partir de los nuevos hallazgos relacionados con la astronomía y lo vivido con el Covid-19. Algunos temas de la actualidad, como la inteligencia artificial, van impactando en los gustos de los jóvenes y se convierte en un tema de bastante interés para ser promulgado.

La divulgación del conocimiento científico y matemático, a través de tecnologías, puede mejorar la calidad y el alcance de la educación. Al desarrollar y promover estrategias efectivas de divulgación, se pueden despertar el interés y la curiosidad de los estudiantes, fomentar su participación activa y mejorar su comprensión de conceptos científicos y

matemáticos. Esto puede llevar a un mayor éxito académico y al desarrollo de habilidades y competencias relevantes para el siglo XXI.

La divulgación científica contribuye a una ciudadanía informada y crítica. Al proporcionar acceso a información confiable y comprensible sobre temas científicos, a través de tecnologías, se promueve la toma de decisiones fundamentadas y se fomenta una colaboración en asuntos relacionados con la ciencia, la tecnología y el desarrollo sostenible. Esto puede fortalecer la cultura científica y matemática de la sociedad en general, promoviendo la alfabetización científica y el pensamiento crítico.

Las tecnologías pueden ayudar a superar barreras geográficas, económicas y culturales en la divulgación del conocimiento científico. Al utilizar plataformas en línea, aplicaciones móviles y recursos digitales, se puede ampliar el acceso a la divulgación a personas de diferentes regiones y contextos socioeconómicos. Esto contribuye a reducir la brecha digital y promueve la equidad en la educación, brindando oportunidades de aprendizaje más igualitarias y accesibles para todos.

El proyecto puede generar nuevos conocimientos y perspectivas en el campo de la divulgación del conocimiento científico, mediada por tecnologías. Los resultados de la investigación pueden proporcionar *insights* sobre las mejores prácticas, las estrategias más efectivas y las tecnologías más adecuadas para la divulgación. Estos hallazgos pueden servir como base para futuras investigaciones y contribuir al avance de la divulgación científica en la era digital.

Es importante relacionar el impacto que ha tenido el podcast a través de su audiencia, la cual se puede medir mediante las plataformas donde se ubican los episodios, así como su popularización en eventos académicos, en donde se ha discutido su carácter divulgativo y su pertinencia en el escenario escolar.

Se podrá describir el tránsito que se ha dado entre las dos presentadoras iniciales y las que las han reemplazado por cuestiones de edad. Esto quedará

registrado en los alcances del proyecto, al hacer un comparativo entre los dos grupos de estudiantes.

REFERENCIAS

[1] A. Martínez, B. Gómez & C. Sánchez, “Divulgación científica en entornos digitales: oportunidades y desafíos”, *Revista de Investigación Educativa*, 36(1), pp. 43-59, 2018.

[2] R. Hernández & J. López, “La divulgación del conocimiento científico y matemático a través de la tecnología: un enfoque pedagógico”, *Revista de Estudios Sociales y Humanidades*, 30(2), pp. 75-92, 2020.

[3] M. Gutiérrez & E. Torres, “Superando barreras en la divulgación del conocimiento científico y matemático: el papel de las tecnologías educativas”, *Revista de Educación*, 42(3), pp. 109-125, 2019.

[4] L. Rodríguez & F. Díaz, “Calidad y confiabilidad de la información científica y matemática en entornos tecnológicos”, *Investigación en Educación Matemática*, 17(2), pp. 245-260, 2017.

Biografías

Autor 1: Carlos Eduardo León Salinas

Candidato a Doctor en Educación Matemática del Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional de México; magíster en Docencia de las Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional; Especialista en Pedagogía y Docencia Universitaria de la Universidad La Gran Colombia; Licenciado en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional. Estancias de investigación en Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional en México. Inmersión científica en el Kennedy Space Center de la NASA. Profesor de matemáticas a nivel secundario, universitario y de posgrados. Par académico del Ministerio de

Educación Nacional y autor de textos a nivel escolar y de investigación. Actualmente miembro de la Sociedad Colombiana de Matemáticas, La Asociación Colombiana para el Avance de la Ciencia (ACAC) y del Comité Latinoamérica de Matemática Educativa (CLAME). Profesor e investigador de la Universidad La Gran Colombia desde el 2010, adscrito al grupo Pedagogía y Educa Áreas de investigación: Educación Matemática, educación STEM, Divulgación de la ciencia.

Incidencia de un juego digital en el aprendizaje del proceso de la síntesis de proteínas en estudiantes de educación básica secundaria*

Incidence of a digital game in learning the process of protein synthesis in basic secondary education students

*Castañeda-Quiceno, Cristian Camilo¹, Piedrabita-Ospina,
Alberto Alejandro²*

Resumen

El presente trabajo propone aprovechar los beneficios que han tenido las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) en este siglo y fomentarlas en la escuela, enfocándose específicamente en el desarrollo e implementación de un juego digital con referencia a la síntesis de proteínas. El aprendizaje basado en juegos digitales [1] permite mejorar las competencias en ciencias naturales, por medio de la motivación, el autoaprendizaje del estudiante y el trabajo en equipo. El propósito del trabajo es analizar la incidencia de un juego digital de síntesis de proteínas en el desarrollo de competencias de ciencias naturales, de los estudiantes del grado octavo del Colegio Tercer Milenio, ubicado en Caldas, Antioquia.

Palabras clave: enseñanza de la ciencia, síntesis de proteínas, aprendizaje basado en juegos digitales.

Abstract

This paper proposes to take advantage of the benefits that information and communication technologies (ICT) have had in this century and promote it in schools, specifically focusing on the development and implementation of a digital game with reference to protein synthesis. Learning based on digital games [1] allows improving skills in natural sciences, through motivation, student self-learning and teamwork. The purpose of the work is to analyze the incidence of a digital protein synthesis game in the development of natural science skills of the eighth-grade students of the Tercer Milenio School located in Caldas-Antioquia.

Keywords: science teaching, protein synthesis, learning based on digital games.

I. INTRODUCCIÓN

En las investigaciones revisadas, se observa que la enseñanza de las ciencias naturales ha sido conductista, además, pensada desde el paradigma de un conocimiento acabado [1], [6]. Como afirma [8] esta enseñanza ya no cumple con las expectativas de este tiempo, donde se ha generado una revolución educativa.

De este modo, respecto a la enseñanza de las ciencias naturales se advierte sobre la importancia de cambiar el aprendizaje como se ha venido dando [5] y [2] afirman que la enseñanza tradicional sirve para darle una información al estudiante que le permita presentar una prueba. Este tipo de enseñanza carece de cuestionamiento respecto a la propia práctica de enseñanza y se convierte en una idea de ciencias que no genera un enfoque significativo. Por lo tanto, el maestro no debe comunicar conocimientos acabados a sus estudiantes, sino plantear tareas que les interesen y conduzcan a la búsqueda de medios para solucionar problemas [9].

De acuerdo con lo anterior, una de las alternativas para no repetir las formas en las que tradicionalmente han sido enseñadas las ciencias naturales en la escuela es aquella que despierte la curiosidad y la motivación por aprender [1], [3], [8], [10], [13], al igual que experimentar, ya que permiten desarrollar las competencias del conocimiento científico.

En este sentido, el objetivo general que guía esta investigación es analizar la incidencia de un juego digital en el aprendizaje del proceso de la síntesis de proteínas, en estudiantes de educación básica secundaria, a través de la revisión bibliográfica, el diseño de un videojuego, su aplicación y posterior análisis de categorías, apoyado en el aprendizaje basado en videojuegos de Marc Prensky.

II. DESARROLLO DEL DOCUMENTO

Metodología

Esta propuesta metodológica tiene como objetivo describir la incidencia de un proceso de aprendizaje en síntesis de proteínas, con estudiantes del grado octavo del Colegio Tercer Milenio, con el diseño y aplicación del videojuego DarkVirus. En la investigación realizada sobre publicaciones y producción académica relacionada con este tema, se han encontrado pruebas de cómo los videojuegos pueden favorecer el aprendizaje mediante la motivación.

Paradigma de investigación interpretativo

Esta investigación se enmarcará en un paradigma hermenéutico-interpretativo, basado en la definición de [13], quien afirma que la realidad se construye en la experiencia de cada sujeto, además, las construcciones no se categorizan como verdaderas en un sentido absoluto.

Enfoque cualitativo

El enfoque que se adopta en esta investigación será cualitativo, el cual, como lo define [14], se centra en la descripción, comprensión e interpretación de los significados que las personas involucradas dan a sus propias acciones. Por otro lado, no permite la generalización de resultados, ya que cada persona involucrada en la investigación se limita a un tiempo y a un espacio. Los hechos de la investigación se manifestarán como determinación de múltiples factores, entre ellos, el contexto, la población

y los ejes temáticos que se trabajan, como las emociones, experiencias e intereses.

Población

El grupo de participantes estuvo compuesto por cinco estudiantes del grado octavo del Colegio Tercer Milenio, ubicado en el municipio de Caldas, Antioquia. Se decidió trabajar con este grupo debido a que son estudiantes que aún no han visto, desde el área de ciencias naturales, ejes temáticos referentes a la síntesis de proteínas. La selección se realizó al azar.

El videojuego DarkVirus, aplicado por los estudiantes, se enfoca en el desarrollo del aprendizaje de la síntesis de proteínas. Se realizaron tres sesiones, con duración de dos horas cada una. Los estudiantes son jóvenes entre 13 y 14 años, dos mujeres y tres hombres. Todos residen en el municipio de Caldas, Antioquia, su jornada académica es de 6:55 a. m. a 2:30 p. m. Tenían grandes expectativas por la investigación, luego de que se les entregó el consentimiento informado para ser diligenciado por sus acudientes. En cuanto a su conocimiento en ejes temáticos de las ciencias naturales, manifestaron en la entrevista inicial tener los conceptos básicos claros, les gustan los videojuegos de aventura y en línea.

Métodos de recolección de información

Se utilizaron técnicas específicas para recopilar la información necesaria, centrándose en interacciones que tuvieron los estudiantes en cada sesión.

Como técnica se plantea, en primer lugar, la entrevista, la cual es una conversación entre dos personas, un entrevistador y un entrevistado, en esta interacción existe un diálogo con pautas acordadas previamente y un proceso de acción recíproco. A través de la entrevista obtenemos toda aquella información que no es posible adquirir con la observación, permitiendo conocer del caso sus ideas, creencias y conocimientos [15], [16].

Como instrumento de la entrevista, se plantean una serie de preguntas abiertas, ya que permite flexibilizar los procedimientos y evitar la estandarización [17].

Se utilizó la técnica de observación participante para describir cómo esta propuesta formativa, la cual está sustentada en el aprendizaje basado en videojuegos, incide en el aprendizaje de los estudiantes sobre la síntesis de proteínas. La observación se define como el meticuloso análisis y registro metódico de los sucesos, conductas y objetos presentes en el contexto social bajo estudio [18]. Esta investigación aprovechó la observación para examinar tanto las expresiones verbales (escritas y orales) como las no verbales (gestuales, emocionales, sentimentales, etc.) y para analizar la interacción de los participantes, comprender su comunicación entre ellos y revisar el uso del tiempo en actividades específicas. La observación participante permitió que el investigador se integrara e involucrara naturalmente en los procesos en los que participaban los estudiantes, sin afectar lo observado con su presencia [19].

A partir de lo observado en las sesiones sincrónicas, las grabaciones y las conversaciones con los estudiantes durante las entrevistas y el análisis de la aplicación del juego, se realizaron descripciones y reflexiones sobre estas categorías.

Unidades de análisis, categorías o variables

Las categorías analizadas son motivación [20], aprendizaje [21] y trabajo en equipo mediado por TIC [22].

Diseño del videojuego

El videojuego Darkvirus fue diseñado en Unreal Engine 5.1, un motor de videojuego con lenguaje C++. Las organelas celulares se diseñaron en Blender, programa de software libre para el diseño de modelos 3D.

REGISTRO FOTOGRÁFICO



Figura 1. Entrevista y encuesta.



Figura 2. Aplicación del juego DarkVirus.

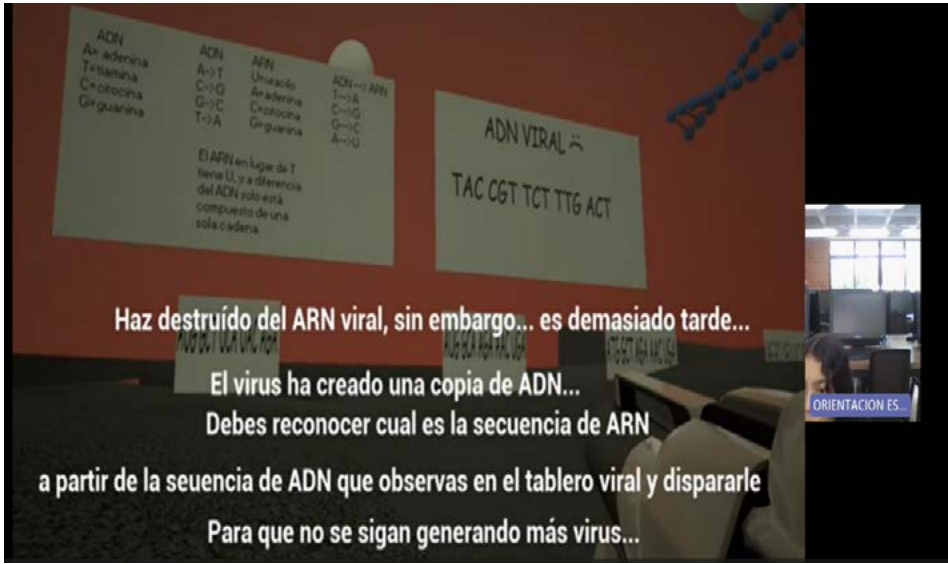


Figura 3. Captura del juego digital.



Figura 4. Captura del juego digital.

III. CONCLUSIONES

La investigación realizada con estudiantes del grado octavo en el Colegio Tercer Milenio permite volver sobre la pregunta de investigación planteada al inicio del presente trabajo, y es que después de aplicado el videojuego es oportuno citar a [23] cuando plantea que se evidenció que estos (los videojuegos) ayudan a desarrollar y potenciar la competencia digital, incentivan la mentalidad multitarea y promueven la comunicación e intercambio cooperativo cuando se aplican juegos en red. En este sentido, se habla de una incidencia que aporta distintos elementos en la enseñanza de las ciencias naturales en la educación secundaria.

Si se retoman, por ejemplo, los cuestionarios y entrevistas finales con relación a las realizadas antes de la implementación del videojuego, se encontró que los estudiantes tenían mucho más claros conceptos como ARN, ADN, proteínas, aminoácidos, virus y forma de reproducción de un virus.

Todo lo anterior refleja, entonces, que la aplicación de videojuegos en la educación básica secundaria, en el área de ciencias naturales, contribuye al aprendizaje significativo, ya que este, como lo planteó [24], busca la comprensión profunda y duradera de la información y, teniendo en cuenta que esto beneficia directamente al estudiante en su proceso de aprendizaje, es oportuno resaltar también que esta estrategia didáctica beneficia al docente en su labor de enseñanza, ya que le permite presentar diferentes propuestas a los estudiantes, las cuales contribuyen a lo que él o ella busca llevar al aula, generando un interés diferente en los estudiantes al flexibilizar sus métodos de enseñanza.

Como lo plantea Obando Londoño, “traer elementos del juego a las clases, jugar videojuegos, enseñar contenidos a través de juegos digitales influyen en la motivación de los estudiantes” [40, p.132], y si esto se confronta con lo llevado a la práctica en la presente investigación, es menester mencionar que efectivamente se evidenció cuando los estudiantes, según lo propuesto por [20], pudieron permanecer durante cierto tiempo

voluntariamente haciendo una acción -jugando el videojuego en este caso- y con esto pudieron también fortalecer conceptos que ya se habían visto en clase -y que se mencionaron anteriormente- y otros que aprendieron y conocieron jugando el videojuego.

Se puede afirmar que el ABV contribuye de manera eficaz al aprendizaje significativo, porque aporta de modo similar a la autorregulación, a la motivación en el estudiantado y al trabajo en equipo, ya que en el juego mismo pudieron interactuar con sus compañeros y dialogar y compartir la manera de alcanzar los objetivos propuestos.

El aprendizaje de la síntesis de proteínas efectivamente se puede dar a partir de un juego digital, pero no solo este contenido se puede llevar al aula de esta manera, sino cualquier otro contenido teniendo siempre presente la creatividad del docente, pero también el contexto en el cual este se lleve a cabo, los estudiantes con los cuales se esté trabajando y las distintas dinámicas que se presenten en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Así mismo, el ABV se puede implementar no solo desde el área de ciencias naturales sino también en otras áreas del conocimiento, y así contribuir con estrategias didácticas alternativas en esas otras áreas que a su vez podrían presentar otros beneficios dependiendo del área específica en la cual este se lleve a cabo.

Finalmente, tal como lo expresa [25] citando a [23], los videojuegos ayudan a desarrollar y potenciar la competencia digital, incentivan la mentalidad multitarea y promueven la comunicación e intercambio cooperativo cuando se aplican juegos en red, es por esto que, en el campo de la didáctica y la innovación en educación, es una propuesta en la que falta seguir investigando y que promete muchos resultados dentro de la educación en básica secundaria.

REFERENCIAS

- [1] M. Prensky, *Digital game-based learning*. New York: McGraw-Hill, 2001.
- [2] V. López Simó y J. Domènech-Casal, «Juegos y gamificación en las clases de ciencia: ¿una oportunidad para hacer mejor clase o para hacer mejor ciencia?», *Rev. Eletrônica Ludus Sci.*, vol. 2, n.º 1, sep. 2018, doi: 10.30691/relus.v2i1.1059.
- [3] R. Ocón, Galilea, «La gamificación en educación y su trasfondo pedagógico», *Revista Electrónica de Educación*, 2017, p. 10. [En línea]. Disponible en: <https://webs.ucm.es/BUCM/revcul/e-learning-innova/187/art2664.pdf>
- [4] M. A. Ramly, «'PROTEIN SYNTHESIS GAME': UTILIZING GAME-BASED APPROACH FOR IMPROVING COMMUNICATIVE SKILLS IN A-LEVELS BIOLOGY CLASS», p. 12, 2017.
- [5] N. Sanmartí, M. zquierdo, y P. García, «Habla y escribir una condición necesaria para aprender ciencias», vol. 281, p. 5, 1999.
- [6] J. Solbes, «El desinterés del alumnado hacia el aprendizaje de la ciencia: implicaciones en su enseñanza», p. 27, 2007.
- [7] J. Solbes, «¿Por qué disminuye el alumnado de ciencias?», p. 9, 2011.
- [8] M. A. Gómez Díaz, «El ABP Mediado Por Tic Para Facilitar El Aprendizaje De», 2018.
- [9] C. González-González y F. Blanco-Izquierdo, «Designing social videogames for educational uses», *Comput. Educ.*, vol. 58, n.º 1, pp. 250-262, ene. 2012, doi: 10.1016/j.compedu.2011.08.014.

- [10] V. Marín-Díaz, B. E. Sampedro-Requena, y M. López-Pérez, «Students' perceptions about the use the videogames in secondary education», *Educ. Inf. Technol.*, vol. 25, n.º 4, pp. 3251-3273, jul. 2020, doi: 10.1007/s10639-020-10122-6.
- [11] J. Pontes, «La realidad aumentada y lo lúdico en la enseñanza de la estructura celular», vol. 24, p. 14, 2020.
- [12] E. R. Quispe Ramos, «Didáctica en la enseñanza de la Biología Celular en estudiantes preuniversitarios», vol. 1, n.º 3, p. 20, 2020.
- [13] J. González Monteagudo, «El paradigma interpretativo en la investigación social y educativa: nuevas respuestas para viejos interrogantes.», *Cuest. Pedagógicas*, n.º 15, pp. 227-246, 2001.
- [14] J. Rodríguez Sosa, «Paradigmas, enfoques y métodos en la investigación educativa.», vol. 7, n.º 12, pp. 23-40, 2003.
- [15] R. Hernández Sampieri y C. Fernández Collado, «Qatar gf flauta ssl», México D.F., 2014.
- [16] H. Cerda, «Medios, Instrumentos, Técnicas y Métodos en la Recolección de Datos e Información», en *DIRECCIÓN DE INVESTIGACIONES Y POSTGRADO*, El Buho., 1991.
- [17] R. Stake, *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Ediciones Morata, 1999.
- [18] C. Marshall y G. Rossman, *Designing Qualitative Research*, Sage publications. 2014.
- [19] J. Padua, «Técnicas de investigación aplicadas a las ciencias sociales. México: COLMEX/FCE.»

[20] J. A. Huertas, «MOTIVACIÓN Querer aprender», *Libro Ed. Argent.*, 1997.

[21] D. Ausubel, Novak, J, y H. Hanesian, «Significado y aprendizaje significativo.», 1976.

[22] J. J. Lee y J. Hammer, «Gamification in Education: What, How, Why Bother?», 2011.

[23] F. Posada Prieto, «Gamificación educativa». 2013.

[24] D. P. Ausubel, «The use of advance organizers in the learning and retention of meaningful verbal material.», *J. Educ. Psychol.*, vol. 51, n.º 5, pp. 267-272, oct. 1960, doi: 10.1037/h0046669.

[25] N. I. Obando Londoño, «La creación de videojuegos y su incidencia en la escritura narrativa en la educación superior», 2022.

Desarrollo del pensamiento espacial en estudiantes de grado 6° a 9°, a través de resolución de problemas haciendo uso del ajedrez como fuente motivacional de aprendizaje¹

Development of spatial thinking in students from 6th to 9th grade through problem solving using chess as a motivational source of learning

García-Velasco, Freddy Andrés²

Resumen

Este trabajo pretende contribuir al fortalecimiento de procesos asociados al pensamiento espacial, en estudiantes de grado 6° a 9° de la Institución Educativa Antonio Nariño, ubicada en el área rural del municipio de Filadelfia, Caldas, a partir del diseño e implementación de actividades de aprendizaje basadas en el enfoque de la resolución de problemas, en el contexto del ajedrez. El trabajo se enmarca en el paradigma naturalista, con enfoque cualitativo y de carácter descriptivo, cuyo diseño metodológico se enmarca en la teoría basada en el diseño que se dinamiza a partir de la aplicación de 4 tipos de talleres denominados: de familiarización, de diagnóstico, de avance y final. Dentro de los resultados obtenidos, se destacan los siguientes: permitir a los estudiantes obtener conclusiones a partir de las representaciones de los objetos, sus relaciones y/o transformaciones, mediante la identificación de relaciones y propiedades de la diferenciación

1 Trabajo final de maestría presentado como requisito parcial para optar al título de: Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales.

2 Universidad Nacional de Colombia. Sede Manizales.

Contacto: frgarcia@unal.edu.co. ORCID: 0009-0001-1163-0951

entre un dibujo y objeto geométrico; reconocer condiciones y propiedades de las figuras en la solución de problemas, desarrollar la capacidad de argumentar con razones fundadas acerca de una propiedad, relación o situación, dando significado a los conceptos y procedimientos; comunicar los resultados de sus indagaciones, identificar el arrastre como herramienta de validación de los procedimientos realizados en la construcción dentro de los entornos de geometría dinámica y describir la actividad de construcción, denominando propiedades y características geométricas, el diseño de construcciones complejas, entre otros.

Palabras clave: pensamiento espacial, resolución de problemas, geometría dinámica.

Abstract

This work aims to contribute to the strengthening of processes associated with spatial thinking in students from 6th to 9th grade of the Educational Institution Antonio Nariño located in the rural area of the municipality of Filadelfia (Caldas), from the design and implementation of learning activities based on the approach of problem solving in the context of chess. The work is framed in the naturalistic paradigm, with a qualitative and descriptive approach, whose methodological design is framed in the theory based on the design that is dynamized from the application of 4 types of workshops called: familiarization, diagnosis, progress and final. Among the results obtained, the following stand out: Enable students to draw conclusions from the representations of objects, their relationships and/or transformations by identifying relationships and properties of the differentiation between a drawing and geometric object, recognize conditions and properties of figures in problem solving, develop the ability to argue with well-founded reasons about a property, identify dragging as a tool for validation of the procedures performed in construction within dynamic geometry environments and describe the construction activity by naming geometric properties and characteristics, the design of complex constructions, among others.

Keywords: spatial thinking, problem solving, dynamic geometry.

I. INTRODUCCIÓN

En los entornos escolares, las matemáticas se perciben como una materia densa, complicada, que genera apatía por parte de la mayoría de los estudiantes, esta situación se complica cuando el aula de clase se encuentra con docentes desinteresados y poco apasionados por la enseñanza de la ciencia. Este trabajo procura, a partir de la metodología basada en diseño, proponer un enfoque transformador de la enseñanza y el aprendizaje de la geometría, que tenga como punto de partida una fuente motivacional para estudiantes y docentes. En este trabajo se unen: las matemáticas, en particular la geometría, el deseo de enseñar y de aprender, y el juego de los reyes, mejor, el rey de los juegos: el ajedrez.

Igualmente, se pretende aportar al cumplimiento de una de las directrices expuestas en los lineamientos curriculares de matemáticas, donde se expresa que: “El aprendizaje de las matemáticas debe posibilitar al alumno la aplicación de sus conocimientos fuera del ámbito escolar, donde debe tomar decisiones, enfrentarse y adaptarse a situaciones nuevas, exponer sus opiniones y ser receptivo a las de los demás” [1, p. 18]. Se identifica aquí la importancia de ampliar el conocimiento fuera del contexto escolar, lo que abre un campo de posibilidades, entre ellas el uso del tiempo libre en el marco del deporte y, especialmente, el uso del juego como estrategia de mediación cognitiva.

A partir de lo anterior, se propone este trabajo titulado: Desarrollo del pensamiento espacial en estudiantes de grado 6° a 9°, a través de resolución de problemas haciendo uso del ajedrez como fuente motivacional de aprendizaje, en el cual se desarrolla una secuencia de actividades basadas en el enfoque de resolución de problemas.

II. DESARROLLO DEL DOCUMENTO

El presente trabajo se desarrolla dentro del paradigma naturalista, es de enfoque cualitativo, ya que se considera desarrollar preguntas antes, durante y después del proceso de recolección de datos [3], esto, a partir

de la teoría basada en diseño que se implementará a lo largo de este ejercicio investigativo, el cual pretende plantear diferentes actividades a los estudiantes y, a partir de los resultados obtenidos, reconstruir las actividades futuras que finalmente den cuenta de los esfuerzos para mejorar el aprendizaje y avanzar en la construcción de teorías sobre el aprendizaje y la enseñanza en ambientes complejos [2].

Para la implementación de las actividades de aprendizaje, se plantea la realización de 4 tipos de talleres de trabajo con los estudiantes: talleres de familiarización, taller diagnóstico, talleres de avance y un taller final de profundización.

El taller de familiarización con GeoGebra tuvo como objetivo acercar a los estudiantes al manejo del software de geometría dinámica, necesario para solucionar las situaciones planteadas en el taller diagnóstico, los talleres de avance y de profundización.

Este taller incluyó varios aspectos de carácter motivacional, se realizó un taller en donde los estudiantes participaban activamente, preguntaban por el origen del juego del ajedrez, repasaron en conjunto con el docente las principales reglas del juego haciendo uso de la tecnología, además de relatar sus experiencias este juego.

El taller diagnóstico fue abordado inicialmente por los estudiantes con curiosidad, ya que debían realizar un análisis del tablero de ajedrez y su relación con los objetos geométricos que pudieran identificar, a partir de una propuesta de construcción y problematización de la misma en GeoGebra. Las sensaciones fueron gratas a nivel general, debido a la buena disposición que manifestaron la mayoría de los estudiantes durante la prueba.

Durante el desarrollo de este taller se logró identificar que los estudiantes tenían buena disposición y curiosidad por abordar la situación problema. En todo momento se procuró que las actividades fueran retadoras, animando a los jóvenes y motivándolos con frases como: “para ganar en una partida de ajedrez, todo el tiempo debes estar atento, concentrado y lo

más importante, ¿debes solucionar siempre problemas!”. La transformación geométrica, abordada para describir los avances y las dificultades en los procesos del pensamiento espacial, fue la traslación.

El abordaje del segundo taller de avance por parte de los estudiantes presentó un gran interés, debido al uso del juego del ajedrez en cada uno de los talleres anteriores, querían resolver otro problema, aunque se encontraron con un mayor nivel de complejidad en las situaciones planteadas que tenían como objetivo abordar las propiedades de la transformación geométrica “homotecia” (ver Figura 1). El caballo del ajedrez resulta una pieza atractiva para los jóvenes. Se problematizó la construcción proponiendo a los estudiantes la elaboración de un diseño amplificado de una pieza de ajedrez.

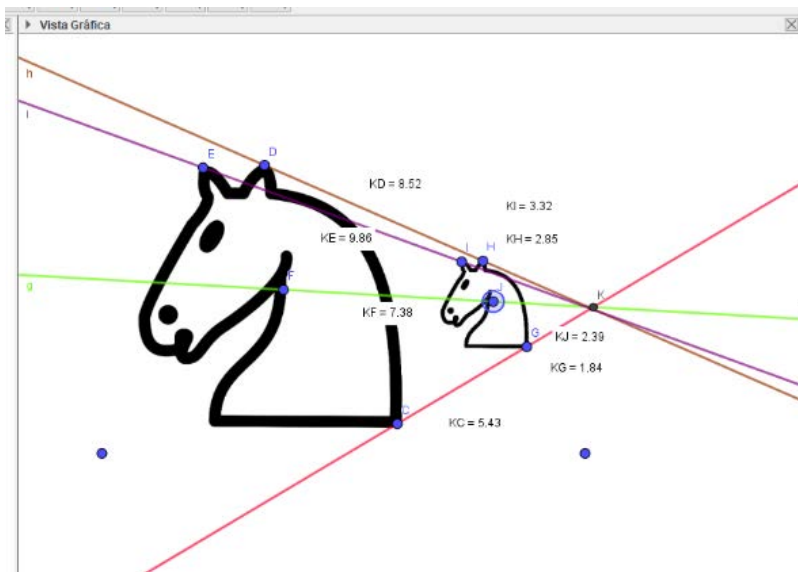


Figura 1. Homotecia del caballo de ajedrez.

Fuente: Elaboración de estudiante.

El taller de profundización se construyó a partir de los hallazgos en los talleres de diagnóstico y de avance. Se incrementó el nivel de complejidad haciendo uso de las teselaciones, los estudiantes debían diseñar estrategias, de manera individual, en el uso de las transformaciones geométricas en la construcción de un tablero hexagonal de ajedrez (ver Figura 2).

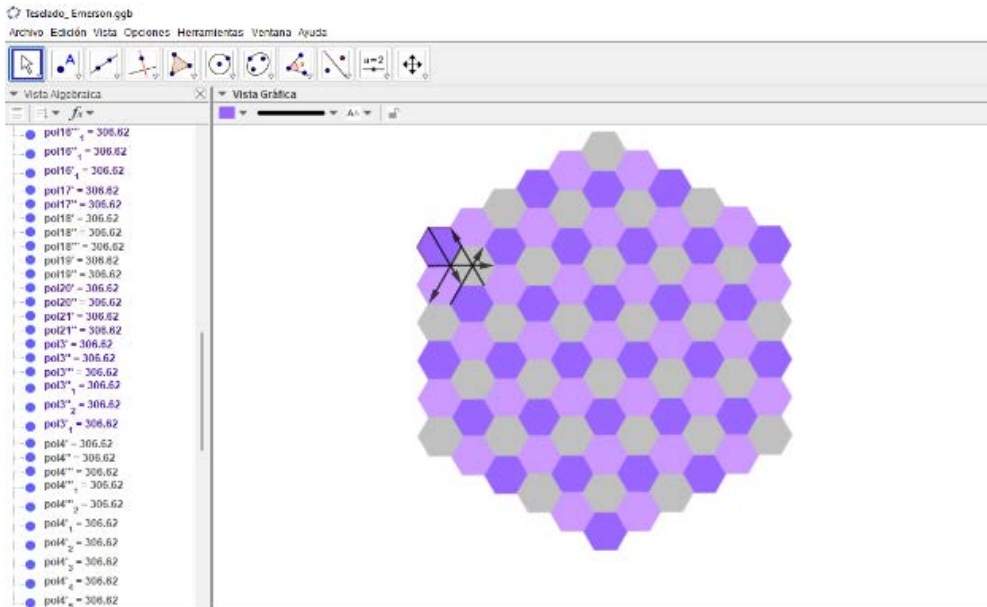


Fig. 2. Teselado del ajedrez de Glinski usando transformaciones geométricas

Fuente: Elaboración de estudiante.

III. CONCLUSIONES

El trabajo contribuyó al logro de los objetivos propuestos, particularmente en lo relacionado al fortalecimiento de los procesos asociados al pensamiento espacial, en la que tuvo especial relevancia el uso de instrumentos de mediación como el ajedrez y las herramientas digitales, en el marco de la resolución de problemas y el desarrollo de pensamiento matemático.

En relación con el proceso de visualización, se resaltan los avances en la identificación de relaciones y propiedades, la diferenciación entre un dibujo y objeto geométrico, la obtención de conclusiones a partir de las representaciones de los objetos, sus relaciones y/o transformaciones, además de reconocer parcialmente condiciones y propiedades de las figuras en la solución de problemas.

Dentro de los avances en el proceso de razonamiento, se resalta la capacidad de argumentar con razones fundadas acerca de una propiedad, relación o situación, dando significado a los conceptos y procedimientos, además de comunicar parcialmente los resultados de sus indagaciones.

En torno a la construcción, identifican el arrastre como herramienta de validación de los procedimientos realizados en la construcción, dentro de los entornos de geometría dinámica, y describen parcialmente la actividad de construcción denominando propiedades y características geométricas. Se logra un avance parcial en torno al uso de GeoGebra en construcciones complejas.

A partir de la observación en el aula, las evidencias y la producción escrita de los estudiantes, puede identificarse un acercamiento de los jóvenes hacia las matemáticas, en este caso hacia la geometría.

Los estudiantes, inicialmente, no veían alguna relación entre el ajedrez y el aprendizaje de la geometría, el uso del juego como fuente motivacional de aprendizaje fue fundamental para crear interés por la resolución de los problemas.

Al comienzo, los estudiantes manifestaron poco desarrollo de los procesos asociados al pensamiento espacial, al finalizar los talleres su léxico y reconocimiento de patrones asociados a estos procesos fue evidente.

Las actividades con enfoque de resolución de problemas dejaron ver tres cuestiones: la maravillosa oportunidad de enseñanza en la clase de matemáticas para construir aprendizajes significativos por parte de los estudiantes; la necesidad de enfocar los procesos de enseñanza y aprendizaje a partir de los procesos asociados a los pensamientos matemáticos, asunto estipulado en los lineamientos curriculares que hoy siguen en el olvido en la mayoría de las instituciones educativas (he aquí una necesidad absoluta de transformar el currículo); y la enseñanza de la geometría desde esta perspectiva, que se caracteriza por ser original, creativa y llamativa para los

estudiantes. Los jóvenes del club de ajedrez, hasta el día de hoy, creyeron que la geometría se basaba sólo en formulas y figuras estáticas.

REFERENCIAS

[1] Ministerio de Educación Nacional (MEN), *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*, Bogotá: Editorial Magisterio, 1998.

[2] Design-Based Research Collective, “Design-based research: An emerging paradigm for educational inquiry”, *Educational Researcher*, 32(1), pp. 5-8, 2003. <http://www.designbasedresearch.org/reppubs/DBRC2003.pdf>

[3] R. Hernández Sampieri, C. Fernández Collado y M. P. Baptista Lucio, *Metodología de la Investigación* (6.^a ed.), México D.F: McGraw-Hill, 2014 <https://www.uca.ac.cr/wp-content/uploads/2017/10/Investigacion.pdf>

Biografías

Autor 1: Freddy Andrés García Velasco

Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Nacional de Colombia; Ingeniero de Alimentos de la Universidad de Caldas y un apasionado del aula de clase; Docente del área de Matemáticas de tiempo completo vinculado a la Secretaría de Educación de Caldas, sus áreas de investigación se enfocan en la didáctica de la matemática y el desarrollo de propuestas motivacionales para el aprendizaje significativo de los estudiantes.

Aplicaciones virtuales libres para la enseñanza de genética Mendeliana en educación básica. ¹

Free virtual applications for teaching Mendelian genetics in basic education.

*Castrillón-Reyes, Carlos Andrés² Osorio-Zuluaga, Héctor Jairo³,
Giraldo-Arbeláez, Jorge Eduardo⁴*

Resumen

Las nuevas tecnologías, hoy hacen parte fundamental de la educación básica en la enseñanza y aprendizaje de los estudiantes en las áreas de las ciencias exactas y naturales. Se diseñó una unidad didáctica que motivara el uso o de plataformas virtuales de libre acceso, las cuales se relacionaron con un modelo humanista para la enseñanza de la genética Mendeliana. Las actividades debidamente planeadas incluyeron juegos, talleres, presentaciones interactivas, participación en blog, entre otros, de forma dinámica y llamativa para el estudiante. Lo anterior, enmarcado en un aula virtual por medio de la plataforma de Genial.ly, con videos complementarios a las actividades académicas desarrolladas de forma presencial.

Los estudiantes participaron activamente del aula virtual, de las diferentes plataformas para la enseñanza y aprendizaje de la genética Mendeliana, generando mayor motivación por el concepto de estudio.

Palabras clave: aprendizaje, educación, plataformas, participación.

- 1 Educación en ciencias exactas y naturales - educen
- 2 Estudiante de Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y naturales; Universidad Nacional de Colombia-sede Manizales; ccastrillonre@unal.edu.co.
- 3 Profesor asociado Universidad Nacional de Colombia, Sede Manizales; ORCID: 0000-0002-0227-588X; hjosoriozu@unal.edu.co.
- 4 Profesor asociado Universidad Nacional de Colombia, Sede Manizales; ORCID: 0000-0002-4102-5701; jegiraldoarb@unal.edu.co.

Abstract

The new technologies today are a fundamental part of basic education in the teaching and learning of students in the areas of exact and natural sciences. A didactic unit was designed to motivate the use of free access virtual platforms, which were related to a humanist model, for the teaching of Mendelian genetics. The pre planned activities included games, workshops, interactive presentations, blog participation, among others, in a dynamic and appealing way for the student. The above, framed in a virtual classroom through the Genial.ly platform, with complementary videos to the academic activities carried out in person.

The students actively participated in the virtual classroom, in the different platforms for teaching and learning Mendelian genetics, resulting in greater motivation for the concept of study.

Keywords: learning, education, platforms, participate.

I. INTRODUCCIÓN

El uso de las TIC se ha vuelto indispensable en la enseñanza de las ciencias naturales. Quesada (2021) propone utilizar una serie de acciones que, aunque no son relevantes, brindan una clase más dinámica para la enseñanza de genética, revelando que estas estrategias mejoran las competencias generales y específicas de los estudiantes en el aprendizaje de la genética.

La estrategia a utilizar como facilitadora de aprendizajes tenemos el uso de las TIC, al fomentar un adecuado uso de las nuevas tecnologías (celulares, tabletas, computadores, entre otros). Se realizan acciones como: elaborar algunos trabajos (En plataformas virtuales gratuitas) para fomentar la creatividad y comprensión de los estudiantes. Observar y realizar videos que permitan facilitar el aprendizaje. Utilizar páginas web que presente actividades didácticas e interactivas o que permitan diseñarlas, de tal forma que los estudiantes tengan un acercamiento directo al tema, generando preguntas e inquietudes para aumentar su conocimiento a medida que las va resolviendo.

Álvarez (2021) enfoca su estudio al uso de las TIC en el aprendizaje de la temática de genética Mendeliana afirmando que los estudiantes comprenden con mayor facilidad haciendo uso de estas.

Al realizar revisión de algunos antecedentes: Álvarez (2021) indica la dificultad que presentan los estudiantes de Colombia para reconocer los mecanismos de transmisión de factores hereditarios, la dificultad para comprender conceptos y relacionarlos entre sí, referenciando estudios realizados por Navarro (2018). Con el fin de mejorar la comprensión de los estudiantes y generar un aprendizaje significativo se realizó el enfoque de la investigación al adecuado proceso de enseñanza del tema de genética Mendeliana.

Los estudiantes dentro de su plan curricular de ciencias naturales deben dar cumplimiento a los DBA presentados por el ministerio de educación

nacional en el caso específico de genética Mendeliana: Comprende la forma en que los principios genéticos mendelianos y post-mendelianos explican la herencia y el mejoramiento de las especies existentes. (Nacional, 2016) ya que será un tema de gran impacto en pruebas pensar y un conocimiento necesario para cualquier pregrado involucrado con el área de ciencias naturales. Por ello la importancia de generar un adecuado aprendizaje del tema, meta a la cual solo se puede llegar si el proceso de enseñanza y aprendizaje es el correcto.

El tema de genética Mendeliana permite a los estudiantes comprender aspectos tan importantes como ¿por qué el parecido con algunos de sus familiares? ¿cómo se empezó a trabajar la genética? ¿qué factores permitieron alcanzar los grandes avances genéticos que se tienen actualmente? No obstante, se suelen generar dificultades en los estudiantes ya que cuenta con un amplio rango de conceptos que suele ser desconocido para ellos. Se involucra problemas que son de análisis y comprensión lectora y además incluyen algunos procesos matemáticos; Marín (2021) habla acerca de que el proceso de enseñanza y aprendizaje de la genética Mendeliana sufre dificultades a la hora de abordar algunos conceptos teóricos lo cual conlleva a bajos resultados académicos. Obstáculo que es necesario superar.

II. DESARROLLO DEL DOCUMENTO

Se pretende generar un aprendizaje significativo en los estudiantes de básica secundaria, en el tema de genética Mendeliana y promover que tengan la capacidad de aplicarlo a su vida. Se cumplirá esta meta mediante la aplicación de una unidad didáctica (aula virtual), la cual contará con una serie de actividades dinámicas y creativas mediante el uso de aplicaciones y plataformas virtuales gratuitas, que permitan facilitar el aprendizaje de los estudiantes. Se fomentará el pensamiento metacognitivo en las estudiantes.

Dentro del aula virtual los estudiantes interactúan, observando información teórica de la temática, participando en actividades virtuales del tema, observando videos explicativos, participar de laboratorios virtuales y además cuentan con acceso a las diferentes actividades prácticas que se realizan en el aula de clase, las cuales pueden descargar.

El aula virtual se utiliza en las clases presenciales para realizar las explicaciones correspondientes al tema, se trabaja con presentaciones dinámicas a modo de juego en donde los estudiantes tienen la oportunidad de interactuar y fortalecer aprendizajes obtenidos durante las explicaciones. Actividades prácticas como talleres, juego (Mendelius) y elaboración de historietas fueron entregadas en clase, y con el correspondiente acompañamiento se trabajaron contando con una excelente participación de todo el grupo.

Con el trabajo se pretende valorar la viabilidad de utilizar unidades didácticas a modo de aula virtual, para facilitar el proceso de enseñanza y aprendizaje en las estudiantes, generando provecho de diversas plataformas que se encuentran de forma gratuita a las cuales todos los docentes tienen acceso para preparar y planear sus clases.

Para validar la efectividad del aula virtual se realiza una encuesta (test de likert) donde se plantean una serie de preguntas acerca de la facilidad de manejo del aula virtual, la utilidad de los videos, la coherencia de la información, del uso de presentaciones interactivas a modo de juegos como estrategia de enseñanza y aprendizaje, entre otros aspectos.

Los resultados obtenidos permiten demostrar que los estudiantes encuentran más atractivo un proceso de enseñanza y aprendizaje promovido por las TIC y las interacciones a modo de juego, salen de lo cotidiano y encuentran un interés mayor al resolver sus actividades por medio de instrumentos tecnológicos tan comunes para ellos como lo son el celular y el computador.

III. CONCLUSIONES

los estudiantes demuestran mayor interés por procesos de enseñanza y aprendizaje cuando se involucra las nuevas tecnologías, TIC en las clases y se fomenta su participación, sea de forma individual o de forma grupal.

Las plataformas virtuales libres brindan oportunidades a los docentes para preparar clases novedosas, que fomenten la motivación de los estudiantes y

que permitan alejar las clases cotidianas de tablero y marcador para entrar en estos nuevos retos que trae consigo la educación.

Para los estudiantes es fácil acceder a las aulas virtuales, comprender su funcionamiento y aprovecharlas adecuadamente para retroalimentar sus aprendizajes obtenidos permitiendo que estos sean significativos.

Los docentes cuentan con una amplia variedad de estrategias pedagógicas, tanto virtuales como físicas, que son desaprovechadas. Las cuales permiten construir clases diferentes, llamativas, dinámicas que los estudiantes van a disfrutar y por ende sus procesos de enseñanza y aprendizaje serán más eficientes. Como docente debemos darnos a la tarea de investigar, actualizar nuestros conocimientos para que así, nuestra labor crezca más cada día en pro del beneficio de nuestros estudiantes.

REFERENCIAS

[1] **Álvarez, K. J. (2021). Enseñanza de la genética mendeliana y no mendeliana a través del aprendizaje significativo crítico mediado por las TIC.** Repositorio institucional de la Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín.1-52. <https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/81051/35897271.2021.pdf.pdf?sequence=3&isAllowed=y>

[2] Marín, D. M. (2021). Implementación del Curso en Línea Mendel's Laws como Herramienta Didáctica para Favorecer un Aprendizaje Significativo de la Genética Mendeliana en Estudiantes del Grado Once de la Institución Educativa Enrique Pupo Martínez de Valledupar – Cesar. Repositorio institucional de la Universidad de Cartagena. 58-59. <https://repositorio.unicartagena.edu.co/handle/11227/14546>

[3] MEN (2016). Derechos Básicos de Aprendizaje Ciencias Naturales. Colombia. 1(1), 31-33. https://www.colombiaprende.edu.co/sites/default/files/files_public/2022-06/DBA_C.Naturales-min.pdf

[4] Navarro Ortega, N. (2018). Unidad didáctica: la revolución genética. Repositorio Documental de la Universidad de Valladolid, 2-65. <https://uvadoc.uva.es/handle/10324/63513>

Biografía. Autor 1: Carlos Andrés Castrillón Reyes

Estudiante Maestría en enseñanza de las ciencias exactas y naturales, IV semestre. En: Universidad Nacional de Colombia, sede Manizales. Licenciado en Biología y Química, Universidad de Caldas, 2017.

Áreas de investigación: Enseñanza de las ciencias exactas

Biografía. Autor 2: Héctor Jairo Osorio Zuluaga

Doctor en Ciencias-Química, de la Universidad Nacional de Colombia, Sede Bogotá; Profesor asociado Universidad Nacional de Colombia, Sede Manizales; Director Departamento de Física y Química, de la Universidad Nacional de Colombia, Sede Manizales; Docente Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, de la Universidad Nacional de Colombia, Sede Manizales; Investigador Asociado Colciencias. ORCID: 0000-0002-0227-588X

Áreas de investigación: Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales, Química Orgánica.

Biografía. Autor 3: Jorge Eduardo Giraldo Arbeláez

Magister en Ciencias-Química, de la Universidad Nacional de Colombia, Sede Bogotá; Profesor asociado Universidad Nacional de Colombia, Sede Manizales; Docente Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, de la Universidad Nacional de Colombia, Sede Manizales. ORCID: 0000-0002-4102-5701

Áreas de investigación: Enseñanza y Aprendizaje de las Ciencias Exactas y Naturales, Química General

Contribuciones de la biblioteca universitaria a la educación inicial desde un enfoque STEAM: experiencia pedagógica de robótica educativa¹

Contributions of the university library to Initial Education from a STEAM approach: Pedagogical experience of Educational Robotics

Gómez Hermida, Mónica², Domínguez-Cuadros, Marlyn³

La mente no es un vaso para llenar, sino una lámpara para encender.
Plutarco.

Resumen

El presente artículo tiene como objetivo formular una reflexión pedagógica sobre el quehacer de la biblioteca universitaria en el desarrollo de habilidades científicas, informacionales, personales y sociales en un segmento de su público objetivo, en este caso, niños y niñas de la comunidad universitaria, cuya fase formativa el Ministerio de Educación Nacional (MEN) denomina como ‘Educación inicial’. Si bien, a primera vista, este propósito está delimitado a otros tipos de unidades de información, tales como: bibliotecas escolares, populares y/o comunitarias; la biblioteca universitaria, al insertarse en un contexto propio para la producción de conocimiento, como lo es la universidad, se ve abocada a formular estrategias y actividades que vayan más allá del préstamo de material bibliográfico o de brindar accesibilidad a la información de calidad.

- 1 Relativo al programa de apoyo a la Educación inicial “Escuela de Formación Semillitas” desarrollado por la Biblioteca de la Universidad Católica de Pereira.
- 2 Universidad Católica de Pereira; ORCID: 0000-0001-5953-5198. Contacto: monica.gomez@ucp.edu.co.
- 3 Universidad Católica de Pereira. ORCID: 0009-0007-4185-8870. Contacto: marlyn.dominguez@ucp.edu.co.

En tal sentido, la Biblioteca de la Universidad Católica de Pereira, a través de su programa de apoyo a la educación inicial: ‘Semillitas’, fundado en el año 2000, ha diseñado una estrategia pedagógica y didáctica que permite el acercamiento de los niños y niñas desde los 3 años a los principios del método científico desde un aprendizaje experiencial, lúdico, colaborativo y creativo. Para este propósito, el presente escrito, plantea las principales contribuciones que este programa ha realizado al segmento poblacional seleccionado y, por ende, a la comunidad universitaria y la sociedad.

Palabras clave: educación STEAM, ciencias básicas, educación inicial, bibliotecas universitarias, habilidades blandas.

Abstract

This article aims to formulate a pedagogical reflection on the work of the university library in the development of scientific, informational, personal and social skills in a segment of its target audience, in this case, boys and girls from the university community, whose stage formative the Ministerio de Educación Nacional (MEN) denominates as 'Initial Education'. Although, at first sight, this purpose is limited to another type of information unit, such as: school, popular and/or community libraries; when the university library is inserted in its own context of knowledge production, such as the university, it is forced to formulate strategies and activities that go beyond the loan of bibliographic material or providing accessibility to quality information.

In this sense, the library of the 'Universidad Católica de Pereira', through its support program for initial education: 'Semillitas', founded in the year 2000, has designed a pedagogical and didactic strategy that allows the approach of boys and girls from the age of 3 to the principles of the scientific method from experiential, playful, collaborative and creative learning. For this purpose, this document presents the main contributions that this program has made to the selected population segment and, therefore, to the university community and society.

Keywords: STEAM education, basic sciences, initial education, university libraries, soft skills.

I. INTRODUCCIÓN

El presente artículo propone un escenario de praxis pedagógica en un contexto de educación no formal, a través de un servicio de proyección social que la Biblioteca Cardenal Darío Castrillón Hoyos, de la Universidad Católica de Pereira, ha desarrollado desde hace más de dos décadas.

Con el propósito de fomentar el fortalecimiento de competencias básicas y transversales, desde un enfoque interdisciplinar ha abordado los Centros de interés (Ovide Decroly, 1871-1932) de los aprendices que asisten al programa, donde ellos junto al maestro/a identifican sus necesidades formativas de acuerdo con su horizonte de intereses. De forma posterior, se articula la metodología Aprendizaje Basado en Proyectos (en adelante ABP) con un enfoque STEAM a los cuatro pilares básicos que guían el proceso formativo del programa ‘Semillitas’:

Filosofía para niños, Desarrollo del espíritu científico, Narrativas & Artes.

En tal sentido, desde sus bases el programa consolidó una praxis centrada en el aprendiz y su estadio de desarrollo cognitivo que permitieran al infante detonar su curiosidad, explorar y comprender por los fenómenos físicos y químicos de su entorno, desde dinámicas colaborativas para el proceso de construcción de conocimiento a partir de una perspectiva experiencial guiada y claramente intencionada. De ese modo, los pilares antes señalados establecen una ruta de aprendizaje de acuerdo con el método científico, desde su principio elemental:

- Observación.
- Formulación de hipótesis.
- Experimentación.
- Conclusiones.

El principal antecedente teórico del presente documento se origina del concepto y transformación del STEM y se enmarca en la ola de metodologías activas de la llamada ‘Escuela Nueva’. El enfoque STEAM se derivó como una evolución del enfoque STEM (Ciencia, Tecnología, Ingeniería y Matemáticas, por sus iniciales en inglés). Se introdujo la

“A” para incorporar las Artes (Arte y Diseño) en la mezcla. Esto se hizo para reconocer que la creatividad y las habilidades artísticas son esenciales para resolver problemas científicos y tecnológicos de manera efectiva. El enfoque STEAM busca fomentar la colaboración entre diferentes disciplinas y desarrollar habilidades transferibles para enfrentar desafíos en el mundo actual. Ha ganado popularidad en la educación, ya que inspira a los estudiantes a pensar de manera creativa, los prepara para trabajos interdisciplinarios y les ayuda a adaptarse a un mundo en constante cambio.

Debido al contexto de cambios vertiginosos de la era de la información, la globalización, los bajos estándares de la calidad educativa en Colombia y otras variables que afectan los procesos educativos en el país, el programa de formación busca mitigar dichos flagelos en el segmento de población señalado. Así, desde los cuatro pilares antes mencionados se ha favorecido el fortalecimiento de los siguientes ejes y habilidades:

Alfabetización en ciencia y matemáticas: el enfoque STEAM fortalece las habilidades en ciencia y matemáticas, proporcionando a los aprendices una comprensión sólida de los conceptos y principios fundamentales en estas áreas.

Pensamiento crítico y creativo: el enfoque STEAM ha permitido desarrollar el pensamiento crítico y la creatividad, alentando a los estudiantes a abordar problemas y desafíos de manera innovadora y única. Se les anima a generar ideas originales y a buscar soluciones creativas.

Resolución de problemas: a través de proyectos y actividades STEAM, los aprendices identifican problemas complejos y desarrollan estrategias efectivas para resolverlos. Esta habilidad es fundamental para enfrentar desafíos del mundo real, aplicando el pensamiento numérico, operacional, el uso de tecnologías y la comunicación matemática.

Así, el objetivo principal del programa es fomentar, en los niños participantes, el desarrollo de habilidades investigativas a partir de la realización de proyectos interdisciplinarios con este enfoque. En tal sentido, el programa se ha desarrollado en dos modalidades de profundización: científica y robótica.

II. DESARROLLO DEL DOCUMENTO

La estrategia del programa ‘Escuela de Formación Semillitas’ de la UCP ha sido posible gracias a la articulación institucional con la Facultad de Ciencias Básicas e Ingeniería y el Departamento de Ciencias Básicas, que ha permitido sinergias administrativas, logísticas y pedagógicas en dicho objetivo común. Desde este andamiaje organizacional y misional, de acuerdo con los valores institucionales, el programa en sus primeros 20 años se desplegó de la siguiente forma:

Metodología partiendo desde los centros de interés:

- Sesiones semanales de 4 horas, durante un semestre académico.
- Herramientas: objetos y material manipulativo, dispositivos tecnológicos y Legos Mindstorms (para el caso de la modalidad en robótica).

Desde el programa, los infantes se acercan a técnicas básicas de investigación, como las siguientes: la observación, la bitácora o diario de campo, la entrevista, las fichas de recolección de información, búsqueda bibliográfica, el trabajo de campo, la experimentación, el prototipado con material manipulativo, la narrativa o el *storytelling* (en las temáticas relativas a su objeto de investigación, etc.). Los niños y niñas del programa se aproximan a la sistematización y jerarquización de sucesos y fenómenos naturales, principalmente para la modalidad científica y/o de investigación.

Adicionalmente, para el caso de la modalidad en robótica, los aprendices se han acercado al pensamiento numérico, operacional, lógico, radial, estructuras condicionales y cíclico, a través de la programación de Legos Mindstorms. Los aprendices de esta modalidad han programado, desde la plataforma LabView de Lego, algunas de las siguientes estructuras cíclicas:

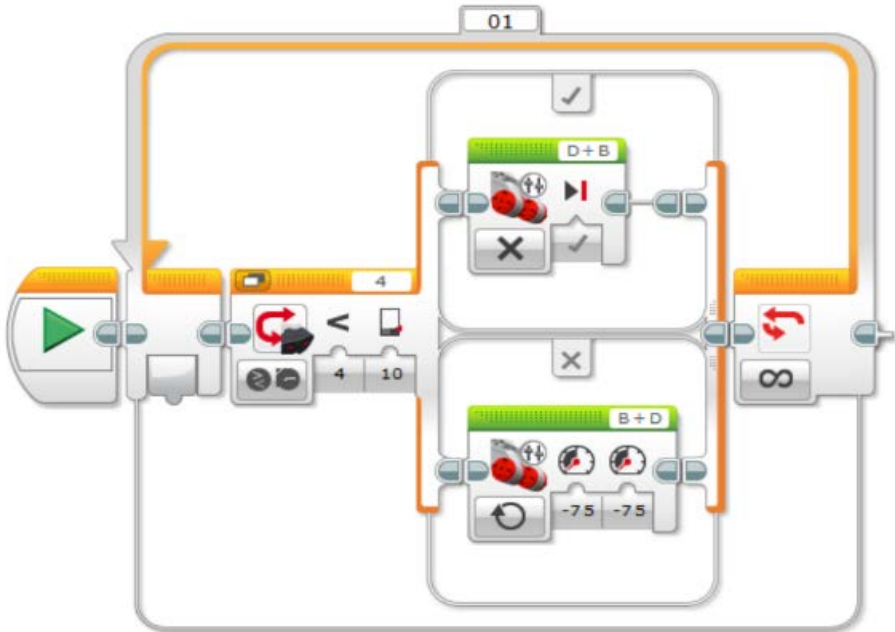


Fig. 1. Condicional cíclica

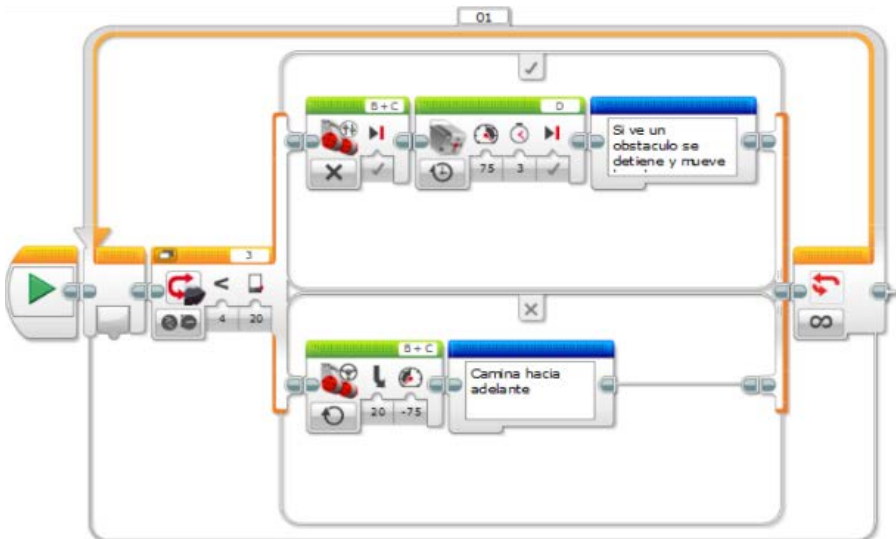


Fig. 2. Condicional cíclica

III. CONCLUSIONES

En conclusión, la biblioteca universitaria desempeña un papel fundamental en la educación inicial, desde un enfoque STEAM. A través de su amplia variedad de recursos y actividades, la biblioteca contribuye al desarrollo de habilidades científicas, tecnológicas y creativas en los niños y niñas desde temprana edad. Al fomentar la curiosidad, la exploración y el aprendizaje lúdico, la biblioteca se convierte en un aliado invaluable para padres y maestros en el proceso educativo.

De forma específica, el programa ha aportado al fortalecimiento de la alfabetización en ciencias naturales y matemáticas, al pensamiento crítico, creativo y la resolución de problemas a través de procesos del pensamiento numérico, operacional, entre otros, y el uso de Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), que no solo constituyen un fin en sí mismas, sino que favorecen procesos cognitivos de orden superior, desde un enfoque de las habilidades personales, sociales y la inteligencia emocional, en el marco del humanismo cristiano y la formación integral del ser humano de la Universidad Católica de Pereira.

REFERENCIAS

[1] M. Gómez, Secuencia didáctica – Semillitas Robótica. Condicional cíclica, 2022. <https://repositorio.ucp.edu.co/handle/10785/15917>

[2] M. Raposo Rivas, O. García-Fuentes and M. Martínez Figueira, “La robótica educativa desde las áreas STEAM en educación infantil: una revisión sistemática de la literatura (2005-2021)”, *Prisma Social*, (38), pp.94-113, 2022. <https://login.loginproxy.ucp.edu.co/auth-meta/login.php?url=https://www.proquest.loginproxy.ucp.edu.co/scholarly-journals/la-robotica-educativa-desde-las-areas-steam-en/docview/2708791096/se-2>.

[3] E. Murcia and J. C. Henao, “La robótica y el diseño de APP: una posibilidad para potenciar el pensamiento matemático de los estudiantes de pregrado,” *Entre Ciencia e Ingeniería*, 14(27), pp. 35-40, 2020.

[4] G. X. P. Acosta and M. Mendoza Moreno, “Robótica educativa: propuesta curricular para Colombia”, *Educación y Educadores*, 23(4), pp. 577-595, 2021. DOI: <https://doi.org/10.5294/edu.2020.23.4.2>.

Biografías

Autor 1: Mónica Gómez Hermida

Doctorado en Ingeniería-Ciencia y Tecnología de Materiales; docente tiempo completo, Universidad Católica de Pereira.

Áreas de investigación: Ciencia de los materiales, Enseñanza de las Ciencias Básicas.

Autor 2: Marlyn Domínguez Cuadros

Magíster en Educación; Coordinadora de la Biblioteca CRAI, Universidad Católica de Pereira.

Áreas de investigación: Educación, Pedagogía, Unidades de información, Bibliotecas, Promoción lectora.

VII

Encuentro Internacional sobre
la Enseñanza de Ciencias
Exactas y Naturales

INVESTIGACION
EN
CIENCIAS
BÁSICAS



Energía de enlace en un punto cuántico cilíndrico con impureza en presencia de un campo magnético uniforme¹

Binding energy in an impurity cylindrical quantum dot in the presence of a uniform magnetic field

Portacio-Lamadrid, Alfonso², Rasero-Causil, Diego³ y Arias-Hernández, Jesús⁴

Resumen

Se estudia teóricamente la energía de enlace en un punto cuántico cilíndrico (CDQ), de con una impureza donadora en un campo magnético uniforme, aplicado en la dirección axial del cilindro. Los cálculos se realizaron en las aproximaciones de masa efectiva y de sistemas cuánticos de dos niveles. Usando el método variacional, se encontraron las energías de enlace y las funciones de onda de los estados $1s$ – like y $2p_z$ – like para diferentes posiciones de la impureza dentro del CQD. Se encontró que la energía de enlace es máxima en el centro del CQD y disminuye a medida que la impureza se mueve radial y/o axialmente.

Palabras clave: punto cuántico cilíndrico, campo magnético, energía de enlace.

- 1 Cálculo de la generación de segundo armónico en nanoestructuras usando una ecuación maestra en la forma de Lindblad código C07-F02-004 2022.
- 2 Universidad de los Llanos; código ORCID: 0000-0002-5495-7102. Contacto: aportacio@unillanos.edu.co.
- 3 Universidad Surcolombiana; código ORCID: 0000-0002-6583-0422. Contacto: diego.rasero@usco.edu.co.
- 4 Universidad de los Llanos; código ORCID: 0000-0002-5775-0617. Contacto: jariar@unillanos.edu.co.

Abstract

The binding energy in a cylindrical quantum dot (CDQ) of GaAs with a donor impurity in a uniform magnetic field, applied in the axial direction of the cylinder is theoretically studied. The calculations were made in the effective mass and two-level quantum system approximations. Using the variational method, the binding energies and the wave functions of the 1s-like and 2pz-like states were found for different positions of the impurity within the CQD. The binding energy was found to be maximum at the center of the CQD and decreases as the impurity moves radially and/or axially.

Keywords: cylindrical quantum dot, magnetic field, binding energy.

I. INTRODUCCIÓN

Los recientes avances en nanotecnología han permitido diseñar y producir una gran variedad de sistemas cuánticos de baja dimensionalidad [1], que han contribuido con la evolución de la nanoelectrónica y el desarrollo de tecnologías [2, 4]. Cuando se agregan átomos de impureza a nanoestructuras se cambia el número de portadores de carga en la nanoestructura, produciendo cambios en las propiedades ópticas y electrónicas. Por tal motivo, las propiedades de impurezas en nanoestructuras son objeto de estudio por diversos autores. Ribeiro y Latgé [5] realizaron un estudio sobre impurezas en QD e investigaron la energía de enlace de una impureza donadora dentro de un QD cilíndrico y un QD esférico, encontrando que para volúmenes iguales la energía de enlace no depende de la geometría del sistema cuántico nanoestructurado. También se encuentra el efecto del campo magnético sobre la energía de enlace de impurezas donadoras en hilos cuánticos [6, 8].

II. DESARROLLO DEL DOCUMENTO

El sistema consiste de una impureza confinada en un CQD en presencia de un campo magnético \mathbf{B} orientado en la dirección axial del CQD. El Hamiltoniano \hat{H}_0 de la impureza es [7, 9]:

$$\hat{H}_0 = \frac{1}{2m^*} \left(\hat{\mathbf{P}} - \frac{e}{c} \mathbf{A} \right)^2 - \frac{e^2}{\epsilon|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|} + V_{conf}(\mathbf{r}), \quad (1)$$

$|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0| = \sqrt{(\rho - \rho_0)^2 + (z - z_0)^2}$, \mathbf{r}_0 es la posición de la impureza medida desde el centro de CQD, ϵ es la permitividad dieléctrica de la nanoestructura, m^* es la masa efectiva del electrón, $\hat{\mathbf{P}}$ es el operador momento lineal, e es la carga del electrón, c es la velocidad de la luz en el vacío, \mathbf{A} es el vector potencial del campo magnético, $V_{conf}(\mathbf{r})$ es un potencial de confinamiento finito definido como sigue:

$$V_{conf}(\mathbf{r}) = V_{conf}(\rho, \varphi, z) = V_\rho(\rho) + V_z(z), \quad (2)$$

$$V_\rho(\rho) = \begin{cases} V_0 \left(\frac{\rho}{R} \right)^2, & \rho \leq R \\ V_0, & \rho > R \end{cases} \quad (3)$$

$$V_z(z) = \begin{cases} 0, & |z| \leq \frac{L}{2} \\ V_0, & |z| > \frac{L}{2} \end{cases} \quad (4)$$

R y L son el radio y la longitud del cilindro, respectivamente. Usando coordenadas cilíndricas y unidades atómicas reducidas se definen las siguientes magnitudes: radio efectivo de Borh $a^* = \frac{\hbar^2 \epsilon}{m^* e^2}$ para la longitud y Rydberg $R^* = \frac{m^* e^4}{2 \hbar^2 \epsilon^2}$ para la energía. La ec. (1), ahora se puede escribir en la forma:

$$\hat{H}_0(\rho, \phi, z) = \hat{H}(\rho, \phi) + \hat{H}(z) - \frac{2}{\sqrt{(\rho-\rho_0)^2 + (z-z_0)^2}}, \quad (5)$$

$$\hat{H}(\rho, \phi) \psi_1(\rho, \phi) = \left[-\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial}{\partial \rho} \right) - \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} - i\gamma \frac{\partial}{\partial \phi} + \frac{1}{4} \gamma^2 \rho^2 + V_\rho(\rho) \right] \psi_1(\rho, \phi) = E_1 \psi_1(\rho, \phi), \quad (5.1)$$

$$\hat{H}(z) \psi_2(z) = \left[-\frac{d^2}{dz^2} + V_z(z) \right] \psi_2(z) = E_2 \psi_2(z) \quad (5.2)$$

Las ec. (5.1) y (5.2) representan las ecuaciones de Schrödinger independientes del tiempo en las direcciones radial y axial del punto cuántico, $\gamma = \frac{e\hbar B}{2m^* cR}$, es una medida adimensional del campo magnético. La solución de la ecuación ec. (5.1) es conocida [7, 10] y está dada por:

$$\psi_1(\rho, \phi) = \begin{cases} e^{-\beta_1 R^2} {}_1F_1(a_i, 1+m, 2\beta_1 \rho^2) e^{im\phi}, & \rho \leq R \\ N_1 \left\{ \begin{aligned} & e^{(\beta_2 - \beta_1) R^2} \frac{{}_1F_1(a_i, 1+m, 2\beta_1 R^2)}{{}_1U_1(a_e, 1+m, 2\beta_2 R^2)} {}_1U_1(a_e, 1+m, 2\beta_2 \rho^2) e^{im\phi}, \rho \geq R \end{aligned} \right. \end{cases} \quad (6)$$

donde, $\beta_1 = \frac{\sqrt{4V_0 + (\gamma R)^2}}{4R}$, $\beta_2 = \frac{\gamma}{4}$, $a_i = \frac{1}{2} - \frac{E_1}{8\beta_1}$, $a_e = \frac{1}{2} - \frac{(E_1 - V_0)}{8\beta_2}$, m ,

es el número cuántico magnético, N_1 es la constante de normalización. ${}_1F_1(a, b, x)$ y ${}_1U_1(a, b, x)$ son funciones hipergeométricas confluentes. La solución de la ec. (5.2) también es conocida [11] y para el estado base tiene la siguiente expresión:

$$\psi_2(z) = N_2 \begin{cases} \cos\left(k_1 \frac{L}{2}\right) e^{k_2 \left(\frac{L}{2} + z\right)}, & z < -\frac{L}{2}, \\ \cos(k_1 z), & -\frac{L}{2} < z < \frac{L}{2} \\ \cos\left(k_1 \frac{L}{2}\right) e^{k_2 \left(\frac{L}{2} - z\right)}, & z > \frac{L}{2} \end{cases} \quad (7)$$

$k_1 = \sqrt{E_2}$, $k_2 = \sqrt{V_z(z) - E_2}$. El valor de la energía se determina resolviendo la ec. (8).

$$\text{Tan}\left(k_1 \frac{L}{2}\right) = \frac{k_2}{k_1}. \quad (8)$$

Para calcular la energía de la impureza en CQD para los estados 1s-like y 2Pz-like se utiliza el método variacional [12], tomando las siguientes funciones de prueba:

$$\Psi_{1s}(\rho, \phi, z) = N_{1s} \psi_1(\rho, \phi) \psi_2(z) \Gamma_{1s}(r, \lambda_{1s}), \quad (9)$$

$$\Psi_{2Pz}(\rho, \phi, z) = N_{2Pz} \psi_1(\rho, \phi) \psi_2(z) \Gamma_{2Pz}(r, \lambda_{2Pz}), \quad (10)$$

donde, $m = 0$ para $\psi_1(\rho, \phi)$, N_{1s} y N_{2Pz} para y son constantes de normalización. Las funciones $\Gamma_{1s}(r, \lambda_{1s})$ y $\Gamma_{2Pz}(r, \lambda_{2Pz})$ son orbitales hidrogenoides para los estados 1s-like y 2Pz-like, respectivamente, detallados en la ref. [13]. λ_{1s} y λ_{2Pz} son parámetros variacionales que se obtienen minimizando el valor esperado del Hamiltoniano descrito en la ec. (5) y corresponden a la energía de la impureza, esto es;

$$E_{imp}^x = \left(\frac{\langle \Psi_x(\rho, \phi, z) | \hat{H} | \Psi_x(\rho, \phi, z) \rangle}{\langle \Psi_x(\rho, \phi, z) | \Psi_x(\rho, \phi, z) \rangle} \right)_{\min(\lambda_x)} \quad (11)$$

donde, E_{imp}^x es la energía de la impureza en el CQD para el estado x .

La energía de enlace $E_{b,x}$ de una impureza hidrogenoide es la energía necesaria para mover su electrón desde el estado x de la impureza hasta el primer nivel de la sub-banda de conducción. El cálculo de la energía de enlace se realiza por medio de la aplicación de la ec. (12) [7]:

$$E_{b,x} = E_0 - E_{imp}^x, \quad (12)$$

donde, $E_0 = E_1 + E_2$, corresponde a la energía del primer nivel de la sub-banda de conducción del punto cuántico CQD de $GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs$ con campo magnético uniforme aplicado en la dirección axial del cilindro.

Las figuras 1 y 2 muestran la energía de enlace de una impureza donadora, localizada en el centro ($\rho_0 = 0$ y $z_0 = 0$) del CQD con $R = 2 a_0$ y $L = a_0$ en los estados $1s$ -like y $2Pz$ -like, respectivamente, como una función del campo magnético uniforme. Resultados teóricos similares han sido reportados para el estado $1s$ -like en las ref. [8] en un QD de GaAs, en la ref. [10], para un hilo cuántico de $GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs$ y en la ref. [9] para un QD esférico de GaAs. En el estado $2Pz$ -like se han realizado estudios en hilos cuánticos cilíndricos de GaAs [6].

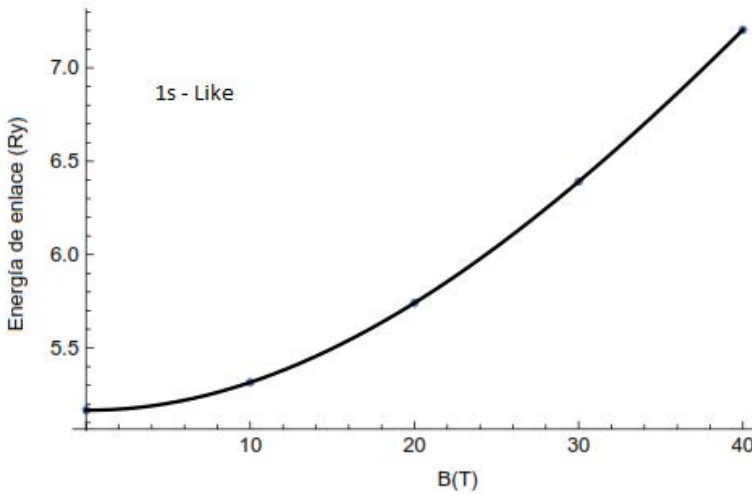


Fig. 1. Energía de enlace del estado $1s$ -like de una impureza donadora, localizada en el centro ($\rho_0 = 0$ y $z_0 = 0$) de un CQD con $R = 2 a_0$ y $L = a_0$, como una función del campo magnético uniforme

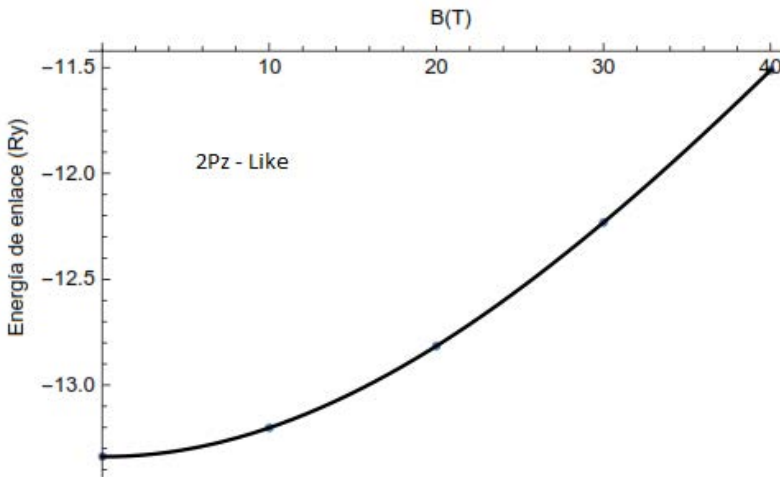


Fig. 2. Energía de enlace del estado $2Pz$ -like de una impureza donadora, localizada en el centro ($\rho_0 = 0$ y $z_0 = 0$) de un CQD con $R = 2 a_0$ y $L = a_0$, como una función del campo magnético uniforme

Las figuras 3 y 4 presentan la energía de enlace de los estados $1s$ -like y $2Pz$ -like, respectivamente, de una impureza donadora como una función de su posición axial considerando, $\rho_0 = 0$, $B = 10 T$, $R = 2 a_0$ y $L = a_0$. De acuerdo con Khordad y Bahramiyan [13], este punto máximo se relaciona con máxima densidad de probabilidad de encontrar el electrón en el estado cuántico respectivo.

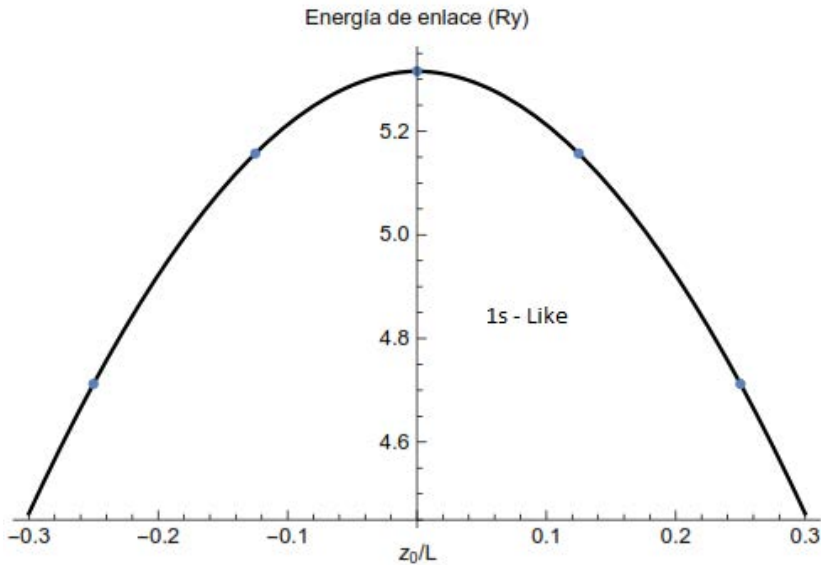


Fig. 3. Energía de enlace del estado $1s$ -like para una impureza donadora como una función de la posición axial de la impureza, $\rho_0 = 0$, $B = 10 T$, $R = 2 a_0$ y $L = a_0$

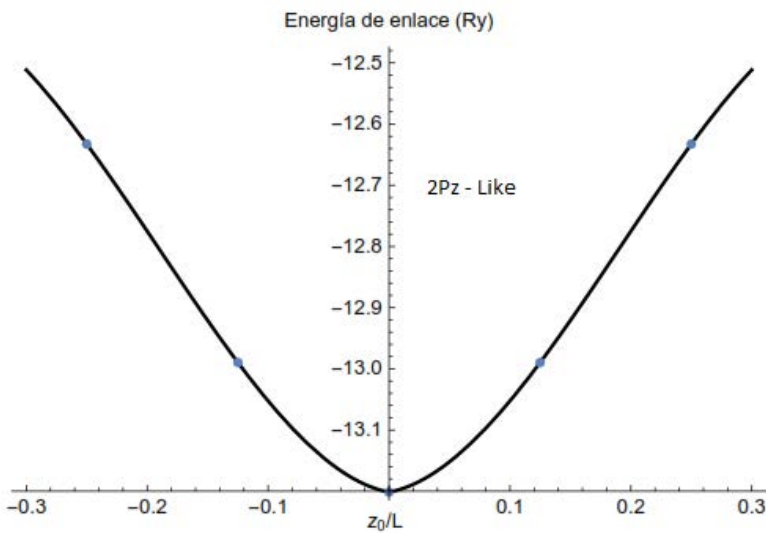


Fig. 4. Energía de enlace del estado $2Pz$ -Like para una impureza donadora como una función de la posición axial de la impureza, $\rho_0 = 0$, $B = 10 T$, $R = 2 a_0$ y $L = a_0$

El efecto de la posición radial sobre la energía de enlace de los estados $1s$ -like y $2Pz$ -like se presenta en las figuras 5 y 6, respectivamente, teniendo en cuenta que $z_0 = 0$, $B = 10 T$, $R = 2 a_0$ y $L = a_0$. Esto se debe a que las distancias de ion – electrón de la impureza aumentan cuando la posición de la impureza se aproxima a las barreras potenciales.

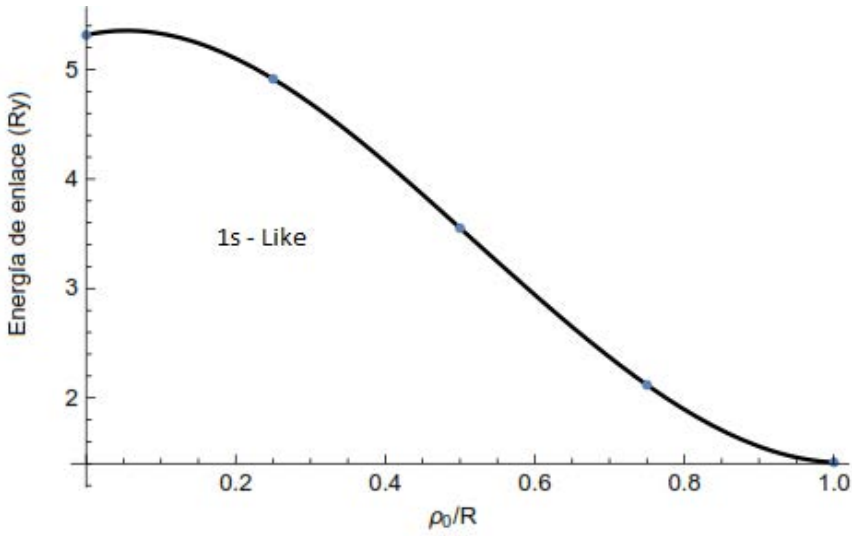


Fig. 5. Energía de enlace del estado $1s$ -like de una impureza donadora como una función de su posición en la dirección radial. $z_0 = 0$, $B = 10 T$, $R = 2 a_0$ y $L = a_0$

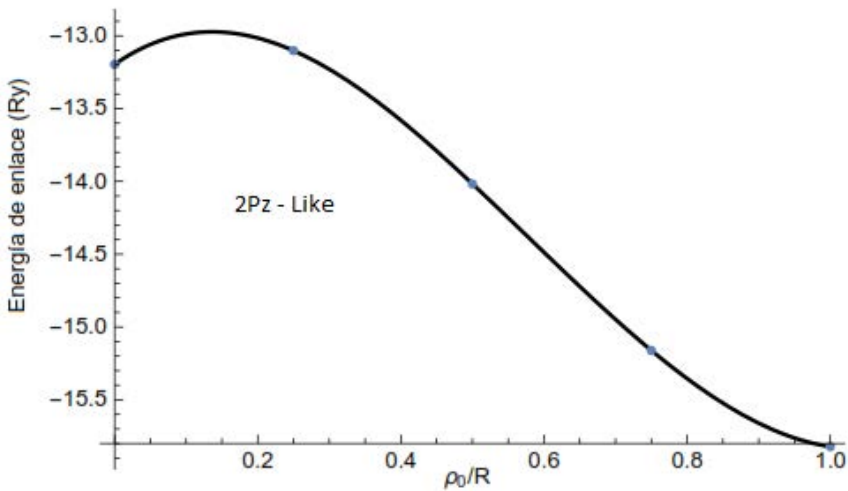


Fig. 6. Energía de enlace del estado $2Pz$ -Like de una impureza donadora como una función de la posición en la dirección radial $z_0 = 0$, $B = 10 T$, $R = 2 a_0$ y $L = a_0$

III. CONCLUSIONES

Se encontró que el incremento en la intensidad del campo magnético y el desplazamiento de la impureza hacia el centro del CQD generan un corrimiento al azul en las energías de enlace de los estados considerados.

REFERENCIAS

- [1] G. Rezaei, S. S. Kish, B. Vaseghi and S. F. Taghizadeh, “Optical rectification coefficient of a two-dimensional parabolic quantum dot: Effects of hydrogenic impurity, external fields, hydrostatic pressure and temperature”, *Physica B: Condensed Matter*, 451, pp. 1-6, 2014.
- [2] B. Vaseghi, M. Sadri, G. Rezaei and A. Gharaati, “Optical rectification and third harmonic generation of spherical quantum dots: Controlling via external factors”. *Physica B: Condensed Matter*, 457, pp. 212-217, 2015.
- [3] G. Wang, “Highly efficient third-harmonic generation from resonant intersubband transitions in core/shell spherical quantum dots”, *Optics Communications*, 355, pp. 1-5, 2015.
- [4] M. Akimoto, T. Toyoda, T. Okuno, S. Hayase and Q. Shen, “Effect of defects in TiO₂ nanotube thin film on the photovoltaic properties of quantum dot-sensitized solar cells”, *Thin Solid Films*, 590, pp. 90-97, 2015.
- [5] F. J. Ribeiro and A. Latge, “Impurities in a quantum dot: a comparative study”, *Physical Review B*, 50(7), 4913, 1994.
- [6] P. Villamil, N. Porrás-Montenegro and J. C. Granada, “Infrared transitions between hydrogenic states in cylindrical GaAs quantum-well wires under applied magnetic fields”, *Physical Review B*, 59(3), 1605, 1999.

[7] P. Villamil, “Donor in cylindrical quantum well wire under the action of an applied magnetic field”, *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 42(9), pp. 2436-2440, 2010.

[8] C. Bose and C. K. Sarkar, “Binding Energy of Impurity States in Spherical GaAs–Ga_{1-x}Al_xAs Quantum Dots”, *Physica status solidi (b)*, 218(2), pp. 461-469, 2000.

[9] S. V. Branis, G. Li and K. K. Bajaj, “Hydrogenic impurities in quantum wires in the presence of a magnetic field”, *Physical Review B*, 47(3), 1316, 1993.

[10] R. M. Eisberg and R. M. Eisberg, *Fundamentos de física moderna*, 1992.

[11] C. Cohen-Tannoudji and B. Diu, F. Laloë *Quantum mechanics*, 1977.

[12] A. Latgé, N. Porrás-Montenegro and L. E. Oliveira, “Infrared transitions between hydrogenic states in cylindrical GaAs-(Ga, Al)As quantum-well wires”, *Physical Review B*, 45(16), 9420, 1992.

[13] R. Khordad, H. Bahramiyan, “Impurity position effect on optical properties of various quantum dots”. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 66, pp. 107-115, 2015.

Biografías

Autor 1: Alfonso Andrés Portacio Lamadrid

Doctor en Ciencias Físicas de la Universidad de Sucre-Colombia; Magíster en Ciencias Físicas de la Universidad de Córdoba-Colombia; Profesional en Física de la Universidad de Córdoba-Colombia, Profesor titular de la Universidad de los Llanos-Colombia.

Áreas de investigación: óptica cuántica y sistemas cuánticos abiertos.

Autor 2: Diego Alejandro Rasero Causil

Doctor en Ciencias Físicas de la Universidad de Sucre-Colombia; Magíster en Ciencias Físicas de la Universidad de Córdoba-Colombia; Profesional en Física de la Universidad de Córdoba-Colombia; Profesor asociado de la Universidad de los Surcolombiana-Colombia.

Áreas de investigación: sistemas cuánticos abiertos.

Autor 3: Jesús Daniel Arias Hernández

Magíster en Física de la Universidad de Rusia de la Amistad de los Pueblos; Profesional en Física la Universidad de Rusia de la Amistad de los Pueblos; Profesor titular de la Universidad de los Llanos-Colombia.

Áreas de investigación: óptica cuántica y sistemas cuánticos abiertos.

Cálculo de los modos vibracionales de una viga en voladizo con Maple y COMSOL: Metodología de confiabilidad de verificación computacional*

Computation of the vibrational modes of a cantilever beam with Maple and COMSOL: Computational verification reliability methodology

Herrera-Arroyave, Jorge Enrique, Arias Mateus, Diego Fernando y Medina Barreto, Milton Humberto³

Resumen

En este trabajo se presenta el cálculo de los modos vibracionales de una viga en cantiléver, mediante dos métodos diferentes: el método analítico, usando el software Maple, y el método numérico, usando el software COMSOL Multiphysics. El método analítico se basa en el teorema de Euler-Bernoulli para vigas en flexión. Asumiendo que la viga no está sometida a carga externa y que no tiene amortiguamiento, se puede obtener una ecuación de movimiento diferencial homogénea. La solución de esta ecuación se puede expresar en una ecuación característica de valores propios, lo que permite calcular los modos vibracionales de la viga. El método numérico se basa en el método de elementos finitos. Se construye un modelo de la viga en el software COMSOL y se aplica un análisis de frecuencia propia, para calcular los modos vibracionales. Para verificar la confiabilidad de los resultados, se comparan los obtenidos con los dos métodos. Los resultados coinciden con un error inferior al 1%, lo que indica que ambos métodos son confiables. El cálculo de los modos vibracionales de una viga en cantiléver es un problema importante en el diseño de

estructuras. El método analítico es una forma eficiente de calcular los modos vibracionales, pero puede ser inexacto en algunos casos. El método numérico es más preciso, pero requiere más tiempo de cálculo. En este trabajo se ha demostrado que el método analítico es confiable para calcular los modos vibracionales de una viga en cantiléver. El método analítico es una buena opción para calcular los modos vibracionales de una viga en cantiléver, cuando se requiere un cálculo rápido y preciso. El método numérico es una buena opción para calcular los modos vibracionales de una viga en cantiléver, cuando se requiere una precisión mayor.

Palabras clave: modos vibracionales, viga en cantiléver, Maple, COMSOL, análisis comparativo, confiabilidad de resultados, verificación.

Abstract

This paper presents the calculation of the vibrational modes of a cantilever beam by two different methods: the analytical method, using Maple software, and the numerical method, using COMSOL Multiphysics software. The analytical method is based on the Euler-Bernoulli theorem for beams in bending. Assuming that the beam is not subjected to external loading and has no damping, a homogeneous differential equation of motion can be obtained. The solution of this equation can be expressed in an eigenvalue characteristic equation, which allows the calculation of the vibrational modes of the beam. The numerical method is based on the finite element method. A model of the beam is constructed in COMSOL software, and an eigenfrequency analysis is applied to calculate the vibrational modes. To verify the reliability of the results, the results obtained with the two methods are compared. The results agree with an error of less than 1%, indicating that both methods are reliable. The calculation of the vibrational modes of a cantilever beam is an important problem in the design of structures. The analytical method is an efficient way to calculate the vibrational modes, but it can be inaccurate in some cases. The numerical method is more accurate but requires more computational time. In this work, it has been shown that the analytical method is dependable for calculating the vibrational modes of a cantilever beam. The analytical method is a good option for calculating the vibrational modes of a cantilever beam when a fast and accurate calculation is required. The numerical method is a good choice for calculating the vibrational modes of a cantilever beam when higher accuracy is required.

Keywords: vibrational modes, cantilever beam, Maple, COMSOL, comparative analysis, reliability of results, verification.

I. INTRODUCCIÓN

Una manera de generar energía limpia consiste en aprovechar la fuerza del viento para inducir vibraciones, por ejemplo, en una viga en voladizo. Este movimiento elástico se utiliza posteriormente para convertirlo en energía eléctrica, mediante algún tipo de transductor. Para diseñar un dispositivo de generación de energía con estas características, es imperativo llevar a cabo dos estudios, uno analítico y otro numérico. La congruencia de los resultados obtenidos por ambas vías es esencial para asegurar un alto nivel de confiabilidad en el diseño.

En este contexto, se presenta un ejemplo de aplicación que implica la evaluación matemática de la dinámica de una viga en voladizo, utilizando el Teorema de Euler-Bernoulli para vigas a flexión. Este enfoque analítico proporciona una ecuación característica, la cual permite determinar los valores propios y, consecuentemente, las frecuencias modales asociadas con la dinámica de la viga. Además, la solución a la ecuación diferencial de movimiento se utiliza como una herramienta física clave para visualizar el estado modal, es decir, el comportamiento de la viga en diversas frecuencias modales.

Simultáneamente, se lleva a cabo un estudio numérico mediante el método de elemento finito, que se divide en tres fases. La primera fase implica la creación del modelo geométrico y una estimación del estudio físico, la segunda fase se centra en la generación de una malla, mientras que la tercera fase consiste en definir la información de frontera, de acuerdo con los estados de referencia, posición y carga a los que estará sometido el modelo.

La comparación de los resultados obtenidos en ambas aproximaciones busca identificar posibles divergencias entre los valores, calculando un error entre ambos procesos. Es relevante destacar que el proceso analítico se desarrolló en el entorno de Maple, mientras que el numérico se llevó a cabo en COMSOL Multiphysic. Ambos métodos revelaron resultados congruentes, con un error aproximado del 1%. Esta congruencia indica

que el modelo analítico es confiable para calcular las formas modales de la viga, y que el enfoque numérico está bien fundamentado para continuar con el proceso de investigación. Finalmente, es importante señalar que este trabajo constituye un breve fragmento del desarrollo de la tesis doctoral titulada "Modelo matemático de acoplamiento aeroelástico: Flujo - Sólido - Potencia eléctrica para vibraciones inducidas por aleteo".

II. DESARROLLO DEL DOCUMENTO

Desarrollo de modelo analítico en Maple

A continuación, se presenta el código matemático que se desarrolló en Maple para la dinámica de la viga de forma analítica:

```
restart;
with(plots);
with(VectorCalculus);
with(ArrayTools);
with(RandomTools);
with(plottools);
with(LinearAlgebra);
with(DETools);
with(Student[ODEs]);
with(RootFinding);
```

```
ED1 := diff(Y(x, t), x, x, x, x) + mu*diff(Y(x, t), t, t)/(E*I__x) = 0
Sol1 := pdsolve(ED1, HINT = Y(x)*Y(t));
c1 := mu*omega^2/(E*I__x);
```

Componente temporal

Ecuación diferencial ordinaria de segundo orden, con coeficientes constantes

```
Ed1 := diff(Y(t), t, t) + c1*Y(t)*E*I__x/mu;
sol_Eq1 := dsolve(Ed1, Y(t));
```

Ecuación de vibración libre para un sistema no amortiguado, con un solo grado de libertad

Componente espacial

```
Ed2 := diff(Y(x), x, x, x, x) - c1*Y(x);
Ed2 := simplify(Ed2, {mu*omega^2/(E*I__x) = beta^4});
sol_Eq2 := dsolve(Ed2, Y(x));
sol_Eq2 := simplify(sol_Eq2, {exp(beta*x) = cosh(beta*x) + sinh(beta*x),
exp(-beta*x) = cosh(beta*x) - sinh(beta*x)});
sol_Eq2 := sort(simplify(sol_Eq2, {c__3 = A, c__4 = B, c__1 - c__2 =
C, c__1 + c__2 = D_}));
```

Hallando las constantes A, B, C y D para una viga simplemente apoyada

```
assign(sol_Eq2);
Y__x := unapply(Y(x), x);
```

Condiciones frontera para "x = 0"

```
Cond1 := Y__x(0) = 0;
D_ := -B;
Cond2 := D(Y__x)(0) = 0;
C := -A;
```

Condiciones de frontera para "x = L"

```
Cond3 := (D@@2)(Y__x)(L) = 0;
Cond3 := simplify(Cond3/(-beta^2));
Cond4 := (D@@3)(Y)(L) = 0;
Cond4 := simplify(Cond4/(-beta^3));
G, b := GenerateMatrix({Cond3, Cond4}, {A, B}, augmented = false);
B := solve(Cond3, B);
```

Se obtiene la ecuación característica al reemplazar "B", en la "Cond4" o, lo que es lo mismo, con el determinante que compone la matriz solución de las ecuaciones de las condiciones 3 y 4. La ecuación anterior sugiere que para no obtener la solución trivial "A = 1"


```
Eq3 := simplify(Determinant(G) = 0);
L := 1;
Eq3 := Eq3/2;
```

```
Raices := Analytic(Eq3, beta, re = 0 .. 10*Pi, im = 0 .. 1, digits = 6);
lists := [Raices];
beta__n := sort(lists, '<');
omega__n := seq(beta__n[n]*sqrt(E*I/(mu*L^4)), n = 1 .. 8);
plot(lhs(Eq3), beta = -4*Pi .. 10*Pi, y = -500 .. 500);
```

```
A := 1;
beta := beta__n[5];
Y__x(x);
plot(Y__x(x), x = 0 .. L, thickness = 15);
```

```
beta__n := [1.87510, 4.69409, 7.85475, 10.9956, 14.1372, 17.2788,
20.4204, 23.5619, 26.7036, 29.8452, 32.9867, 36.1283, 39.2699,
42.4115, 45.5531, 48.6947, 51.8365, 54.9780, 58.1195, 61.2610,
64.4025, 67.5440, 70.6860, 73.8275, 76.9690, 80.1105, 83.2520,
86.3940, 89.5355, 92.6770, 95.8185, 98.9600, 102.102, 105.244,
108.385, 111.526, 114.668, 117.810, 120.952, 124.093, 127.235,
130.376, 133.518, 136.659, 139.801, 142.942, 146.084, 149.226,
152.367, 155.509]
```

Desarrollo de modelo numérico COMSOL

En la Figura 1 se presenta una imagen que ilustra claramente los parámetros frontera y las características del entorno del modelo, en este caso, se trata de una viga con dimensiones de ancho, profundidad y espesor de 38 mm, 400 mm y 3 mm, respectivamente. El material utilizado es una aleación de aluminio 6061.

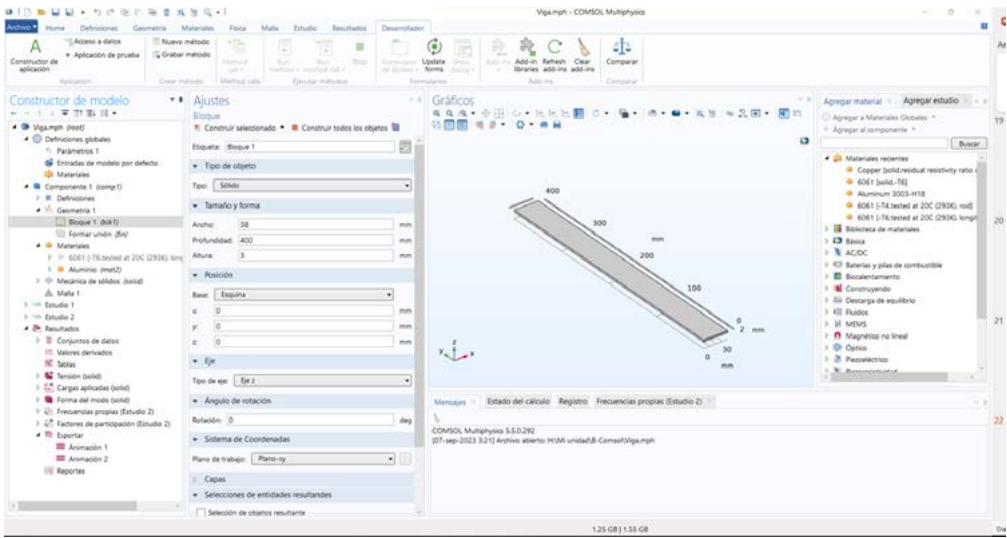


Fig. 1. Entorno COMSOL [6]

Resultados

En la Figura 2 se exhiben las cuatro primeras formas modales obtenidas, tanto en el estudio analítico como en el estudio numérico. En la columna izquierda se presentan las formas modales calculadas a partir del entorno Maple, mientras que en la columna derecha se muestran aquellas obtenidas en el entorno COMSOL.

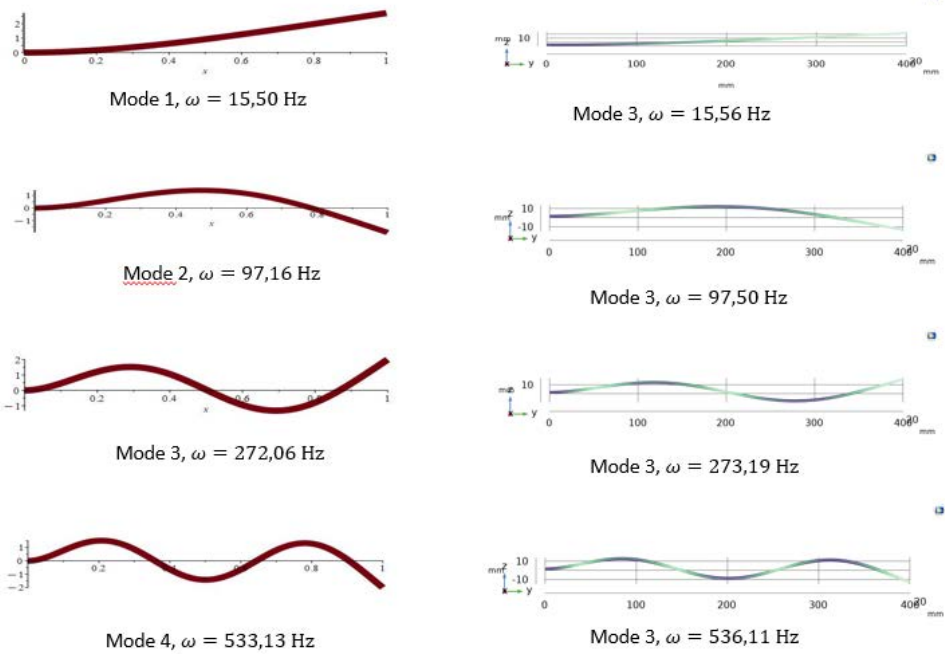


Fig. 2. Verificación de las 4 primeras formas modales entre los modelos analítico y numérico [6-7]

III. CONCLUSIONES

Es esencial considerar la metodología de verificación de confiabilidad computacional al postproceso de las ecuaciones analíticas que, en principio, modelan fenómenos físicos, pero pueden carecer de precisión en comparación con datos experimentales. En este contexto, los avances en soluciones numéricas computacionales, como COMSOL, desempeñan un papel crucial al posibilitar la verificación de los resultados, contribuyendo así al enriquecimiento de los procesos analíticos. Además, esta metodología ofrece la ventaja de garantizar la convergencia de los datos numéricos hacia soluciones reales, estableciendo un beneficio de intercambio de información entre ambas aproximaciones. Sin embargo, es fundamental destacar que la validez de la calificación del modelo solo se revelará al comparar estos resultados con soluciones experimentales concretas.

REFERENCIAS

- [1] W. L. Oberkampf and T. G. Trucano, “Verification and Validation in Computational Fluid Dynamics”, *Office of Scientific and Technical Information (OSTI)*, 2002. doi: 10.2172/793406.
- [2] M. M. R. El-Hebeary, M. H. Arafa and S. M. Megahed, “Modeling and experimental verification of multi-modal vibration energy harvesting from plate structures” [Internet]. vol. 193, pp. 35-47, 2013. Disponible en DOI: 10.1016/j.sna.2013.01.006.
- [3] H. Verbraken, G. Lombaert and G. Degrande, “Verification of an empirical prediction method for railway induced vibrations by means of numerical simulations,” *J Sound Vib.* [Internet]. 330(8), pp. 1692-1703, 2011. Disponible en DOI: 10.1016/j.jsv.2010.10.026.
- [4] M. Kumar and A. S. Whittaker, “Cross-platform implementation, verification and validation of advanced mathematical models of elastomeric seismic isolation bearings,” *Eng Struct.* [Internet]. Vol. 175, no. September, pp. 926-943, 2018. Disponible en DOI: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.08.047>
- [5] D. H. Hodges and G. A. Pierce, *Introduction to Structural Dynamics and Aeroelasticity*, Cambridge University Press, 2002.
- [6] COMSOL Multiphysic 5.5. Estocolmo, Suecia, 2014. Accessed: Aug. 31, 2023. [Online]. Available: <https://www.comsol.com/>
- [7] MapleSoft, “Maple”, 2023.

Biografías

Autor 1: Jorge Enrique Herrera Arroyave

Estudiante del programa de Doctorado en Ciencias - Física de la Universidad Tecnológica de Pereira, obtuvo su candidatura a doctor en el primer semestre de año 2023. Está vinculado como profesor a la Facultad de Ciencias Básicas e Ingeniería de la Universidad Católica de Pereira y a su vez tiene el cargo de director del Departamento de Ciencias Básicas desde el 2017. Obtuvo el título de Ingeniero Mecánico en la Universidad Tecnológica de Pereira, Risaralda - Colombia, en 2010; la Maestría en Ingeniería Aeronáutica de la Universidad Autónoma de Nuevo León, San Nicolás de los Garza, Monterrey, México, en 2015. Su tesis doctoral está relacionada con la cosecha de energía a partir de la interacción fluido-sólido de estructuras compuestas por perfiles aerodinámicos, vigas y parches piezoeléctricos.

Autor 2: Diego Fernando Arias Mateus

Doctor en Ingeniería – Ciencia y Tecnología de los Materiales, Universidad Nacional de Colombia sede Medellín. Es profesor vinculado a la Facultad de Ciencias Básicas e Ingeniería de la Universidad Católica de Pereira. Obtuvo el título de pregrado en Química en la Universidad Nacional de Colombia-sede Manizales, 1993. Maestría en Física en la Universidad Nacional de Colombia-sede Manizales, 2004. Su pasión en la investigación se centra en la caracterización de materiales de películas delgadas, cosecha de energía térmica y los nanomateriales.

Autor 3: Milton Humberto Medina Barreto

Doctor en Ciencias – Física, Universidad del Valle. Es profesor vinculado al Departamento de Física de la Universidad Tecnológica de Pereira. Pregrado en Física de la Universidad del Valle y magíster en Ciencias - Física de la Universidad del Valle. Su interés en la investigación se centra en la Producción de Materiales Semiconductores Magnéticos

por medio de molienda mecánica (ZnO), Deposición Química de Vapor de recubrimientos piezoeléctricos para sistemas de cosecha de energía por vibraciones y modelamiento mediante elemento finito, modelamiento con elemento finito de absorción electromagnética en el cerebro por fuentes diversas (móviles, transformadores, líneas de transmisión, etc.), implementación de técnicas no invasivas (termografía, tomografía, cámara hiperespectral) para detección de anomalías mamarias, determinación de madurez y presencia de plagas en el aguacate Hass, mediante técnicas no invasivas, uso de la termografía para detección de síndrome de ojo seco, contaminación electromagnética a alta y baja frecuencia, calibración de cámaras termográficas.

Microcontroladores y aprendizaje mínimo para el futuro inteligente*

Microcontrollers and Minimal Learning for the Smart Future

Largo, Dabiana, Serrano, Juan Pablo

Resumen

“Microcontroladores y aprendizaje mínimo para el futuro inteligente” marca un hito en la convergencia entre tecnología e inteligencia artificial. El proyecto exhibe una audaz implementación de una Red Neuronal en el pequeño Arduino Uno, respaldado por sensores ultrasónicos HC-SR04 y el algoritmo PSO. Esta aproximación no solo revoluciona la detección en tiempo real y clasificación de objetos, sino que también sienta las bases del "Tiny Machine Learning", una disciplina que fusiona la potencia de la IA con los recursos limitados de los microcontroladores. Esta sinergia traza un camino hacia un mundo conectado, inteligente y lleno de posibilidades, mientras dota a los dispositivos de baja potencia con inteligencia artificial. Con resultados impresionantes, esta investigación pionera redefine cómo los microcontroladores pueden impulsar soluciones autónomas y abre nuevas perspectivas en el Internet de las Cosas. El proyecto encapsula la promesa de un futuro donde la tecnología y el aprendizaje automático se entrelazan para impulsar la innovación en un mundo cambiante.

Palabras clave: Tiny Machine Learning, microcontroladores, inteligencia artificial, red neuronal.

Abstract

“Microcontrollers and Minimal Learning for the Smart Future” marks a milestone in the convergence between technology and artificial intelligence. The project showcases a bold implementation of a Neural Network on the tiny Arduino one, supported by HC-SR04 ultrasonic sensors and the PSO algorithm. This approach not only revolutionizes real-time detection and classification of objects, but also lays the foundation for "Tiny Machine Learning", a discipline that fuses the power of AI with the limited resources of microcontrollers. This synergy charts a path towards a smart, connected world full of possibilities, while endowing low-power devices with artificial intelligence. With impressive results, this pioneering research redefines how microcontrollers can power autonomous solutions and opens up new perspectives on the Internet of Things. The project encapsulates the promise of a future where technology and machine learning intertwine to drive innovation in a changing world.

Keywords: Tiny Machine Learning, microcontrollers, artificial intelligence, neural networks.

I. INTRODUCCIÓN

El Internet de las Cosas (IoT) ha sido un paradigma tecnológico que ha mejorado y creado nuevos servicios para los usuarios. La capacidad del IoT para comunicar cosas con cosas, cosas con personas y cosas con la nube ha hecho posible adoptar esta tecnología, tanto en residencias como en procesos industriales. Sin embargo, se ha visto el surgimiento de nuevos enfoques tecnológicos en el que se relaciona al Internet de las Cosas con algoritmos de Aprendizaje Máquina. Este nuevo enfoque se le ha denominado cómputo en el borde.

Recientemente, el combinar algoritmos de machine learning con el paradigma tecnológico del IoT ha promovido el surgimiento de una nueva área de desarrollo llamada Tiny Machine Learning (TinyML) y cuyo objetivo es el desarrollar modelos de procesamiento de datos optimizados para que puedan implementarse en un microcontrolador o sistemas embebidos. Esto permite tomar decisiones en tiempo real de manera autónoma, sin necesidad de enviar los datos a la nube para su procesamiento.

En este proyecto de investigación se presenta la implementación de un modelo de red neuronal tipo perceptrón, el cual en general es desarrollado en dos etapas: etapa *offline* y etapa *online*. Para la etapa *offline* se estima el modelo y se entrena en una computadora convencional, cuyo modelo obtenido es implementado en una tarjeta Arduino Uno para el procesamiento de los datos de entrada. Los datos de entrada provienen de dos sensores ultrasónicos. Las distancias que son obtenidas por los sensores ultrasónicos son procesadas en tiempo real con el modelo neuronal y la salida del modelo es empleada para activar y desactivar un led.

Las variables que se miden en la presente investigación son los recursos computacionales que se tienen con la tarjeta Arduino Uno, tales como el tiempo de procesamiento, respuesta y la memoria. Los resultados y contribución de este trabajo son el estudio de viabilidad y el poder de procesamiento que se tiene con las tarjetas de bajo costo Arduino Uno, para la implementación de algoritmos inteligentes en microcontroladores.

Este problema nos permitirá explorar las capacidades de TinyML y las redes neuronales en el contexto del cómputo en el borde, así como abordar desafíos relacionados con el diseño eficiente de modelos y el manejo de recursos limitados. El resultado será un sistema capaz de reconocer, empleando la clasificación binaria de diferentes distancias en tiempo real, brindando una experiencia interactiva y autónoma para los usuarios, a través del uso de sensores y actuadores.

II. DESARROLLO DEL DOCUMENTO

Este estudio se fundamenta en la implementación y evaluación de dos enfoques de inteligencia artificial: redes neuronales artificiales y computación evolutiva. La combinación de estos enfoques, especialmente en el entrenamiento de redes neuronales, resulta altamente ventajosa. Aunque las redes neuronales han sido tradicionalmente entrenadas mediante métodos de descenso de gradiente, este estudio adopta una alternativa innovadora: los algoritmos de búsqueda estocástica.

El modelo de red neuronal implementado es del tipo Perceptrón. Su entrenamiento, como se observa en la Figura 1, se realiza a través del algoritmo de Particle Swarm Optimization (PSO), basado en el modelado del comportamiento de un conjunto de individuos. La población evoluciona iterativamente, con los individuos más aptos (evaluados por la función de costo), influyendo en la búsqueda de soluciones más óptimas. La función de costo, tanto para la red como para PSO, es la función de mínimos cuadrados.

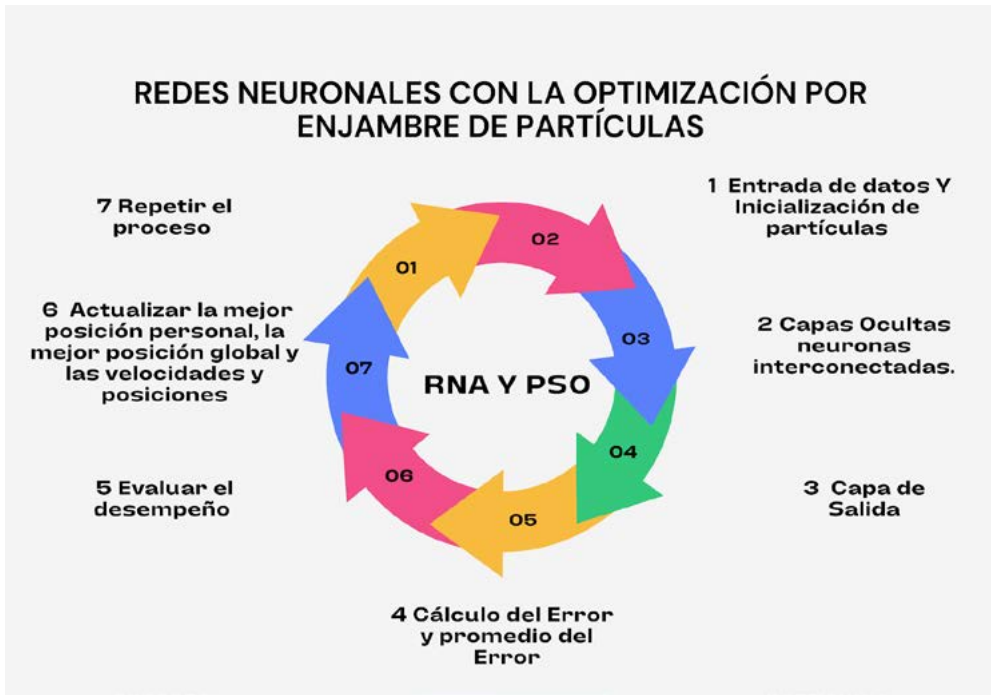


Fig. 1 RNA y PSO [10]

La implementación de los modelos se efectuó en Python. Además, se diseñó un circuito, como se observa en la Figura 2, el cual es específico para la ejecución de las redes neuronales en un microcontrolador de bajo costo, como el Arduino Uno.

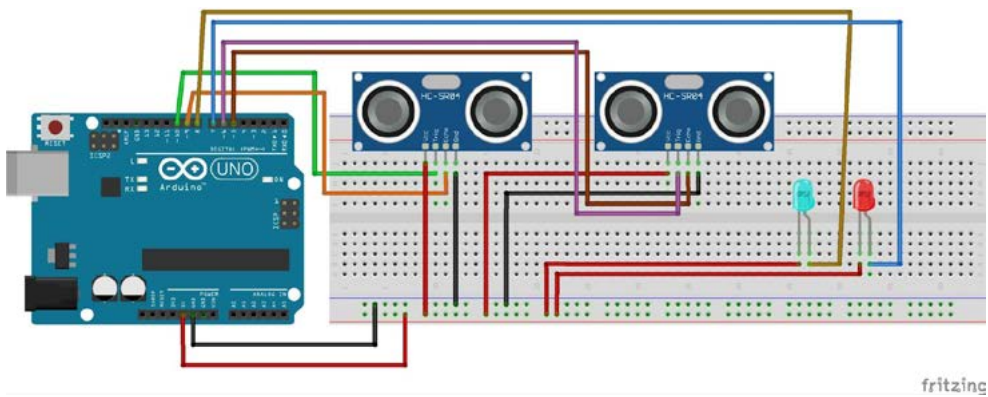


Figura 2 Implementación del circuito [9]

En la fase de entrenamiento, PSO ajustó los parámetros de la red neuronal. Cada partícula en el enjambre representaba un conjunto de valores correspondientes a pesos y sesgos de la red. El proceso iterativo exploraba el espacio de búsqueda para minimizar la función de error, que cuantifica la discrepancia entre las predicciones de la red y los valores reales de entrenamiento. Cada partícula actualizaba su posición y velocidad en función del desempeño y de la información sobre las mejores posiciones locales y globales encontradas. Este proceso concluía cuando se obtenían los pesos óptimos y se alcanzaba el límite de iteraciones predefinido, en un computador convencional, marcando el fin de la etapa *offline*.

Aplicación práctica y análisis

Una aplicación concreta de estas redes neuronales es la clasificación binaria de distancias, utilizando sensores ultrasónicos HC-SR04 y un Arduino Uno. Esta solución ofrece una detección efectiva de objetos cercanos y lejanos. El circuito captura datos de los sensores, que miden distancias y se transforman en números binarios (0 para lejanía y 1 para proximidad). La red ejecuta una clasificación binaria mediante una compuerta OR. Si detecta al menos un objeto cercano (valor "1" en al menos un sensor), un led se activa. En contraste, si ambos sensores indican lejanía (valor "0"), se enciende otro led, concluyendo la etapa *online* con una red que opera en tiempo real y aprendió correctamente.

El análisis y validación de los resultados confirman la efectividad del enfoque. La convergencia de PSO demuestra su capacidad para optimizar la red neuronal. La implementación en un microcontrolador Arduino Uno destaca la viabilidad en entornos con recursos limitados. La clasificación de distancias proporciona una solución práctica y confiable para detección de proximidad.

Comparado con métodos tradicionales, este enfoque se adapta mejor a restricciones de recursos sin sacrificar precisión. La incorporación de PSO mejora la eficiencia y rendimiento del proceso de entrenamiento.

Estos resultados validan la hipótesis y refuerzan la contribución a la convergencia entre IoT y Aprendizaje Automático. Comparaciones con trabajos previos, como los referenciados [1], [2], [3], apoyan la innovación y relevancia de esta metodología.

III. CONCLUSIONES

La aplicación de Tiny Machine Learning en microcontroladores ofrece mejoras significativas en la autonomía y la privacidad de los sistemas de Internet de las Cosas (IoT). Al llevar el procesamiento y la toma de decisiones al borde de la red, se reduce la necesidad de comunicación con la nube, lo que resulta en una mayor eficiencia energética. Además, realizar inferencias directamente en el microcontrolador preserva la privacidad de los datos, al evitar su transmisión a través de la red.

Sin embargo, es importante destacar que la implementación de redes neuronales en microcontroladores presenta desafíos particulares. Se deben considerar las limitaciones de memoria y capacidad de cálculo de estos dispositivos, lo cual requiere una cuidadosa optimización de los modelos. Técnicas como la cuantización de pesos y la reducción de la arquitectura son necesarias para adaptar los modelos a los recursos limitados disponibles.

La implementación de Tiny Machine Learning en microcontroladores ofrece un gran potencial para aplicaciones en tiempo real y toma de decisiones autónomas. Estos sistemas pueden realizar inferencias y tomar decisiones rápidas y eficientes sin depender de la comunicación con servidores externos. Esto abre nuevas oportunidades en áreas como la detección de objetos, el monitoreo de salud y la seguridad.

En conclusión, la implementación de Tiny Machine Learning en microcontroladores de bajo costo ha demostrado ser una técnica prometedora en el campo del cómputo en el borde. Esta técnica ofrece oportunidades para el desarrollo de sistemas eficientes, autónomos y seguros en el contexto del Internet de las Cosas y otras aplicaciones basadas en microcontroladores.

REFERENCIAS

- [1] H. F. Lopes, R. da S. Torres, and L. C. Oliveira, "TinyML: An Approach to Tiny Machine Learning", in *Proceedings of the 2019 IEEE 32nd International Conference on Micro Electro Mechanical Systems (MEMS)*, Seoul, Korea (South), 2019.
- [2] A. J. González-García, *et al.*, "Design and evaluation of a tinyML-based classification system for real-time sound event detection", *Neurocomputing*, vol. 456, pp. 14-22, 2021.
- [3] A. F. Cruz, *et al.*, "Particle Swarm Optimization - A Survey", *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 23(1), pp. 174-195, 2019.
- [4] A. J. González-García, A. C. Martínez-Rodríguez and P. Carrión, "An Intelligent System for UAV Autonomous Landing through Bio-Inspired Visual-Based Relative Navigation and Fuzzy Logic," *Electronics*, vol. 9, no. 7, pp. 1046, 2020, pp. 7-17.
- [5] Y. LeCun, Y. Bengio and G. Hinton, "Deep learning", *Nature*, 521(7553), pp. 436-444, 2015.
- [6] Shishika, *et al.*, "Design and Implementation of Deep Learning Model for Pothole Detection", in *International Conference on Advances in Computing, Communications and Informatics (ICACCI)*, Bangalore, India, 2018, pp. 868-872.
- [7] Z. A. Arias, "Etapas, requerimientos y recomendaciones para implementación de modelos de machine learning en sistemas embebidos," Universidad de los Andes, Bogota, Colombia, 2022, pp. 5-20.
- [8] E. Sido, "Dispositivos neuromórficos en TinyML," *Revista Digital Electrónica Organizalo*, 2022, desde la ciudad de España.

[9] Figura 2. Implementación del circuito de detección de proximidad con Arduino Uno y sensores ultrasónicos HC-SR04. Elaboración propia

[10] Figura 1. RNA PSO funcionamiento y entramiento de la red neuronal en el algoritmo evolutivo. Elaboración propia.

Biografías

Autor 1: Dahiana Largo Suarez

Estudiante de Ingeniería en Sistemas y Telecomunicaciones en la Universidad Católica de Pereira.

Forma parte del semillero de investigación de Industria 4.0, donde he desarrollado un interés apasionado por las tecnologías emergentes. Poseo un título técnico en Sistemas Informáticos y Telecomunicaciones del Politécnico de Occidente, así como otro título técnico en Agroindustria Alimentaria del SENA, además realicé una estancia de verano en el ITESI, México, como parte del programa del verano de investigación Delfín. Mi compromiso con la educación y la innovación me ha impulsado a explorar la convergencia de las tecnologías de la información y la transformación industrial, contribuyendo al desarrollo de soluciones inteligentes para los desafíos actuales y futuros.

Áreas de investigación: industria 4.0.

Autor 2: Juan Pablo Serrano Rubio

El Dr. Juan Pablo Serrano Rubio es profesor en la Maestría en Tecnologías de la Información del Tecnológico Nacional de México/ITS de Irapuato.

Es miembro del Sistema Nacional de Investigadores Nivel 1 y cuenta con el reconocimiento PRODEP. Sus investigaciones abarcan inteligencia artificial, visión de computador, robótica, procesamiento de imágenes

médicas, y dispositivos IoT en Industria 4.0. Obtuvo su doctorado en el CIMAT y realizó una estancia posdoctoral en la Universidad de Exeter, Reino Unido. Actualmente cuenta con publicaciones en revistas de alto impacto y congresos internacionales, así como el registro de propiedad intelectual con INDAUTOR e IMPI.

Áreas de investigación: Industria 4.0.

Degradación de contaminantes en aguas residuales domésticas mediante reacciones Fenton en el departamento del Quindío*

Degradation of pollutants in domestic wastewater by Fenton reactions in the department of Quindío

*Hurtado-Ossa, Daniela, Rodríguez-Espinosa, Jhon Alexander,
Pineda-Reyes, Henry*

Resumen

Las aguas residuales domésticas son una de las principales fuentes de contaminación de los recursos hídricos, contienen altos porcentajes de productos farmacéuticos, productos para el cuidado personal, detergentes, pesticidas, entre otros[1]. Las reacciones Fenton son una opción prometedora a la degradación de contaminantes por la generación de radicales hidroxilos. En este trabajo se evaluó la eficiencia de las reacciones Fenton, como procesos de oxidación avanzada en la degradación de los contaminantes presentes en las aguas residuales domésticas de la Universidad del Quindío. Se realizó análisis estadístico por medio de un diseño experimental de tipo Box-Benken, utilizando el programa estadístico STATGRAPHICS Centurion XV para determinar los parámetros óptimos que permiten alcanzar las más altas remociones mediante la reducción de DBO y/o DBO₅/DQO. Se ejecutó un análisis de superficie de respuesta para determinar cómo influyen los factores: concentración de sulfato ferroso, concentración de peróxido de hidrógeno y tiempo de agitación con respecto a la variable respuesta, en este caso el porcentaje de remoción. El valor máximo alcanzado en la remoción de DBO₅ fue del 64,03%, y los valores óptimos de los factores fueron 300 mg/L en concentración de sulfato ferroso, 40 mg/L concentración de peróxido de hidrógeno y 30

minutos como tiempo de agitación. Al evaluar la relación DBO_5/DQO antes y después del tratamiento Fenton se obtuvo que valores entre 300-450 mg/L de sulfato ferroso, 40 mg/L de peróxido de hidrógeno y 30 minutos como tiempo de agitación, se obtienen relaciones DBO_5/DQO de 0,34 y 0,37.

Palabras clave: contaminates, degradación, Fenton, DBO_5/DQO .

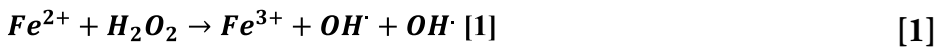
Abstract

Domestic wastewater is one of the main sources of contamination of water resources, it contains high percentages of pharmaceuticals, personal care products, detergents, pesticides, among others [1] Fenton reactions are a promising alternative for the degradation of pollutants through the generation of hydroxyl radicals. In this work, the efficiency of Fenton reactions as advanced oxidation processes in the degradation of pollutants present in domestic wastewater from the University of Quindío was evaluated. The statistical analysis was carried out using a Box-Benken type experimental design using the STATGRAPHICS CENTURION XV statistical program to determine the optimal parameters that allow achieving the greatest removals by reducing BOD and/or BOD₅/COD. A response surface analysis was performed to determine how the factors influence: ferrous sulfate concentration, hydrogen peroxide concentration and agitation time with respect to the response variable, in this case the removal percentage. The maximum value reached in the removal of BOD₅ was 64.03%, and the optimal values of the factors were 300 mg/L in ferrous sulfate concentration, 40 mg/L in hydrogen peroxide concentration and 30 minutes as stirring time. response surface to determine how the factors influence: ferrous sulfate concentration, hydrogen peroxide concentration and agitation time with respect to the response variable as removal percentage. The maximum value reached in the removal of BOD₅ was 64.03%, and the optimal values of the factors were 300 mg/L in ferrous sulfate concentration, 40 mg/L in hydrogen peroxide concentration and 30 minutes as stirring time. When evaluating the DBO₅/COD ratio before and after the Fenton treatment, it was obtained that values between 300-450 mg/L of ferrous sulfate, 40 mg/L of hydrogen peroxide and 30 minutes as stirring time, BOD₅/COD ratios are obtained of 0.34 and 0.37.

Keywords: contaminants, degradation, Fenton, DBO₅/DQO.

I. INTRODUCCIÓN

Las aguas residuales domésticas son una mezcla de contaminantes de tipo orgánico, inorgánico y microbiano [2], su tratamiento previo incluye técnicas convencionales que no eliminan dichos contaminantes. Dentro de las tecnologías requeridas y empleadas para la degradación de contaminantes se encuentran los procesos de oxidación avanzada (POAs). Entre los POAs más utilizados se encuentran los procesos basados en reacciones de Fenton, fundamentado en la producción de radicales hidroxilo ($\text{OH}\cdot$) y FeO_2^+ , al hacer reaccionar el H_2O_2 con Fe^{2+} (ecuación 1) [3]. Se lleva a cabo en condiciones ácidas, a temperatura ambiente y a presión normal.



En Colombia [4] realizaron un estudio donde evaluaron el proceso Fenton en el tratamiento de aguas residuales provenientes de una industria de café soluble, también [5] evaluaron la capacidad del proceso Fenton para oxidar y degradar el color y la materia orgánica contenida en las aguas residuales generadas en la etapa de teñido del cuero de una curtiduría industrial.

El objetivo de este trabajo es proponer una alternativa viable, implementando procesos de oxidación avanzada como reacciones Fenton para la degradación de contaminantes presentes en aguas residuales domésticas de la Universidad del Quindío.

II. DESARROLLO DEL DOCUMENTO

La metodología utilizada se basó en el estudio de [4].

Para iniciar, se midió el pH, DQO y DBO de la muestra inicial. En un recipiente se agregaron 200 mL de agua residual a tratar, se ajustó el pH entre 2,8 utilizando una solución de H_2SO_4 1N, posteriormente se llevó a temperatura ambiente controlada (22°C). Para realizar el proceso Fenton se agregó peróxido de hidrógeno (H_2O_2) al 50% p/v y luego sulfato ferroso

heptahidratado ($\text{FeSO}_4 \cdot 7\text{H}_2\text{O}$) de forma sólida (pureza: 99%), se llevó a agitación constante a 300 RPM a diferentes tiempos, por último, se hizo una filtración simple por gravedad, para retirar los lodos generados en el proceso.

Se realizó un diseño experimental de tipo Box-Behnken (DBB) utilizando el software estadístico STATGRAPHICS Centurion XV, con el fin de determinar la significancia de los factores durante el proceso Fenton.

Para cada uno de los diseños experimentales realizados se hizo un muestreo compuesto durante 4 horas. Por lo tanto, cada muestra recolectada se encontraba en condiciones diferentes.

Después de realizar los diseños experimentales, se obtienen remociones del 64,05% en DBO_5 a concentraciones entre 300-450 mg/L de sulfato ferroso, 30-40 mg/L de peróxido de hidrógeno y con un tiempo óptimo de 30 minutos, así mismo, las relaciones DBO_5/DQO se encontraron entre 0,34 y 0,37 a las mismas condiciones descritas anteriormente.

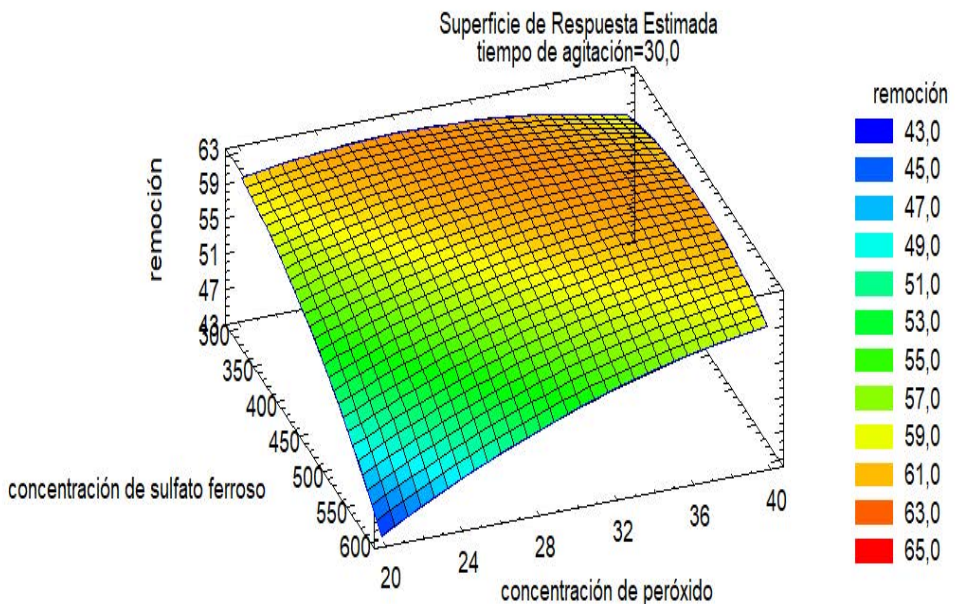


Fig.1. Gráfica de superficie de respuesta $[\text{H}_2\text{O}_2]$ vs $[\text{FeSO}_4]$

[5] realizaron un estudio con la misma metodología descrita y como resultado obtuvieron porcentajes de remoción entre el 80 y el 85%. Cabe resaltar que cada tipo de agua residual presenta diferentes parámetros, por lo tanto, la variación de estos parámetros va a influir en el porcentaje de remoción después de realizar el tratamiento con Fenton.

Al comparar las relaciones DBO_5/DQO con los criterios de biodegradabilidad[6], se concluye que el agua residual tratada no necesita tratamiento físico-químico o biológico para mejorar su biodegradabilidad. A futuro, se espera comparar con aguas residuales de otras dependencias de la Universidad del Quindío.

III. CONCLUSIONES

Según los resultados obtenidos, el tratamiento con reacciones Fenton para lograr la degradación de contaminantes presentes en aguas residuales es una alternativa viable para implementar como parte del proceso en una PTAR, cabe resaltar que el tipo de agua cumplía con los parámetros establecidos por la legislación colombiana (Resolución 0631 de 2015), pero que siguen siendo una fuente de contaminación para los recursos hídricos.

REFERENCIAS

- [1] B. Rajasekhar, U. Venkateshwaran, N. Durairaj, G. Divyapriya, I. M. Nambi and A. Joseph, "Comprehensive treatment of urban wastewaters using electrochemical advanced oxidation process", *J. Environ Manage.* [Internet]. Vol. 266, 2020. Disponible en DOI: 10.1016/j.jenvman.2020.110469.
- [2] N. Klammerth, S. Malato, A. Agüera and A. Fernández-Alba, "Photo-Fenton and modified photo-Fenton at neutral pH for the treatment of emerging contaminants in wastewater treatment plant effluents: A

comparison”, *Water Res.* [Internet]. 47(2), pp. 833-840, 2013. Disponible en DOI: 10.1016/j.watres.2012.11.008.

[3] N. Azbar, T. Yonar and K. Kestioglu, “Comparison of various advanced oxidation processes and chemical treatment methods for COD and color removal from a polyester and acetate fiber dyeing effluent”, *Chemosphere.* [Internet]. 55(1), pp. 35-43, 2004. Disponible en DOI: 10.1016/j.chemosphere.2003.10.046.

[4] H. N. Ibarra-Taquez, I. Dobrosz-Gómez and M. Á. Gómez, “Multi-objective optimization of the Fenton process for the treatment of soluble coffee wastewater”, *Informacion Tecnológica.* [Internet]. 29(5), pp. 111-121, 2018. Disponible en DOI: 10.4067/S0718-07642018000500111.

[5] C. A. Gómez, M.-Á. Gómez-García and I. Dobrosz-Gómez, “Analysis of the Capacity of the Fenton Process for the Treatment of Polluted Wastewater from the Leather Dyeing Industry”, *The Scientific World Journal.* [Internet]. vol. 2023, pp. 1-21, 2023. Disponible en DOI: 10.1155/2023/4724606.

[6] A. Nelly Ardila Arias, J. Reyes Calle, E. Arriola Villaseñor and J. Alfredo Hernández, “Remoción fotocatalítica de DQO, DBO 5 y COT de efluentes de la industria farmacéutica”, 1900.

Biografías

Autor 1: Daniela Hurtado Ossa

Estudiante de décimo semestre de Química en la Universidad del Quindío.

Áreas de investigación: biotecnología aplicada, remediación ambiental y desarrollo sostenible.

Autor 2: Jhon Alexander Rodríguez Espinosa

Magíster en Química de la Universidad del Quindío; Actualmente es el director del Programa de Química en la Universidad del Quindío en Armenia.

Áreas de investigación: electroquímica aplicada, remediación ambiental, biotecnología y toxicología.

Autor 3: Henry Reyes Pineda

Doctor en Tecnologías de Membranas Electroquímicas en la Universidad Politécnica de Valencia; magíster en estudios avanzados: suficiencia investigativa en la Universidad politécnica de Valencia; actualmente es docente investigador del Programa de Zootecnia en la Universidad del Quindío.

Áreas de investigación: medio ambiente, ingeniería electroquímica y medio ambiente, electroquímica y matemáticas aplicadas.

Ajustes a un diseño didáctico sobre función lineal para incluir a estudiantes con discapacidad auditiva*

Adjustments to a didactic design on linear function to include students with hearing disabilities

Murallas-Jaramillo, Oscar

Resumen

La educación inclusiva es fundamental para lograr una educación de calidad, equitativa y accesible para todos. La inclusión de personas con discapacidad auditiva en el aula, especialmente en el contexto de las matemáticas, representa una oportunidad para eliminar desigualdades y garantizar oportunidades para todos. Es importante que se fomente la creatividad y la innovación en el aprendizaje de la matemática y que se realicen ajustes o adaptaciones para atender las necesidades de todos los estudiantes en el aula. El objetivo del presente trabajo es ajustar un diseño didáctico sobre función lineal para estudiantes con discapacidad auditiva.

Palabras clave: educación inclusiva, discapacidad auditiva, adaptaciones, función lineal, diseño didáctico.

Abstract

Inclusive education is essential to achieve quality, equitable and accessible education for all. The inclusion of people with hearing disabilities in the classroom, especially in the context of mathematics, represents an opportunity to eliminate inequalities and guarantee opportunities for all. It is important that creativity and innovation in learning mathematics be encouraged, and that adjustments or adaptations be made to meet the needs of all students in the classroom. The objective of the work is to adjust a didactic design on linear function for students with hearing disabilities.

Keywords: inclusive education, hearing disability, adaptations, linear function, didactic design.

I. INTRODUCCIÓN

En un aula de matemáticas se debe proporcionar a todos los estudiantes accesibilidad en las oportunidades e igualdad de condiciones. La inclusión de personas con discapacidad auditiva también es una oportunidad para reflexionar sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje actual. Por tal motivo, el Ministerio de Educación Nacional [3], en su Decreto 1421, expone elementos como el Diseño Universal de Aprendizaje (DUA) y el Plan Individual de Ajustes Razonables (PIAR) para atender las necesidades en el aula.

La Declaración Universal de los Derechos Humanos, de la Unesco [6], y la Constitución Política de Colombia de 1991, establecen el derecho a la educación para todas las personas. Sin embargo, históricamente, las personas con discapacidad auditiva han enfrentado barreras y desigualdades en el acceso a la educación y la vida social, lo que ha afectado su desarrollo académico y personal.

En los últimos años, ha habido un creciente reconocimiento de la importancia de la educación inclusiva, como una herramienta para lograr una educación equitativa y accesible para todos, en donde sea posible la inclusión en la clase de matemáticas, como lo menciona Parada [4]. Organizaciones como la Unesco han enfatizado la necesidad de eliminar todas las barreras que impiden el acceso a la educación y trabajar en el diseño de planes de estudio, pedagogía y enseñanza que respondan a la diversidad de los estudiantes.

De todos los componentes anteriormente mencionados, surge el siguiente objetivo: ajustar un diseño didáctico sobre función lineal para estudiantes con discapacidad auditiva. El cual fue construido con tres niveles de profundidad diferentes y está en el marco de un proyecto de desarrollo curricular que busca atender la diversidad en clase de matemáticas.

II. DESARROLLO DEL DOCUMENTO

En la sección de metodología y resultados de esta investigación, se presentan los antecedentes relacionados con el ajuste a un diseño didáctico sobre función lineal para incluir a estudiantes con discapacidad auditiva, organizados en cuatro categorías.

En la primera categoría se aborda la discapacidad auditiva en la atención a la diversidad, mencionando normas y leyes internacionales y nacionales que garantizan el derecho a una educación inclusiva y de calidad para las personas sordas.

En la segunda categoría se analiza la problemática en la enseñanza y aprendizaje de la función lineal, destacando dificultades como la falta de conexión entre la situación problema y la vida real, la abstracción de conceptos y la interpretación de gráficos.

En la tercera categoría se aborda la enseñanza de la función lineal para personas con Necesidades Educativas Especiales, destacando la importancia de adaptar pedagógicamente los recursos visuales y manipulativos, para que los estudiantes puedan experimentar los conceptos de manera concreta.

Finalmente, en la cuarta categoría, se aborda la enseñanza de la función lineal para personas con discapacidad auditiva, destacando el uso de herramientas visuales y la composición de los textos con lengua de señas, para lograr que los estudiantes encuentren la relación del concepto con la imagen.

III. CONCLUSIONES

Realizado el análisis exhaustivo del diseño propuesto por Plata [5], se ha determinado que es necesario realizar un planteamiento del ajuste didáctico en un futuro semestre. Para ello, se han tenido en cuenta tanto la bibliografía como los recursos disponibles, lo que permitirá implementar una estrategia efectiva y adaptada a las necesidades de los estudiantes. Este

proceso de ajuste didáctico contribuirá a mejorar la calidad de la enseñanza y a garantizar una formación óptima para los estudiantes.

REFERENCIAS

[1] C. Alba, P. Sánchez & A. Zubillaga, *Pautas sobre el Diseño Universal de Aprendizaje 2.0* (versión traducida al español). [Internet], 2013. Recuperado de https://educadua.es/doc/dua/dua_pautas_2_0.pdf

[2] Humanos, D. (1948). Declaración Universal de los Derechos humanos. *La Convención Internacional de los Derechos del Niño. Naciones Unidas. Manhattan, Ciudad de Nueva York, Nueva York, Estados Unidos. Declaración sobre la Protección de todas las personas contra la tortura.*

[3] Ministerio de Educación Nacional, *Por el cual reglamenta en el marco de la educación inclusiva, atención educativa a la población con discapacidad*, 29 de agosto de 2017. [Decreto 1421].

[4] S. E. Parada, (2022). Educadores matemáticos que reflexionan sobre la atención a la diversidad en el aula, en *Conferencia presentada en el Foro EMAD 2022*. [En línea]. Transmitida el 15 de noviembre. <https://www.youtube.com/watch?v=mhGg9HbeSro>

[5] C. F. Plata, *Diseño para el estudio de funciones lineales con estudiantes de undécimo grado: Atendiendo la diversidad del aula*, tesis de Licenciatura en Matemáticas, Escuela de matemáticas, Facultad de ciencias Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia, 2022.

[6] Unesco, *Informe de seguimiento de la Educación para Todos en el mundo. La educación para todos 2000-2015: logros y desafíos*, París: Unesco, 2015.

Biografías

Autor 1: Oscar Mauricio Murallas Jaramillo

Estudiante de Licenciatura en Matemáticas, de la Universidad Industrial de Santander. Presidente de la Asociación de Exalumnos de la Escuela Normal Superior de Bucaramanga. Canciller de la Corte de Honor Nacional de la Asociación Colombiana de Escultismo.

Áreas de investigación: atención a la diversidad en clase de matemática.